

Niğde Ömer Halisdemir Üniversitesi Mühendislik Bilimleri Dergisi Nigde Omer Halisdemir University Journal of Engineering Sciences

> ISSN: 2564-6605 Araştırma / Research



İKİ BOYUTLU FONKSİYONEL KADEMELENDİRİLMİŞ PLAKALARIN YAPAY SİNİR AĞI ÖĞRENME ALGORİTMALARI İLE ISIL GERİLME MODELLEMESİ

Munise Didem DEMİRBAŞ ^{1,*} (1), Didem ÇAKIR ² (1)

¹Erciyes Üniversitesi, Makine Mühendisliği Bölümü, Kayseri, Türkiye ²Erciyes Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Kayseri, Türkiye

ÖZET

Belirli bir hacimsel dağılım fonksiyonuna göre oluşturulan fonksiyonel kademelendirilmiş malzemeler (FKM) günümüz yüksek sıcaklık uygulamalarına dayanımlı malzeme üretiminde önemli bir yere sahiptir. Amaç fonksiyonuna bağlı olarak FKM'de maksimum çalışma performansı, yapısal varyasyonlar ve emniyetli gerilme değerleri gibi önemli özelliklerin sağlanabilmesi için hacimsel dağılımın belirlenmesi çok önemlidir. Hacimsel dağılımın belirlenmesi ve uygun hacimsel dağılımın test edilebilmesi için nümerik analiz yöntemleri kullanılmaktadır. Bu çalışmada, sonlu farklar metodu ile iki boyutlu fonksiyonel kademelendirilmiş plakaların ısı akısı tesirinde ısıl-mekanik davranışının tespit edilmesinde önemli bir parametre olan eşdeğer gerilme seviyeleri için malzemenin hacimsel dağılımına bağlı modeller oluşturulmuştur. Bu modeller yapay sinir ağında iki farklı eğitim algoritması ile elde edilmiştir. Bu eğitim algoritmaları Levenberg-Marquart ve Geriye Yayılım algoritmasıdır. FKM'lerin hacimsel dağılımın belirlenmek 1800 s iken Yapay Sinir ağı modeli ile 900 s olup verimlilik önemli derecede artmaktadır. Kullanılan eğitim algoritmalarınını iş-zaman-performans değerleri açısından ileride yapılacak bilimsel çalışmalar için fikir verici nitelikte olması önemlidir. Önerilen eğitimli modeller henüz seri üretimi gerçekleştirilemeyen FKM için hem üretimde hem de yapılacak teorik çalışmalara optimum hacimsel dağılıma ulaşmada yol gösterici olacaktır.

Anahtar kelimeler: İki boyutlu fonksiyonel kademelendirilmiş plaka, Yapay sinir ağı, Levenberg-Marquart algoritması, Geriye yayılım algoritması, Sonlu farklar metodu, Isıl gerilme analizi

THERMAL STRESS MODELLING WITH NEURAL NETWORK LEARNING ALGORITHMS OF TWO-DIRECTIONAL FUNCTIONALLY GRADED PLATES

ABSTRACT

Functionally graded materials (FGM) which are formed according to a specific volumetric distribution function have an important place in the production of materials resistant to high temperature applications. Depending on the objective function, it is very important to determine the volumetric distribution in order to provide important features such as maximum operating performance, structural variations and safe stress values in FGM. Numerical analysis methods are used to determine the volumetric distribution and to test the appropriate volumetric distribution. In this study, volumetric distribution models were created for the equivalent stress levels which are the most important parameter in determining the thermo-mechanical behavior of two-dimensional functionally graded plates in heat flux by finite difference method. These models were obtained by two different training algorithms in artificial neural network (ANN). These training algorithms are Levenberg-Marquart and Gradient Descent Backpropagation algorithm. While it takes 1800 s to determine n and m values in numerical analysis by finite difference method, this time is 900 s with an artificial neural network model and productivity increases significantly. It is important that used training algorithms are informative for scientific studies in terms of work-time-performance values. The proposed training models will guide researchers in achieving optimum volumetric distribution in both production and theoretical studies

Keywords: Two-directional functionally graded plate, Artificial neural network, Levenberg-Marquardt algorithm, Gradient descent backpropagation algorithm, Finite difference method, Thermal stress analysis

^{*} Sorumlu yazar / Corresponding author, e-posta / e-mail: mddemirbas@erciyes.edu.tr

Geliş / Recieved: 04.07.2019 Kabul / Accepted: 10.02.2020 doi: 10.28948/ngmuh.586770

1. GİRİŞ

Malzemelerin çalışma koşullarının zorlaşması ile birlikte performans değerlerinin optimum olabilmesi için teknik literatürde pek çok sayısal optimizasyon yöntemi önerilmektedir. Algoritmaların temel amacı zaman açısından verimliliği artırmaktır.

Yüksek sıcaklık uygulamalarında malzeme direncinin fazla ve deformasyonun az olması amacıyla fonksiyonel kademelendirilmiş malzemeler üretilmektedir [1]. Bu malzemeler ile seramik malzemenin özelliklerinden faydalanılarak, malzemenin bağlama yüzeyinde ortaya çıkan ara yüzey çatlaklarının minimum seviyeye düşmesini sağlamıştır. FKM'lerin malzeme bileşimi ile ilgili kompozisyonel gradyant üst değerinin önceden bir varsayım ile belirlenmediği sürece, amaç işlevi ve tasarım değişkenleri arasında açık bir ilişki elde etmek neredeyse imkansızdır. Bunun için FKM'lerin optimum hacimsel dağılımını belirlemek için literatürde farklı yöntemler kullanılmaktadır [2,3]. Isıl-mekanik analizde, malzemede meydana gelen deformasyonları minimuma indirgemek için optimum malzeme kompozisyonunu bulmak önem arz etmektedir. Yapılan birçok çalışma bu alana odaklanmıştır [4]. Literatürde yer alan bazı çalışmalar aşağıda verilmiştir.

Moita ve arkadaşları [5], FKM'lerin hacimsel dağılımını bulmak için sonlu elemanlar yöntemi (SEM) ile YSA algoritmasını kullandılar. Onlar çalışmalarında doğrusal ve geometrik olmayan davranış, serbest titreşimler ve doğrusal burkulma analizleri için kompozisyonel gradyant üs değerinin hesaplanmasını sağlayan bir model önerdiler.

Na ve Kim [6], FKM'lerin burkulma analizi için gerilme ve kritik sıcaklıkları dikkate alınarak hacimsel dağılım optimizasyonunu SEM ile sundular. FKM'nin malzeme özelliklerinin sıcaklığa bağlı değiştiğini kabul ettiler ve hacimsel dağılımın kalınlık yönünde değiştiğini ifade ettiler. Do ve arkadaşları [7], FKM'lerin doğal frekansı ve maksimum burkulma yükünü dikkate alarak optimum hacimsel dağılım için simbiyotik organizmalar arama algoritması ve derin yapay sinir ağı yöntemini kullandılar. Sayısal yöntem olarak SEM kullandılar ve elde ettikleri değerler ile derin yapay sinir ağı yöntemi için model oluşturdular. Onlar modellerin yüksek doğrulukta ve hızlı bir şekilde çalıştığını gösterdiler. Yu ve Wu [8], fonksiyonel kademelendirilmiş boruların yönlendirilmiş çevresel dalga dağılım karakteristiklerini kullanarak Legendre yöntemi ile ileri doğru frekansı için YSA'yı kullandılar. Kurdukları yapay sinir ağı modelinde Levenberg-Marquart algoritmasını kullandılar. Kompozisyonel gradyant üst değerinin gerçek değer ile tahmini değerlerinin oldukça yakın olduğunu vurguladılar. Khoshnoodi ve arkadaşları [9], çok yönlü FKM panellerin dinamik analizini yarı-analitik bir sayısal yöntem ve YSA ile karşılaştırmalı davranış modellemesi kullanılarak incelediler. Onlar elde ettikleri sayısal sonuçları ile optimal bir YSA modeli sundular. Bu model ile panelin geometrik özelliklerinin, kompozisyonel gradyant üst değerinin ve çevresel dalga sayısının boyutsuz doğal frekansı üzerindeki etkisini araştırdılar. Cho ve Shin [10], YSA yöntemini kullanarak ısıya dayanıklı FKM' lerin kompozisyonel gradyant üst değerinin optimizasyonu üzerine çalıştılar. Onlar verileri deneysel olarak elde ettiler ve geri-yayınımlı optimizasyon tekniklerini FEM ile uyguladılar. Analiz sonuçlarında yapay sinir ağı yönteminin deneysel veriler ile uygun sonuçlar verdiğini ve CPU-zaman açısından YSA'nın önemini vurguladılar. Jodaei ve arkadaşları [11], üç boyutlu fonksiyonel kademelendirilmiş FKM plakaların titreşim analizini yarı analitik bir yöntem ile araştırdılar ve farklı malzeme kompozisyonları için YSA ile doğal frekansı belirlediler. Onlar YSA ile elde ettikleri modelleri farklı sınır koşulları için doğruladılar ve YSA'nın verimliliğini gösterdiler. Demirbaş ve Çakır [12], tek yönde fonksiyonel kademelendirilmiş plakaların ısıl gerilme davranışının belirlenmesinde sonlu farklar vöntemini kullanarak elde ettikleri sayısal sonuçları kullanarak YSA ile model olusturdular. Bu model ile farklı komposizyonel gradyant üst değerleri için eşdeğer gerilme seviyelerini veren modeller kurdular. Kurdukları modellerin tahmin ettiği değerlerin gerçek değerlere çok yakın sonuçlar bulduğunu ifade ettiler.

Literatürde incelendiği üzere, FKM' nin malzeme kompozisyonunun belirlenmesi sadece ısıl gerilme davranışı için değil mekanik davranış için oldukça önem arz etmektedir. Mekanik davranış sayısal veya deneysel olarak belirlendikten sonra zaman verimliliğini artırmak için çeşitli algoritmalar ile igili çalışmalar yapılmış ve yapılmaya devam edilmektedir. Bu amaçla mevcut çalışmamızda FKM'lerin ısıl gerilme analizlerinde önemli bir değişken olan n ve m kompozisyonel gradyant üst değerlerinin sayısal analiz yöntemi ile elde edilenden daha az bir sürede elde etmek için YSA optimizasyon yönteminden faydalanılmıştır. Çalışmamızda literatürden farklı olarak FKM'lerin ısıl gerilme davranışının belirlenmesi için sayısal yöntem olarak sonlu faklar metodu kullanılmıştır ve ısıl gerilme analizinde önem arz eden eşdeğer gerilme değerleri hesaplanmıştır. Oluşturulan veri seti YSA'da iki faklı eğitim algoritması ile değerlendirmeye alınmıştır.

2. MATERYAL VE METOT

2.1 Fonksiyonel Kademelendirilmiş Malzemeler

Teknolojinin ilerlemesi ile var olan malzemelerde iyileştirme ve geliştirme olanakları artmış ve farklı çalışma şartlarına uygun malzemeler üretilmiştir. Geleneksel malzemeden daha üstün özelliklere sahip kompozit malzemeler önerilmiştir. Bilinen kompozit malzemelerde katmanlar arasındaki geçiş bölgelerinde malzeme süreksizliklerine bağlı olarak ara yüzey çatlakları meydana gelmektedir. Kademelendirilmiş malzemeler kullanarak ara yüzey geçiş bölgesindeki süreksizlikleri ortadan kaldırmak ayrıca ara yüzey hatalarını ve çatlaklarını önlemek amacıyla FKM'ler önerilmiştir [13]. FKM'ler, özellikle yüksek sıcaklıklarda

termal dayanımın arttırılması için, ihtiyaca uygun malzeme özelliğinin sağlanabilmesi amacıyla iki veya daha fazla farklı malzemenin özelliklerinden faydalanarak belli sınırlar altında bir hacimsel oranla sürekli olarak konum fonksiyonu ile değişerek üretilmektedirler.

2.2 Yapay Sinir Ağı Algoritması (YSA)

Optimizasyon, evrensel küme içinde birbirine bağlı olarak gerçekleşen birkaç olayda yani birden fazla parametrenin etki ettiği bir sistemde en uygun şekli verme işlemidir. Çok geniş ve farklı alanlarda optimizasyon yapma ihtiyacı beraberinde birçok zorlu parametreyi de getirebilir. Böylelikle optimizasyon problemindeki zorluk seviyesi yükseldikçe optimum sonuca ulaşmak güçleşmekte ve uzun vakit almaktadır. Bu sebeple problem çözümündeki zaman faktörünün önemi ve optimizasyon yönteminin yetersizliği gibi nedenlerle farklı optimizasyon teknikleri oluşturulmuştur. Bu nedenlerle geliştirilen optimizasyon yöntemlerinden biri de yapay sinir ağı algoritmasıdır. Yapay sinir ağı, insan beyninin çalışma yapısında yer alan bilgi edinme, karar verme ve öğrenme yeteneklerinin modellenmesi ve bilgisayar diline aktarılmasıdır [14]. Yapay sinir ağı robotik sistemler, doğrusal olmayan sistemler, veri madenciliği, askeri sistemler, finansal sistemler, kontrol teknikleri gibi birçok alanda kullanılmaktadır.



Şekil 1. Basit bir yapay sinir hücresi [15]

Şekil'de 1 de gösterilen örnek YSA hücresinde ai giriş verileri, x_i ağırlık vektörü ve b_i eşik değerini temsil etmektedir. YSA'da ağa gelen verileri farklı toplam fonksiyonları kullanarak net girdiye ulaşmak amaçlanır. Bu fonksiyonları belirlemenin sabit bir yöntemi yoktur ve deneme yoluyla belirlenir. Literatürde yaygın olarak kullanılan kümülatif toplam fonksiyonu aşağıda yer almaktadır.

$$net = \sum x_i a_i + b_i \tag{1}$$

Net girdi hesaplandıktan sonra yapay sinir ağının bir sonraki aşaması olan aktivasyon fonksiyonuna gönderilir. Burada problemin türüne göre bir fonksiyon belirlenir ve işleme alınarak çıktı değeri hesaplanır. Çoğunlukla problemlere yanıt vermesi için doğrusal olmayan fonksiyonlar tercih edilir. Sigmoid fonksiyonu da bu fonksiyonlardan biridir. Aşağıda eşitlik (2)' de f sigmoid fonksiyonu gösterilmektedir.

$$f(net) = \frac{1}{1 + e^{-net}} \tag{2}$$

Bu hesaplamalardan sonra oluşturulan çıktı değerleri gerçek değerlerle kıyaslanır ve gerçek değerlere ne kadar yakınsadığına bakılır. Yapılan bu işleme öğrenme süreci denir. Öğrenme sürecinin gerçekleşmesini sağlanmak için hata fonksiyonu belirlenir. Hata fonksiyonunda (E), tahmini değer (y_d) ve gerçek değer (y) arasındaki fark hesaplanarak belirlenen uygunluk değeri hesaplanır. Eşitlik (3)' te hata fonksiyonu olarak ortalama kareli hata seçilmiştir.

$$E = \frac{1}{2} \sum_{m=1}^{m} (y_d - y)^2$$
(3)

Levenberg-Marquardt (LM) Algoritması Gauss-Newton algoritması ve gradyant azaltma metodunun birleştirilmesiyle ortaya çıkan bir yapay sinir ağı eğitim algoritmasıdır [16]. Gauss-Newton algoritması eşitlik (4)'te görülmekte olup H hessian matrisini ve g gradyant azaltma fonksiyonunu göstermektedir [17]. İleri beslemeli ağlarda en hızlı öğrenme algoritmasıdır. Bu

M. D. Demirbas, D. Cakır

algoritma hessian matrisini hesaplamaya gerek duymadan daha doğru sonuçları bulmaktadır. Ağın performansını ikinci dereceden türevleri belirler. J jacobian matrisini, I birim matrisi, u marquardt katsayısını göstermektedir [18].

$$x_{k+1} = x_k - H^{-1}g (4)$$

$$g = \left| \frac{\partial E(w)}{\partial w_1} \frac{\partial E(w)}{\partial w_2} \dots \dots \frac{\partial E(w)}{\partial w_n} \right|^T$$
(5)

$$H = \begin{vmatrix} \frac{\partial E(w)}{\partial w_1^2} & \frac{\partial E(w)}{\partial w_1 \partial w_2} & \dots & \frac{\partial E(w)}{\partial w_1 \partial w_n} \\ \frac{\partial E(w)}{\partial w_2 \partial w_1} & \frac{\partial E(w)}{\partial w_2^2} & \dots & \frac{\partial E(w)}{\partial w_2 \partial w_n} \\ & \vdots \\ \frac{\partial E(w)}{\partial w_n \partial w_1} & \frac{\partial E(w)}{\partial w_n \partial w_2} & \dots & \frac{\partial E(w)}{\partial w_n^2} \end{vmatrix}$$

(6)

$\frac{1}{1} \frac{\partial e_1}{\partial w_2} \dots \dots \frac{\partial e_1}{\partial w_n}$ $\frac{2}{1} \frac{\partial e_2}{\partial w_2} \dots \dots \frac{\partial e_2}{\partial w_n}$ \vdots $\frac{1}{1} \frac{\partial e_n}{\partial w_2} \dots \dots \frac{\partial e_n}{\partial w_n}$	

$$x_{k+1} = x_k - [J^T J + \mu I]^{-1} J^T e$$
(10)

Geriye Yayılım Algoritması (Gradient Descent Backpropagation-GY) Rumelhart ve arkadaşları tarafından bulunan ve günümüzde de yaygın olarak kullanılan nöronlardaki öğrenme algoritmasıdır. Nöronlarda gradyant azaltma tekniğini kullanır [19]. Bu algoritma tahmini değerlerle gerçek değerler arasındaki farkı çıkıştan girişe doğru azaltma işlemi gerçekleştirir. Bu sebepten geriye yayılım algoritması olarak adlandırılmıştır [14]. Hata oranları, ağırlık değerlerinin kısmi türevi üzerinden gerçekleşir ve doğrusal olmayan programda hata oranının türevinin minimum olması hedeflenmektedir. Bu algoritma gradyant azaltma tekniğini kullandığı için ilk şartlara duyarlıdır. Yakınsama hızı yavaş olup yerel minimuma takılma ihtimali yüksektir. Başlangıçta belirlenen ağırlık vektörleri durdurma kriteri olan hata değerine çok yakın ise öğrenmesi hızlı olmaktadır. Bu durum tam tersi olması durumunda optimum sonuca ulaşması uzun zamanlar alabilir. Öğrenme katsayısı n olup, her problem için farklı belirlenir ama genelde 0.1-0.9 arasında seçilebilir [15]. Eşitlik (11) ve (12)' de hata ve ağırlık fonksiyonları detaylandırılmıştır.

$$E_t = yd_t - y_t$$

$$w_t = w_{t-1} + n\left(\frac{\partial E_t}{\partial w_{t-1}}\right)$$
(11)
(12)

3. YSA İLE MODELLEME VE ANALİZ ÇALIŞMASI

3.1 YSA ile Modelleme

Bu çalışmada boyutları 100 mm*100 mm olan plakanın BD seramik kenarı boyunca 50 kW/m² sabit ısı akısına maruz bırakılmıştır. Malzememiz başlangıç olarak 298 K sıcaklığında (oda sıcaklığında) olup AC metal kenarı 600 K'e ulaşıncaya kadar ısıtılmıştır. İki yönlü kademelendirilmiş plakanın tüm kenarları sabitlenerek yapılan ısıl gerilme analizinde yapay sinir ağı yöntemi kullanılmıştır. Şekil 2'de, iki yönde fonksiyonel kademelendirilmiş plaka görülmektedir.



Şekil 2. İki yönlü fonksiyonel kademelendirilmiş plaka [13]

$$Vs(x,y) = \left(\frac{x}{l}\right)^n \left(\frac{y}{h}\right)^m$$

$$Vm(x,y) = 1 - Vs(x,y)$$
(13)

İki yönde kademelendirilen plakada n, x-yönünde ve m ise y-yönünde kompozisyonel gradyant üst değerini temsil etmektedir. Eşitlik (13) ve (14)'te, n ve m değerlerindeki seramik (Vs) ve metalin (Vm) hacimsel dağılım formülü gösterilmektedir. Plakada seramik malzeme olarak zirkonyum oksit (ZrO2) ve metal malzeme olarak titanyum alaşımı (Ti-6Al-4V) 'dır. Şekil 3'de, oluşturulan yapay sinir ağı modeli görülmektedir. Kurulan YSA modeli plakamız iki yönde kademelendirildiği için iki girişten oluşmaktadır. Tek katmanlı algılayıcı modelde 3 nöron tercih edilmiştir [20]. Fonksiyonel kademelendirilmiş plakanın ısılmekanik analizinde malzeme yapısında deformasyonu belirleyen en önemi dört eşdeğer gerilme değerleri belirlenmiştir. Bunlar; maksimum değerinin maksimumu $(\sigma_{eqv})_1$, maksimum değerinin minimumu $(\sigma_{eqv})_2$, minimum değerinin maksimumu $(\sigma_{eqv})_4$ 'dur. Yani iki giriş ve dört çıkış değeri olan, tek katmanlı ve üç nörondan oluşan yapay sinir ağı modeli kurulmuştur. İki boyutlu olarak x ve y yönünde kademelendirilen plakamızın n ve m değerleri sınır şartları olarak [0.0001-1.5] aralığında rassal olarak dağılmış 200 farklı değer için hesaplanmıştır. Kurulan YSA modelinde veri seti oluşturmak için nümerik yöntem olarak sonlu farklar metodu uygulanmıştır. Tüm analiz çalışmaları MATLAB 2009a programlama dilinde yapılmıştır [21]. 200 veri %50 eğitim seti, %50 test seti olarak kullanılmıştır. Programımızın durdurma kriteri verilerdeki doğrulama oranının %10 olması ve maksimum çevrim sayısının 1000 olması olarak belirlenmiştir. M. D. Demirbaş, D. Çakır



Şekil 3. İki yönlü fonksiyonel kademelendirilmiş plakanın tek katmanlı yapay sinir ağı modeli

Şekil 3'de, n ve m giriş ve b_n eşik değerleridir. A_n ara katman ve $(\sigma_{eqv})_n$ çıkış nöronlarıdır. Eşitlik (15) ve (16)' da nöronlar üzerindeki yapılan işlemlerin gösterimi verilmiştir.

$$\sum (n_i w_i + m_i w_i + b_i) = \left(\frac{1}{1 + e^{-m}}\right)^{A_i}$$
(15)

$$\sum (A_i a w_{ij} + b_i = \left(\frac{1}{1 + e^{-m}}\right)^{(\sigma_{eqv})_i}$$
(16)

3.2 Analiz Çalışması

Kurulan modellerin sonuç çıktıları ve grafikleri aşağıda gösterilmiştir.



Şekil 4. YSA'nın eğitim tahmin değerleri a)LM; b) GY

Şekil 4'de, ağların eğitim tahmin değerleri gösterilmektedir. LM algoritmasının eğitim tahmin değerleri gerçek değerlere %99.7'nin üzerinde bir oranla yaklaşmıştır. GY algoritması % 90.6 oranla ulaşmıştır. Eğitilmiş programda test kümesine gönderilen verilerden çıkan sonuçlardaki doğruluk oranının şekil 5'de, gösterildiği gibi LM algoritması için %99.4 ve GY algoritması için ise %90.0 olduğu görülmektedir. İki algoritmaya bakıldığında LM algoritmasını eğitim ve test performansının daha iyi olduğu görülmektedir.



Şekil 5. YSA'nın test tahmin değerleri a)LM; b) GY

Şekil 6'da, ortalama kareli hata (MSE) eşitliğinin sonucuna göre en iyi doğrulama performansı LM algoritması için 0.00602 ve GY algoritması için 0.09447'dir. En iyi doğrulama hata oranına LM algoritması 10. çevrimde ulaşmıştır ve maksimum çevrim sayısı 16 olmuştur. GY algoritması en iyi doğrulama oranına ve maksimum çevrim sayısına 1000 çevrimde varmıştır.



Şekil 6. YSA'nın performansı a)LM; b) GY

Şekil 7'de, momentum ve başarısız doğrulamanın çevrim sayısına bağlı değişimi gösterilmektedir. LM algoritmasının Momentum (Mu) 0.000006, gradyant (Gradient) 0.0011349,başarısız doğrulama (validation fail) 6 'dır. GY algoritmasının gradyant (Gradient) 0.12933' dür.

M. D. Demirbaş, D. Çakır



Şekil 7. YSA'da gradyant, momentum ve başarısız doğrulamanın çevrim sayısına bağlı değişimi a)LM; b) GY

Şekil 8, iki yönlü işlevsel kademelendirilmiş plakada Levenberg-Marquardt ve Geriye Yayılım Algoritması eğitim algoritmasının tüm tahmin değerlerini göstermektedir. Geriye yayılım algoritmasının eğitim tahmin değeri 0.90009, doğrulama tahmin değeri 0.95483 ve toplam değeri 0.90612'dir. Levenberg-Marquardt algoritmasının eğitim için tahmin değeri 0.99753, doğrulama için tahmin değeri 0.99589 ve toplam tahmin değeri 0.9974'dür. Mükemmel eğitim tahmin oranı 1 değerine çok çok yakın olmasıdır. Bu çalışmada çıkış verilerimize göre, en iyi hedeflenen eğitim değeri, doğrulama değeri ve tüm tahmin değerine bakıldığında %99 üzerinde tahmin ile Levenberg-Marquardt algoritmasının hesapladığı görülmektedir. Bu durum LM algoritmasının GY algoritmasına göre daha iyi eğitildiğini göstermektedir.



Şekil 8. YSA'nın eğitilen model için tüm tahmin değerleri a)LM; b) GY

Tablo 1'de $(\sigma_{eqv})_1$ eşdeğer gerilme değeri için gerçek, tahmini ve hata değerleri görülmektedir. Tablo 1'de Levenberg-Marquardt algoritmasının minimum hata değeri 0.005 ve hata oranı %0.001, maksimum hata değeri 4.036 ve hata oranı %0.95'dir. MSE değeri 0.978'dir. Geriye Yayılım Algoritması minimum hata değeri 0.004 ve hata oranı %0.001, maksimum hata değeri 14.02 ve hata oranı %33.75'dır. MSE değeri 6.12'dir.

		1			
m	$\left(\sigma_{\mathrm{eqv}} ight)_{1}$ FDM	$\left(\sigma_{\mathrm{eqv}}\right)_{1}$ LM	$\left(\sigma_{\mathrm{eqv}}\right)_{1}\mathrm{GY}$	LM Hata	GY Hata
0.29	406.2	404.74	414.84	1.454	8.64
0.81	392.91	393.68	393.79	0.771	0.89
0.24	405.75	405.54	410.86	0.214	5.11
0.48	399.62	399.62	412.65	0.005	13.03
0.28	406.82	405.11	414.85	1.709	8.03
1.48	388.71	387.38	386.82	1.326	1.88
1.49	388.68	387.87	388.68	0.808	0.004
1.16	389.89	389.39	387.33	0.498	2.57
1.08	390.23	389.59	388.42	0.643	1.81
0.004	426.18	428.48	415.6	2.293	10.58
0.0037	422.99	426.82	408.98	3.838	14
0.005	422.63	426.57	408.62	3.94	14.02
0.006	422.38	426.4	408.42	4.014	13.97
0.98	391.78	391.28	394.99	0.507	3.21
	m 0.29 0.81 0.24 0.48 0.28 1.48 1.49 1.16 1.08 0.004 0.0037 0.005 0.006 0.98	m $(\sigma_{eqv})_1$ FDM0.29406.20.81392.910.24405.750.48399.620.28406.821.48388.711.49388.681.16389.891.08390.230.004426.180.0037422.990.005422.630.006422.380.98391.78	m $(\sigma_{eqv})_1$ FDM $(\sigma_{eqv})_1$ LM0.29406.2404.740.81392.91393.680.24405.75405.540.48399.62399.620.28406.82405.111.48388.71387.381.49388.68387.871.16389.89389.391.08390.23389.590.004426.18428.480.0037422.99426.820.005422.63426.570.006422.38426.40.98391.78391.28	m $(\sigma_{eqv})_1$ FDM $(\sigma_{eqv})_1$ ($\sigma_{eqv})_1$ LM $(\sigma_{eqv})_1$ GY0.29406.2404.74414.840.81392.91393.68393.790.24405.75405.54410.860.48399.62399.62412.650.28406.82405.11414.851.48388.71387.38386.821.49388.68387.87388.681.16389.89389.39387.331.08390.23389.59388.420.004426.18428.48415.60.005422.63426.57408.620.006422.38426.4408.420.98391.78391.28394.99	m $(\sigma_{eqv})_1$ FDM $(\sigma_{eqv})_1$ LMLM $(\sigma_{eqv})_1$ GYLM Hata0.29406.2404.74414.841.4540.81392.91393.68393.790.7710.24405.75405.54410.860.2140.48399.62399.62412.650.0050.28406.82405.11414.851.7091.48388.71387.38386.821.3261.49388.68387.87388.680.8081.16389.89389.39387.330.4981.08390.23389.59388.420.6430.004426.18428.48415.62.2930.0037422.99426.82408.983.8380.005422.63426.57408.623.940.006422.38426.4408.424.0140.98391.78391.28394.990.507

Tablo 1. Gerçek, tahmin ve hata değerleri $(\sigma_{eqv})_1$

Tablo 2'de Levenberg-Marquardt algoritması $(\sigma_{eqv})_2$ değerlerinin minimum hata değeri 0.007 ve hata oranı %0.006 olduğu gösterilmektedir. Maksimum hata değeri 8.41, hata oranı %0.25 ve MSE değeri 2.700'dır. Geriye Yayılım Algoritmasının minimum hata değeri 0.24 ve hata oranı %0.19, maksimum değeri 34.08 ve hata oranı %187'dir. MSE değeri 11.03'dir.

		C (041)				
 n	m	$\left(\sigma_{eqv} ight)_{2}$ FDM	$\left(\sigma_{ m eqv} ight)_2$ LM	(σ _{eqv}) ₂ GY	LM Hata	GY Hata
 0.06	0.29	37.78	46.08	28.57	1.454	9.21
0.65	0.81	97.37	97.89	102.43	0.771	5.06
0.81	0.24	55.1	52.24	43.62	0.214	11.48
0.14	0.48	57.6	60.65	35.82	0.005	21.78
0.006	0.28	35.1	44.04	28.18	1.709	6.91
1.02	1.48	126.93	126.92	128.67	1.326	1.74
1.22	1.49	130.51	131.35	125.2	0.808	5.31
1.26	1.16	124.33	125.77	127.54	0.498	3.22
1.46	1.08	125.7	124.84	125.46	0.643	0.24
0.49	0.004	11.27	6.72	27.15	2.293	15.88
1.36	0.0037	17.26	15.7	50.24	3.838	32.99
1.38	0.005	17.79	16.31	51.54	3.94	33.75
1.39	0.006	18.16	16.71	52.23	4.014	34.08
0.09	0.98	86.87	89.63	89.51	0.257	2.64

Tablo 2. Gerçek, tahmin ve hata değerleri $(\sigma_{eqv})_{2}$

,		- (- 1·)	3			
n	m	$\left(\sigma_{ m eqv} ight)_{ m 3}$ FDM	$\left(\sigma_{\mathrm{eqv}} ight)_{3}$ LM	$ig(\sigma_{eqv}ig)_3$ GY	LM Hata	GY Hata
0.06	0.29	155.87	152.39	128.63	3.484	27.24
0.65	0.81	179.25	189.62	177.51	10.37	1.74
0.81	0.24	157.21	155.37	141.19	1.839	16.02
0.14	0.48	163.75	163.74	132.38	0.009	31.37
0.006	0.28	154.56	150.01	127.58	4.544	26.98
1.02	1.48	202.28	200.79	205.69	1.49	3.41
1.22	1.49	210.31	207.87	218.09	2.44	7.78
1.26	1.16	206.75	206.94	206.72	0.185	0.028
1.46	1.08	213.22	206.55	214.38	6.676	1.16
0.49	0.004	98.85	94.76	130.67	4.096	31.82
1.36	0.0037	98.83	100.4	145.92	1.577	47.09
1.38	0.005	100.25	101.09	146.79	0.836	46.54
1.39	0.006	101.15	101.57	147.26	0.421	46.11
 0.09	0.98	164.7	171.1	148.35	2.757	16.35

Tablo 3. Gerçek, tahmin ve hata değerleri $(\sigma_{eqv})_{2}$

 $(\sigma_{eqv})_3$ eşdeğer gerilme değeri için gerçek, tahmin ve hata değerleri tablo 3'de görülmektedir. Levenberg-Marquardt algoritmasının minimum hata değeri 0.009 ve hata oranı %0.006, maksimum hata değeri 10.370 ve hata oranı %5.78'dir. MSE değeri 4.3'dür. Geriye Yayılım Algoritmasının minimum hata değeri 0.28 ve hata oranı %0.013, maksimum değeri 47.09 ve hata oranı %47.65'dir. MSE değeri 16.41'dir. Tablo 4'de $(\sigma_{eqv})_4$ eşdeğer gerilme değerinin hata değerlerine bakıldığında minimum hata değeri 0.003 ve hata oranı %0.04 olduğu gösterilmektedir. Maksimum hata değeri 2.748 ve hata oranı %9.5'dır. MSE değeri 0.608'dir. Geriye Yayılım Algoritması minimum hata değeri 0.009 ve hata oranı %0.75, maksimum değeri 14.51 ve hata oranı %47.65'dir. MSE değeri 16.41'dir.

n	m	$(\sigma_{eqv})_4$	$(\sigma_{eqv})_4$	$(\sigma_{eqv})_4$	$(\sigma_{eqv})_4$	$(\sigma_{eqv})_4$
	m	FDM	LM	GY	LM Hata	GY Hata
0.06	0.29	4.17	4.85	2.45	0.677	1.72
0.65	0.81	18.21	19.17	21.72	0.967	3.51
0.81	0.24	7.74	7.74	5.58	0.003	2.16
0.14	0.48	6.87	7.69	4.67	0.814	2.21
0.006	0.28	3.65	4.15	2.6	0.497	1.05
1.02	1.48	28.87	26.12	28.2	2.748	0.66
1.22	1.49	29.55	28.66	26.15	0.885	3.39
1.26	1.16	27.23	27.65	27.49	0.423	0.25
1.46	1.08	26.91	27.42	26.35	0.514	0.56
0.49	0.004	1.16	0.64	1.15	0.516	0.009
1.36	0.0037	1.91	3.21	7.32	1.296	5.41
1.38	0.005	1.97	3.33	7.66	1.355	5.69
1.39	0.006	2.01	3.4	7.85	1.385	5.84
0.09	0.98	10.24	12.92	24.75	2.685	14.51

Tablo 4. Gerçek, tahmin ve hata değerleri $(\sigma_{eqv})_4$

4. SONUÇ

YSA yöntemi ile ısıl-mekanik davranışın belirlenmesinde önem arz eden eşdeğer gerilme değerinin, mevcut sınır koşulları altında, en iyi tahmin değerlerine ulaşılmaya çalışılmıştır. Modellerin ortalama kareli hata (MSE), minimum hata ve maksimum hata değerleri kıyaslanmıştır. MSE değeri en iyi Levenberg-Marquardt algoritmasının $(\sigma_{eqv})_4$ değerlerinde üretilmiştir. Levenberg-Marquardt algoritmasında minimum ve maksimum hata değerleri sırasıyla $(\sigma_{eqv})_4$ ve $(\sigma_{eqv})_3$ değerlerinde bulunmuştur. Genel olarak tüm eşdeğer gerilme değerlerine bakıldığında Levenberg-Marquardt algoritmasının daha iyi performans gösterdiği Tablo 5'de görülmektedir. Levenberg-Marquardt algoritması Geriye yayılım algoritmasına göre gerçek değerlere daha yakın sonuçlar vermiştir. Kurulan modellerde CPU sürelerini azaltmak ve doğru veriye ulaşmak amaçlanmıştır. Sonlu farklar metodu ile bir n ve m değerine ulaşmak yaklaşık 1800 s sürerken model kurulduktan sonra bin değere yaklaşık 900 s' de ulaşılmaktadır. Hata oranları göze alındığında LM algoritması optimum hacimsel dağılımı bulmada etkin bir yöntem olduğu görülmektedir.

Fable 5 MSE	minimum	ve maksimum	hata	değerleri
LADIO J. MISE,	mmmun	ve maksimum	nata	uegenien

		$(\sigma_{eqv})_1$	$(\sigma_{eqv})_2$	$\left(\sigma_{\rm eqv}\right)_{3}$	$\left(\sigma_{\rm eqv}\right)_4$
.	MSE	0.978	2.700	4.35	0.608
Levenberg-Marquardt	Min Hata	0.005	0.007	0.009	0.003
argoritinasi	Mak Hata	4.036	8.941	10.37	2.75
Geriye Yayılım	MSE	6.12	11.03	16.41	2.71
Algoritması	Min Hata	0.004	0.24	0.028	0.009
(Gradient Descent Backpropagation)	Mak Hata	14.019	34.08	47.09	14.51

KAYNAKLAR

- [1] S. Kakac, A. Pramuanjaroenkij A, and X. Y. Zhou, "A review of numerical modeling of solid oxide fuel cells," *International Journal of Hydrogen Energy*, vol. 32, no. 7, pp. 761-786, 2007.
- [2] A. Ruys, E. Popov, D. Sun, J. Russell, and C. Murray, "Functionally graded electrical/thermal ceramic systems," *Journal of the European Ceramic Society*, vol. 21, no. 10-11, pp. 2025-2029, 2001.
- [3] M. Koizumi, M. Niino, "Overview of FGM research in Japan," MRS Bulletin, vol. 20, no. 1, pp. 19-21, 1995.
- [4] Y.M. Shabana, N. Noda, "Thermo-elastic-plastic stresses in functionally graded materials subjected to thermal loading taking residual stresses of the fabrication process into consideration," *Composites Part B: Engineering*, vol. 32, no. 2, pp. 111-121, 2001.
- [5] J. S. Moita, A.L. Araújoa, F. V. Correia, C. M. M. Soaresa, and J. Herskovitsc, "Material, distribution and sizing optimization of functionally graded plateshell structures," *Composites Part B: Engineering*, vol. 142, pp. 263-272, 2018.
- [6] K. S. Na, J. H. Kim, "Optimization of volume fractions for functionally graded panels considering stress and critical temperature," *Composite Structures*, vol. 89, pp. 509-516, 2009.
- [7] D. T. T. Do, D. Lee, J. Lee, "Material optimization of functionally graded plates using deep neural network and modified symbiotic organisms search for eigenvalue problems," *Composites Part B: Engineering*, vol.159, pp. 300-326, 2019.
- [8] J. Yu, B. Wu, "The inverse of material properties of functionally graded pipesusing the dispersion of guided waves and an artificial neural network," *NDT&E International*, vol. 42, pp. 452-458, 2009.
- [9] H. Khoshnoodi, M.H. Yas, and A. Samadinejad, "Dynamic analysis of multi-drectional functionally graded panels and comparetive modeling by ANN," *Journal of Solid Mechanics*, vol. 8, no. 3, pp. 482-494, 2016.
- [10] J.R. Cho, S.W. Shin, "Material composition optimization for heat-resisting FGMs by artificial neural network," *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, vol. 35, no. 5, pp. 585-594, 2004.
- [11] A. Jodaei, M. Jalal, M.H. Yas, "Free vibration analysis of functionally graded annular plates by state-space based differential quadrature method and comparative modeling by ANN," *Composites Part B: Engineering*, vol. 43, pp. 340-353, 2012.
- [12] M.D. Demirbaş and D. Çakır, "Thermal stress control in functionally graded plates with artificial neural network," *ISVOS Journal*, vol. 2, no. 1, pp. 39-55, 2018.
- [13] M.D. Demirbaş, "Düzlem içi ısı yüküne maruz iki yönlü işlevsel kademelendirilmiş dikdörtgen ve dairesel plakanın ısıl gerilme analizi," Erciyes Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Makine Mühendisliği, Kayseri, Türkiye, 2012.

- [14] C. Öztürk, "Yapay sinir ağlarının yapay arı kolonisi algoritması ile eğitilmesi," Erciyes Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Bilgisayar Mühendisliği, Kayseri, Türkiye, 2011.
- [15] K. Metrotra, C.K. Mohan, and S. Ranka, Elements of Artificial Neural Networks. MIT Press, 1997.
- [16] M.T. Hagan and M. Menhaj, "Training feed-forward networks with the Marquardt algorithm," *IEEE Transactions on Neural Networks*, vol. 5, no. 6, pp. 989-993, 1994.
- [17] R.C. Ümütlü, "Fault diagnosis of a power transmission system using artificial neural networks," YL Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İzmir, 2016.
- [18] S. Haykin, Neural Networks. Prentice Hall, New Jersey, Indian, 2005.
- [19] D. E. Rumelhart, G. E. Hinton, and R. J. Williams, "Learning representations by backpropagation errors," *Nature*, vol. 323, pp. 533-536, 1986.
- [20] D. Çakır, "Fonksiyonel kademelendirilmiş plakalarda malzeme kompozisyonun yapay sinir ağı ve genetik programlama ile belirlenmesi," Erciyes Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Makine Mühendisliği, Kayseri, Türkiye, 2018.
- [21] MATLAB. Mathematical software, version 2009a, TheMathWorks. Retrieved from: http://www.mathworks.com.

