

Kuadratik Programlama Tabanlı Modelleme İle Portföy Optimizasyonu: BİST-100 Uygulaması

Cengiz TORAMANⁱ, Muhammed Fatih YÜRÜKⁱⁱ

Atıf/©: Toraman, C., Yürük, M.F. (2014). Kuadratik programlama tabanlı modelleme ile portföy optimizasyonu: BİST-100 uygulaması. *Mukaddime*, 5(1), 133-148.

Özet: Bu çalışmada Markowitz kuadratik programlama tabanlı modelleme ile optimal portföy seçimi Borsa İstanbul (BİST) Ulusal-100 endeksinde işlem gören şirketler üzerinden incelenmiştir. Çalışmada firmaların 02/06/2008-28/12/2012 tarihleri arasındaki haftalık düzeltilmiş getirileri kullanılarak beklenen getiri, varyans ve kovaryans matrisi elde edilerek modelleme yapılmıştır. Elde edilen sonuçlar ile portföyler oluşturulmuş, etkin portföyler belirlenmiş ve etkin sınır çizilmiştir. Çalışma sonucunda yatırımcının risk karşısındaki davranışına göre etkin sınır üzerinde yer alan portföylerin daha fazla getiri getireceği gözlemlenmiştir.

Anahtar Kelimeler: Modern Portföy Teorisi, portföy optimizasyonu, kuadratik modelleme.



Portfolio Optimization through Quadratic Base Programming Modelling: An Application in the BİST-100

Citation/©: Toraman, C., Yürük, M.F. (2014). Portfolio optimization through quadratic base programming modelling: An application in the BİST-100. *Mukaddime*, 5(1), 133-148.

Abstract: In this study, optimal portfolio selection is applied to the BİST national 100 companies using the Markowitz quadratic base programming model. In the study, using weekly returns values from BİST 100 companies during the period 02/06/2008-28/12/2012, expected returns and variance plus co-variance matrices were obtained and the modelling has been carried out. With the obtained results establish portfolios have been formed, active portfolios have been obtained and efficient frontiers have been drawn. As a result of study, it is observed that according to the investor's action against risk, portfolios on the efficiency frontier will bring greater returns to investor's who are more open to risk.

Keywords: Modern Portfolio Theory, portfolio optimization, quadratic modelling.

ⁱ Prof. Dr., Gaziantep Üniv., İİBF, İşletme Bölümü, cengiztoraman@gmail.com.

ⁱⁱ Gaziantep Üniv., İİBF, İşletme Bölümü, Doktora Öğrencisi, mfyuruk@hotmail.com.

Giriş

Bu çalışmanın amacı portföy çeşitlendirmesini ve optimizasyonunu Borsa İstanbul Ulusal-100 endeksinde test ederek etkin sınırını çizmektir. Markowitz modeli, sonrasında gelişen portföy teorilerinin temelini oluşturmaktadır. Yatırımcı ve portföy yöneticileri ellerinde bulundukları yatırım enstrümanlarının getirilerini maksimize etmek isterler. Yatırımcının getirilerini maksimum düzeye çıkarırken aynı anda riski minimum seviyede tutması önemlidir. Riskin sözlük anlamı, gelecekte beklenmeyen bir durumun ortaya çıkma olasılığı, yaralanma ve zarara uğrama ihtimalidir. Finansal açıdan risk; belli zaman periyodlarında beklenen getirinin sapması olarak tanımlanmaktadır (McClure, 2010: E.T: 28/11/14). Hisse senetlerine yapılan yatırımlarda da riskten kaçınmanın mümkün olmadığı bir gerçektir. Bu durumda devreye giren Portföy teorileri minimum risk seviyesinde en yüksek kazancı elde etme üzerine odaklanmaktadır. Geleneksel portföy yönetimi, portföye ne kadar enstrüman eklersek riskin de o derece azalacağını öne sürmüştür. Fakat burada eklenecek varlıklar arasındaki ilişki göz önüne alınmamıştır. Harry Markowitz (1952) “Portfolio Selection” adlı makalesinde, portföye dahil edilecek enstrümanların seçiminin önemli olduğu vurgusunu yapmıştır.

Bu makalede Markowitz’in ortalama-varyans modeli kapsamında yatırımcının maksimum getiriye elde etmesi için portföyüne hangi değerli varlıkların katılması gerektiği araştırılmıştır.

1. Literatür

Markowitz’den önce Williams (1938), Graham ve Dodd (1934) menkul kıymetleri ayrı ayrı değerlendirmişlerdir. Roy (1952) ise portföyü oluşturan enstrümanların getirilerinin varyansı ile portföyün getirilerinin varyansı arasında bir ilişki bulmuştur. Markowitz’in makalesinden sonra 1950’lerde portföy teorisi üzerindeki en iyi çalışma Tobin tarafından gerçekleştirilmiştir. Tobin, Markowitz’in ortalama-varyans Portföy Seçim Teorisi’ni yalın bir kantitatif altyapı ile genişletmiş ve detaylandırmıştır (Rubinstein, 2002: 1043).

Markowitz’in teorisinden hareketle, Sharpe ve Lintner gibi diğer bazı araştırmacıların çalışmaları sonucu Diagonal Model ve Sermaye Piyasası Doğrusunu ortaya çıkaran portföy teorilerinin gelişimi devam etmiştir (Rambaud vd., 2005: 276). Melton’dan sonra Ingersoll, Huang ve Litzenberg de, Lagrange optimizasyon kısıt yöntemlerini kullanarak etkin sınırı elde etmeye yönelik çalışmalarda bulunmuşlardır (Feldman vd., 2003: 1). Konno ve Yamazaki de, ortalama-mutlak sapma modelinin doğrusal programlama ile çözülebileceğini ortaya koymuşlardır (Ding, 2006: 458).

2. Modern Portföy Teorisi

Modern Portföy Teorisi'nin öncüsü kabul edilen Markowitz, 1952, 1959 yıllarında yazdığı makale ve kitaplarında Modern Portföy Teorisi'nden bahseden ilk kişidir (Elton ve Gruber, 1997: 1744). 1952'de Harry Markowitz'e Nobel ödülü kazandıran, "The Journal of Finance" Dergisi'nde yayınlanan "Portfolio Selection" adlı makale Modern Portföy Teorisi'nin başlangıcını oluşturmaktadır. Başlangıçta az ilgi gören teori zamanla finans dünyasında güçlü bir şekilde kabul görmüştür. Daha sonraki süreçte ortaya çıkan finans modelleri, metodların ve yeni görüşlerin temeli Modern Portföy Teorisi'ne (MPT) dayanmaktadır (Fabozzi, Gupta ve Markowitz, 2002: 7). Sharpe'e göre, portföy teorisine Markowitz'in katkısı çok büyüktür. Kendisinden sonra gelenler sadece onun teorisini geliştiren, değiştiren ve test eden çalışmalar yapmışlardır (Sharpe, 1970: 3). Harry Markowitz 1950'lerde yaptığı "Portfolio Selection" başlıklı çalışma ile finans dünyasında 1970'lerden itibaren yapılacak bir devrimin temellerini atmıştır.

Markowitz'in Portföy Seçim Teorisi bir "normatif teori"dir (Mangram, 2013: 61). Kendisi gibi finans dünyasına önemli katkılar sağlamış ve bazılarıyla da Nobel ödülünü paylaşacağı William Sharpe, James Tobin, Paul Samuelson, Jack Treynor ve Eugene Fama gibi bilim adamları ile sessiz bir şekilde Wall Street'in eski kurallarını yıkmışlar ve sermaye piyasalarına yeni kurallar koymuşlardır (Karan, 2001: 137). Markowitz, Modern Portföy Teorisi ile değerli varlıkların getirileri arasındaki ilişkinin önemli olduğunu ve tam pozitif ilişki içinde bulunmayan varlıkların aynı portföyde birleştirilmesiyle riskin azaltılabileceği üzerinde durmuştur (Markowitz, 1952: 77-91). Markowitz Modeli'nde portföy seçim kriteri olarak ortalama ve varyans kavramları kullanılmaktadır. Modern Portföy Teorisi'nde, optimizasyonu sağlanmış olan portföy oluşturulurken, portföy riski minimize edilmektedir (Birgili ve Tuna, 2010: 2).

Markowitz modelinin temel varsayımları şu şekilde sıralanabilir:

1- Yatırımcılar kararlarını verirken risk ve beklenen getiriye dikkate alırlar. Bunu yaparken varlıkların ortalama ve varyanslarını ölçerek karar verirler.

2- Modern Portföy Teorisi, sermaye piyasasının etkin olduğunu kabul eder. Bu etkinlik, bilgilerin doğru ve hızlı bir şekilde sağlanacağı ve menkul kıymetlerin fiyatlarına yansıtacağı varsayımına dayanmaktadır.

3- Yatırımcıların, portföy yatırımlarından beklenen getirilere göre risk tahminleri değişmektedir.

4- Yatırımcılar her risk düzeyinde en yüksek getiriye sağlayan menkul kıymetleri tercih ederler. Bu bağlamda aynı getiri seviyesinde daha düşük risk, yüksek risk düzeyine tercih edilir.

5- Portföy yatırımcısı ya da portföy yöneticisi beklenen faydalarını maksimumlaştırmayı amaçlamaktadır. Yatırımcılar, yatırımlardan beklenen

faydalara bakarak olasılık dağılımına göre menkul kıymetleri talep ederler (Civan, 2007: 313 ve West, 2006: 3).

3. Portföy Çeşitlendirilmesi

Geleneksel yaklaşıma göre, “yumurtaların farklı sepete koyulması” olarak ifade edilen çeşitlendirme ile portföye katılan değerli varlıkların sayısı artırılarak riskin azaltılabileceği, bu amaçla “portföyde ne kadar çok yatırım aracı varsa o kadar az portföy riski oluşur” düşüncesi kabul edilmiş, çeşitlendirme ile portföy riskinin sistematik riske yaklaştırılabileceği düşünülmüştür (Aksoy, 2014: 57). Bu “yalın çeşitlendirme” düşüncesinde portföydeki yatırım araçlarının getirileri arasındaki ilişki hesaba katılmamıştır.

Sadece varlıkların sayısının artırılması ile portföy riskinin azaltılması mümkün değildir. Geleneksel yaklaşımdaki gibi sadece portföye dahil edilen varlıkların sayısının artırılıp, aralarındaki ilişkinin dikkate alınmaması riski düşürmez. Gerçekte portföydeki varlıklar arasında riski arttıran ya da azaltan bir ilişki vardır. Bu ilişkiyi ihmal etmek yatırımcının beklentilerinde sapmalara neden olur. Bu nedendir ki Markowitz, geleneksel portföy yaklaşımından Marschak (1938), Williams (1938) ve Leavens'den (1945) farklı olarak, sadece portföy çeşitlendirilmesine gidilerek riskin azaltılamayacağını, portföyde yer alan menkul kıymetler arasındaki ilişkinin yönünün ve derecesinin de riskin azaltılması yönünde etkili olduğunu “ortalama- varyans” modeli ile ortaya koymuştur (Kapusuzoğlu vd., 2013: 120).

Markowitz'e göre, eğer kesinlik durumu söz konusu ise, gelecekteki kazançlarını bilen bir yatırımcı, sadece tek bir menkul kıymete yani en yüksek kazançlı menkul kıymete yatırım yapacaktır. Farklı menkul değerler aynı yüksek tahmini kazançta sahipse, o zaman yatırımcı, bunların her biri veya herhangi bir kombinasyonu arasında kayıtsız kalacaktır. Bu durumda hiçbir yatırımcı, farklılaştırılmış bir portföyü tercih etmeyecektir. Farklılaştırma, ancak belirsizlik söz konusu olduğunda, riski azaltacaktır (Markowitz, 1991: 469-470). Aslında yatırımların çeşitlendirilmesi Markowitz'in yayınlanan “*Portfolio Selection*” (1952) adlı makalesinden çok önce uygulanmıştı. Örneğin; 1952'den önce (1941 yılının başlarında) A. Wiesenberger'in yatırım şirketlerindeki günlük raporları bu şirketlerin ellerinde çok sayıda menkul kıymet tuttuklarını göstermektedir (Markowitz, 1999: 31). Başka bir çeşitlendirme örneğini Shakespeare'in 1596-1597 yılları arasında yazdığı “*Venedik Tacirleri*” eserinde de görmemiz mümkündür.

Shakespeare'in *Venedik Tacirleri* eserinde Antonio bir bölümde şöyle demiştir (Markowitz, 1999: 31):

“ Şükür ki talihim var

Malımın tümü tek bir gemiye bağlanmış değil;

Ne de hepsi tek bir yerde.

Hem, varımı yoğumu bu yılın işi etkilemez ki.”

(1. Perde, 1. Sahne)

Açıkça, Shakespeare sadece çeşitlendirmeyi bilmiyordu, sezgisel seviyede kovaryansı da anlamıştı (Markowitz, 1999: 31).

Modern Portföy Teorisi'ne göre çeşitlendirmenin iki ilkesi vardır (Civan, 2007: 320, 321):

- Tek varlığın getiri şüphesi kendisinden değil, onun riskliliğinden kaynaklanmaktadır.

- Anahtar belirleyici varlık getirilerinin nasıl birbirleriyle karşılıklı ilişkilendirileceğidir. Bu çok önemlidir ve kovaryans olarak isimlendirilir.

Fisher ve Lorie (1970), 8 yatırım aracından oluşan portföylerde, riskin çeşitlemeden dolayı azaltıldığını saptamışlardır (Karan, 2011). Evans ve Archer (1968), iyi çeşitlendirilmiş bir portföyde 8-15, Latane ve Young (1969); 8-16, Fielitz (1974); 8, Elton ve Gruber (1977); 15-100 arasında, Statman (1987); 30-40, Campbell vd. (2001) en az 10 arasında olması gerektiğini tespit etmişlerdir (Kapusuzoğlu vd., 2013: 120).

Yatırımcılar çeşitleme yaparken bazı hatalar yapmaktadırlar. Bu hatalar şu şekilde sıralanabilir:

- Portföye çok fazla hisse senedi dahil ederek portföyü yönetememek.
- Çok fazla hisse senedi ile ilgilenerek, yeterli bilgiye ulaşmadan gereğinden aşırı hisse senedi satın almak.
- Fazla sayıda hisse senedi ile ilgilenerek, zaman kaybına ve araştırma giderlerinin artmasına neden olmak.
- Sıklıkla hisse senedi değiştirerek işlem giderlerinin yükselmesine neden olmak (Karan, 2011: 164).

3.1. Portföyün Beklenen Getirisi

Bir portföyün beklenen getirisi, belli bir dönem getirileri ile bu getirilerin gerçekleşme olasılıklarının çarpımının toplamından oluşur. İki hisse senedinden oluşan, portföyün beklenen getirisini veren formül:

$$E(R) = w_1 E(r_1) + w_2 E(r_2)$$

w_1 ve w_2 , menkul değerlerin portföy içindeki ağırlığını; $E(r_1)$ ve $E(r_2)$ de, menkul değerlerin beklenen getirilerini ifade etmektedir. N kadar menkul kıymetten meydana gelen bir portföyün tahmini kazancı ise:

$$E(R) = \sum_{i=1}^N w_i E(r_i) \text{ ile gösterilmektedir.}$$

3.2. Portföyün Riski

Markowitz'den önce risk analitik olarak değerlendirilmemekte ve başarı kriteri olarak daha çok ortalama kazançlar üzerine durulmaktadır (Akay, 2004: 3). Harry Markowitz riski de hesaba katarak optimum portföy seçimi yapmıştır. Yatırımcı portföy oluştururken birden fazla finansal enstrümana yatırım yapmaktadır. Bir portföyde önemli olan risk ve getiridir. Markowitz portföy çeşitlendirmesi yaparken portföyüne kattığı enstrümanları pozitif ve mükemmel korelasyona sahip olamayanlardan seçmiştir. İki değişken arasındaki doğrusal ilişkinin yönü ve derecesi hakkındaki bilgiyi ise korelasyon vermektedir. Korelasyon değeri kovaryansın standart sapmalara bölünmesinden elde edilmektedir ve bundan dolayı -1 ile +1 arasında değer almaktadır. Dolayısıyla korelasyon değeri -1'e yaklaştıkça iki değişken arasında zıt yönde güçlü bir doğrusal ilişkiden, +1'e yaklaştıkça aynı yönlü güçlü bir doğrusal ilişkiden söz edilmektedir. Portföyümüze dahil edilecek menkul değerlerin seçiminde negatif kovaryansa sahip değerleri seçmemiz gerekmektedir. Çünkü kovaryans iki menkul değer arasındaki ilişkiyi gösterdiğinden bir menkul değerın değer düşüklüğü diğer menkul değerın artması anlamına gelmektedir. Bir nevi kurtarıcı olarak da değerlendirebileceğimiz bu durum portföyümüzün riskini azaltacaktır. Aynı yönlü olmayan hisse senetlerinin etkileşimi sonucu portföyün riski; portföyü oluşturan finansal varlıkların ağırlıklı risk toplamından daha küçük olmaktadır (Okka, 2009: 229).

Markowitz (1952) N sayıda varlıktan oluşan portföyün varyansını aşağıdaki gibi formüle etmiştir:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^N w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_i w_j \sigma_i \sigma_j \rho_{ij}$$

$$j \neq i$$

$$\sigma_p^2 = \text{Portföyün varyansı}$$

$$\sigma_i^2 = i \text{ varlığının varyansı}$$

$$\rho_{ij} = i \text{ ve } j \text{ varlıkları arasındaki korelasyon}$$

$$N = \text{Varlıkların sayısı}$$

İki menkul kıymetten oluşan bir portföyün riskini veren formül şu şekilde yazılabilir:

$$\sigma_p = \sqrt{w_A^2 \sigma_A^2 + w_B^2 \sigma_B^2 + 2w_A w_B \rho_{AB} \sigma_A \sigma_B}$$

$$\sigma_p = \text{Portföyün riskini (standart sapması),}$$

w_A = Portföy içindeki A senedinin ağırlığını,

w_B = Portföy içindeki B senedinin ağırlığını,

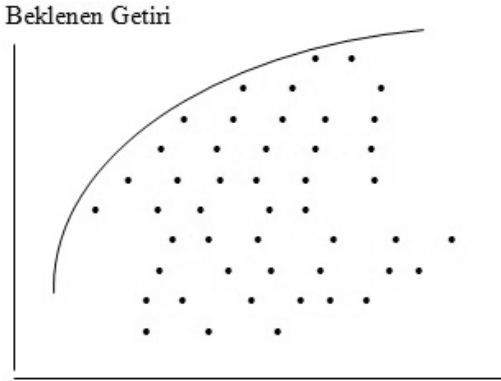
σ_A = A senedinin standart sapmasını,

σ_B = B senedinin standart sapmasını,

ρ_{AB} = A ve B değişkeni arasındaki korelasyon katsayısını göstermektedir.

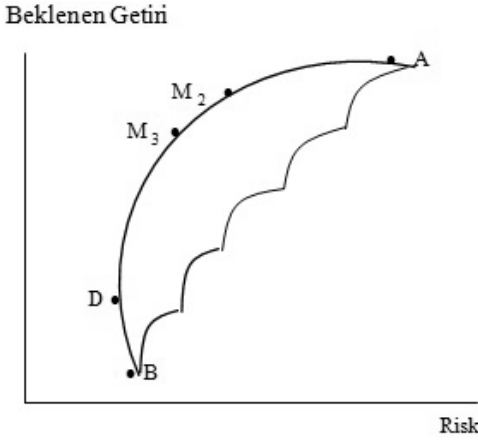
3.3. Etkin Portföy ve Etkin Sınır

Markowitz'in portföy teorisinde tanımlandığı üzere yatırımcı aynı risk seviyesinde maksimum getiriyi sağlayan portföyü tercih ederken, aynı getiri düzeyinde minimum riski olan portföyleri tercih eder. Bu tür portföyler etkin portföyü meydana getirir. Finans literatüründe etkin portföyleri birleştiren eğriye "etkin sınır" adı verilmektedir (Karan, 2011: 173).



Şekil 1. Etkin Sınır

Şekil 1'de etkin portföylerin birleşmesi sonucu oluşan yay, etkin sınırı ifade etmektedir. Şekilde çeşitli risk-beklenen getiri düzeylerinin birleştiği her nokta ayrı bir menkul kıymeti belirtmektedir. Yukarıda yer alan noktalar aşağıdakilere göre daha yüksek kazançlı kıymetleri temsil etmektedirler.



Şekil 2. Fırsat Seti ve Etkin Portföy

Şekil 2’de A ve B noktaları arası portföyler etkin portföyü oluştururken oluşan eğri etkin sınır eğrisidir. B noktası en düşük varyanslı portföyü temsil ederken, A noktası maksimum getiriyi sağlayan portföydür. En uygun portföy etkin sınır üzerinde olmakta, yatırımcının ya da portföy yöneticisinin risk tercihlerine göre seçim yapılabilir. Yatırımcı daha yüksek risk seviyesinde daha fazla beklenen kazanç elde etme davranışı içinde ise M_2 portföyünü M_3 portföyüne tercih edecektir.

4. Optimal Portföyün Oluşturulması

Çalışmada BİST Ulusal-100 endeksinde işlem gören firmaların 02/06/2008-28/12/2012 tarihleri arasındaki haftalık düzeltilmiş getirileri kullanılarak hesaplamalar yapılmıştır. MS Excel yazılımı aracılığı ile ortalama kazanç, varyans, kovaryans değerleri bulunmuştur. Markowitz modelinde portföylerin risklerinin korelasyon katsayısı ile ilişkisi olduğundan kovaryans ve korelasyon matrisi de bu çalışmada hesaplanmıştır. Portföy oluşturmada amaç tahmini kazançlar maksimize edilirken riskin de minimize edilmesidir. Çalışmada BİST-100 endeksinde işlem gören 16 hisse senedi, portföyü teşkil etmek için seçilmiştir. Portföye dahil edilen hisse senetleri farklı sektörlerden seçilmiştir. Portföyde yer alan 16 hisse senedinin risk hesaplamaları için kovaryans, hisse senetlerinin aralarındaki ilişkinin belirlenmesi için korelasyon tablosu oluşturulmuştur. Tablo 1’de BİST-100 endeksinde seçilen 16 firma yer almaktadır. Tablo 2’de ise portföyü oluşturan 16 hisse senedinin ortalama kazancı, varyansları ve standart sapmaları gösterilmiştir.

Tablo 1. Hisse senetlerinin kodu ve menkul kıymetin adı.

Kodu	Menkul Adı
AKENR	Akenerji Elektrik Üretim A.Ş.
ASUZU	Anadolu Isuzu Otomotiv Sanayi Ve Ticaret A.Ş.
ASELS	Aselsan Elektronik Sanayi Ve Ticaret A.Ş.
AYGAZ	Aygaz A.Ş.
BAGFS	Bağfaş Bandırma Gübre Fabrikaları A.Ş.
BRISA	Brisa Bridgestone Sabancı Lastik San. ve Tic. A.Ş.
CIMSA	Çimsa Çimento Sanayi ve Ticaret A.Ş.
KRDMD	Kardemir Karabük Demir Çelik Sanayi ve Ticaret A.Ş.
MNDRS	Menderes Tekstil Sanayi ve Ticaret A.Ş.
PETKM	Petkim Petrokimya Holding A.Ş.
SODA	Soda Sanayi A.Ş.
SASA	Sasa Polyester Sanayi A.Ş.
TRKCM	Trakya Cam Sanayi A.Ş.
TTRAK	Türk Traktör ve Ziraat Makineleri A.Ş.
ULKER	Ülker Bisküvi Sanayi A.Ş.
VESTL	Vestel Elektronik Sanayi ve Ticaret A.Ş.

Tablo 2. Hisse senetlerinin ortalama kazanç ve varyans değerleri.

Kod	Ortalama Kazanç	STD (R)	VAR (R)
AKENR	-0,00068	0,05917	0,00350
ASUZU	0,00421	0,05804	0,00337
ASELS	0,00427	0,04956	0,00246
AYGAZ	0,00452	0,04406	0,00194
BAGFS	-0,00003	0,05299	0,00281
BRISA	0,00389	0,06440	0,00415
CIMSA	0,00410	0,04635	0,00215
KRDMD	0,00037	0,04966	0,00247
MNDRS	0,00233	0,05489	0,00301
PETKM	0,00237	0,04290	0,00184
SODA	0,00250	0,04032	0,00163
SASA	0,00264	0,05603	0,00314
TRKCM	0,00346	0,04463	0,00199
TTRAK	0,00700	0,05599	0,00314
ULKER	0,00434	0,04559	0,00208
VESTL	-0,00292	0,05209	0,00271

4.1. Portföyün Tahmini Kazancı ve Riskinin Hesaplanması

Çalışmada çözüm ortamı için MS Excel ve çözücü olarak da solver eklentisi kullanılmıştır. 16 hisse senedinin haftalık getiri verileriyle kovaryans matrisi oluşturulmuştur. Varyans-kovaryans matrisinin diagonalindeki değerler varlıkların varyanslarını, diğer değerler ise varlıklar arasındaki kovaryans değerini vermektedir. Matrisin diagonale göre sağ üst ve sol kısımlar simetriktir.

Tablo 3. Senetler Arasındaki Kovaryans Katsayı Değerleri.

	AKENR	ASUZU	ASELS	AYGAZ	BAGFS	BRISA	CIMSA	KRDMD
AKENR	0,003485	0,001461	0,000861	0,001099	0,001282	0,000994	0,001174	0,001304
ASUZU	0,001461	0,003354	0,000932	0,000913	0,001183	0,001614	0,00101	0,001285
ASELS	0,000861	0,000932	0,002445	0,000995	0,001126	0,000806	0,000818	0,001229
AYGAZ	0,001099	0,000913	0,000995	0,001933	0,000882	0,0008	0,000787	0,000999
BAGFS	0,001282	0,001183	0,001126	0,000882	0,002795	0,001515	0,001118	0,001233
BRISA	0,000994	0,001614	0,000806	0,0008	0,001515	0,004129	0,000845	0,001055
CIMSA	0,001174	0,00101	0,000818	0,000787	0,001118	0,000845	0,002139	0,001111
KRDMD	0,001304	0,001285	0,001229	0,000999	0,001233	0,001055	0,001111	0,002455
MNDRS	0,001051	0,000983	0,001117	0,000861	0,00113	0,000982	0,000991	0,001294
PETKM	0,000919	0,000886	0,000761	0,000684	0,001065	0,000863	0,0009	0,000883
SODA	0,000782	0,000856	0,000817	0,000689	0,00086	0,000837	0,000792	0,00094
SASA	0,001152	0,001255	0,000923	0,001057	0,001397	0,001458	0,00085	0,001287
TRKCM	0,001003	0,001201	0,001014	0,000815	0,001135	0,000868	0,000872	0,001162
TTRAK	0,001219	0,00113	0,00106	0,000989	0,001024	0,000892	0,001268	0,001081
ULKER	0,000961	0,000981	0,001021	0,000884	0,001059	0,000934	0,000984	0,001147
VESTL	0,001383	0,001407	0,001327	0,001068	0,001263	0,001032	0,001059	0,001519

Tablo 3. (Devamı) Senetler Arasındaki Kovaryans Katsayı Değerleri.

	MNDRS	PETKM	SODA	SASA	TRKCM	TTRAK	ULKER	VESTL
AKENR	0,001051	0,000919	0,000782	0,001152	0,001003	0,001219	0,000961	0,001383
ASUZU	0,000983	0,000886	0,000856	0,001255	0,001201	0,00113	0,000981	0,001407
ASELS	0,001117	0,000761	0,000817	0,000923	0,001014	0,00106	0,001021	0,001327
AYGAZ	0,000861	0,000684	0,000689	0,001057	0,000815	0,000989	0,000884	0,001068
BAGFS	0,00113	0,001065	0,00086	0,001397	0,001135	0,001024	0,001059	0,001263
BRISA	0,000982	0,000863	0,000837	0,001458	0,000868	0,000892	0,000934	0,001032
CIMSA	0,000991	0,0009	0,000792	0,00085	0,000872	0,001268	0,000984	0,001059
KRDMD	0,001294	0,000883	0,00094	0,001287	0,001162	0,001081	0,001147	0,001519
MNDRS	0,002999	0,000706	0,000907	0,001247	0,001071	0,001204	0,000772	0,001297
PETKM	0,000706	0,001832	0,000651	0,000889	0,000928	0,001042	0,000927	0,000815
SODA	0,000907	0,000651	0,001618	0,000801	0,000897	0,001038	0,000707	0,000884
SASA	0,001247	0,000889	0,000801	0,003125	0,001062	0,001029	0,000924	0,001191
TRKCM	0,001071	0,000928	0,000897	0,001062	0,001982	0,001048	0,000786	0,001106
TTRAK	0,001204	0,001042	0,001038	0,001029	0,001048	0,003121	0,000877	0,001363
ULKER	0,000772	0,000927	0,000707	0,000924	0,000786	0,000877	0,002069	0,001206
VESTL	0,001297	0,000815	0,000884	0,001191	0,001106	0,001363	0,001206	0,002701

Tablo 4. Senetler Arasındaki Korelasyon Katsayı Değerleri.

	AKENR	ASUZU	ASELS	AYGAZ	BAGFS	BRISA	CIMSA	KRDMD
AKENR	1							
ASUZU	0,427246	1						
ASELS	0,294831	0,325526	1					
AYGAZ	0,423459	0,358542	0,457903	1				
BAGFS	0,410717	0,386506	0,430657	0,379298	1			
BRISA	0,262019	0,43361	0,253816	0,283236	0,446068	1		
CIMSA	0,430082	0,376916	0,357848	0,38687	0,457423	0,28419	1	
KRDMD	0,44563	0,447851	0,501625	0,458391	0,470688	0,331462	0,484974	1
MNDRS	0,324908	0,310033	0,412282	0,357792	0,390144	0,279045	0,39136	0,476733
PETKM	0,363637	0,357528	0,359593	0,363225	0,470701	0,313701	0,454586	0,416179
SODA	0,329111	0,367455	0,410913	0,38966	0,404462	0,323706	0,425509	0,471612
SASA	0,349073	0,387548	0,333872	0,430023	0,472833	0,405968	0,328676	0,464592
TRKCM	0,381566	0,465888	0,460449	0,416326	0,482094	0,303536	0,423692	0,526633
TTRAK	0,369452	0,349232	0,383771	0,402854	0,346596	0,248481	0,490889	0,390515
ULKER	0,357809	0,37222	0,454033	0,441989	0,440452	0,319649	0,467772	0,508718
VESTL	0,450749	0,467582	0,516174	0,467235	0,459684	0,309146	0,440666	0,58978

Tablo 4. (Devamı) Senetler Arasındaki Korelasyon Katsayı Değerleri.

	MNDRS	PETKM	SODA	SASA	TRKCM	TTRAK	ULKER	VESTL
AKENR								
ASUZU								
ASELS								
AYGAZ								
BAGFS								
BRISA								
CIMSA								
KRDMD								
MNDRS	1							
PETKM	0,301074	1						
SODA	0,411622	0,378228	1					
SASA	0,407228	0,371507	0,356266	1				
TRKCM	0,439081	0,486946	0,50082	0,426668	1			
TTRAK	0,393418	0,435881	0,461834	0,32954	0,421486	1		
ULKER	0,309923	0,475973	0,386496	0,363337	0,388178	0,345134	1	
VESTL	0,455802	0,366322	0,4227	0,409933	0,477883	0,469456	0,510047	1

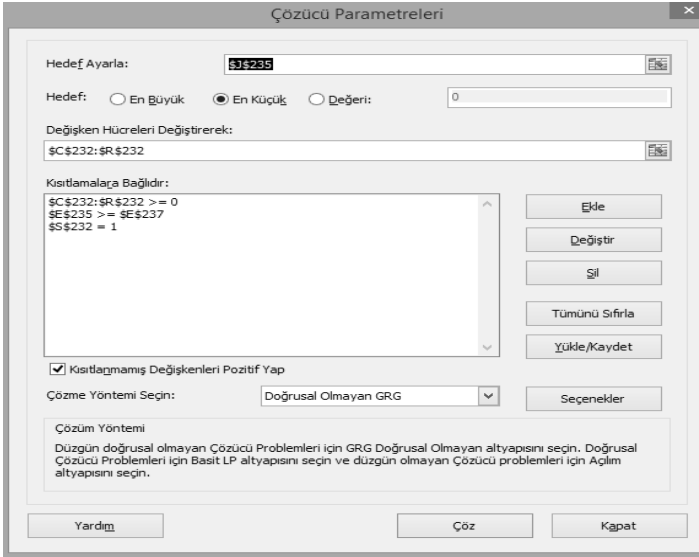
A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S
225	ort.getiri	-0,00068	0,00421	0,00427	0,00452	-0,00003	0,00389	0,00410	0,00037	0,00233	0,00237	0,00250	0,00264	0,00346	0,00700	0,00434	-0,00292	
226	varyans	0,00350	0,00337	0,00246	0,00194	0,00281	0,00415	0,00215	0,00247	0,00301	0,00184	0,00163	0,00314	0,00199	0,00314	0,00208	0,00271	
227	s. sapma	0,05917	0,05804	0,04956	0,04406	0,05299	0,06440	0,04635	0,04966	0,05489	0,04290	0,04032	0,05603	0,04463	0,05599	0,04559	0,05209	
228		AKENR	ASUZU	ASELS	AYGAZ	BAGFS	BRISA	CMSA	KRDMD	MNDRS	PETKM	SODA	SASA	TRKCM	TTRAK	ULKER	VESTI	
229																		
230																		
231																		
232	PORTFÖYDEKİ PAVLAR	0,004294	0,001865	0,050989	0,168865	0,000000	0,031924	0,086720	0,000000	0,038825	0,189346	0,254748	0,010422	0,068803	0,000000	0,093700	0,000000	1,00
233																		
234																		
235			PORTFÖY GETİRİŞİ	0,0033146					PORTFÖY VARYANSI	0,0009651								
236																		
237			HEDEFLenen GETİRİ	0,0004700					PORTFÖY S.SAPMA	0,0310664								
238																		

Şekil 3. Modelin Excel Ortamında Gösterimi

Modelin minimize edilecek olan amaç fonksiyonu Şekil 3'te görülen J235 hücresinde şu formül ile hesaplanmıştır: =TOPLA.ÇARPIM(DÇARP(C232:R232;kovaryans!B2:Q17);C232:R232) Bu formül portföyün varyansını hesaplamaktadır. Portföyün standart sapması da J237 hücresine yazılan "=KAREKÖK(J235)" formülüyle hesaplanmıştır. E235 hücresi

hedeflenen getirinin girildiği hücredir. E235 hücresine yazılan =TOPLA.ÇARPIM(C225:R225;C232:R232) formülü ile hedeflenen getiri oranınca oluşturulan portföyün getirisi bulunmaktadır.

MS Excel’de oluşturulan model, MS Excel Solver eklentisi kullanılarak optimize edilmiştir. Şekil 4’te Solver parametreleri görülmektedir. “Hedef Ayarla” girdi bölümüne amaç fonksiyonu ifadesinin hazırlandığı J235 hücresi girildi. “Hedef” bölümünde amaç fonksiyonun tipi olarak riski minimize etmek istediğimizden “En Küçük” kutucuğunu tıkladı. “Değişken Hücreleri Değiştirerek” kısmına C225:R225 arası hücreler seçildi. “Kısıtlamalara Bağlıdır” bölümüne Şekil 4’te görüldüğü gibi optimizasyon süresince göz önünde bulundurduğumuz kısıtlar tanımlandı. Bunlar; tüm fonun yatırım enstrümanlarına dağıtılmasını sağlayan $S_{232}=1$, hedeflenen getiri düzeyine ulaşılmasını sağlayan $E_{235} \geq E_{237}$ ve karar değişkenlerinin negatif değer almamasını sağlayan $C_{232}:R_{232} \geq 0$ kısıtlarıdır. Model tanımlandıktan sonra Solver’da “Çöz” düğmesi tıklanarak portföy seçim modeli optimize edilmiş olacaktır.



Şekil 4. Solver Parametreleri

Farklı getiri düzeylerinde hesaplanan portföylerin varyans ve standart sapmaları Tablo 5’te gösterilmektedir.

Tablo 5. Farklı getiri düzeylerinde oluşturulan portföylerin ağırlıkları ve riskleri.

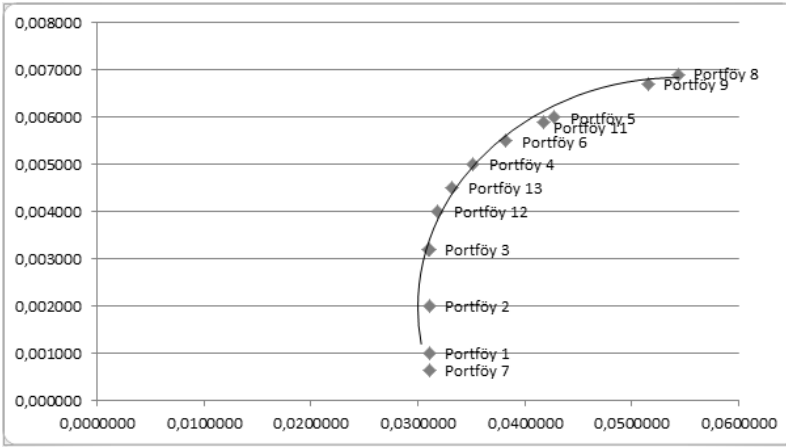
	Portföy 1	Portföy 2	Portföy 3	Portföy 4	Portföy 5	Portföy 6	Portföy 7	Portföy 8	Portföy 9	Portföy 10	Portföy 11	Portföy 12	Portföy 13
Standart Sapma	0,031066	0,03107	0,031066	0,03517	0,04274	0,038224	0,031066	0,054396	0,051479	0,031	0,041725	0,031835	0,033178
Hedeflenen Getiri	0,001	0,002	0,0032	0,005	0,006	0,0055	0,00065	0,0069	0,0067	0,0032	0,0059	0,004	0,0045
Varyans	0,000965	0,00097	0,000965	0,00124	0,00183	0,001463	0,000965	0,002959	0,00265	0,000965	0,001741	0,001014	0,001101
AKENR	0,004274	0,00427	0,004246	0	0	0	0,004293	0	0	0,004243	0	0	0
ASUZU	0,001804	0,0018	0,00212	0,02256	0	0,019312	0,001896	0	0	0,002146	0	0,013185	0,017642
ASELS	0,05105	0,05105	0,050759	0,08537	0,01034	0,064695	0,050994	0	0	0,050788	0,022774	0,071482	0,078025
AVGAZ	0,168855	0,16886	0,168826	0,23871	0,20661	0,237459	0,168725	0,039148	0,078371	0,168984	0,214789	0,205643	0,222869
BAGFS	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
BRISA	0,03192	0,03192	0,032	0,05142	0,00077	0,035625	0,031946	0	0	0,031902	0,009621	0,044046	0,049926
CIMSA	0,086863	0,08686	0,086782	0,08382	0	0,014677	0,08672	0	0	0,086661	0	0,102388	0,100483
KRDMD	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
MINDRS	0,038428	0,03843	0,038661	0	0	0	0,03876	0	0	0,038664	0	0	0
PETKIM	0,189369	0,18937	0,189533	0	0	0,189402	0	0	0	0,189555	0	0,093015	0,02113
SODA	0,254908	0,25491	0,254813	0	0	0,254956	0	0	0	0,255	0	0,164611	0,08963
SASA	0,010318	0,01032	0,01041	0	0	0	0,010195	0	0	0,010253	0	0	0
TRKCM	0,068363	0,06836	0,068333	0,06012	0	0	0,068316	0	0	0,068337	0	0,082288	0,082853
TTRAK	0	0	0	0,27123	0,61096	0,430151	0	0,960852	0,882873	0	0,574557	0,086735	0,170066
ULKER	0,093848	0,09385	0,093788	0,18877	0,17133	0,198081	0,093796	0	0,0308756	0,093618	0,178259	0,136607	0,167377
VESTL	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Hisselerin Portföydeki Ağırlıkları

4.2. Etkin Sınır

Farklı beklenti getiri düzeylerinde oluşturulan model çözüldüğünde, her biri o getiri düzeyi için etkin olan portföyler elde edilmiştir. Markowitz'in teorisine göre, hedeflenen getiri düzeyleri ve o getiri düzeyinde elde edilen etkin portföylerin varyansları beklenen getiri-varyans grafiği üzerinde gösterildiğinde,

bu etkin portföyleri birleştiren noktalar eğri halini alır ve bu eğriye “etkin sınır” denir. Çalışmadaki farklı getiri düzeyleri için etkin portföy kombinasyonları ve portföy riskleri Tablo 5’te görülmektedir. Bu veriler kullanılarak etkin sınır Şekil 5’te elde edilmiştir. X eksenini risk, Y eksenini beklenen getiriyi göstermek üzere, noktaların geometrik yeri, bir eğri halini almıştır. Bu eğri Markowitz’in modeline uygun bir sonuç elde edildiğini göstermektedir. Etkin sınır, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 13 numaralı portföylerden meydana gelmektedir. Bu portföyler etkindir ve etkin portföyler, verilmiş bir risk seviyesinde en fazla getiriye sahip veya verilmiş getiri düzeyinde en düşük riske sahip olan portföylerdir.



Şekil 5. Etkin Sınır

Sonuç

Bu çalışmada Modern Portföy Teorisi önce teorik olarak ele alınmış daha sonra Borsa İstanbul’da işlem gören hisse senetleri üzerinde optimal portföy denemelerinde bulunulmuştur. İyi bir çeşitlendirme ile riskin azaltılmasının mümkün olabildiği ve yatırımcının beklenen kazancını artırabileceği görülmüştür. Markowitz modeli bir portföyde aynı kazanç seviyesinde daha az riskle, aynı risk seviyesinde daha fazla kazançla sahip portföyler elde edebileceğimizi göstermektedir. Çalışmada farklı getiri düzeylerinde hisse senetlerinin varyansları, ağırlıkları ve standart sapmaları hesaplanmıştır. Hesaplanan risk-beklenen getiri dağılımları düzlemde bir etkin sınır oluşturmuştur. Tamamen yatırımcının alacağı risk davranışına göre etkin sınır üzerinde bulunan portföylerden seçme imkanı getirilmiştir. Yatırımcı diğer portföylere göre daha yüksek risk karşısında daha fazla getiri isteyebilir, bunun sonucunda bir portföyü diğerine tercih edebilir. Sonuç olarak bu modelde tek tek hisse senetlerine yatırım yapmaktansa iyi çeşitlenmiş, varlıkların arasındaki ilişki dikkate alınmış bir portföye yatırım yapmak fayda sağlayacaktır.

Kaynakça

- Aksoy, E. E. (2014). *Uluslararası Portföy Yönetimi*, (1. baskı). Ankara: Detay.
- Birgili, E., Tuna, G. (2010). Markowitz ve Tek Endeks Modellerinin Uygulanması: İmkb 30 Endeksi Üzerinde Karşılaştırmalı Analiz. *Süleyman Demirel Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, C:15, S:3, ss.1-18.
- Civan, M. (2007). *Sermaye Piyasası Analizleri ve Portföy Yönetimi*. Ankara: Gazi.
- Ding, Y. (2006). Portfolio selection under maximum minimum criterion. *Quality and Quantity*, 40(3), ss.457-468.
- Elton, E. J., Gruber, M. J. (1997). Modern portfolio theory, 1950 to date. *Journal of Banking & Finance*, 21(11), ss.1743-1759.
- Fabozzi, F. J., Gupta, F., Markowitz, H. M. (2002). The legacy of modern portfolio theory. *The Journal of Investing*, 11(3), ss.7-22.
- Feldman, D., Reisman, H. (2003). Simple construction of the efficient frontier. *European Financial Management*, 9(2), ss.251-259.
- Okka, O. (2009). *Analitik Finansal Yönetim*. Ankara: Nobel.
- Kanalıcı, A. H. (2004). Modern Portföy Teorisi ve İstanbul Menkul Kıymetler Borsası'ndaki Uygulanabilirliği. *Öneri, Marmara Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, Yıl 10, Sayı 21, ss.189-202.
- Kapusuzoğlu, A., İbicioğlu, M. (2013). Portföy Çeşitlemesi: İMKB'de Sektörel Endeksler Üzerine Bir Analiz, *Muhasebe ve Finansman Dergisi*, Nisan, s.119-137.
- Karan, M.B. (2011). *Yatırım Analizi ve Portföy Yönetimi*. Ankara: Gazi.
- Mangram, M. E. (2013). A simplified perspective of the Markowitz Portfolio Theory. *Global Journal of Business Research*, 7(1), s.59-70.
- Markowitz, H.M. (1952). Portfolio Selection, *The Journal of Finance*. Blackwell Publishing, Vol:7, No:1, Mar., s. 77-91.
- Markowitz, H. M. (1991). Foundations of Portfolio Theory. *The Journal of Finance*, No.2, s.469-477, Haziran.
- McClure, B. (2010). Modern portfolio theory: Why it's still hip. *Investopedia*. <http://www.investopedia.com/articles/06/MPT.asp#axzz1g3JQY7nY> (E.T: 28/11/14).
- Rubinstein, M. (2002). Markowitz's "Portfolio Selection": A Fifty Year Retrospective. *The Journal of finance*, 57(3), s.1041-1045.
- Cruz Rambaud, S., García Pérez, J., Angel Sánchez Granero, M., & Evangelista Trinidad Segovia, J. (2005). Theory of portfolios: New considerations on classic models and the Capital Market Line. *European journal of operational research*, 163(1), s.276-283.
- Sharpe, W. F. (1970). *Portfolio Theory and Capital Markets*. New York: McGraw-Hill Book Company.
- Ulucan, A. (2004). *Portföy Optimizasyonu*. Ankara: Siyasal.
- West, G. (2006). An introduction to Modern Portfolio Theory: Markowitz, CAP M, APT and Black-Litterman. *Parktown North: Financial Modelling Agency*.