Gazi Üniv. Müh. Mim. Fak. Der.
Cilt 18, No 4, 57-66, 2003

J. Fac. Eng. Arch. Gazi Univ.
Vol 18, No 4, 57-66, 2003

LORENZ KAOTİK SİSTEMİ İÇİN ADAPTİF BİR GÖZLEYİCİ

Ata SEVİNÇ
Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü, Mühendislik Fakültesi, Kırıkkale Üniversitesi, 71450 Kırıkkale, A.Sevinc@kku.edu.tr

ÖZET

Doğrusal olmayan sistemler için önerilmiş bir adaptif gözleyici tasarım yöntemi, kaotik salınımlar üreten Lorenz sistemi üzerinde başarı ile uygulanmıştır. Geribesleme bu gözleyici tarafından doğrudan kullanılmayıp sadece adaptasyon algoritmasında doğrudan doğruya kullanılmaktadır. Üçüncü mertebeden ve üç parametreli bu sistemin parametrelerinden birisinin bilinmediği ve durum değişkenlerinden sadece birisinin erişilebilir olduğu kabul edilmiştir. Hem durum değişkenleri hem de bilinmeyen parametrenin bu yöntemle tahmin edilmesi simülasyon sonuçları ile gösterilmiştir. Bu gözleyici gizli haberleşme sistemlerine uygulanırsa iki farklı bilgi sinyalinin aynı kaotik sinyal üzerinden gönderilmesi mümkün olacaktır.
Anahtar Kelimeler: Adaptif gözleyici, doğrusal olmayan gözleyici, parametre tahmini, Lorenz kaotik sistemi, kripto sistemleri.

AN ADAPTIVE OBSERVER FOR LORENZ CHAOTIC SYSTEM

ABSTRACT

An adaptive observer design technique proposed for nonlinear systems have been successfully applied to the Lorenz system, which produces chaotic oscillations. This observer does not use any feedback directly. The feedback is directly utilised only in the adaptation algorithm. It is assumed for this third order system with three parameters that only one of the state variables is accessible and one of the parameters is unknown. Estimation of all the state variables and the unknown parameter has been shown with simulation results using this method. If this observer is applied to secure communication systems, it will be possible to transmit two different information signals over the same chaotic signal.

Keywords: Adaptive observer, nonlinear observer, parameter estimation, Lorenz chaotic system, cripto systems.

1. GİRİŞ

Geribesleme gözleyiciler için hayati öneme sahip olarak bilinmesine rağmen, daha basit bir şekilde gürültüden daha az etkilenen tahminler elde edilebilmesi için doğrudan geribesleme kullanmayan bir gözleyici tasarım yöntemi bir süre önce önerilmiştir [1,2]. *Doğal gözleyici* adı verilen bu gözleyicinin durum değişkenlerinin gerçek sistemin durum değişkenlerine yakınsaması, geribesleme kullanan parametre adaptasyonu ile mümkün olmaktadır. Bu yöntem, hız sensörsüz dc servo ve asenkron motorlar üzerinde başarıyla uygulanmıştır [1,2]. Bu makalede ise, kaotik salınımlar üreten Lorenz sistemi [3] üzerinde uygulanması anlatılmaktadır.

Lorenz kaotik sistemi, 40 yıl kadar önce Lorenz tarafından, iki boyutlu akışkan konveksiyonu için bir model olarak ortaya atılmıştır [3,4] ve σ, r ve b sistem parametreleri olmak üzere

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma(x_2 - x_1) \\ rx_1 - x_2 - x_1x_3 \\ -bx_3 + x_1x_2 \end{bmatrix} \tag{1}$$

denklemi ile verilir [5]. Burada x_1, x_2 ve x_3 durum değişkenleridir. Sistemin karakteristik özelliği, spektrumu geniş bir frekans bölgesine yayılmış periyodik olmayan salınımlar üretmesidir. Bu salınımlar gürültüye benzediği ve tahmini zor bir şekilde başlangıç koşullarına bağlı oldukları için gizli haberleşmede kullanılabileceği fark edilmiş ve Lorenz kaotik osilatörü kullanan kripto sistemleri geliştirilmiştir [6]. Bu sistemlerde çok küçük seviyede tutulan bilgi sinyali, kaotik salınımlardan birisiyle karıştırılarak gönderilir. Alıcı tarafında ise bir gözleyici tarafından bu sinyal kullanılarak göndericideki kaotik sistem ile senkronizasyon sağlanır ve gönderilen kaotik salınımın bilgi sinyali içermeyen hali tahmin edilir. Bununla alınan sinyal arasındaki farktan da bilgi sinyali elde edilir [6].

Lorenz kaotik sistemi için kullanılan başlıca gözleyiciler arasında genişletilmiş Kalman filtresi, Thau gözleyicisi, durum değişkenlerine bağlı Riccati denklemi metodu, yüksek kazanç gözleyicisi ve kovaryans için üst sınır tayini metodu sayılabilir [7]. Bu makalede kullanılan doğal gözleyicinin diğerlerine göre avantajı daha basit bir yapıya sahip ve adaptif olmasıdır. Böylece gizli haberleşmede doğrudan doğruya gönderilen kaotik salınımın üzerine eklenen bilgi sinyalinden başka, adaptasyonu yapılan sistem parametresinde yapılacak değişiklikler ile de bilgi göndermek mümkündür. Ancak bu makalede kripto sistem uygulaması değil, bir kontrol problemi olarak adaptif gözleyici uygulaması anlatılacaktır.

2. LORENZ KAOTİK SİSTEMİ İÇİN ADAPTİF DOĞAL GÖZLEYİCİ TASARIMI

Doğal gözleyiciler, asıl sistem modeli ile tamamen aynı yapıda tasarlandıklarından asıl sistem gibi doğal bir davranış gösterirler ve sınırlı-giriş sınırlı-durum kararlılığı gösteren pek çok sisteme uygulanabilirler [1,2]. (1) denklemi ile verilen ve girişi olmayan Lorenz kaotik sisteminde de durum değişkenleri sınırlı olduğundan bu yöntem uygulanabilir [8]. Bu makaledeki gözleyici uygulaması için sistemin çıkışı, yani erişilebilir olduğu varsayılan tek durum değişkeni olarak

$$y = x_1 \tag{2}$$

kabul edilmiştir.

Doğal gözleyici, asıl sistem modeli (1)-(2) ile tamamen aynı yapıya sahip olduğundan

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{x}}_1 \\ \dot{\hat{x}}_2 \\ \dot{\hat{x}}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\sigma}(\hat{x}_2 - \hat{x}_1) \\ r\hat{x}_1 - \hat{x}_2 - \hat{x}_1\hat{x}_3 \\ -b\hat{x}_3 + \hat{x}_1\hat{x}_2 \end{bmatrix}, \quad \hat{y} = \hat{x}_1 \tag{3}$$

biçiminde tasarlanır. Gözleyicide tahmin edilen değişkenler, asıl sistemde karşılık gelen değişken sembollerine birer şapka ($\hat{}$) ilavesi ile gösterilmişlerdir. Asıl sistemdeki σ parametresinin de bilinmediği varsayılmaktadır ve bu parametre de gözleyici ile paralel olarak çalışan bir adaptasyon ile tahmin edileceğinden bu tahmin $\hat{\sigma}$ ile gösterilmiştir.

(3) denklemiyle belirlenen gözleyicide doğrudan doğruya bir geribesleme görülmemektedir. Bunun yerine gözleyici ile (1) ve (2) denklemleriyle belirlenmiş sistem arasındaki yakınsama, $\hat{\sigma}$ sanki bir giriş değişkeniymiş gibi gözleyicinin kontrolü yapılarak sağlanacaktır. Geribesleme bu parametre adaptasyonunda kullanılacağından, gözleyici de dolaylı olarak geribesleme kullanmış olacaktır. (1) ve (2) denklemleriyle belirlenmiş sistem sınırlı giriş – sınırlı durum kararlılığına sahip olduğuna göre, $\hat{\sigma}$ 'nın belirli değerler arasında sınırlandırılması şartıyla (3) denklemi ile belirlenen sistem de sınırlı giriş – sınırlı durum kararlılığına sahip olacaktır [8].

Erişilebilir tek durum değişkeni $y = x_1$ kabul edildiği için parametre adaptasyonunun sıfırlamaya çalışacağı hata terimi de

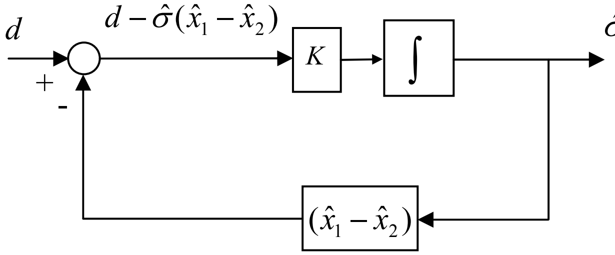
$$e_1 = \hat{x}_1 - x_1 \tag{4}$$

olarak alınacaktır. e_1 'in birinci türevinde $\hat{\sigma}$ açıkça ortaya çıktığından,

$$\dot{e}_1 = \hat{\sigma}(\hat{x}_2 - \hat{x}_1) - \sigma(x_2 - x_1) \tag{5}$$

$$\dot{e}_1 + \alpha_0 e_1 = d - (\hat{x}_1 - \hat{x}_2)\hat{\sigma} \tag{6}$$

şeklinde birinci mertebeden bir diferansiyel denklem kurmak mümkündür. Burada α_0 keyfi bir pozitif sabittir ve d ise eşitliğin sağ tarafında açıkça $\hat{\sigma}$ içermeyen terimlerin bütününü sembolize etmektedir. (1) ve (2) denklemleri ile belirlenmiş sistem, $\sigma \neq 0$ ve $x_1 \neq 0$ için gözlenebilir olduğundan (ki x_1 'in sıfır olması sadece bazen anlık olarak sözkonusu olduğundan gözardı edilebilir) e_1 hatasının sıfıra asimptotik olarak yakınsaması, gözleyicinin tüm değişkenlerinin gerçek değerlerine yakınsaması anlamına gelir [9]. Şayet $(\hat{x}_1 - \hat{x}_2)\hat{\sigma}$ terimi d 'yi yakalayacak şekilde ayar büyüklüğü olarak $\hat{\sigma}$ değiştirilirse, sağ tarafı sıfıra gidecek olan (6) denklemine göre e_1 hatası da sıfıra gidecek ve hem $\hat{\sigma}$ 'in σ 'ya hem de $\hat{x}_1$, $\hat{x}_2$ ve $\hat{x}_3$ 'ün sırasıyla x_1, x_2 ve x_3 'e yakınsaması sağlanmış olacaktır. Ancak problem, bilinen $(\hat{x}_1 - \hat{x}_2)\hat{\sigma}$ teriminin bilinmeyen d terimini yakalamasının nasıl sağlanacağıdır. Bu problemi çözmek için Şekil 1'deki gibi bir mekanizma kullanılabilir.

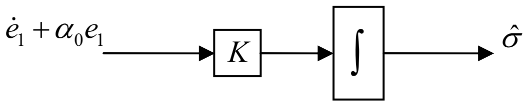


Şekil 1. $(\hat{x}_1 - \hat{x}_2)\hat{\sigma}$ 'nin herhangi bir d işaretini küçük bir hata ile takibini sağlayan kapalı döngü integral kontrol

Burada d ve $(\hat{x}_1 - \hat{x}_2)$ 'nın adaptasyon hızına göre yavaş değişen olması varsayımı altında Şekil 1'deki sistem 1-tipi bir sistem gibi davranacağından,

$$\text{sign}(K) = \text{sign}(\hat{x}_1 - \hat{x}_2) \tag{7}$$

şartıyla, $(\hat{x}_1 - \hat{x}_2)\hat{\sigma}$ terimi d 'yi küçük bir hata ile takip eder. K kazancı mutlak değerce ne kadar büyük seçilirse ve d 'nin değişimi ne kadar yavaş olursa, bu hata o kadar küçük seviyede kalır [10]. Şekil 1'de gösterilen mekanizmanın d bilgisi kullanılmadan gerçekleştirilmesi ise (6) denkleminden faydalanılarak Şekil 2'de gösterildiği gibi $d-(\hat{x}_1-\hat{x}_2)\hat{\sigma}$ yerine $\dot{e}_1+\alpha_0 e_1$ değerinin kullanılması ile mümkün olur.



Şekil 2. Şekil 1'de verilen takip sisteminin sadeleştirilerek PI adaptasyonuna dönüştürülmesi

Burada e_1'in türevinin alınmasına da gerek yoktur; çünkü bu mekanizma σ'nın,

$$\hat{\sigma}=K_p e_1+\int K_i e_1 dt \tag{8}$$

biçimindeki bir PI adaptasyon algoritması ile tahmin edilmesi anlamına gelir. Burada K_p ve K_i sırasıyla K ve $K\alpha_0$ değerlerine karşılık gelir. Ancak PI kazançları zaman zaman işaret değiştirmektedir:

$$\operatorname{sign}(K_p)=\operatorname{sign}(K_i)=\operatorname{sign}(\hat{x}_1-\hat{x}_2) \tag{9}$$

Gerçekte d ve $(\hat{x}_1-\hat{x}_2)$'nın değişmesinden dolayı d ile $(\hat{x}_1-\hat{x}_2)\hat{\sigma}$ arasında kalacak küçük de olsa bir hata, gözleyicinin tüm değişkenlerinin gerçek değerlere yakınsamasına engel olur. Ancak buradaki d alelade bir fonksiyon değil, gözleyici değişkenleri gerçek sistem değerlerine yaklaştıkça doğal olarak $(\hat{x}_1-\hat{x}_2)\hat{\sigma}$ ile farkı azalan bir fonksiyondur. Bu azalma (6) denkleminden dolayı K_p ve K_i kazançlarının uygun mutlak değerleri için e_1'i daha da azaltır ve zincirleme olarak birbirlerini azaltması sonucunda hem $\hat{\sigma}$ hem de gözleyici durum değişkenleri, gerçek sistem değerlerine tam olarak yakınsar. Bu noktada K_p ve K_i kazançlarının uygun mutlak değerlerinin simülasyonla deneme-yanılma ile seçilmesi bu yöntemin bir zaafı olarak görülebilir. Ancak birkaç deneme-yanılma ile uygun değerler kolayca bulunabildiğinden bu yöntem oldukça kullanışlıdır.

Gözleyici durum değişkenlerinin sınırsız bir şekilde artması ihtimaline karşı parametre tahmini,

$$\hat{\sigma}\in[\sigma_{\min},\sigma_{\max}] \tag{10}$$

şeklinde minimum ve maksimum değerler arasında sınırlandırılmalıdır. Burada $\sigma_{\min}$ ve $\sigma_{\max}$ sınırlarının seçiminde σ'nın içinde olduğu kabaca tahmin edilebilecek oldukça geniş bir aralık seçilebileceğinden herhangi bir zorlukla karşılaşılmaz. Yakınsama, parametre tahmininin sınır değerlerinden başka bir değerde durulmasına bakılarak anlaşılabilir.

K_p ve K_i kazançlarının işaretlerinin her değişmesinde (8)'deki orantılı terimden dolayı $\hat{\sigma}$'nın sıçrama yapıp yeniden bir geçici hata yapmasına engel olmak için (8) denklemindeki integral teriminin değeri, her işaret değişiminde sıçrama yapmayacak şekilde yeniden ayarlanmalıdır. Bu integralin kazanç işaret değişiminden hemen önceki ve hemen sonraki değerlerini sırasıyla ξ^- ve ξ^+ ile gösterirsek, bu ayarlama

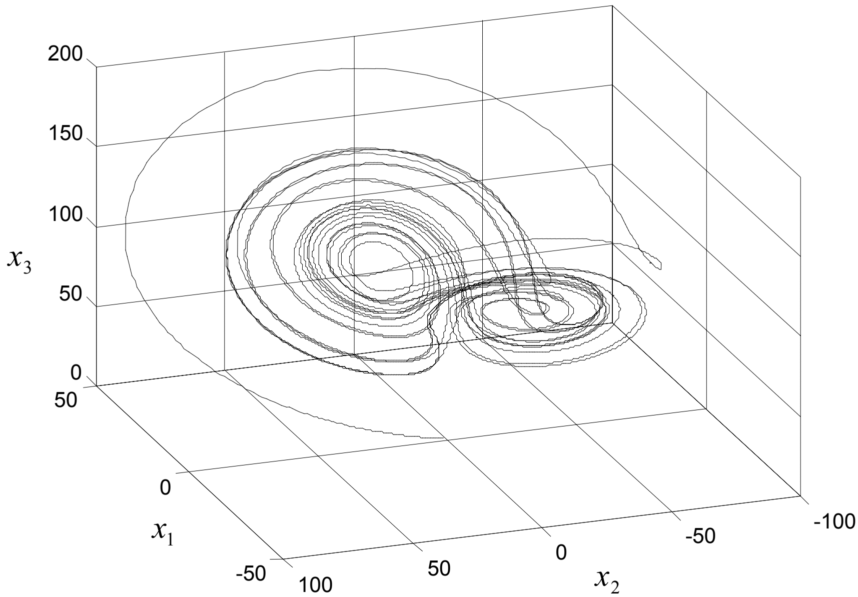
$$\xi^+ = \hat{\sigma}^- - K_p^+ e_1^- \tag{11}$$

ile verilir. Burada $\hat{\sigma}^-$ ve e_1^- sırasıyla $\hat{\sigma}$ ve e_1'in işaret değişikliğinden hemen önceki değerleridir.

3. SİMÜLASYON SONUÇLARI

Önerilen yöntemin parametre ve durum değişkenleri tahminlerinin performansını göstermek için (1) ve (2) denklemleri ile belirlenmiş sistem ve (3), (8) ve (9) denklemleri ile verilen adaptif gözleyici, gerektiği zamanlarda (10) ve (11) denklemlerini de uygulayarak simüle edilmiştir. Euler yöntemiyle ve $1\,ms$ zaman adımlarıyla yapılan bu simülasyonda başlangıçta $\sigma = 10$, $r = 97$ ve $b = 8/3$ alınmış, daha sonra adaptasyon performansını daha iyi görebilmek için $6s \le t < 10s$ aralığında $\sigma = 6$ ve $t \ge 10s$ için $\sigma = 12$ yapılmıştır [5]. Adaptasyon kazançları ise $|K_p| = 5$ ve $|K_i| = 100$ olarak seçilmiştir. Başlangıç değerleri gerçek sistemde $x_1 = x_2 = x_3 = 1$, gözleyicide $\hat{x}_1 = 0.1$, $\hat{x}_2 = \hat{x}_3 = 0$, (8) denklemi ile verilen parametre adaptasyonundaki integral için ise sıfır olarak atanmıştır. Gözleyicinin durum değişkenlerinin her üçünün de başlangıç değerleri sıfır olarak atanmamalıdır; çünkü orijin Lorenz kaotik sisteminin denge noktasıdır ve önerilen gözleyici de gerçek sistemle aynı yapıya sahiptir. Bu istisna hariç başlangıç değerleri keyfi olarak atanmış olup farklı değerler için de benzer şekilde başarılı sonuçlar elde edilmektedir.

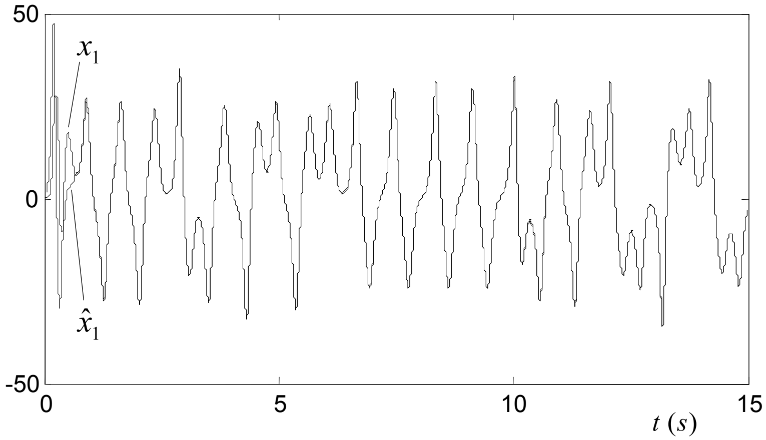
Şekil 3'de gerçek sistemin durum uzayındaki davranışı gösterilmiştir. Durum yörüngesinin, "8" biçimine benzer yollar izleyerek belirli bir yörünge civarına yaklaşması, zaman zaman birden uzaklaşıp sonra yeniden benzer şekilde bu bölgeye yaklaşması, sistemin kaotik yapısını göstermektedir. Şekil 4-6'da görüldüğü gibi durum değişkenlerinin periyodik olmayan ve değişken genlikli salınımlar yapması



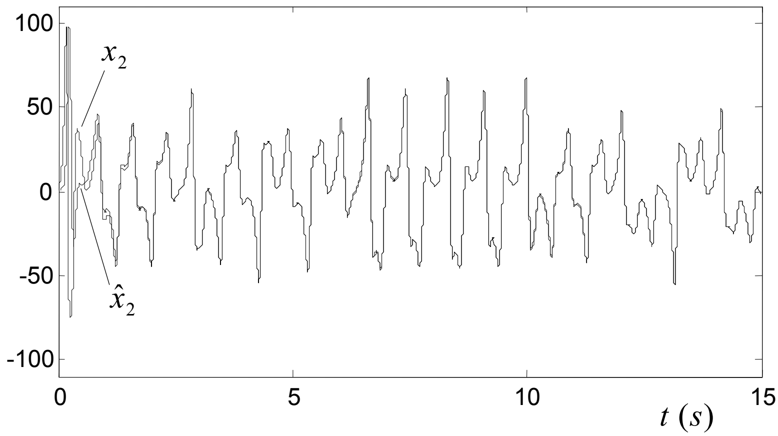
Şekil 3. Durum uzayında sistemin kaotik davranışı

da sistemin kaotik yapısını gösteren özelliklerdir. Bu salınımlar bazen çok yavaş, bazen de çok ani değişimli olabildiği için frekans uzayında geniş bir banda yayılırlar.

Şekil 4-6'da gözleyici durum değişkenlerinin gerçek sistem durum değişkenlerine



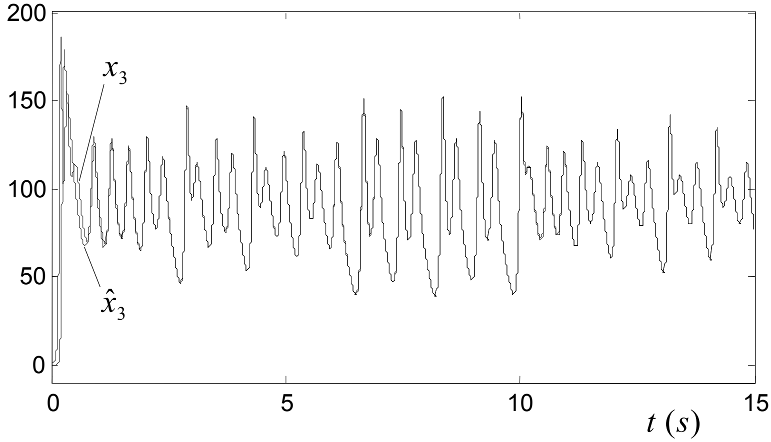
Şekil 4. x_1 durum değişkeni ve adaptif gözleyicinin tahmini



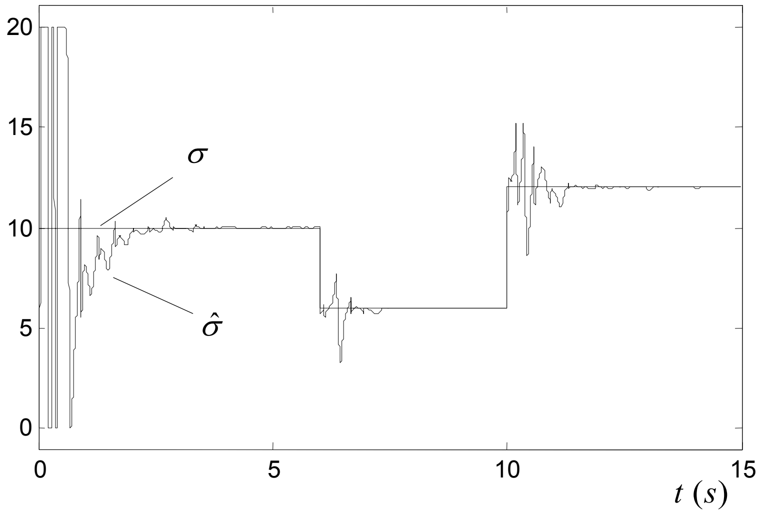
Şekil 5. x_2 durum değişkeni ve adaptif gözleyici tarafından tahmin edilmesi

yakınsaması da görülmektedir. Yakınsama çok kısa bir sürede gerçekleşmekte ve σ parametresindeki değişiklikten fazla etkilenmemektedir. σ parametresinin birden değiştiği zamanlarda oluşan geçici hata kolay fark edilemeyecek kadar küçük olup hızla sıfıra gitmektedir.

Şekil 7'de ise parametre adaptasyonu görülmektedir. σ parametresi tahmini $\hat{\sigma}$, bir miktar salınım yaptıktan sonra σ'yı yakalamaktadır. Bundan sonra σ aniden değişince $\hat{\sigma}$ yeniden bir miktar salınım yaparak birkaç saniye içinde σ'yı yakalamaktadır. Buna göre, bir bilgi sinyaline göre σ'nın değiştirilmesi suretiyle kaotik çıkış sinyali üzerinden bu bilginin gizli olarak gönderilmesi mümkündür.



Şekil 6. x_3 durum değişkeni ve adaptif gözleyici tarafından tahmin edilmesi



Şekil 7. σ parametresinin değiştirilmesi ve tahmini

4. SONUÇ

Kripto sistemlerinde gözleyicisi ile birlikte kullanım alanı olan Lorenz kaotik sistemi için adaptif bir gözleyici geliştirilmiştir. Oldukça basit bir yapıya sahip olan bu adaptif gözleyici için uygun kazanç değerleri her ne kadar simülasyonla deneme-yanılma ile bulunuyor ise de kazançlar bulunduktan sonra gerçekleştirilmesi oldukça kolaydır. Bu adaptif gözleyici kripto sistemlerinde kullanıldığında, parametre değişikliği yapmak suretiyle de bilgi gönderilmesi mümkündür. Doğrudan geribesleme kullanmayan doğal gözleyici ile paralel olarak oransal-integral tarzında çalışan bu adaptasyon algoritması, daha uygun bir geribesleme fonksiyonu seçilerek oransal terimden kurtulacak şekilde geliştirilebildiği takdirde, gürültüye karşı çok daha dirençli bir adaptif gözleyici elde edilecektir. Bu da daha sonraki bir araştırma olarak düşünülmektedir.

KAYNAKLAR

1. Sevinç, A., **Speed Sensorless Control of Induction Motors**, PhD Thesis, University of Bristol, Dept. of Electrical and Electronic Eng., 2001.
2. Sevinç, A., “A Full Adaptive Observer for DC Servo Motors”, **Turkish Journal of Electrical Engineering and Computer Sciences,** Cilt 11, No 2, 117-130, 2003.
3. Lorenz, E.N., “Deterministic Nonperiodic Flow”, **Journal of the Athmosferic Sciences**, Cilt 20, 130-141, 1963.

4. González, O.A., Han, G., de Gyvez, J.P., and Edgar, "CMOS Cryptosystem Using a Lorenz Chaotic Oscillator", **Proceedings of the IEEE International Symposium on Circuits and Systems**, **ISCAS '99**, Cilt 5, 442-445, 1999.
5. Moon, F.C., **Chaotic Vibrations, An Introduction for Applied Scientists and Engineers**, John Wiley & Sons, New York, 1987.
6. Cuomo, K.M., Oppenheim, A.V. and Strogatz, S.H., "Synchronization of Lorenz-Based Chaotic Circuits with Applications to Communications", **IEEE Trans. Circuits and Systems-II: Analog and Digital Signal Processing**, Cilt 40, No 10, 626-633, 1993.
7. Amirazodi, J., Yaz, E.E., Azemi, A and Yaz, Y.I., "Nonlinear Observer Performance in Chaotic Synchronization with Application to Secure Communication", **IEEE Int. Conference on Control Applications**, Glasgow-UK, 76-81, 2002.
8. Pecora, L.M. and Carroll, T.L., "Synchronization in Chaotic Systems", **Phys. Rev. Lett.**, Cilt 64, 821-824, Şubat 1990.
9. Freeland, G.C. and Durrani, T.S., "Nonlinear state observers for chaotic systems and their applications to communications", **IEE Colloquium on Exploiting Chaos in Signal Processing**, 10/1-10/6, 6 Jun 1994.
10. Yüksel, İ., **Otomatik Kontrol Sistem Dinamiği ve Denetim Sistemleri,** Uludağ Üniversitesi Basımevi, Bursa, 1991.