

BİLİŞİM'E TEORİK YAKLAŞIM ve BAZI TEMEL KAVRAMLAR

Doç. Dr. Ahmet L. ORKAN
MARMARA ÜNİVERSİTESİ
İkt. ve İd. Bil. Fakültesi

Bilgi (information) kavramı yeni biçimlenmeye başlayan bir kavramdır; bu kavram üzerindeki düşünce okulları henüz yeterince gelişmediğinden, İngilizcede bile, bir çok anlama çekilmektedir. Bu kavram çeşitli açılardan başlıca şu şekilde açıklanmaktadır:

1) Bilgi, bir nesne veya olayda veya bunlara ilişkin raporlarda ortaya çıkan mesaj ile ilgilidir. Bu açıdan ele alındığında, sadece mesajın kaynağının bir fonksiyonu olma özelliğini taşır ve bazen veri (data) olarak da ifade edilir.

2) Diğer bir açıdan bilgi, mesajın iletilmesini açıklayan bir kavramdır. Bu açıdan ele alındığında bilgi, mesajın iletilmesi ile ilgili olasılık hesaplarına dayanan, belirsizliğin azaltılması için gerekli olan bir kavramdır. Başka bir ifadeyle, bu anlamda bilgi iletişim kanalının da bir fonksiyonudur.

3) Diğer bir açıdan ise, bilgi, bir alıcı tarafından kazanılan anlam ile ilgilidir. Bu anlamdaki bilgi, hem iletişim kaynağının, hem de alıcının bir fonksiyonudur.

Bu görüşlerden birincisi literatürde fazla benimsenmeyen bir görüştür. Genellikle, veri ile bilgi arasında farklılık olduğu ve verinin bilgi elde etmeye yarayan işlenmemiş, ham malzeme olduğu kabul edilir. Kişi bilmek, öğrenmek istedikten ve veriyi kullanmaya başladıktan sonra bilgi ortaya çıkar. İkinci görüş en yaygın olanıdır. Buna göre bilgi anlamlı biçimde derlenen ve birleştirilen veridir ve şimdiki zamanda veya gelecekte verilecek kararlar için varolan gerçek bir değerdir. Başka bir ifadeyle, bir kaynaktan bir alıcıya iletilen mesajın içeriğidir. Bu anlamda bilgi karar verme ile bağlantılıdır ve dolayısıyla veriye göre daha etkin bir kavramdır. Üçüncü görüş ise "information" ve "knowledge" kavramlarını eşdeğer kabul eden görüştür. İkinci görüşü kabul edenler bilginin "knowledge" i arttırmak için kullanıldığını ve değişik kişilerin aynı mesajı aldıklarında bunları değişik biçimde algılayabileceklerinden, bu iki kavram arasındaki farkı vurgulamaktadırlar. "Knowledge" sadece kişinin aklında var olan bir şeydir ve bir davranış niteliğidir. Başka bir ifadeyle, "knowledge" kişinin sis-

temdeki değişikliklere olan duyarlılığıdır.

İletişim Teorisinin gelişmesiyle günümüzde önem kazanan bu kavramlar, bu bilim dalının teorisyenleri tarafından da açıklanmıştır. Bunlara göre, "information", bir mesajı tüm detayları ile bir yerden diğereine iletmek için, bir iletişim kanalından geçirilmesi gereken veri miktarı; "knowledge" ise, mesajın tüm detayları ile değil, ancak alıcı tarafından anlamı yeterince anlaşılacak şekilde, bir iletişim kanalından geçirilmesi gereken veridir.

Sosyal olayları sibernetik yöntemlerle açıklamaya çalışanlar ise, bu olayların doğrudan bilgi alışverişinden doğduğunu öne sürmüşlerdir. Bu yaklaşımda karar vermenin en önemli faktörü bilgidir. Bu açıdan bilgi, bir sistemin durumunu ve buna bağlı olarak o sistemin diğere bir sisteme ilettiği durumu anlatan nitel bir faktördür. Buna göre, sibernetik yaklaşım da, yukarıda sayılan görüşlerden ikincisine uyan bir yaklaşım olarak belirmektedir. Çeşitli bilim dallarının ortak bir dilde birleşme çabaları arttıkça, "bilgi" kavramının bu ikinci görüşle açıklanması yaklaşımı yoğunluk kazanmış ve benimsenmiş bulunmaktadır.

Konu kapsamında bilginin başlıca üç önemli fonksiyonu vardır:

- 1) Bilgi belirsizliği azaltır;
- 2) Bilgi güvenilirlik yaratır;
- 3) Bilgi karar verme anında mümkün bulunan seçeneklerin ortaya çıkartılmasını sağlar.

Bunlardan ilki, yani bilginin belirsizliğin bir fonksiyonu olma özelliği, üzerinde durulması gereken en önemli özelliktir. Bir olayın sonucu, o olaya ilişkin sistemin durumlarına bağlı olarak ortaya çıktığına göre, sistemin mümkün durumları hakkında bilgi edinmek suretiyle belirsizliği ortadan kaldırmak mümkündür. Ancak, belirsizlikle mücadelede, bilgi iki şekilde değerlendirilmelidir: Birincisi, tüm belirsizliği ortadan kaldıran; ikincisi ise, tüm belirsizliği ortadan kaldırmamakla birlikte, bunu azaltan bilgidir. Pratikte genellikle, ikinci durum söz konusudur.

BELİRSİZLİK ve ENTROPİ

Sistemlerin belirsizliği, mümkün durumların sayısı ve bu durumların olasılıklarının bir fonksiyonudur. Bu mümkün durumlar bir sisteme ilişkin değişkeninin alabileceği mümkün değerlerdir.

Bir sistemin mümkün durumlarının sıralanmasında, bunların bağıdaşmaz (mutually exclusive) özellikte olmaları gerekir. Başka bir deyişle, sıralanan mümkün durumlardan sadece birinin gerçekleşmesi beklenmelidir. Bu şekilde sıralanan mümkün durumların oluşturduğu kümeyle, olasılık terminolojisinde "Örnek Uzayı"

(Sample Space) adı verilir. Sistemde gerçekleşmesi mümkün tek bir durum mevcutsa, yani örnek uzayı sadece bir örnek noktasından oluşuyorsa, belirsizlik söz konusu olmayacaktır. Birden fazla mümkün durum söz konusu olduğunda ortaya çıkan belirsizlik, mümkün durumların sayısı çoğaldıkça artma eğilimi göstermektedir. Belirsizliğin gerçekçi bir tanımını yapabilmek için, örnek uzayındaki herhangi bir durumun olasılığını da göz önüne almak gereklidir. Olasılıkları belirsizliğin matematiksel dili olarak ele almak ve belirsizliğin ölçüsü olarak kabul etmek gerekecektir.

Belirsizliğin analizini yapabilmek için, bilginin ölçülebilme, kıyaslanabilme ve hesaplanabilme özelliklerinin gerekli olduğu açıkça anlaşılmaktadır. Bilgiyi bu özellikleri itibarıyla ele alıp inceleyen, yüzyılımızın ikinci yarısından itibaren gelişmeye başlayan Bilişim Teorisi (Information Theory) dir. Bu bakımdan, belirsizliğin gerçekçi ve matematiksel analizi de Bilişim Teorisi kapsamında yapılmalıdır. Bu teorisinin çözümlenmeyi amaçladığı başlıca problemleri şu şekilde sıralamak mümkündür:

- 1) Minimum sembol sayısı ile belirli bir mesajın iletilmesini sağlayacak en ekonomik kodlama yöntemlerinin araştırılması,
- 2) Mesajın iletişim kanalından gecikmesiz ve bozulmadan geçişinin sağlanması,
- 3) Bilginin saklanmasına ayrılmış hafıza kapasitelerinin belirlenmesi, vs.

Teoriye göre, bilginin ölçüsü, bir mesajın anlamının fonksiyonu olarak değil, sadece mesaj sayılarının fonksiyonu olarak değerlendirilmektedir. Bununla birlikte, bir mesaj iletildiği değişik kişilere değişik anlamlar ifade edebilmekte ve hatta bunların değişik miktarlarda bilgi edinmeleri de söz konusu olabilmektedir.

Bilişim Teorisinin temel ve en önemli kavramı "entropi"dir. Entropi kelimesi eski Yunanca'da "dönüşme", "bozulma" anlamına gelen "Entrope" den gelmektedir ve bilim literatürüne başlangıçta bir termodinamik kavramı olarak girmiştir. Ünlü Fransız bilim adamı Sadi Carnot geçen yüzyılın başlarında ısının mekanik enerjiye çevrilmesini incelemiş ve kendi adıyla de anılan termodinamiğin iki prensibini ortaya koymuştur. Bu prensiplere göre, T bir ısı kaynağının sıcaklığı, dQ ise ısı kaynağı ile yapılan ısı alışverişi olmak üzere, dQ/T oranı bir S fonksiyonu olarak ifade edildiğinde,

$$dS = dQ/T$$

şeklindeki ilişkiyi belirten fonksiyona "entropi" adı verilir. Mühendislikte entropinin mutlak değeri önemli değildir; maddenin herhangi iki durum arasında entropi değişimi ile ilgilenilir. Bu değişim kullanılmayan enerjinin bir ölçüsüdür.

Entropi fiziksel sistemlerde ele alındığında, mühendislikle ilgili hesaplamalarda kolaylık sağlamakla birlikte, kimyasal, biyolojik ve sosyal sistemlerde ele alındığında, doğal olayları da çözümleyici bazı sonuçları ortaya koymaktadır. Bu gibi daha karmaşık sistemleri inceleyen ileri termodinamikte, bir sistemin entropisi S , mevcut olma olasılığı da p ise,

$$S = k \log p$$

şeklinde bir ilişki söz konusu edilmektedir.

Açık sistemler çevrelerinden sadece madde ve enerji almakla kalmayıp bilgi de alırlar; bilgi girişi de, entropiyi azaltan bir unsurdur. O halde belirsizliği azaltmak için gerekli bilgi miktarı aynı zamanda azaltılması gereken düzensizlik veya entropi miktarıdır. Bir sistemin mümkün durumlarının kesin olarak bilinmesi için gerekli bilgi, sistemin entropisine eşittir. Bu entropinin yukarıda verilen tanımının doğal bir sonucudur. Aynı şekilde, bir sistemin entropisinin azalması, sistem hakkında bilginin de artmasına neden olmaktadır; o halde, bilgi entropinin negatiftir.

Bir kaynaktan bir alıcıya, bir iletişim kanalından iletilen mesajın içeriği şeklinde tanımlanabilen bilgi, Bilişim Teorisinde bir olayın şimdiki durumunun mümkün duruma oranı şeklinde hesaplanan "bilgi içeriği" nin (information content) fonksiyonudur. Bir olayın gerçekleşme olasılığı çok yüksek ise, gerçekleşmesi hemen kesinlikle beklendiğinden, bu olayın gerçekleştiğini belirten bir mesajın bilgi içeriği çok düşük olacaktır; bunun aksine, olayın gerçekleşme olasılığı çok düşük ise, aynı mesajın bilgi içeriği çok yüksek olacaktır. O halde, bilgi içeriği olasılığın azalan bir fonksiyonudur.

Bir sistemin mümkün tüm durumları ve bunların olasılıkları belirlendiğinde, sisteme ilişkin "ortalama" veya "beklenen bilgi içeriği" de hesaplanabilir. Örneğin, bir sistemin mümkün durumları X tesadüf değişkeni ile tanımlanırsa, beklenen bilgi içeriği

$$H(X) = -\sum p \log p$$

şeklinde hesaplanır. Beklenen bilgi içeriği $H(X)$, bir sistemin durumunu kesin şekilde belirleyebilmek için gerekli olan bilgi miktarına eşittir. Gerekli tüm bilgi sağlandığında, sistemdeki belirsizlik ortadan kalkacağına göre, bu miktar aynı zamanda mevcut belirsizlik miktarına da eşittir. O halde, $H(X)$ ifadesi sistemin entropisi olarak adlandırılacaktır. Entropiye ilişkin belirsizliğinin ölçülmesinde kullanılan $H(X)$ logaritmik fonksiyonu bu kavramı tanımlayabilen yegane fonksiyondur.

Belirsizliğin ölçüsünde kullanılan logaritmik entropi fonksiyonunda logaritma tabanı da önemlidir. Zira logaritma tabanı bilginin sisteme hangi oranda aktığını

belirtir. örneğin, a sayıda sembol ile n sembolden oluşan N adet mesaj türetilmesi mümkün ise, ve bu ilişki, $\log_a N = n$ şeklinde yazılırsa, $\log_a N$ bilgi potansiyeli veya entropiye eşit olacaktır. Buradaki logaritma tabanı a, belirsizliği azaltmak için gerekli olan bilginin kaç sayıda değişik sembol ile iletildiğini belirtmektedir. Genellikle, elektronik kodlama sistemi olan ikili sistem (Binary Digit) kullanılır ve logaritma 2 tabanına göre hesaplanır. Bilgi potansiyeli veya entropi de böylelikle, "bit" ünitesi ile ölçülür. Hesaplamalarda logaritma e tabanına göre (Neper logaritması) kullanıldığında ölçüm ünitesi "nit" olarak tanımlanır.

Yukarıda verilen tarif formülünden hareketle entropiye ilişkin bazı özellikleri farketmek mümkündür. Öncelikle, sistemin mümkün durumlarından herhangi birinin ortaya çıkması kesin ise, başka bir deyişle mümkün durumlardan birinin gerçekleşme olasılığı bire eşit ise, diğer durumların gerçekleşmesine imkan yoktur. Bu durumda, sisteme ilişkin belirsizlik söz konusu olmayacak, belirsizlik derecesi $H(X) = 0$ olacaktır. Diğer taraftan, sistemin mümkün durumlarının gerçekleşme olasılıkları birbirine eşit ise ($p_1 = p_2 = \dots = p_n$), entropi, yani sistemin belirsizlik derecesi maksimumdur. Maksimum entropisi ise,

$$H_{\max}(X) = \log n$$

şeklinde hesaplanmaktadır.

Belirli sayıda mümkün durumu bulunan bir sisteme ilişkin entropi değeri büyüdükçe, yani belirsizlik arttıkça, mümkün durumlardan herhangi birinin gerçekleşmesi daha az olasıdır. Yani sonuçların önceden tahmini veya bilinmesi daha zorlaşmaktadır. Bunun aksine, entropi değeri küçüldükçe, mümkün durumlardan herhangi birinin gerçekleşmesi daha fazla olası bulunmakta, dolayısıyla sonuçların önceden bilinmesi veya tahmini bu defa daha kolaylaşmaktadır. Diğer taraftan, sistemin mümkün durumlarının, gerçekleşme olasılıkları sıfırdan farklı olmak koşuluyla, sayısı arttığı taktirde entropi değeri ve buna bağlı olarak belirsizlik de artmaktadır. Örneğin, $H_{\max}(X) = \log n$ için

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \log n = +\infty$$

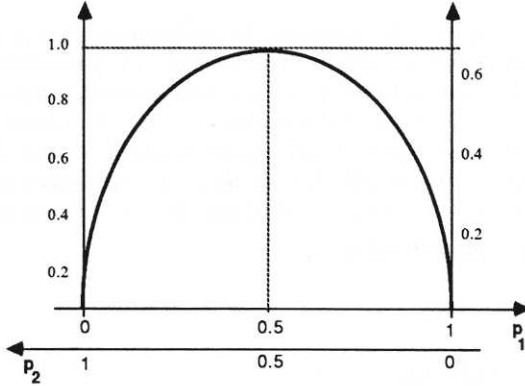
olmaktadır. Şekil. 1' de mümkün iki durumu bulunan bir X sistemine ilişkin entropi fonksiyonunun grafiği görülmektedir. Bu grafikten de görüldüğü gibi entropi fonksiyonu $p_1 = p_2 = 1/2$ değerleri için maksimuma ulaşmaktadır.

Bir sistemin mümkün durumlarından herhangi birinin olasılığı $P(X)$ gibi ifade edilirse, $[-\log P(X)]$ de bir tesadüf değişkeni olarak kabul edilebilir. O halde entropi

ifadesini,

$$H(X) = E[-\log P(X)]$$

şeklinde $[-\log P(X)]$ tesadüf değişkeninin beklenen değeri olarak yazmak ve hesaplamak da mümkündür. Entropinin beklenen değer şeklinde ifade edilmesi bazı durumlarda hesaplamalarda kolaylık sağlaması bakımından oldukça kullanışlıdır.



Şekil. 1

Entropinin tarif formülüne göre hesaplanmasında, olasılıkların değişmez bir özellik göstermesi, yani sistemin durgun (stable) olması gerekmektedir. Başka bir ifadeyle, sisteme ilişkin belirsizlik, ancak sistemin durgun bir özellik göstermesi koşulu-na bağlıdır. Dinamik özellikte çevreler için entropi λ zaman faktörüne bağlı olarak,

$$H(X) = -\lambda \sum p \log p$$

şeklinde ifade edilir.

Birleşik Sistemlerin Entropisi

Buraya kadar basit sistemler ele alınmış ve konu tek bir değişken itibarıyla ortaya konmuştur. Ancak, daha karmaşık problemlerde, sistemler birden fazla faktörden, örneğin bir işletme probleminde, hem talep faktörü hem de rakabet faktöründen oluşabilir. Pek çok durumda, sistemi çok boyutlu tesadüf değişkenleri ile ifade etmek gerekmektedir. Çift boyutlu sistem değişkenlerinden hareketle, daha fazla boyutlu sistem değişkenleri için de genellemeye gitmek mümkün ve kolaydır.

Birleşik bir sistem X ve Y değişkenleri ile belirtilirse, sistemin mümkün durumları X ve Y değişkenlerinin x_1 ve y_j durumlarının kombinezonları şeklinde ortaya çıkacaktır. X değişkeni x_1, x_2, \dots, x_n gibi n mümkün durumda, Y değişkeni y_1, y_2, \dots, y_m gibi m mümkün durumda bulunuyorsa, (XY) birleşik sistem değişkeni nm sayıda mümkün durumda bulunacaktır. Entropinin tarif formülüne göre XY sisteminin toplam entropisi

$$H(XY) = - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m p_{ij} \log p_{ij}$$

olacaktır.

Birleşik sistemi oluşturan her bir sistemin birbirlerinden bağımsız olmaları halinde bu ifade

$$H(XY) = H(X) + H(Y)$$

şeklinde yazılabilir. Bu sonuca "Entropilerin Toplama Kuralı" denir. Sistemler bağımsız olmadıkları takdirde ise bu kural geçerli olmayacaktır. Gerçekten de bağımlı sistemlerin birleşimlerinden oluşan bir sistemin toplam entropisi, bu sistemi oluşturan alt sistemlerin entropilerinin toplamlarından daha düşük olacaktır. Bu tip sistemlerin entropilerini hesaplayabilmek için "koşullu entropi" kavramını ortaya koymak gerekecektir. Bu durumda bağımlı sistemlerin toplam entropisi

$$H(XY) = H(X) + H(Y|X)$$

olacak ve koşullu entropi de aşağıdaki şekilde yazılacaktır:

$$H(Y|X) = - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m p(x_i) P(y_j|x_i) \log P(y_j|x_i)$$

Sürekli Sistemlerde Entropi

Belirsizlik derecesinin ölçüsü olarak ele alınan entropinin tarif formülü, sistemlerin süreksiz tesadüf değişkenleri ile temsil edilmesini gerekli kılmaktadır. Olasılık dağılımının doğrudan bir fonksiyonu olarak hesaplanan entropi, buraya kadar olan bölümlerde süreksiz olasılık dağılımları itibarıyla ele alınmıştır. Buna karşılık gerçek hayatta bazı sistemler süreklilik özelliği taşıyan sistemler olarak da ortaya çıkabilirler; bu durumda değişkenler de sürekli değişkenler olacaklardır.

X sürekli bir tesadüf değişkeni ve $f(x)$ olasılık yoğunluk fonksiyonu ise, değişken tanım aralığında sonsuz sayıda değer alabilecektir. Yukarıdaki bölümlerde entropiye ilişkin olarak işaretlenen maksimum entropinin limit değeri itibarıyla, mümkün durum sayısının sonsuz olması halinde entropi de sonsuz olmaktadır. O halde, teorik olarak sistemin sürekli bir tesadüf değişkeni ile belirtilmesi halinde sisteme ilişkin belirsizliğin sonsuz büyük olduğunu ifade etmek gerekecektir. Ancak pratikte durum böyle değildir. Örneğin, bir sürekli talep değişkeninin 100 ile 1000 birim arasında tanımlanmasıyla, 400 ile 500 birim arasında tanımlanması farklı durumlardır. Birinci durumun belirsizliğinin, ikincisine göre daha yüksek olduğu kolaylıkla görülebilmektedir. Konuyu daha iyi açıklamak için, insanların boy uzunluklarına ilişkin diğer klasik bir örnek ele alınabilir; boyların ölçülmesinde cm' den daha hassas bir ölçüm yapmak pratikte söz konusu değildir. Bu bakımdan, aralarında bir kaç mm' lik fark bulunan kişiler aynı boy uzunluğuna sahip olarak kabul edilmektedir. Δx kadar bir uzunluk belirlenerek, X değişkeninin bu aralık içinde bulunan çeşitli durumlarının pratikte birbirinden ayırdedilemediği kabul edilirse, sürekli özellikteki bir sistemin entropisi de Δx kadar bir hata miktarı ile,

$$H(X) = - \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \log f(x) dx - \log \Delta x$$

şeklinde hesaplanabilecektir. Yukarıdaki ifadeden de kolayca görülebileceği gibi, Δx arttıkça belirsizlik derecesi azalacak, buna karşılık Δx azaldıkça belirsizlik derecesi yükselecektir. Δx in sifıra yaklaştığı limit halinde ise, belirsizlik sonsuza gitmektedir.

BİLGİNİN ÖLÇÜLMESİ

Yukarıda entropi bir sistemin her hangi bir durumunda belirsizliğinin ölçüsü olarak tanımlanmıştır. Bu ifade yeniden gözden geçirilerek şu özellikler vurgulanabilir:

- Entropi büyüdükçe mümkün görülen durumun gerçekleşmesi daha az muhtemel gözükmekte, başka bir ifadeyle, neticenin önceden tahmini veya bilinebilmesi zorlaşmaktadır.

- Entropi küçüldükçe, mümkün durumun gerçekleşmesi daha fazla muhtemel olarak belirlemekte, yani neticenin daha önceden tahmin edilebilmesi daha kolay olmaktadır.

- Entropi sifıra eşit olduğunda ise mümkün durumlardan birinin gerçekleşmesi kesin bulunmakta ve netice daha önceden bilinebilmektedir.

Doğal olarak, mümkün durumlarında belirsizlik bulunan bir sistem hakkında bazı bilgiler elde edildiğinde, bu belirsizlik azalacaktır; bir sistem hakkında ne kadar

çok bilgi elde edilirse, sistemin belirsizliği o nisbette azalmaktadır. O halde gerekli bilgi miktarını sistemin entropisinin azalması ile ölçmek yanlış bir şey olmayacaktır. Belirsizliği ortadan kaldıracak tüm bilginin elde edilmesiyle entropi sifra eşit olacaktır. O halde, bir sistemin durumunu kesin olarak tanımlayabilmek üzere edinilen bilgi miktarı bu sistemin entropisine eşit demektir. Böylelikle

$$I_X = - \sum_{i=1}^n p_i \log p_i$$

ifadesinden, kesinlik durumu için gerekli bilgi miktarı da hesaplanabilecektir. Ayrıca $[-\log P(X)]$ tesadüf değişkeninin beklenen değerinden hareketle bilginin

$$I_X = E[-\log P(X)]$$

olarak ifade edilebilmesi de mümkündür Bu ifade yardımıyla hesaplamalarda büyük kolaylıklar sağlanmaktadır. Yukarıdaki formüldeki I_X ifadesine "Ortalama" veya "Toplam Bilgi" adı verilmektedir.

Toplam veya Ortalama Karşılıklı Bilgi

Buraya kadar olan açıklamalarda herhangi bir X sistemi doğrudan incelenmiştir. Ancak pratikte bu durum çoğu zaman mümkün değildir. Bazen bir X sistemi, üzerinde doğrudan araştırma yapmaya elverişli bulunmayabilir. Bu gibi ortamlarda X sistemi, bu sisteme bağlı diğer bir Y sisteminin durumunun belirlenmesi yoluna gidilir. Örneğin, bir gezegene gönderilen uzay aracının doğrudan takibi mümkün olmadığından, bu araçtaki aletlerin gönderdiği sinyallerin incelenmesiyle, uzay aracının durumu gözlenmeye çalışılmaktadır. Burada önemli olan husus, X ve Y sistemleri arasındaki farklılıklardır; zira bu farklılıklar bir takım sapmalara neden olmaktadır. Bu sapmalar konumuzla ilgili olarak, genelde iki türdür: Birincisi detayları X sistemine oranla daha az olan Y sisteminde, X sisteminin mümkün durumlarının benzerleri olmaması neticesinde oluşan sapmalar; ikincisi ise, hatalara ilişkin sapmalardır. Bunlara X sisteminin parametrelerinin ölçümünden doğan hataları ve bilginin iletilmesine ilişkin hataları örnek olarak verebiliriz.

Doğrudan ilgilenilen X sistemi ile, incelenen Y sistemi birbirinden farklı ise, yapılması gereken Y sisteminin gözlem sonuçları ile X sistemi hakkında elde edilen bilgi miktarını belirlemektir. O halde belirlenmesi gereken bu bilgi miktarı, Y sisteminin durumuna ilişkin bilginin alınmasıyla, X sisteminin entropisindeki azalma şeklinde tanımlanabilir. Bu tanım

$$I_{Y \leftrightarrow X} = H(X) - H(X|Y)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Burada $I_{Y \leftrightarrow X}$ ile belirtilen değer, Y sisteminde mevcut bulunan, X sistemine ilişkin toplam (veya ortalama) bilgi miktarıdır.

Eğer X ve Y sistemleri bağımsız sistemler iseler toplam karşılıklı bilgi miktarı da

$$I_{X \leftrightarrow Y} = H(Y) - H(Y|X) = H(Y) - H(Y) = 0$$

olacaktır. Yani sistemler bağımsız olduklarında, bir sistem üzerinde yapılan gözlem diğeri hakkında hiç bir bilgi değeri taşımayacaktır. Buna karşılık, X ve Y sistemleri birbirlerinin aynı sistemler iseler, birinin durumu diğeri de belirlediğinden koşullu entropiler sifıra eşit olacaktır ($H(X|Y) = H(Y|X) = 0$). Bu durumda,

$$I_{X \leftrightarrow Y} = I_X = I_Y = H(X) = H(Y)$$

sonucu ortaya çıkmaktadır. Bu ise toplam karşılıklı bilgi miktarının sistemlerin tek tek entropilerine eşit olması anlamındadır.

X ve Y sistemlerinin tek taraflı ilişki içinde bulunduğu bir durum mevcutsa; yani Y sisteminin durumu X sisteminin durumunu belirlemesine rağmen, X sisteminin durumu ile Y sisteminin durumu belirlenemiyorsa X sistemi bağımlı, Y sistemi ise bağımsız bir sistem olacaktır. Bu durumda sistemlerin biri bağımlı sistem durumunda ise, toplam karşılıklı bilgi miktarı bağımlı bulunan sistemin entropisine eşittir.

$$I_{X \leftrightarrow Y} = H(X).$$

Sürekli Sistemlerde Bilginin Ölçülmesi

Sürekli sistemlerde Entropi kavramında olduğu gibi, Toplam Karşılıklı Bilgi de sürekli sistemler için aynı şekilde genelleştirilebilir. Bu durumda sürekli karakterde iki sistem olan X ve Y nin içerdikleri Toplam Karşılıklı Bilginin ifadesi

$$I_X = E[-\log P(X)]$$

şeklindeki beklenen değer ifadesinden hareketle hesaplanacaktır. Ancak buradaki fark, olasılıkların bir dağılıma fonksiyonu ile tanımlanması ve toplama işlemlerinin de bu defa integral hesaplarıyla yapılmasıdır. Sürekli sistemlerde Toplam Karşılıklı Bilgi aşağıdaki şekilde hesaplanacaktır:

$$I_{X \leftrightarrow Y} = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y) \log f(x,y) / f_1(X)f_2(Y) \, dx \, dy$$

Sürekli sistemlerde olduğu gibi, $I_{X \leftrightarrow Y}$ Karşılıklı Toplam Bilgi miktarı ancak X ve Y sistemleri bağımsız iseler sıfıra eşitlenebilen negatif olmayan bir değer olarak

$$I_{X \leftrightarrow Y} \geq 0$$

şeklinde tanımlanır.

Bilgi Fazlalığı (Redundancy) Oranı

Belirsizlik derecesinin ölçüsü olarak, sistemlere ilişkin belirsizliğin analizinde söz konusu edilen entropi, mutlak bir ölçüdür ve kullanılan logaritma tabanına göre, örneğin, "bit" veya "nit" gibi değişik birimler itibarıyla değişik değerler alabilmektedir. Bu durumda entropi ölçüsünün, yeterince fikir vermesi bazen zorlaşmaktadır. Daha kullanışlı bir belirsizlik veya bilgi ölçüsünün nisbi bir ölçü olması gerekmektedir. Bu nisbi ölçü, yine bilişim teorisinde, "redundancy" olarak tanımlanır. Dilbilim sözlüğünde bu kelime "gerekli minimumdan daha fazla miktarda iletilen bilgi" olarak tanımlanır. Bilgi İşlem literatüründe ise "verilerin birden fazla yerde tekrarlanması" şeklinde tanımlanmakta, veya Sistem Bilimciler tarafından bazen de "bilgi kodlama kapasitesinin kullanım yüzdesi" olarak tanımlanarak,

$$R = 1 - (I_n / I_m)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Buradaki I_n gerekli olan bilgi kapasitesi, I_m ise sistemin bilgi kodlama kapasitesidir. Bilişim Teorisinde bilgi fazlalığı oranı olarak hesaplanan "redundancy", temelde entropiye dayanmaktadır. Burada, sisteme ilişkin bilgi, sistemin belirli bir anda entropisi olan $H(X)$ ile, ulaşabileceği maksimum entropi olan $H_{\max}(X)$ nın kıyaslanması suretiyle ölçülmektedir:

$$R = 1 - (H(X) / H_{\max}(X))$$

Bu ölçü 0 ile 1 arasında değişen değerler alması bakımından ve

$$R = 1 - (-\sum p \log_a p / \log_a n)$$

şeklindeki ifadede logaritma tabanının bir fonksiyonu olmaması nedeniyle, mutlak

olan entropi ölçüsüne, göre daha üstündür.

Karar Teorisi terminolojisinde,

$R = 1$ için "Belirlilik Altında Karar Verme"

$R = 0$ için "Belirsizlik Altında Karar Verme"

$0 < R < 1$ için "Risk Altında Karar Verme"

durumlarının söz konusu olduğu kabul edilir. İfadeden de kolayca görüldüğü gibi eğer sistemin entropisi $H(X) = 0$ ise $R = 1$ olmakta bu da sisteme ilişkin belirsizliğin bulunmadığı anlamına gelmektedir. $H(X)$ maksimum değerine ulaştığında, yani $H(X) = H_{\max}(X)$ olduğunda, sistemin mümkün durumlarından hangisinin veya hangilerinin gerçekleşmesinin daha fazla olası bulunduğu bilinmemekte, diğer bir ifadeyle, olasılıklar eşit bulunmaktadır; bu durumda $R = 0$ olmaktadır. R nin 0 ve 1 değerlerinden başka değerler alması halinde ise R arttıkça belirsizlik azalmakta ve buna karşılık R azaldıkça belirsizlik artmaktadır.

TAHMİN İŞLEMLERİNDE BİLGİ

Bilişim Teorisinde bilginin bir sistemin şimdiki durumunun mümkün duruma oranı şeklinde hesaplanan ve, $(h = -\log p)$ olarak ifade edilen bilgi içeriğinin fonksiyonu olduğuna yukarıda değinilmiştir. A incelenen bir olay ise ve bu olayın gerçekleşip gerçekleşmeyeceğine ilişkin hiç bir bilgi yok ise, olayın gerçekleşme olasılığı "Yetersiz Sebep Prensipleri" ne (Principle of Unsufficient Reason) göre $P(A) = p_0 = 0.50$ dir. Bu durumda olayın gerçekleşmesine ilişkin bilgi içeriği

$$h(p_0) = -\log 0.50 = 1 \text{ bit}$$

olacaktır. Aynı olaya ilişkin, örneğin geçmişte yapılan gözlemlere dayalı yeni bilgi edinildiği varsayılarak, olasılık bu defa $P(A) = p_1 = 0.68$ olarak belirlenmiş olsun; bu durumda olayın gerçekleşmesine ilişkin bilgi içeriği

$$h(p_1) = -\log 0.68 = 0.56 \text{ bit}$$

olarak hesaplanacaktır. Önsel (a priori) ve sonsal (a posteriori) olasılıklara göre hesaplanan bilgi içerikleri arasındaki fark olan,

$$h(p_0) - h(p_1) = \log (p_1/p_0)$$

ifadesi "Bilgi Kazancı" (Information Gain) olarak adlandırılır. Yukarıda verilen örnekte bilgi kazancı $h(p_0) - h(p_1) = 0.44$ bit dir.

Bu defa olasılıkları f_1, f_2, \dots, f_n olan ($\sum f_i=1$), A_1, A_2, \dots, A_n şeklinde n mümkün olay olsun. f_1, f_2, \dots, f_n e önsel olasılıklar denilirse; alınan yeni bir mesaj ile durum değişecektir. Yeni durumda mümkün olaylardan bazıları daha fazla, diğer bazıları ise daha az olası olacaklardır. Başka bir ifadeyle, alınan mesaj önsel olasılıkları f_1, f_2, \dots, f_n sonsal olasılıklarına dönüştürecektir. Bu olasılıklar da $\sum f_i=1$ ve $f_i \geq 0$ ($i=1, 2, \dots, n$) şartlarında herhangi bazı değerleri alabileceklerdir. Bu durumda f_i olasılıklarını ortaya çıkartan mesaja "Dolaylı Mesaj" adı verilir. Dolaylı bir mesajın "Bilgi Beklentisi",

$$I(f;f) = - \sum_{i=1}^n f_i \log (f_i/f_i)$$

şeklinde hesaplanır.

Bilgi İçeriği

Bilgi beklentisi ifadesinden hareketle f_i değerleri A_i olaylarının bir tahmin yapılmadan önceki olasılıkları, f_i değerleri ise aynı olayların tahminde bulunulduktan sonra ortaya çıkan olasılıkları olsun; bu durumda $I(f;f)$ Tahminin Bilgi İçeriği olarak adlandırılacaktır. Tahmin yapıldıktan sonra ortaya çıkan f_i değerleri, tahmin öncesi mevcut f_i değerlerinden ne kadar çok sapma gösterirse, tahminin bilgi içeriği o kadar artmakta, yani tahmin o oranda değer kazanmaktadır.

Bilgi Hatası

Yine bilgi beklentisi ifadesinden hareketle, bu defa f_i değerleri yapılan tahmin sonucu ortaya çıkan olasılıklar, f_i değerleri ise olaylar gerçekleştiikten sonra, bunların nisbi frekansları olsun; bu durumda

$$I(f_i;f_i) = - \sum_{i=1}^n f_i \log (f_i/f_i)$$

ifadesine tahminin "Bilgi Hatası" denir. Burada tahminin bilgi içeriği hesaplanırken ortaya çıkan durumun aksine f_i değerleri f_i değerlerinden ne kadar az sapma gösterirse bilgi hatası o kadar azalacak, yapılan tahmin de o oranda değer kazanacaktır. Diğer taraftan, tahminlerin bilgi hatası genellikle her tahmin döneminde farklı olarak ortaya çıkacaktır. Bilgi kavramı temelde aditif özellikte olduğundan, tahminlerin bilgi hata-

sının en doğal ölçüsü "Ortalama Bilgi Hatası"dir. Ortalama bilgi hatası, K gözlem sayısı olmak üzere,

$$I_o = - (1/K) \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^n f_{ik} \log (f_{ik}/f_{ik})$$

şeklinde ifade edilir. Burada f_{ik} , k nıncı gözlemden ortaya çıkan n tane nisbi frekanstan biri, f_{ik} ise ilgili tahmin değeridir. Bilgi hatası, genel ifadesinden de anlaşılacağı gibi, n sayıda terimin toplamıdır. Bu terimlerden bazıları pozitif, bazıları ise negatiftir. Tamamının pozitif veya tamamının negatif olması mümkün değildir; zira bu durumda $f_1 > f_1$ veya $f_1 < f_1$ hallerinden sadece birinin ortaya çıkması gerekecektir ki, bu da $\sum f_i = \sum f_i = 1$ şartına uymayacaktır.

Bilginin İyileştirilmesi

Olaylar gerçekleşmeden önce, yeni bir değerlendirmeye göre ikinci bir tahmin yapılmış olsun; bu ikinci tahmine ilişkin oranlar f'_1 ile gösterilirse, bu tahminin bilgi hatası da,

$$I(f_i; f'_i) = - \sum_{i=1}^n f_i \log (f'_i/f_i)$$

şeklinde hesaplanacaktır. Böylelikle hem birinci, hem de gözden geçirilmiş ikinci tahminin bilgi hatasını hesaplamak mümkündür. Doğal olarak, ikinci tahminin yapılması ile tahmin hatasının azaltılması amaçlanmaktadır. O halde, ikinci tahmindeki bilgi hatasının öncekine göre daha düşük olması beklenmektedir. Bu durumda, birinci ile ikinci tahminin hataları farkı kadar tahmin iyileştirilmiş olacaktır.

$$I(f_i; f_i; f'_i) = I(f_i; f_i) - I(f_i; f'_i)$$

şeklindeki fark ifadesi tahminde "Bilginin İyileştirilmesi" ölçüsünü vermektedir. Bu ifadede

$$I(f_i; f_i) > I(f_i; f'_i)$$

olduğunda, tahminde giderek bir iyileşme olduğundan bilginin iyileştirilme ölçüsü sonucu pozitif olacaktır;

$$I(f_i; f_i) < I(f_i; f'_i)$$

olduğunda ise, tahmin öncesine göre daha isabetsiz olduğundan, negatif sonuç elde edilecektir. Ölçümün sıfıra eşit olması, yani

$$I(f_i; f_i) = I(f_i; f'_i)$$

durumunda önceki ve sonraki tahminlerin bilgi hataları birbirine eşit olmakta, tahminler arasında bir bilgi farklılığı söz konusu olmamaktadır; ancak bu son durum her i için $f_i = f'_i$ anlamında değildir.

BİBLİYOGRAFYA

- ACKOFF, R. L., Systems, Organizations and Interdisciplinary Research, *Systems Thinking*, Ed. F. E. Emery, Penguin Books Ltd., Harmondsworth, Middlesex 1978, s. 330-347.
- ARROW, K. J., *Essays in The Theory of Risk Bearing*, Markham Publ. Comp., Chicago 1971.
- BEDFORD, N. M., The Concept of Management Information Systems for Managers, *Management International Review*, Vol.12, No. 2-3, 1972, s.25-29.
- BELL, P., How To Cope With Uncertainty, *Management Today*, April 1978, s.66-69.
- BORCH, K., *The Economics of Uncertainty*, Princeton University Press, Princeton 1968.
- BOULDING, K., The Specialist with a Universal Mind, *Management Science*, vol. 14, No. 12, August 1968, s. B. 647-653.
- DAVIS, B. G., *Management Information Systems- Conceptual Foundations, Structure and Development*, McGraw-Hill, Kogakusha Ltd., Tokyo 1974.
- DAVIS, W. S., *Information Processing Systems*, Addison-Wesley Publ. Comp., Reading, Massachusetts 1978.
- DONALD, A., *Management Information and Systems*, 2nd Ed., Pergamon Press, Oxford 1979.
- GUIAŞU, S., *Information Theory with Applications*, MacGraw-Hill, 1977.
- HAMILOS, A. C., PITZ, F. G., The Encoding and Recognition of Probabilistic Information in a Decision Task, *Organizational Behavior and Human Performance*, Vol.20, 1977, s.184-202.
- HARTLEY, R.V.L., Transmission of Information, *Bell System Technical Journal*, Vol.7, 1928, s. 535 - 563.

- HARTMAN, R. R. K., STORK, F. C.**, *Dictionary of Language and Linguistics*, Applied Science Publishers Ltd., Essex 1972.
- KATZ, D., KAHN, R. L.**, Common Characteristics of Open Systems, *Systems Thinking*, Ed. F. E. Emery, Penguin Books Ltd., Harmondsworth, Middlesex 1978, s.86-104.
- LEV, B.**, *Accounting and Information Theory*, American Accounting Association, Sarasota, Florida 1969.
- RAISBECK, G.**, *Information Theory*, 2nd Ed., The Massachusetts Institute of Technology 1965.
- SHANNON, C. E.**, *A Mathematical Theory of Communication*, Bell System Technical Journal, Vol.27, 1948, s. 379-423 ve 623-656.
- THEIL, H.**, *Economics and Information Theory*, North-Holland Publ. Comp., Amsterdam 1967.
- TRICKER, R. I.**, Management Information and Decision, *Management Information and Control Systems*, Ed. R. I. Tricker, John Wiley and Sons Ltd., Chichester 1978, s. 3-11.
- TYDEMAN, J., MITCHELL, R. A.**, Subjective Information Modelling, *Operational Research Quarterly*, Vol. 28, 1977, s.1-19.
- VENTSEL, H.**, *Théorie des Probabilités*, Edition MIR, Moscou 1973.
- WHITE, D. J.**, Entropy and Decision, *Operational Research Quarterly*, Vol. 26 No. 1, 1975, s. 15-23.
- WINKLER, R.L.**, The Quantification of Judgement: Some Methodological Suggestions, *Journal of the American Statistical Association*, Vol.62, December 1967, s.1105-1120.
- WRIGHTON, R. F.**, *Elementary Principles of Probability and Information*, Academic Press, Inc. Ltd., London 1973.
- YAGLOM, A.M., YAGLOM, I.M.**, *İhtimaliyet ve İnfomasyon*, Çev. Lutfi Biran, Türk Matematik Derneği Yayını, İstanbul 1966.