ISSN:1306-3111
e-Journal of New World Sciences Academy
2011, Volume: 6, Number: 4, Article Number: 1C0456

EDUCATION SCIENCES
Received: August 2011
Accepted: October 2011
Series : 1C
ISSN : 1308-7274

İbrahim Bayazit
Yılmaz Aksoy
S. Merve Kırnap
Erciyes University
ibayazit@erciyes.edu.tr
Kayseri-Turkey

ÖĞRETMENLERİN MATEMATİKSEL MODELLERİ ANLAMA VE MODEL OLUŞTURMA YETERLİLİKLERİ

ÖZET

Bu çalışmada ilköğretim matematik öğretmenlerinin model algılarının yanı sıra tam sayılar ve kesirler konusu özelinde ders kitaplarında verilen modelleri anlama ve bu kavramlarla alakalı düşünceleri izah etmek için model oluşturmadaki yeterlilikleri incelenmektedir. Nitel yöntemlerinin kullanıldığı bu çalışma 35 matematik öğretmeninin katılımıyla yürütülmüştür. Çalışmada kuramsal çerçeve olarak pedagojik alan bilgisi kavramının yanı sıra matematiksel modelleri konu edinen literatürden yararlanılmıştır. Sonuçlar öğretmenlerin model kullanımın sağlayacağı bilişsel ve duyuşsal katkılar konusunda oldukça pozitif inanç ve düşüncelere sahip olduklarını, ancak model algılarının sayma pulları ve kesir kartları türünden şekil ve şemalara kısıtlanmış olduğunu göstermektedir. Bunun yanı sıra, öğretmenlerin matematik ders kitaplarında sunulmuş olan modelleri anlama ve sembolik olarak verilen matematiksel durumları izah etmek için uygun modeller oluşturup kullanma konularında ciddi sıkıntılar yaşadıkları görülmüştür.

Anahtar Kelimeler: Matematik Öğretmeni, Matematiksel Modeller, Model Algısı, Kesir Kavramı, Tamsayılar

TEACHERS' UNDERSTANDING OF AND PROFICIENCY AT PRODUCING MATHEMATICAL MODELS

ABSTRACT

This study examines teachers' understanding of and proficiency at producing mathematical models for teaching and learning the concepts of integers and fractions. It was carried out with 35 elementary school mathematics teachers. The research employed a qualitative inquiry and used written exam and semi-structured interviews as the main source of data. Data were analysed using qualitative methods that included content and discourse analysis. The participants expressed their positive beliefs in the effectiveness of model use in teaching and learning mathematics suggesting that such kind of tools would facilitate meaningful learning and improve students' attitudes towards mathematics. However, their conception of mathematical model was restricted to visual figures such as counters and fraction cards. The participants displayed lack of understanding of the models presented in the textbooks, and they had great struggle at producing appropriate models to explain the ideas related to the concepts of integers and fractions.

Keywords: Mathematics Teachers, Mathematical Models, Teachers' Conceptions, Fractions, Integers

1. GİRİŞ (INTRODUCTION)

Matematiksel bilgiler doğası gereği soyut bir yapıdadır. Fizik, kimya ve biyoloji gibi bilim dallarında birtakım bilgiler deney ve gözlem yoluyla öğrenilebilirken matematiksel bilgilerin bu yollarla edinilmesi mümkün olmamaktadır. İnsan aklı matematiksel bilgilerin edinilmesinde tek ve en temel araç olarak karşımıza çıkmaktadır. İlköğretimden üniversiteye kadar her düzeydeki öğrencilerin matematik öğreniminde ciddi sıkıntılar yaşadıkları, matematiksel kavramlarla alakalı kısıtlı ve yanlış bilgiler edindikleri ve çok sayıda kavram yanılgısı geliştirdikleri ise bilinen bir gerçektir. Bu sorunların matematiksel bilginin soyut bir karakterde olması ve bu bilgilerin edinim sürecinin – matematiksel bilgiler *soyutlama* ve *genelleme* olarak adlandırabileceğimiz zihinsel bir süreç ekseninde geliştirilmektedir [24] – sağlıklı bir şekilde işletilememesinden kaynaklandığı söylenilebilir. Bilgi edinme sürecini sağlıklı yürütebilmeleri, yanılgılardan arındırılmış, içeriksel açıdan zengin ve doğru bilgi edinebilmeleri için öğrencilere gerekli rehberliği yapacak olanlar ise öğretmenlerdir. Bu rehberliği etkili bir şekilde sunabilmeleri için öğretmenlerin bir takım yeterliliklere sahip olmaları gerekir. Literatüre baktığımızda öğretmen yeterliliği kavramının farklı şekillerde algılandığını görmekteyiz [3, 22, 23, 25 ve 30]. Berliner'e göre bir öğretmenin sınıf içi öğretimlerdeki yeterliliğini belirleyen en temel iki faktör okuttuğu alana ilişkin sahip olduğu bilgi düzeyi ile sınıfı organize etme ve yönetme konusundaki becerisidir [3]. Sternberg ve Horvath sınıf içi öğretimlerde etkili olan öğretmenlerin problem çözümleri yaparken öğrencilerinin üst biliş yeteneklerini harekete geçirdiklerini, problem çözme sürecini planlama, uygulama ve değerlendirme aşamaları itibariyle oldukça titiz yürüttüklerini, gerekli hallerde ise bilgiyi yeniden organize ederek farklı temsiller aracılığıyla sunabildiklerini belirtmektedir [25].

Shulman'a göre bir öğretmenin sınıf içi öğretimlerdeki yeterliliği üç temel alanda sahip olduğu bilgi düzeyiyle yakından alakalıdır ve bunlar *alan bilgisi*, *pedagoji bilgisi* ve *pedagojik alan bilgisini* içermektedir [22]. *Alan bilgisi* matematiksel konuların epistemolojisi, bu konuların öğretiminde kullanılan tanımlar, aksiyomlar, tanımsız kavramlar, ispat yöntemleri, bağıntı, kural ve formüllere ilişkin bilgi ve düşüncelerin tamamını içerir [1]. Shulman'a göre alan bilgisinin iki tane temel bileşeni vardır [23]. Bunlardan birincisi matematiksel kavramlar, kurallar ve bunlar arasındaki ilişkiler bilgisini içerirken ikincisi matematiksel bilgilerin üretim ve ispat yolları hakkında sahip olunan bilgileri içerir. Öğretmenlerin temel öğrenme-öğretme teorileriyle alakalı bilgi ve düşünceleri, öğrencileri hakkında sahip oldukları bilgileri ve etkili sınıf yönetimi konusundaki bilgi ve becerileri ise pedagoji bilgisi kapsamında değerlendirilmektedir [31]. Watkins ve Mortimore pedagojiyi bireylerin bilgi edinmelerini kolaylaştırmak için yürütülen amaçlı etkinlikler olarak tanımlamakta ve literatürde bu bilgi türünü farklı şekillerde algılayan üç temel geleneğin varlığından bahsetmektedir [29]. Birinci gelenek, pedagoji bilgisini otoriter ve demokratik öğretmen karakterleriyle ilişkilendirmekte ve bu kişisel özelliklerin öğrencilerin bilgi edinmeleri üzerinde etkili olduğunu belirtmektedir. İkinci geleneğe göre pedagoji bilgisi, öğretmenlerin sınıf yönetimi, öğrenme ortamlarının organizasyonu, öğrenme-öğretme aktivitelerinin ahenkli bir şekilde yürütülmesi, ders anlatımı esnasında oluşabilecek belirsiz durumların kontrolü ve uygun öğretim metot ve stratejilerinin seçilip uygulanması alanlarındaki bilgi ve tecrübelerini kapsamaktadır. Üçüncü gelenek ise daha çok öğrenme ve öğretme psikolojileriyle alakalı temel teori ve kuramlara ilişkin öğretmenlerin sahip oldukları bilgi ve düşüncelerini pedagoji bilgisi kapsamında ele almaktadır. Shulman'a göre öğretmenler ancak *alan* ve *pedagoji* bilgilerini sentezleyerek öğretim amaçlı çok daha kullanışlı bir bilgi türü olan *pedagojik alan bilgisini* geliştirebilirler [22]. Pedagojik alan bilgisi matematiğin ne olduğundan daha çok matematiksel konuların nasıl öğretilebileceğine ilişkin bilgi ve düşünceleri içerir. Bu bilginin kapsamı çok geniş olup öğrencilerin düşünce yolları, matematiksel konuların karakterine uygun gösterimlerin (grafikler, tablolar, v.s.) seçimi ve kullanımı, öğrencilerin geçmişten getirdiği bilgi türleri ve bunlardan yeni konuların öğretiminde nasıl yararlanılabileceği, yeni konunun öğrenimi esnasında öğrencilerin karşılaşabilecekleri zorluklar ve geliştirebilecekleri kavram yanılgılarının neler olduğu gibi farklı alanlara ilişkin öğretmenlerin bilgi ve düşüncelerini içerir [31 ve 6]. Bunların yanı sıra, matematiksel konuların güncel hayatla ilişkilendirilmesi, matematiksel kavramların uygun analojiler kullanılarak öğrencilere iletilmesi, içeriksel açıdan zengin problemlerin seçimi ve kullanımı, enteraktif öğrenme ortamları oluşturarak öğrencilerin amaçlı bir şekilde tartıştırılması ve matematik öğretiminde teknolojinin etkili kullanımı konularında sahip olunan bilgiler pedagojik alan bilgisinin bileşenleri olarak kabul edilebilir. Kısaca, alan bilgilerinin pedagojik teoriler ve kuramlar ışığında yeniden organize edilerek öğrencilerin anlayabileceği formata dönüştürülmesi sürecinde bir öğretmenin ihtiyaç duyacağı bütün bilgiler pedagojik alan bilgisi kapsamında değerlendirilebilir [22]. Bu bakış açısından hareketle eldeki çalışmada öğretmenlerin *model* ve *matematik öğretiminde model kullanımı* konularındaki bilgi ve düşünceleri de pedagojik alan bilgisinin önemli bir bileşeni olarak ele alınmaktadır.

Bundan sonraki kısımda model ve modelleme kavramları ile matematik öğretiminde model kullanımının yeri ve önemi hakkında kısaca bilgi verilecektir.

1.1. Model ve Modelleme (Model and Modeling)

Literatüre baktığımızda *model* ve *modelleme* kavramlarının farklı şekillerde tanımlandığını görmekteyiz. Niss model kavramını gerçek yaşam durumlarını temsil etmek için matematiksel kavramlar ve bunlar arasındaki ilişkilerden oluşan bir sitsem olarak tanımlamaktadır [15]. Gerçek yaşam koşulları ile matematik arasında her iki yönlü geçiş sürecinde yürütülen bilişsel ve fiziksel etkinliklerin tamamını ise modelleme olarak ifade etmektedir. Lesh ve Caylor modellemeyi mevcut kaynaklardan hareketle bilinmeyen bir durumu (hedef kavram, problem durumu, vs.) anlaşılır kılmak için bir sistem oluşturma süreci olarak tanımlamakta ve bu süreç neticesinde ortaya çıkan ürünü ise model olarak nitelendirmektedir [11]. Matematiksel modellerin, fizik ve kimya gibi diğer fen bilimlerinde kullanılan modellerden farklı olarak, hedef sistemin (açıklanması hedeflenen problem durumu veya matematiksel bir kavram) yapısal ve içeriksel özelliklerini taşıması gerektiğini belirtmektedir. Lesh ve Carmano'a göre bir matematik modeli bilişsel (conceptual system) ve kavramsal (gösterimsel) bileşenlerden oluşmaktadır [10]. Bir problem durumu veya matematiksel bir kavrama ilişkin bireyin sahip olduğu algı ve düşüncelerinin tamamı bireyin bu duruma ilişkin bilişsel modelini oluştururken bu algı ve düşüncelerin dış dünyaya aktarılmasında kullanılan semboller, cebirsel ifadeler, şekil, şema ve grafikler gibi temsillerden oluşan yapılar ise bireyin mevcut duruma ilişkin kavramsal modelini oluşturmaktadır [10]. Bilişsel modeller insan zihniyle çok daha yakından alakalı olduğu ve direkt olarak gözlemlenemediği için içsel temsiller, kavramsal modeller ise beş duyuyla algılanabilir olduğu için dışsal temsiller olarak görülebilir. Bu açıdan, matematiksel bir düşüncenin teknoloji ortamında oluşturulmuş animasyonu, geometrik kavramların temsili için kullanılan katı cisimler (küp, üçgen prizma, koni, vs.), değişkenler arasındaki ilişkileri izah etmek için kullanılan grafikler, güncel yaşam koşullarını çağrıştıran yapılar ve analojiler gibi sözel betimlemeler ile bunların anlaşılmasında sergilenen düşünce ve yaklaşımlar birer model olarak kabul edilebilir.

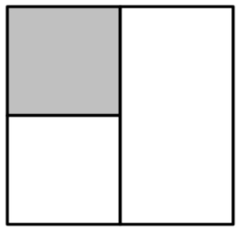
Eldeki makalede model kavramı bilişsel ve kavramsal boyut ayrımına gidilmeden daha genel bir yaklaşımla ele alınmaktadır. Buna göre model çalışmanın konusu olan matematiksel düşünceleri açıklamak ve temsil etmek için kullanılan gösterimlerden oluşan yapılar (kesir kartları, sayma pulları, vs.) ve bu yapıların anlaşılması ve yorumlanmasında sergilenen düşüncelerin bileşiminden oluşan bir sistem olarak kabul edilmektedir. Modelleme ise tamsayı ve kesir kavramlarıyla alakalı sembolik olarak verilen (aritmetiksel ve cebirsel sembol ve simgelerin kullanıldığı yazılımlar) düşünceleri anlaşılır kılmak, öğrencilerin bu düşünceleri anlamlı bir şekilde öğrenmelerini kolaylaştırmak için sayı doğrusu ve kesir kartları gibi farklı temsilleri içeren alternatif sunum şekillerinden müteşekkil yeni sistemlerin oluşturulması süreci olarak değerlendirilmektedir. Bu noktada model ve modelleme kavramlarının iç içe geçmiş yapılar olduğunu ve biri olmadan diğerinden bahsetmenin mümkün olmadığını belirtmek isteriz. Ancak, model bir matematiksel düşünce veya problem durumunu temsil eden göreceli olarak daha statik bir yapı (bir ürün) iken modelleme çok daha dinamik bir süreci ifade etmektedir. Bu süreçte eldeki durumun anlaşılması, kritik kavramların tespiti, çözüme ilişkin varsayımlarda bulunulması, üretim sürecinde sergilenen düşüncelerin kontrollü bir şekilde yürütülmesi ve gerekli hallerde ise revize edilerek yeniden yapılandırılması gibi önemli bilişsel ve üst bilişsel yeteneklerin işe koşulması gerekebilir.

Modeller çok eski zamanlardan beri matematik öğretiminde kullanılagelen araçlardır. Ancak, öğretim teknolojileri alanındaki gelişmelerle birlikte matematik öğretiminde model kullanımı ve modelleme etkinlikleri çok daha ulaşılabilir hale gelmiştir. Bunun sonucu olarak sosyo-ekonomik ve kültürel açılardan gelişmiş kabul edilen birçok ülke matematik müfredatlarında model kullanımlarına ve modelleme etkinliklerine daha fazla yer vermeye başlamıştır. Örneğin, Alman matematik müfredatında modelleme becerisi öğrencilerin edinmesi gereken altı temel kazanımdan biri olarak belirtilmektedir [5]. Model kullanımına bu denli önem verilmesinin sebebi bu araçların matematiksel kavramların anlamlı bir şekilde öğrenilmesine katkı sağlayacağı, bilgileri zihinde tutmayı kolaylaştıracağı, motivasyonu artıracağı, öğrencilerin matematiğe karşı olumlu tutum ve davranış geliştirmelerine yardımcı olacağı ve güncel yaşam ile matematik ilişkisini kurmalarına olanak tanıyacağı düşüncesidir [4, 33 ve 5].

Matematiksel düşüncenin gelişimi için öğrencilerin eldeki problem durumu ve hedef kavram üzerinde amaçlı bir şekilde tartıştırılması önem arz etmektedir. Bu tür tartışmaların öğrencilerin ileriki yıllarda karşılaşacakları matematiksel ispatlar için de hazırlayıcı bir işlevinin olduğu bilinmektedir. İlköğretim öğrencilerinin bilişsel düzeyi göz önünde bulundurulacak olursa kavram ve düşünce eksenli yapılacak tartışmaların matematiğin soyut dünyasında yürütülmesi oldukça zor görünmektedir. Bu tür tartışmaların, anlaşılması daha kolay olan ve bir kısım görsel unsurlar içeren matematiksel modeller üzerinden yürütülmesi bir gereksinim olarak karşımıza çıkmaktadır. Dolayısıyla, matematik öğretiminde model kullanımının öğrencilerin bilgiye ulaşmalarını kolaylaştırmanın yanı sıra, iletişim becerilerini geliştirmek ve matematiksel dili etkili bir şekilde kullanmalarına olanak sağlamak gibi önemli işlevlerinin olduğu da bir gerçektir. Ancak, modellemenin hem öğrenciler hem de öğretmenler için oldukça zor ve zihinsel çaba gerektiren bir süreç olduğu unutulmamalıdır [4 ve 33]. Bu zorluklar eldeki problem durumunu okuyup etraflıca anlama, uygun stratejiler geliştirip kullanma, hesap yapma, eleştirel ve yansıtıcı düşüncenin işe koşulması gibi önemli zihinsel becerilerin modelleme sürecinin ayrılmaz birer parçası olarak kullanılmasından kaynaklanmaktadır [16]. Modelleme etkinliklerinin zaman alması, bazı durumlarda kullanılan modellerin standart müfredatın içeriğiyle uyumsuzluk arz etmesi ve öğrenciler tarafından geliştirilen modellerin değerlendirilmesinde yaşanan sıkıntılarda model kullanımıyla alakalı sınırlılıklar olarak belirtilmektedir [4].

1.2. Tam Sayı ve Kesir Kavramları (Integer and Fraction Concepts)

Eldeki çalışmanın matematiksel bağlamını oluşturan tam sayı ve kesirler konusunun öğreniminde öğrencilerin bir takım sıkıntılar yaşadığı bilinmektedir. Özellikle negatif tam sayı kavramını anlamakta güçlük çektikleri ve bunlarla işlem yaparken zorlandıkları bilinmektedir [2]. Bu zorlukların üstesinden gelmek için öğretim süreçlerinde alacak-borç, kar-zarar, deniz seviyesinin altı-üstü gibi güncel yaşamdan örneklerin verilmesi ve sayı doğrusu modelinden yararlanılması önerilmektedir [28]. Kesirlerin sembolik gösterimleri (2/3, a/b vs.) öğrenciler için soyut kalabilmekte ve doğal sayılara ilişkin bazı bilgilerini kesirler konusuna genellemelerinden dolayı birtakım yanılgılar geliştirdikleri bilinmektedir (bölünen, bölenden her zaman büyük olmalıdır düşüncesi, vs.) [26]. Esas itibariyle kesirlerin sembolik gösterimleri fiziksel çoklukların soyut temsilleridir; dolayısıyla kesir kavramı ve kesirlerle yapılan işlemlerin izahında modellerden yararlanılması öğrencilerin sembolik gösterimler ile bunların arkasındaki manaları ilişkilendirmelerine imkân tanıyacak ve bir tür ilişkisel bilgi [24] geliştirmelerinin önünü açacaktır. Bu sebeple, tam sayılar konusunda anlamlı öğrenmenin gerçekleştirilebilmesi için çoklu temsillerden ve katı modellerden yararlanılması önerilmektedir [14]. Kesir kavramı ve bu kavramla alakalı işlemlerin öğrenim ve öğretiminde ise farklı türden modellerin kullanıldığı bilinmektedir. Bunlar, uzunluk özelliğini esas alan yapıları (ince uzun yapıdaki kesir kartları, vs.), alan özelliğini esas alan yapıları (daire, kare, vs.), hacim özelliğini esas alan yapıları (silindirik yapıdaki cisimler, vs.) ve sayılabilme özelliğine sahip elemanlardan oluşan katı veya görsel nesneler kümesini içermektedir. Ancak yapılan çalışmalar uzunluk özelliğini esas alarak tasarlanmış olan modellerin çok daha etkili olduğunu göstermektedir [13]. Diğerlerinin bir takım sınırlılıklar içerdiği belirtilmektedir. Örneğin, alan özelliği esas alınarak oluşturulmuş yandaki gibi bir şekil verilip taralı kısmı kesir olarak yazmaları istendiğinde birçok öğrenci 1/3 yanıtını verebilmektedir. Bu yanılgının sebebi öğrencilerin parça ile bütün arasındaki nitel ilişkiyi (parçanın bütünün kaçta kaçı olduğu düşüncesi) göz ardı edip mekaniksel bir yaklaşımla parça ile bütün arasındaki sayısal ilişkiye (üç



parçadan bir tanesi taranmış) yoğunlaşmasından kaynaklanmaktadır [20 ve 21].

2. ÇALIŞMANIN ÖNEMİ (RESEARCH SIGNIFICANCE)

Buraya kadar sunulan bilgilerden matematik öğretiminde model kullanımının anlamlı öğrenmenin gerçekleştirilmesi, matematik-güncel yaşam ilişkisinin kurulması ve problem çözme becerisinin gelişimi gibi çok sayıda bilişsel katkısının yanı sıra öğrencilerin güdülenmesi, korku ve kaygılarının giderilmesi ve matematiğe karşı olumlu tutum geliştirmeleri için de gerekli olduğu anlaşılmaktadır. Ülkemizde, eğitimde çağdaş yaklaşımlar ve matematik eğitimi literatüründeki son gelişmeler dikkate alınarak hazırlanmış olan ve 2005 yılı itibariyle uygulamaya konulmuş bulunan İlköğretim Matematik Ders Programında [28] öğrencilerin model oluşturma etkinlikleri üzerinde çalıştırılması önerilmektedir. Söz konusu programda öğrencilerin "*model kurabilme ve modelleri sözel ve matematiksel ifadelerle ilişkilendirebilme*" yetenekleri matematik eğitiminin amaçları arasında sayılmaktadır (s.9). Yeni programın felsefesi ve öngörüleri doğrultusunda hazırlanmış olan ders kitaplarında çok sayıda modele yer verildiği ve model oluşturarak çözüme gitmeyi gerektiren birçok problemin varlığı bilinmektedir. Dolayısıyla, yeni programın uygulayıcısı olan öğretmenlerimizin ders kitaplarında sunulmuş olan modelleri anlama ve gerektiğinde de matematiksel düşünceleri izah etmek için model oluşturma konularında bilgi ve beceri sahibi olmaları gerekir. Bu sebeple, eldeki çalışmada ilköğretim matematik öğretmenlerinin model algılarının (model kavramından ne anladıkları) yanı sıra verilen modelleri anlama ve matematiksel kavramları izah etmek için uygun modeller oluşturup kullanabilme yeterliliklerinin *tam sayılar* ve *kesirler* konusu özelinde incelenmesi amaçlanmaktadır. Söz konusu alanlarda öğretmenlerin bilgi ve yeterliliklerinin nitel yaklaşımlarla incelenerek aydınlatılması eldeki çalışmanın önemi olarak belirtilebilir. Ulaşılan bulgular ışığında öğretmenlerin model kullanımı konusundaki bilgi ve yeterliliklerinin nasıl geliştirilebileceği ve sınıf içi öğretimlerde model kullanırken dikkat edilmesi gereken pedagojiksel prensiplere ilişkin öneriler getirilmektedir ki bu da çalışmanın bir başka önemi olarak belirtilebilir. Kullanılan araştırma metodu, verilerin analizi ve yorumlanması sürecinde sergilenen yaklaşımlar itibariyle eldeki çalışmanın bu alanda yapılacak yeni çalışmalara ışık tutacağı söylenebilir. Araştırma sonuçları öğretmen adayları, öğretmenler, lisansüstü eğitim gören öğrenciler, matematik eğitimcileri, program yapımcıları ve ders kitabı yazarları gibi geniş bir kitleye hitap etmektedir. Bu yönü itibariyle de çalışmanın ulusal ve uluslararası bir öneminin olduğu açıktır.

Yukarda belirtilen hedeflere ulaşılması ve söz konusu alanlarda yeterli bilgi ve bulguların ortaya konması amacıyla bu çalışmada aşağıdaki araştırma problemlerine yanıt aranmıştır:

- Matematik öğretmenlerinin model algıları nedir?
- Öğretmenler matematik öğretiminde model kullanımının yararlarına inanıyorlar mı? Eğer inanıyorlarsa öğrencilere ne tür katkılar sağlayacağını düşünüyorlar?
- Ders kitaplarında verilmiş olan modelleri anlama ve hedef kavramla ilişkilendirme konusunda öğretmenler yeterli düzeyde bilgi ve düşünceye sahipler mi?

- Sembolik olarak verilen matematiksel durumları izah etmek için uygun modeller geliştirip kullanabiliyorlar mı? Bu süreçte yaşadıkları sıkıntılar ve bunların sebepleri nelerdir?

3. ANALİTİK ÇALIŞMA (ANALYTICAL STUDY)

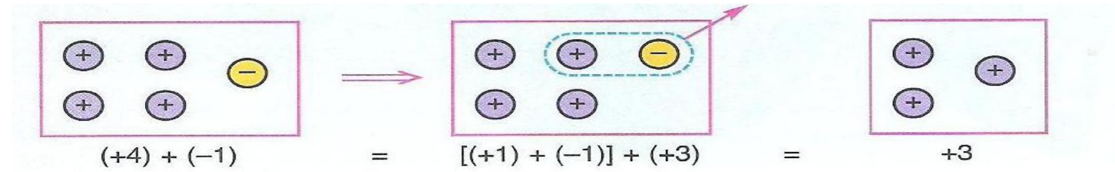
3.1. Araştırma Yöntemi ve Veri Toplama Araçları (Research Method and Data Collection Tools)

Çalışma konusuyla alakalı gerçekçi ve zengin bilgilerin üretilmesi, mevcut durumun daha bütüncül bir yaklaşımla incelenmesi amacıyla eldeki çalışmada nitel araştırma metotlarından örnek olay [32] yöntemi kullanılmıştır. Araştırma 2010-2011 öğretim yılında Kayseri ili merkezindeki farklı ilköğretim okullarında görev yapan toplam 35 matematik öğretmeni üzerinde yapılmıştır. Katılımcı öğretmenler hizmet yılları itibariyle farklılık arz etmekte olup bunlardan 12 tanesinin hizmet yılı 1-5 arasında, 10 tanesinin 6-10 arasında, 9 tanesinin 11-15 arasında ve 4 tanesinin hizmet yılı ise 15 yıl ve üzeri şeklindedir. Veriler yazılı sınav ve mülakat teknikleri kullanılarak toplanmıştır. Öğretmenlere 8 tane açık uçlu sorudan oluşan yazılı sınav uygulanmıştır. Soruların güvenilirlik ve geçerliliği konusunda matematik eğitimcilerinin görüşleri alınmış, uygulamaya geçmeden önce sorular üzerinde dil ve içeriksel açıdan gerekli düzeltmeler yapılmıştır. Araştırmada kullanılan birinci soru öğretmenlerin model algılarını ortaya çıkarmak, ikinci soru ise model kullanımının yararlarına inanıp inanmadıklarını, inanıyorlarsa öğrencilere ne tür katkılar sağlayacağına ilişkin düşüncelerini araştırmak amacıyla kullanılmıştır.

- **S1.** *Matematiksel model* kavramından ne anlıyorsunuz, açıklayınız. Birkaç tane model örneği veriniz.
- **S2.** Matematik öğretiminde model kullanımının faydalarına inanıyor musunuz? İnanıyorsanız öğrencilere ne tür katkılar sağlayacağını düşünüyorsunuz? Açıklayınız.

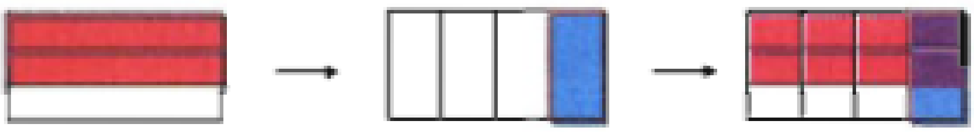
Üç ve dördüncü sorular ise öğretmenlerin tam sayı ve kesirler konusuyla alakalı ders kitaplarında verilmiş olan sayma pulları ve kesir kartlarından oluşan modelleri anlamadaki yeterliliklerini araştırmak için kullanılmıştır. Öğretmenlerden aşağıdaki sayma pulları ve kesir kartlarından oluşan modellerin temsil ettiği düşünceleri açıklamaları istenmiştir.

S3.



Şekil 1. (+4)+(-1) İşleminin sayma pullarıyla modellenmesi [27; s.12]
(Figure 1. Modeling of (+4)+(-1) by counters [27; p.12])

S4.



Şekil 2. (2/3)×(1/4) İşleminin modellenmesi [9; s. 123]
(Figure 2. Modeling of (2/3)×(1/4) [9; p. 123])

Araştırmada kullanılan 5-8. sorular ise tamsayılar ve kesirlerle alakalı sembolik olarak verilen işlemlerin modellenmesi konusunda öğretmenlerin yeterliliklerini araştırmak amacıyla kullanılmıştır. Öğretmenlerden verilen durumları modellemeleri ve kullandıkları modellerle hedef kavramları ilişkilendirerek eldeki durumu izah etmeleri istenmiştir.

S5. $(-2)-(-3)=?$ **S6.** $(-3)\times(-4)=?$ **S7.** $\frac{2}{3}\times 1\frac{1}{2}=?$ **S8.** $\frac{1}{2}\div\frac{1}{6}=?$

Yazılı sınavdan sonra 6 öğretmenle yarı-yapılandırılmış mülakatlar gerçekleştirilmiştir. Mülakata katılan öğretmenler sınav kâğıtlarının ön analizleri göz önünde bulundurularak belirlenmiştir. Model algılarındaki çeşitlilik, verilen modelleri anlama ve yorumlama düzeyleri, model oluşturup kullanmadaki yeterlilikleri açılarından başarılı, orta düzeyde başarılı ve az başarılı bulunan her gruptan 2 öğretmenle mülakatlar yapılmıştır. Mülakatta yazılı sınavda kullanılan sorular öğretmenlere teker teker yöneltilmiş, konuyla alakalı görüş ve düşüncelerini açıklamaları istenmiştir. Klinik mülakat [7] yönteminin öngörülerinden faydalanılarak verdikleri yanıtlara göre '*neden*', '*niçin*' ve '*nasıl*' içerikli yeni sorular yöneltilerek katılımcıların konuyla alakalı bilgi ve düşüncelerinin bütün boyutlarıyla ortaya çıkarılması hedeflenmiştir. Mülakatlar ses kayıt cihazları kullanılarak kaydedilmiştir; buna ilaveten önemli görülen noktalar araştırmacılar tarafından yazılı olarak not edilmiştir. Mülakatların her biri 30-45 dakika arasında sürmüş ve gerekli hallerde görüş ve düşüncelerini yazılı olarak da desteklemeleri konusunda öğretmenler cesaretlendirilmiştir.

3.2. Veri Analizi (Data Analysis)

Verilerin analizinde giriş kısmında sunulan bilgilerden kuramsal çerçeve olarak yararlanılmıştır. Katılımcıların yazılı ve sözlü ifadelerindeki manalara ulaşmak amacıyla verilerin analizinde içerik (content) ve söylem (discourse) [12 ve 18] analizi yöntemleri kullanılmıştır. Araştırmacılardan kaynaklanması muhtemel sınırlılıkların önüne geçmek için üye kontrolü metodundan yararlanılmıştır. Analiz sürecinde elde dilen bulgular (üretilen kodlar ve kategoriler) konunun uzmanı eğitimcilerle tartışılmıştır. Analiz sürecinin ilk aşamasında sınav kâğıtları satır satır incelenmiş ve öne çıkan düşüncelerin kısa özetleri yazılmıştır. İkinci aşamada öğretmen adaylarının yanıtlarındaki manaların incelenmesine devam edilmiş ve yazılan özetler kısa kodlarla ifade edilmiştir. Örneğin, yazılı sınavda kullanılan 2. soruyla alakalı üretilen kodlardan bazıları şunlardır:

BİL-KAL. (Bilginin kalıcılığını artırır), **BİL-SOM.** (Bilgiyi somutlaştırır), **MAT-SEV.** (Matematiği sevdirir), **ZAM-KAY** (Zaman kaybına sebep olur).

Sınavda kullanılan 3 ve 4. sorulardan elde edilen verilerin analizinde öğretmenlerin modelleri anlamadaki yeterliliklerine, verilen modeller ile temsil ettikleri manaları ilişkilendirmedeki başarılarına odaklanılmıştır. 5-8. sorulara verilen yanıtların analizi ise kendi içerisinde katmanlı ve çok yönlü olarak yürütülmüştür. İlk olarak, verilen durumların temsilinde kullanılan modellerin türüne göre (sayı pulları, sayı doğrusu, kesir kartları, vs.,) tasnifi yapılmıştır. Daha sonra, üretilen modellerin eldeki durumları izah etme noktasındaki yeterlilikleri incelenmiş ve her türden üretilmiş olan modeller YET-MOD (Yeterli modeller), GEL-MOD (Geliştirilmesi gereken modeller) ve YTS-MOD (yetersiz modeller) şeklinde kodlanmıştır. Bu tespitler yapılırken üretilen modellerin yanı sıra öğretmenlerin yapmış oldukları yazılı açıklamaları da dikkatlice incelenmiştir. Analiz işleminin son aşamasında ise üretilmiş olan kodlar bir bütün olarak değerlendirilerek içeriksel açıdan aynı temaya sahip olanlar genel kategoriler altında toplanmıştır.

Yazılı sınav verilerinin analizinde takip edilen yöntem ve yaklaşımlar mülakat verilerinin analizinde de tekrarlanmıştır. Ses kayıt cihazlarına depolanmış olan veriler çözümlenerek analiz işlemleri bu dokümanlar üzerinden yürütülmüştür. İlk aşamada katılımcıların yanıtları dikkatlice incelenmiş ve edinilen manaların kısa özeti yazılmıştır. İkinci aşamada yazılan özetler kısa kodlarla ifade edilmiş ve analizin son aşamasında ise anlamsal açıdan benzer olan kodlar daha genel kategoriler altında gruplandırılmıştır.

4. BULGULAR VE TARTIŞMALAR (FINDINGS AND DISCUSSIONS)

Analiz sonuçları katılımcıların matematik öğretiminde model kullanımının yararlarına inandıklarını, ancak öğretmenlerin büyük çoğunluğunun model algısının ders kitaplarında yer alan sayma pulları, kesir kartları ve cebir karoları türünden şekil ve şemalara kısıtlanmış olduğunu göstermektedir. Öğretmenlerin verilen modelleri anlamada ve sembolik olarak verilen matematiksel düşünceleri modellemede zorlandıkları görülmüştür. Öğretmenlerin modelin temsil ettiği hedef kavrama odaklanmak yerine modelin inşa sürecine ve görsel özelliklerine yoğunlaştıkları, bunun da *model* ile *hedef kavramı* ilişkilendirmekte bir takım sıkıntılar yaşamalarına sebep olduğu görülmüştür. Bu kısımda ilk olarak öğretmenlerin model algıları ve model kullanımının sağlayacağı katkılara ilişkin görüş ve düşünceleri ele alınacak, daha sonrada verilen modelleri anlama, kesir ve tam sayı kavramlarıyla alakalı sembolik olarak verilen düşünceleri izah etmek için model oluşturmadaki yeterlilikleriyle alakalı bulgular paylaşılacaktır. Çalışma konusuyla alakalı daha kapsamlı bilgiler verebilmek adına yazılı sınav ve mülakatlardan elde edilen bulgular harmanlanarak birlikte sunulacaktır.

Katılımcıların 1. soruya ilişkin yaptıkları açıklamalar ve verdikleri model örnekleri beraberce değerlendirilmiş, model kavramıyla alakalı sergilemiş oldukları düşüncelerin zenginliği ve kapsamı göz önünde bulundurularak öğretmenler dört grupta toplanmıştır (bakınız Tablo 1). Sonuçlar öğretmenlerin büyük çoğunluğunun (I. gruptakiler; n=27) model algısının ders kitaplarında örneklerini çokça gördüğümüz sayma pulları, kesir kartları ve cebir karoları türünden çizimle elde edilebilecek görsel şekillere kısıtlanmış olduğunu göstermektedir. Takip eden gruptakilerin ise bir önceki gruptakilerin sergilemiş olduğu düşünceleri ve verdikleri örnekleri genişlettikleri, içeriksel açıdan daha zengin ve kapsam olarak daha geniş model algısı ortaya koydukları görülmüştür. Örneğin, II. Gruptaki öğretmenlerden bir tanesi model kavramını: "*Öğrencilerin konuyu daha iyi anlaması için konunun anlatımında kullanılan şekillere ve katı materyallere model denir. Sayma pulları, termometre, terazi gibi…*"(Ayşe)[1], şeklinde açıklarken IV. grupta yer alan bir diğer öğretmen şekiller ve katı materyallerinde ötesinde bir problemin anlaşılması ve çözüme kavuşturulması sürecinde kullanılan her türden araçları model olarak tanımlamıştır:

> *… Bana göre model verilen bir kavramı görselleştirmenin de ötesinde bir problemin ya da sorunun matematik aracılığıyla*

[1] Bilimsel etik gereği öğretmenlerin asıl isimleri yerine kod adları kullanılmıştır.

desteklenmesi [matematikselleştirilmesi], yeniden tanımlanması ve çözüme kavuşturulmasıdır… Bu süreçte kullanılan her şey model olarak kabul edilebilir… Bunlar, sayı pulları, cebir karoları olabilir… Cebirsel semboller, grafikler ve tablolar da birer modeldir. … Hatta benzetimlerde bulunmakta, örneğin negatif sayıları borç, pozitif sayıları ise alacak olarak temsil etmekte bir model kullanmaktır. …(Fatma)

Tablo 1. Öğretmenlerin model algılarına ilişkin sınav bulgularının özeti
(Table 1. Summary of the exam findings related to teachers' conception of model)

	I. Grup	II. Grup	III. Grup	IV. Grup
Öğret. Sayısı	27	2	2	4
Model tanımı	Şekil	+Somut materyaller	+Cebirsel gösterimler	+ Diğer modeller
Model örnekleri	Sayma pulları Cebir karoları Kesir kartları Sayı doğrusu	Termometre Terazi Cetvel Abaküs Katı cisimler	Cebirsel semboller Aritmetiksel yazılımlar	Tablolar Grafikler Analojiler Metaforlar

Araştırmada kullanılan 2. soruya verdikleri yanıtlar 26 öğretmenin model kullanımının yararlarına çekincesiz inandıklarını, özellikle de öğrencilere sağlayacağı bilişsel katkıları önemsediklerini göstermektedir (Tablo 2). Bu öğretmenlerden 3 tanesi bilişsel yararlarının yanı sıra model kullanımının ilgi çekmek, derse katılımı artırmak ve öğrencilerdeki matematiğe karşı olan korku ve kaygılarını gidermek gibi duyuşsal yararlarından da bahsetmiştir. Bu öğretmenlerden bir tanesinin verdiği yanıt şu şekildedir:

… Daha kolay düşünebiliyorlar. Modellerden yararlanarak değişik fikirler oluşturuyorlar. Modelleri kullanarak algılamaları ve olaylara [problemlere] bakış açıları daha farklı oluyor. Ders daha keyifli ve akıcı geçiyor… (Melisa)

Katılımcılardan 8 tanesi model kullanımının sağlayacağı bilişsel yararları belirtmekle birlikte kullanılan modelin karmaşık olması halinde anlamayı zorlaştıracağını ve model kullanımının zaman kaybına sebep olabileceğini birer sınırlılık olarak belirtmiştir. Bu konuda örnek bir yanıt şu şekildedir:

… Model kullanmak cebir'in kolay kavranmasını sağlamanın yanında ilköğretim yaş grubu dikkate alındığında soyut kavramlardan onları kurtararak konunun sıkıcılığını giderir. Ancak model pratik ve çabuk kavranılır olmalıdır. Modeli kavramak, cebirsel ifadeyi kavramaktan daha zor olursa ne anlamı var!... (Arda)

Sadece 1 öğretmen model kullanımının yararlarına inanmadığını belirterek şu açıklamayı yapmıştır: "*… Çok faydalı olduğunu zannetmiyorum; nedeni sınavlarda daha çok işlem becerisi gerektiren sorular soruluyor; bu da model kullanımlarını öğrencilerin zaman kaybı gibi görmesine neden oluyor*". (Aykut)

Tablo 2. Model kullanımının yararları ve sınırlılıklarına ilişkin öğretmen görüşlerinin özeti
(Table 2. Summary of the teachers' opinions about advantages and limitations of the model use)

	Öğret. Sayısı	Yararlar/ Sınırlılıklar	Gerekçeler
İnananlar	26	Bilişsel kazanım (26 öğretmen)	1. Bilginin kalıcılığını artırır. 2. Bilgi edinim sürecini kolaylaştırır. 3. Kavramsal öğrenmeyi gerçekleştirir. 4. Uzamsal zekânın gelişimini destekler. 5. Öğrencilerin kendi öğrenme süreçleri hakkındaki farkındalıklarını artırır. 6. Soyut kavramlara somut anlamlar yüklenmesini sağlar.
		Duyuşsal kazanım (3 öğretmen)	1. İlgi çeker. 2. Derse katılımı artırır. 3. Öğrencilerin korku ve kaygılarını giderir. 4. Dersi sıkıcılıktan kurtarır.
Kısmen inananlar	8	Sınırlılıklar	1. Modeller karmaşıktır. 2. Zaman kaybına sebep olur.
		Avantajlar	1. Soyut kavramları somutlaştırır. 2. İşlem becerisini artırır. 3. Bilgi edinim sürecini kolaylaştırır.
İnanmayanlar	1	Sınırlılıklar	1. Zaman kaybına sebep olur.

Mülakatlar yazılı sınav sonuçlarıyla benzer bulgular ortaya çıkarmıştır. Mülakata katılan 6 öğretmenin tamamı model kullanımının bilişsel ve duyuşsal katkılarından bahsetmiş ve bu bağlamda Tablo 2 de sunulan görüş ve düşüncelerin benzerlerini dile getirmiştir. Ancak, model kullanımının gerekliliğine olan inançları itibariyle öğretmenlerin farklılaştıkları görüşülmüştür. Bunlardan 2 tanesi model kullanımının yararlarına çekincesiz inanırken 3 tanesi model kullanımından kaynaklanabilecek sınırlılıklara (zaman kaybı, modellerin karmaşıklığı, vs.) dikkat çekmiş ve amaçlanan faydanın elde edilebilmesi için bu ve benzeri sınırlılıkların kontrol edilmesi gerektiğini belirtmiştir. Mülakata katılan Murat öğretmen ise modellerin sağlayacağı bilişsel ve duyuşsal katkılardan bahsetmiş ancak kullanımlarının çokta gerekli olmadığını belirterek şu açıklamayı yapmıştır:

… Modellerin çok fazla yardımcı olduğunu söyleyemeyeceğim. Özellikle bazı konularda önceki yöntemlerle çok daha rahat anlatılıyor, öğrenciler de çok rahat anlıyor. İşin açığı modellerin çoğunu ne biz anlayabiliyoruz, ne de öğrenci anlayabiliyor. Bundan dolayı modellemelerin çok faydası olduğuna ben inanmıyorum. …

Araştırmada kullanılan 3. ve 4. sorular ders kitaplarında verilen modelleri öğretmenlerin ne düzeyde anlayıp yorumlayabildiklerini araştırmak için kullanılmıştır. Sonuçlar, tam sayılarda toplama işleminin, (+4)+(-1), izahı için kullanılan modeli (bakınız Şekil 1) 35 öğretmenden 32 tanesinin doğru olarak anladığını göstermektedir. Geri kalan 3 öğretmen ise soruyu yanıtsız bırakmıştır. Doğru algı sergileyen öğretmenlerden 20 tanesi (-) pul ile -1 sayısını, (+) pul ile (+1) sayısını birebir eşleştirmiş ve (+) ve (-) pullardan oluşan çiftlerin birbirini nötrleyeceği düşüncesinden hareketle modelin mantığını izah etmiştir. Geri kalan 12 öğretmenin ise (+) ve (-) pullara yüklenilen manaları ve bunlarla temsil edilen işlemsel sürecin mantığını açıklamak için *borç-alacak*, *ileri-geri adım atma* ve *dost-düşman ilişkisi* gibi ilave modeller ve analojiler kullandığı görülmüştür. Mülakata katılan öğretmenlerin tamamı modeli anlama noktasında yeterlilik gösterirken bunlardan 2 tanesinin modelin mantığını izah etmek için bütünleyici yeni modeller ve analojiler kullandığı görülmüştür. Örneğin, Nihal öğretmen şu açıklamayı vermiştir:

… Artı ile eksi pulları birbirinin düşmanı virüsler gibi gösteriyorum… Diyoruz ki mesela dört tane dost asker bir tane düşman asker var, bunlar bire-bir savaştığında bir dost asker bir düşman askerini öldürür. İşte burada da bir (+) pul bir (-) pulu öldürür ve geriye kalan sonuçtur… işte böyle izah ediyorum.

Kesirlerde çarpma işlemi modelini (bakınız Şekil 2) anlamada 5 öğretmen yeterli algı ve 27 öğretmen kısıtlı algı sergilerken 3 öğretmen soruyu yanıtsız bırakmıştır. Yeterli algı sergileyenler modelin işlem basamaklarıyla birlikte kavramsal olarak da yeterli açıklamalar getirmiştir. Bu bağlamda örnek bir yanıt şu şekildedir:

… Önce bir bütünü 3 parçaya bölüp 2 tanesini alıyoruz. Daha sonra aynı bütünü 4 e bölüp 1 tanesini alıyoruz. Çakıştıkları bölge çarpma işleminin sonucudur… Çünkü bu durumda üçte ikinin dörtte birini almış oluyoruz. (Onur)

Kısıtlı algı sergileyenlerin sadece modelleme sürecini açıkladığı, temsil ettiği düşünceyle modeli ilişkilendiremediği veya sadece modelin temsil ettiği işlemsel bilgiyi yazdığı görülmüştür. Mülakata katılanlardan sadece Nihal öğretmen modelin mantığını kesir kavramı ve çarpma işleminin mantığıyla ilişkilendirerek izah edebilirken geri kanlan 5 öğretmenin kısıtlı algı sergilediği görülmüştür. Kısıtlı algı sergileyen Büşra öğretmenle araştırmacı arasında geçen diyalogdan bir alıntı şu şekildedir (**Diyalog 1**):

Büşra: 2/3 ve 1/4 ü ayrı bir renkle modelliyorlar; bütünleri çakıştırmaları isteniyor, bu renk karışımı sorulduğu için. Şeffaf kesir kartları yardımcı oluyor zaten, onları üst üste koyduğumuzda burada 12 bölmeyi ve birbirlerine eşit olduğunu görebiliyor, farklı oluşan rengin bütünün kaçta kaçı olduğunu sorarak anlatıyoruz.

Araştırmacı: Öğrenciler neden ikisinin kesiştiği noktayı alıyoruz diye soruyorlar mı?

Büşra: Sormuyorlar ama sorarlarsa sıkıntılı.

Araştırmacı: Sorarlarsa nasıl açıklarsınız?

Büşra: Bunu şöyle açıklayabiliriz çarpma işlemi yaptığımız için ikisinden de olmalı diyebiliriz belki iki renkten de olmalı diyebiliriz…[sessizlik]… Ama çok da açıklayıcı olmaz. …

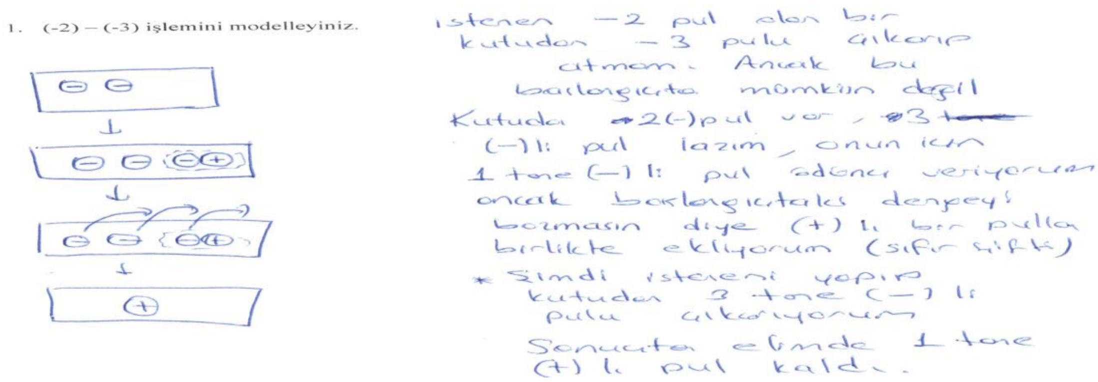
Büşra öğretmen bir nevi modelle alakalı işlemsel bilgiyi (2/3 ve 1/4 lik parçalara ayrılmış bütünlerin çakıştırılmasıyla elde edilen arakesitin alındığı bilgisi) tekrar ediyor ancak bu arakesitin neden verilen işlemin sonucu olduğuna ilişkin kavramsal bir açıklama getiremiyor. Diyalogun son kısmındaki sözleri bu noktadaki eksikliğinin farkında olduğunu gösteriyor.

Sembolik olarak verilen matematiksel durumların modellenmesinde öğretmenlerin çok daha fazla zorlandıkları görülmüştür. (-2)-(-3) işlemi için 25 öğretmen *yeterli model*, 4 öğretmen *geliştirilmesi gereken model* ve 3 öğretmen ise *yetersiz model* üretirken 3 öğretmen soruyu yanıtsız bırakmıştır (bakınız Tablo 3). Temsil ettikleri matematiksel durumlarla içeriksel açıdan uyumlu olan ve bu durumları izah noktasında anlamlı düşünce ve yaklaşımlar içeren modeller yeterli model olarak kabul edilmiştir. Genel yapıları ve sunuluş biçimleri itibariyle eldeki matematiksel durumu temsil potansiyeline sahip olmakla birlikte bu kavram ve düşünceyi izah noktasında birtakım mantıksal sınırlıklılar içeren modeller geliştirilmesi gereken model olarak sınıflandırılırken eldeki matematiksel durumun izahı noktasında anlamlı hiçbir düşünce ve yaklaşım içermeyen modeller ise yetersiz model olarak kabul edilmiştir.

Tablo 3. (-2)-(-3) ve (-3)×(-4) işlemlerinin modellenmesine ilişkin sınav bulgularının özeti
(Table 3. Summary of the exam findings related to modeling of (-2)-(-3) and (-3)×(-4))

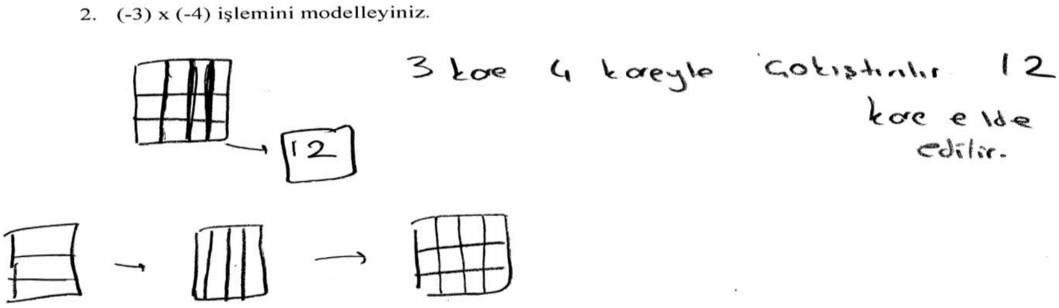
	Yeterlilik durumu	Kullanılan model türü	Öğret. sayısı
S5. (-2)-(-3) işleminin modellenmesi	Yeterli modeller	Sayı doğrusu	2
		Sayma pulu	23
	Geliştirilmesi gereken modeller	Sayma pulu	4
	Yetersiz modeller	Sayma pulu	3
	Yanıt yok	--------------	3
	Toplam (n)	--------------	35
S6. (-3)×(-4) işleminin modellenmesi	Yeterli modeller	Sayı doğrusu	1
		Sayma pulu	10
	Yetersiz modeller	Sayma pulu	14
	Yanıt yok	--------------	10
	Toplam (n)	--------------	35

Yeterli modellerden 2 tanesi sayı doğrusunu 23 tanesi ise sayma pullarını içermektedir. Sayı doğrusunu kullananlar eksi (-) işaretini yön kavramıyla ilişkilendirerek işlemin mantığını açıklarken sayma pullarını kullananlar (-) ve (+) pullardan oluşan bir çift pulu iki tane (-) pulun bulunduğu ortama ekleyip daha sonra da ortamdan üç tane (-) pulu çıkartarak sonuca ulaşmıştır. Sayma pullarından oluşan yeterli bir model örneği şu şekildedir:



Şekil 3. (-2)-(-3) işlemini izah etmek için üretilen yeterli bir model örneği (Arda)
(Figure 3. An example of adequate model produced for the illustration of (-2)-(-3)) (Arda)

(-3)×(-4) işleminin izahı için uygun ve yeterli model üreten öğretmenlerin sayısında bir önceki duruma kıyasla büyük bir düşüş yaşanmıştır (bakınız Tablo 3). Toplamda 11 öğretmen yeterli modeller üretirken 14 öğretmenin oluşturduğu modeller yetersiz olarak kabul edilmiş ve 10 öğretmen ise soruyu yanıtsız bırakmıştır. Negatif sayılarla yapılan işlemlerin izahı için kullanılan modellerin asıl hedefi *negatiflikten* kaynaklanan sıkıntıların aşılmasında öğrencilere yardımcı olmaktır. Ancak, yetersiz model üreten öğretmenlerin bu negatiflik durumunu dikkate almadıkları veya ürettikleri modellerin bu konuya ilişkin hiçbir açıklama getirmediği görülmüştür.



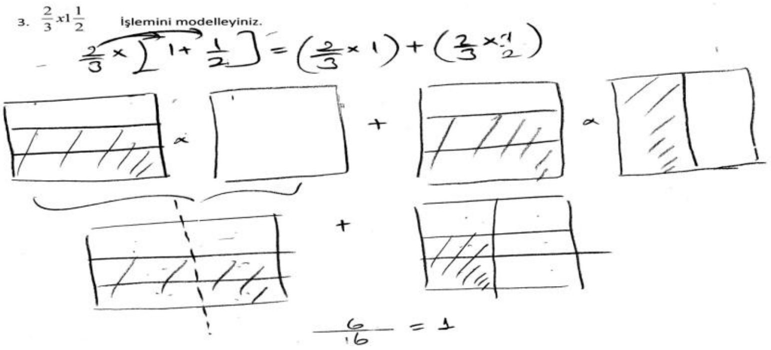
Şekil 4. (-3)×(-4) işlemini izah etmek için üretilen yetersiz bir model örneği (Funda)
(Figure 4. An example of inadequate model produced for the illustration of (-3)×(-4)) (Funda)

Kesirlerde çarpma ($\frac{2}{3} \times 1\frac{1}{2}$) ve bölme ($\frac{1}{2} \div \frac{1}{6}$) işlemlerini modellerken öğretmenlerin çok büyük çoğunluğunun dikdörtgensel yapıda, birkaç öğretmenin ise dairesel yapıda kesir kartları kullandıkları görülmüştür. Her iki durum için üretilen modellerin yeterlilik ölçütü çerçevesinde analizi yapılmış ve sonuçlar Tablo 4 sunulmuştur.

Tablo 4. $\frac{2}{3}\times 1\frac{1}{2}$ ve $\frac{1}{2}\div\frac{1}{6}$ işlemlerinin modellenmesiyle alakalı sınav bulguların özeti
(Table 4. Summary of the exam findings related to modeling of $\frac{2}{3}\times 1\frac{1}{2}$ and $\frac{1}{2}\div\frac{1}{6}$)

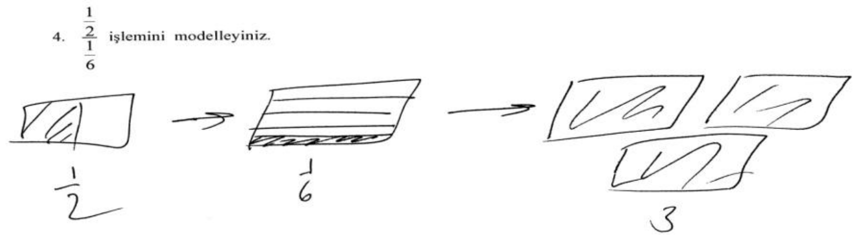
	Yeterlilik durumu	Kullanılan model türü	Öğret. sayısı
S7. $\frac{2}{3}\times 1\frac{1}{2}$ işleminin modellenmesi	Yeterli modeller	Kesir kartları	9
	Geliştirilmesi gereken modeller	Kesir kartları	6
	Yetersiz modeller	Kesir kartları	8
	Yanıt yok	--------------	12
	Toplam (n)	--------------	35
S8. $\frac{1}{2}\div\frac{1}{6}$ işleminin modellenmesi	Yeterli modeller	Kesir kartları	10
	Geliştirilmesi gereken modeller	Kesir kartları	4
	Yetersiz modeller	Kesir kartları	6
	Yanıt yok	--------------	15
	Toplam (n)	--------------	35

Her iki durumun izahı için oluşturulan modellerin üçte birden daha azının yeterli modeller olduğu açıkça görülmektedir. 7. soruyla alakalı üretilen yeterli modellerden 2 tanesinde *kesrin kesri* mantığı kullanılırken geri kalan 7 tanesinde iki kesrin çarpımı düşüncesi dağılma işlemiyle ilişkilendirilerek uygulanmıştır (örnek model için bakınız Şekil 5). Yetersiz modeller işlemin mantığını izahtan yoksun ve sonuca yönelik oluşturulan anlamsız şekilleri içerirken, geliştirilmesi gereken modellerin verilen işlemin mantığını izah potansiyeline sahip olmakla birlikte bu konuda birtakım sınırlılıklar içerdiği görülmüştür.



Şekil 5. $\frac{2}{3}\times 1\frac{1}{2}$ işlemini izah etmek için üretilen yeterli bir model örneği (Fatma)
(Figure 5. An example of adequate model produced for the illustration of $\frac{2}{3}\times 1\frac{1}{2}$) (Fatma)

$\frac{1}{2}\div\frac{1}{6}$ işlemiyle alakalı üretilen yeterli modellerin tamamında bölme işleminin temel mantığı kullanılmış ve kesir kartlarından yararlanılarak $\frac{1}{2}$ lik bir alan içerisinde 3 tane $\frac{1}{6}$ lik alan bulunduğu düşüncesi açık ve anlaşılır bir şekilde gösterilmiştir. Geliştirilmesi gereken model üreten dört öğretmen $\frac{1}{2} \div \frac{1}{6}$ işlemini $\frac{1}{2} \times \frac{6}{1}$ şeklinde düzenledikten sonra elde ettikleri çarpma işleminin modellemesini yaparken, yetersiz model üretenler işlemin sonucunu temsil eden ancak sürece ilişkin hiçbir mantık içermeyen anlamsız şekiller oluşturmuşlardır:



Şekil 6. $\frac{1}{2} \div \frac{1}{6}$ işleminin sonucunu temsil etmek için üretilen yetersiz bir model örneği. (Pınar)
(Figure 6. An example of inadequate model produced for the presentation of the result of $\frac{1}{2} \div \frac{1}{6}$). (Pınar)

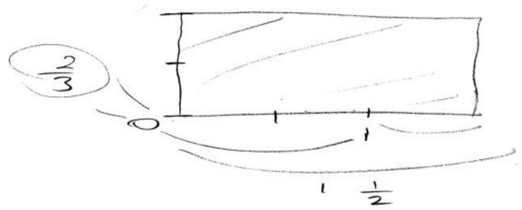
embolik olarak verilen işlemlerin modellenmesi üzerine 6 öğretmenle yapılan mülakatlar yazılı sınav sonuçlarıyla oldukça benzer sonuçlar üretmiştir (mülakat sonuçlarının özeti Tablo 5 de sunulmuştur). Mülakata katılan öğretmenlerden hiçbiri verilen durumların tamamını temsil etmek için uygun ve yeterli modeller üretememiştir. Negatif tam sayılar arasında tanımlanmış olan çıkarma ve çarpma işlemlerini 6 öğretmenden 3 ü doğru bir şekilde modellerken öğretmenlerden sadece bir tanesi $\frac{2}{3} \times 1\frac{1}{2}$ işlemini açıklamak için yeterli model üretebilmiştir. $\frac{1}{2} \div \frac{1}{6}$ işlemini izah için öğretmenlerden hiçbirinin yeterli model üretememiş olması ise oldukça dikkat çekicidir.

Tablo 5. Sembolik olarak verilen işlemlerin modellenmesine ilişkin mülakat sonuçlarının özeti
(Table 5. Summary of the interview findings related to the modeling of the operations given symbolically)

	Murat	Nihal	Eda	Mustafa	Büşra	Ömer
$(-2)-(-3)$	YET-MOD	YETS-MOD	YET-MOD	GEL-MOD	YETS-MOD	YET-MOD
$(-3)\times(-4)$	YET-MOD	YAN-YOK	YAN-YOK	GEL-MOD	YET-MOD	YET-MOD
$\frac{2}{3} \times 1\frac{1}{2}$	GEL-MOD	YET-MOD	YETS-MOD	YETS-MOD	GEL-MOD	YETS-MOD
$\frac{1}{2} \div \frac{1}{6}$	YAN-YOK	YAN-YOK	YAN-YOK	YETS-MOD	YETS-MOD	YETS-MOD

Kısaltmalar: YET-MOD: Yeterli model; YETS-MOD: Yetersiz model; GEL-MOD: Geliştirilmesi gereken model; YAN-YOK: Yanıt yok.

Model oluşturma konusunda yazılı sınav kâğıtlarında tespit edilen zorluk ve sıkıntıların benzerlerini mülakata katılan öğretmenler de sergilemiştir. Bu sıkıntı ve zorluklar en temelde üretilen (veya üretilmeye çalışılan) model ile hedef düşünce arasında anlamsal ilişkinin kurulamamasını içermektedir. Diğer bir ifadeyle, hedef düşüncenin mantığını esas alarak bu düşünceleri hem içeriksel hem de görsel açıdan temsil edebilme yeterliliğine sahip modeller üretmede öğretmenler zorlanmıştır. Örneğin, Büşra öğretmen $\frac{2}{3}\times 1\frac{1}{2}$ işleminin mantığını açıklamak için aşağıdaki şekli oluşturmuş ancak kendi ifadelerinden de anlaşılacağı üzere işlemin mantığını (kesrin kesri düşüncesini: $1\frac{1}{2}$ nin $\frac{2}{3}$ sini) şekle yansıtamadığı için süreci yarıda bırakmak zorunda kalmıştır.



Şekil 7. Geliştirilmesi gereken bir model örneği (Büşra)
(Figure 7. An example of model that needs to be developed (Busra)

Büşra öğretmenle yapılan görüşmeden bir kesit şu şekildedir (**Diyalog 2**):

Büşra: *… Öyle bir dikdörtgen almalıyım ki bu dikdörtgenin kısa kenarı $\frac{2}{3}$ burayı da (uzun kenar) $1\frac{1}{2}$ olarak belirlemeliyim ...[sessizlik]…*

Araştırmacı: *Niçin kenarları $\frac{2}{3}$ ve $1\frac{1}{2}$ olacak şekilde belirlemeye çalışıyorsun?*

Büşra: *Bu bölgenin alanı [$1\frac{1}{2}$ lik alanın $\frac{2}{3}$ lik kısmı] bulunurken çarpma işlemi yapıldığı için kısa kenar çarpı uzun kenarda sonuç nasıl çıkacak? … [sessizlik]…*

Araştırmacı: *Sesli düşünür müsünüz? Düşüncelerinizi paylaşırsanız sevinirim.*

Büşra: *İşte aldığım $1\frac{1}{2}$ lik alanın $\frac{2}{3}$ si bu sayıların çarpımını verecek, yani o bölgeyi elde edeceğim; ama sonuç sıkıntılı…[sessizlik]…bizi bir yere götürmüyor.*

Büşra öğretmen teoride söylediği düşünceleri şekle yansıtmış olsaydı verilen çarpma işleminin sonucunun bir tam olduğunu şekil üzerinde açıkça gösterebilecekti. Ancak bu düşünce transferini gerçekleştiremediği için sonuca ulaşamamakta ve oluşturmuş olduğu şekil ise geliştirilmesi gereken bir model olarak kalmaktadır.

5. SONUÇ VE ÖNERİLER (CONCLUSIONS AND RECOMMANDATIONS)

Bu çalışma ilköğretim matematik öğretmenlerinin model kavramına ilişkin sahip oldukları algı, inanç ve bilgi sistemleriyle alakalı önemli bulgular ortaya koymuştur. Sonuçlar, öğretmenlerin büyük çoğunluğunun model kavramından örneklerini ders kitaplarında çokça gördüğümüz, daha ziyade çizim yoluyla elde edilebilen ve görsellik içeren şekil ve şemaları anladıklarını göstermektedir. Yapmış oldukları açıklamalar incelendiğinde 35 öğretmenden 27 tanesinin bu tür şekillere vurgu yaptığı ve verdikleri örneklerinde model algılarının kesir kartları, cebir karoları, sayma pulları ve sayı doğrusuna kısıtlanmış olduğu görülmektedir (bakınız Tablo 1). En geniş manasıyla model matematiksel bir düşüncenin veya bir problem durumunun anlaşılması, yeniden yapılandırılması ve çözüme kavuşturulması amacıyla oluşturulan, içeriksel açıdan hedef kavramı veya problem durumunu temsil yeteneğine sahip bir sistem olarak tarif edilebilir [11]. Bu sistem bir yandan eldeki duruma ilişkin düşünceleri ve zihinsel süreçleri içerirken (bilişsel model) diğer yandan bu düşüncelerin dış dünyaya aktarımında kullanılan sözel, sembolik, görsel ve katı materyallerden oluşan yapıları (kavramsal model) içerir. Bu geniş açıdan bakıldığında öğretmenlerden sadece 4 tanesinin göreceli olarak daha geniş ve kuşatıcı bir model algısına sahip olduğu görülmektedir. Hikâye problemlerinin çözümünde değişkenler arası ilişkilerin incelenmesi ve problem durumunun temsili amacıyla kullanılan ve ders kitaplarında oldukça geniş yer tutan cebirsel ve aritmetiksel sembollerden oluşan yapıların sadece 2 öğretmen tarafından model olarak belirtilmiş olması ise oldukça manidardır. Benzer şekilde, sayılarda basamak değerini açıklamak için kullanılan abaküs ile denklik-eşitlik kavramlarının izahında kullanılan terazi örneği de 2 öğretmen tarafından model olarak belirtilmiştir.

Araştırmanın bir diğer önemli sonucu ise katılımcı öğretmenlerin model kullanımının sağlayacağı kazanımlar konusunda pozitif inanç ve düşüncelere sahip olduğu gerçeğidir. Bu kazanımlar bilişsel ve duyuşsal olmak üzere iki temel alanı içermektedir. Verdikleri yanıtlardan öğretmenlerin neredeyse tamamının bilişsel kazanımları oldukça önemsedikleri ve bu bağlamda detaylı gerekçeler sundukları görülmektedir (bakınız Tablo 2). Sunulan gerekçeler ve yapılan yorumlar yakından incelendiğinde bunların yapılandırmacı öğrenme teorisi (constructivism) [17] ve bilgi işlem teorisi (information-processing theory) [19] gibi temel öğrenme kuram ve teorilerinin öngörüleriyle tutarlılık arz ettiği görülmektedir. Örneğin, bazı öğretmenler model kullanımının bilginin kalıcılığını artıracağına inanmaktadırlar ki bu düşünce yapılandırmacı öğrenme teorisinin takipçisi olan eğitimcilerin fikirleriyle paralellik arz etmektedir [8]. Bu eğitimciler insan aklının soyut matematiksel düşünceleri tutmakta zorlanacağını, bireylerin bu düşünceleri cebirsel simgeler, grafikler, şekil ve şemalar ve analojiler gibi birtakım araçlar yardımıyla kodlayarak belleklerinde muhafaza edebileceğini belirmektedir. Model kullanımlarının bilgi edinme (soyutlama) sürecini kolaylaştıracağı, uzamsal zekânın gelişimini destekleyeceği ve öğrencilerin kendi öğrenme süreçlerini kontrollü bir şekilde yürütmelerine (bireysel öğrenmenin gerçekleşmesi) olanak sağlayacağı görüşleri ise bilişsel kazanımlar bağlamında belirtilen önemli görüşlerdir. Az sayıda öğretmenin ise model kullanımının derslerin zevkli geçmesi, derse katılımın artması ve öğrencilerdeki matematik kaygı ve korkularının giderilmesi gibi sosyal ve duyuşsal katkılarına inandıkları anlaşılmaktadır. 8 öğretmen ise model kullanımının sağlayacağı kazanımlara inanmakla birlikte bu kazanımların gerçekleşmesi için kullanılan modelin karmaşık olmaması ve zamanın etkili kullanılması gerektiğine işaret etmektedir. Bu öğretmenlerin daha önceki araştırmacılar tarafından tespit edilmiş olan ve model kullanımıyla alakalı sınırlılıkların farkında oldukları anlaşılmaktadır [4 ve 16].

Öğretmenlerin model kullanımlarının sağlayacağı kazanımlar konusunda çok güçlü inanç ve düşüncelere sahip olmalarına karşın ders kitaplarında verilmiş olan örnek modelleri anlama ve yorumlamada zorlandıkları görülmüştür. Özellikle, rasyonel kesirlerde çarpma işlemiyle alakalı modeli (Şekil 2) anlama noktasında ancak 5 öğretmen yeterlilik gösterirken 27 öğretmen kısıtlı algı sergilemiştir. Yazılı sınavda ve mülakatta verdikleri yanıtlarlardan kısıtlı algı sergileyen öğretmenlerin verilen modelin görsel yapısına (modelin kendisine ait işlemsel bilgilere) yoğunlaştıkları ve model ile temsil ettiği düşünceyi ilişkilendiremedikleri anlaşılmaktadır (bakınız Diyalog 1). Bu ilişkinin kurulamaması halinde kullanılan modelin kavramsal bilgi edinmeleri noktasında öğrencilere bir katkısının olmayacağının öğretmenler tarafından bilindiği ise yine öğretmenlerin kendi ifadelerinden anlaşılmaktadır (Diyalog 1 in son kısmı).

Öğretmenlerin sembolik olarak verilen matematiksel durumları modellemede çok daha fazla zorlandıkları görülmüştür. Bu bağlamda, çalışmanın sonuçları matematiksel modellemeler üzerine araştırmalar yapan eğitimcilerin görüşlerini desteklemektedir [4 ve 33] ki bu eğitimciler modellemenin öğrenci ve öğretmenler için zor bir süreç olduğunu belirtmektedir. Bu zorluğun, eldeki matematiksel durumun etraflıca anlaşılmamasından da öte bu duruma ilişkin sahip olunan kavramsal bilgilerin yeniden organize edilmesinde, uygun stratejilerin geliştirilip kullanılmasında, eleştirel ve yansıtıcı düşüncenin işe koşulmasında ve eldeki durum ile üretilecek model arasındaki anlamsal ilişkinin kurulmasında yaşanan sıkıntılardan kaynaklandığını ifade etmektedirler. Belirtilen bu sıkıntılar kısmen de olsa eldeki çalışmada gözlemlenmiştir. Örneğin, yazılı sınav ve mülakat sonuçları dikkatlice incelendiğinde $(-3)\times(-4)$ işlemiyle alakalı yetersiz model üreten öğretmenlerin negatiflik kavramını göz ardı ederek model oluşturmaya çalıştıkları görülmüştür (bakınız Şekil 4) ki bu durum öğretmenlerin verilen durum ile oluşturulan model arasında olması gereken anlamsal ilişkiyi kuramadıklarının en açık göstergesidir.

Çalışmada kullanılan $\frac{1}{2} \div \frac{1}{6}$ işleminin modellenmesinde de öğretmenlerin oldukça zorlandıkları görülmüştür. Rasyonel kesirler arasındaki bölme işlemi, genel olarak bölme işleminin temel mantığı (bölünen sayı içerisinde bölen sayından kaç tane olduğu düşüncesi) kullanılarak kolayca modellenebilir. Kesir kartları veya sayı doğrusu gibi temsiller üzerine yerleştirildiği takdirde 1/2 içerisinde 3 tane 1/6 nın olduğu kolayca görülebilir. Ancak, bu soruya ilişkin 4 öğretmen geliştirilmesi gereken modeller üretirken 6 öğretmen yetersiz modeller üretmiş, 15 öğretmen ise hiçbir model oluşturamamıştır (bakınız Tablo 3). Yetersiz modeller üreten öğretmenler bölme işleminin mantığını hiç dikkate almadan işlemin sonucundan hareketle birtakım anlamsız şekiller oluştururken geliştirilmesi gereken modeller üretenlerin işlemin mantığına ilişkin sahip oldukları bilgileri modele aktaramadıkları, diğer bir ifadeyle eldeki durumla ürettikleri model arasında olması gereken anlamsal ilişkiyi kuramadıkları görülmektedir (bakınız Diyalog 2, Şekil 7).

Sonuç olarak, az sayıda öğretmenle yürütülen bu çalışmada nitel yöntemler kullanıldığı için araştırma bulgularının katılımcılar dışında bir gruba genellenemeyeceğini belirtmek isteriz. Ancak, sonuçlar öğretmenlerin model kullanımının yararları konusunda oldukça pozitif inanç ve düşüncelere sahip olmalarına karşın model algılarının ders kitaplarında verilen örneklere kısıtlanmış olduğunu göstermektedir. Çok daha önemlisi öğretmenlerin modelleri anlama ve model oluşturmada büyük zorluklar yaşadığı gerçeğidir. Bu alanlardaki eksikliğin giderilmesi için hizmet içi eğitim kursları ve Eğitim Fakültelerinde uygulanan ders programları kapsamında modelleme konusuna ağırlık verilebilir. Öğretmen kılavuz kitapları ve matematik ders kitaplarında yer alan model örneklerinin ve modelleme etkinliklerinin sayısının artırılması ve model kullanımına ilişkin açıklayıcı bilgilerin sunulması öğretmenlerin bu alandaki yeterliliklerinin geliştirilmesi adına bir başka öneri olarak sunulabilir. Modelleme bir nevi problem çözmedir; süreç eksenli bu tür aktivitelerde öğretmenlerin kendilerinden beklenen yeterliliğe ulaşmaları için zamana ve eğitim desteğine ihtiyaçlarının olduğu unutulmamalıdır.

KAYNAKLAR (REFERENCES)

1. Ball, D.L., (1991). Research on Teaching Mathematics: Making Subject-Matter Knowledge Part of the Equation. In J. Brophy (Ed.), Advances in Research on Teaching (v-2, pp. 1-48). Greenwich: JAI Press.
2. Ball, D.L., (1993). With an Eye on the Mathematical Horizon: Dilemmas of Teaching Elementary School Mathematics. The Elementary School Journal, 93(4), 373-397.
3. Berliner, D.C., (1994). Expertise the Wonder of Exemplary Performances. In J. N. Mangieri & C. C. Block (Eds.), Creating Powerful Thinking in Teachers and Students. Ft. Worth, TX: Holt, Rinehart & Winston.
4. Blum, W., (1993). Mathematical Modelling in Mathematics Education and Instruction. In Breiteig (Ed.,), Teaching and Learning Mathematics in Context (pp. 3-14). Chichester: Ellis Horwood Limited.
5. Blum, W. and Ferri, B., (2009). Mathematical Modelling: Can it be Taught and Learned? Journal of Mathematical Modelling and Application, 1(1), 45-58.
6. Bromme, R., (1995). What Exactly is Pedagogic Content Knowledge? Critical Remarks Regarding a Fruitful Research Program. In S. Hopmann & K. Riquarts (Eds.), Didactic and/or Curriculum (v-147, pp. 205-216). Schriftenreihe: Kiel: IPN.
7. Ginsburg, H., (1981). The Clinical Interview in Psychological Research on Mathematical Thinking: Aims, Rationales, Techniques. For the Learning of Mathematics, 1(3), pp. 57-64.
8. Gray, E., Pinto, M., Pitta, D., and Tall, D., (1999).Knowledge Construction and Diverging Thinking in Elementary and Advanced Mathematics. Educational Studies in Mathematics, 38(1), 111-133.
9. Kahraman, S. and Çümen, K., (2010). İlköğretim 6. Sınıf Matematik Ders Kitabı. Ankara: Mavi Çizgi Yayınları.
10. Lesh, R. and Carmano, G., (2003). Piagetian Conceptual Systems and Models for Mathematizing Everyday Experiences. In R. Lesh & H. M. Doerr (Eds.,), Beyond Constructivism: Models and Modelling Perspectives on Mathematics Problem Solving, Learning and Teaching (pp. 71-122). NJ. Mahwah: Lawrence Erlbaum Associates Inc.
11. Lesh, R. and Caylor, B., (2007). Introduction to the Special Issue: Modelling as Application versus Modelling as a Way to Create Mathematics. International Journal of Computer and Mathematics Learning, 12, 1173-194.
12. Miles, M.B. and Huberman, A.M., (1994). Qualitative Data Analysis (An Expanded Sourcebook). London: Sage Publications.

13. Moss, J. and Case, R., (1999). Developing Students' Understanding of the Rational Numbers: A New Model and an Experimental Curriculum. Journal for Research in Mathematics Education, 30(2), 122-147.
14. National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). Principles and Standards for School Mathematics. Reston, VA: NCTM.
15. Niss, M., (1987). Applications and Modelling in the Mathematics Curriculum - State and Trends. International Journal for Mathematical Education in Science and Technology, 18, 487-505.
16. Niss, M., (2003). Mathematical Competencies and the Learning of Mathematics: The Danish KOM Project. In Gagatsis, A., & Papastavridis, S. (Eds), 3rd Mediterranean Conference on Mathematical Education (p. 115-124). Athens: The Hellenic Mathematical Society.
17. Noddings, N., (1990). Constructivism in Mathematics Education. in R. B. Davis, C. A. Maher, and N. Noddings (Eds.), Constructivist Views On The Teaching and Learning of Mathematics (pp. 7-19). NCTM: Virginia.
18. Phillips, N. and Hardy, C., (2002). Discourse Analysis: Investigating Processes of Social Construction. United Kingdom: Sage Publications Inc.
19. Rattermann, M.J., (1997). Commentary: Mathematical Reasoning and Analogy. In L. D. English (Ed.), Mathematical Reasoning: Analogies, Metaphors, and Images (pp. 247-264). New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates Inc.
20. Saxe, G.B., Gearhart, M. and Seltzer, M., (1999). Relations between Classroom Practices and Student Learning in the Domain of Fractions. Cognition and Instruction, 17, 1-24.
21. Saxe, G.B., Taylor, E.V., McIntosh, C., and Gearhart, M., (2005). Representing Fractions with Standard Notation: A Developmental Analysis. Journal for Research in Mathematics Education, 36, 137-57.
22. Shulman, L.S., (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. Educational Researcher, 15, 4-14.
23. Shulman, L.S., (1987). Knowledge and Teaching: Foundations of the New Reform. Harvard Educational Review, 57(1), 1-22.
24. Skemp, R.R., (1987). The Psychology of Learning Mathematics. England: Penguin Books Ltd.
25. Sternberg, R.J. and Horvath, J.A., (1995). A Prototype View of Expert Teaching. Educational Researcher, 24(6), 9-17.
26. Tirosh, D., (2000). Enhancing Prospective Teachers' Knowledge of Children's Conceptions: The Case of Division of Fractions. Journal for Research in Mathematics Education, 31(1), 5-25.
27. Toker, Z., (2010). İlköğretim 7. Sınıf Matematik Ders Kitabı. Ankara: Sek Yayıncılık.
28. TTKB, (2008). İlköğretim Matematik Dersi 6-8 Sınıflar Öğretim Programı ve Kılavuzu. Ankara: Milli Eğitim bakanlığı.
29. Watkins, C. and Mortimore, P., (1999). Pedagogy: What Do We Know? In P. Mortimore (Ed.), Understanding Pedagogy and its Impact on Learning (pp. 1-20). London: Paul Chapman Publishing Ltd.
30. Weinert, F.E., Schrader, F-W., and Helmke, A. (1990). Educational Expertise: Closing the Gap Between Educational Research and Classroom Practice. School Psychology International, 11, 163-180.

31. Wilson, S.M., Shulman, L.S., and Richert, A.E., (1987). '150 Different Ways' of Knowing: Representations of Knowledge in Teaching. In J. Calderhead (Ed.), Exploring Teachers' Thinking (pp. 104-124). London: Cassel Education Ltd.
32. Yin, R.K., (2003). Case Study Research: Design and Methods. United Kingdom: Sage Publications Ltd.
33. Zbiek, R.M., (1998). Prospective Teaches' Use of Computing Tools to Develop and Validate Functions as Mathematical Models. Journal for Research in Mathematics Education, 29(2), 184-201.