

Homojen Olmayan Poisson Süreci ile Bir Makinenin Güvenilirliğinin Test Edilmesi

Ayşe T. BUĞATEKİN

Fırat Üniversitesi, İstatistik Bölümü, 23119 TURKEY.
ayseturan23@hotmail.com

(Geliş/Received:29.12.2016; Kabul/Accepted:24.02.2017)

Özet

Bağımsız ve aynı dağılımlı olmayan tamir edilebilir sistemlerin bozulma süreçleri genellikle homojen olmayan Poisson süreci ile modellenir. Bu süreçte temel model, kuvvet yasası modelidir. Bu makalede, bir makinenin güvenilirliğini test etmeye yönelik bir uygulama yapılmıştır. Veriler bağımsız ve aynı dağılımlı olmadıkları zaman yani homojen olmayan Poisson sürecine uygun olduğunda kullanılan modeli belirlemek için maksimum olabilirlik yöntemiyle parametre tahmini ve bulunan bu modele göre belirli zaman aralığına göre güvenilirlik analizi yapılmıştır.

Anahtar Kelimeler. Güvenilirlik, Homojen Olmayan Poisson Süreci, Kuvvet Yasası Modeli, Maksimum Olabilirlik Fonksiyonu.

Testing the Reliability of a Machine with Non-Homogeneous Poisson Process

Abstract

Failure process of repairable systems which not independent and identically distributed are usually modeled with a non-homogeneous poisson process. The basic model in this process is power law model. This article has made an application to test the reliability of the machine. When data are not independent and identically distributed, namely when appropriate to a Poisson process, parameter estimations and reliability analysis were made by maximum likelihood method.

Keywords. Reliability, Non- homogeneous poisson process, Power law model, Maximum likelihood function.

1.Giriş

Bir sistemin yararlılığı performansına bağlıdır. Sistemin yaygın ölçüsü güvenilirliktir. Sistemlerin güvenilirliği telekomünikasyon ağı, vakum sistemi gibi çeşitli alanlarda daha önemli hale gelmiştir [1]. Güvenilirlik literatüründe sistemler genel olarak tamir edilebilir ve tamir edilemez sistemler diye iki sınıfa ayrılır. Tamir edilemez sistemlerin bozulduktan sonra geri dönüşümleri yoktur. Bu yüzden sadece bir kez bozulurlar ve böyle sistemlerin bozulma zamanlarının dağılımı örneğin Weibull gibi bir yaşam modeli ile modellenenebilir.

Diğer yandan tamir edilebilir sistemler, bozulmadan sonra herhangi bir işlem veya bir müdahale ile tekrar geri kazanılan sistemlerdir. Bu sistemler bozulma zamanlarının modellenmesi ile ele alınırlar. Yaygın olarak tamir edilebilir sistemlerin bozulma süreçleri için

kullanılan modeller, yenilenme süreci ve homojen olmayan poisson sürecidir. Yenilenme süreci arıza yoğunluğunun sabit olduğu durumlarda kullanılırken homojen olmayan Poisson sürecinde ise bozulmaların meydana gelme oranı yani yoğunluk önemlidir.

Tamir edilebilir sistemler ve bu sistemlerin modellenmesi ile ilgili olarak Ascher ve Feingold [2], Crowdervd. [3], Saldanha [4], Ascher ve Hansen[5] tarafından çalışmalar yapılmıştır. Bu makalede HOPS kullanılarak tamir edilebilir sistemlerin modellenmesi amaçlanmıştır.

2. Güvenilirlik

Bir sistemin güvenilirliği belirli bir zaman periyodunda ve verilen koşullar altında sistemin arıza olmaksızın çalışma olasılığıdır [6]. Teknik sistemlerin güvenilirliği modern bilimin ulaştığı en önemli araştırma konularından biridir [7]. Bir

sistemin güvenilirliği birbirini takip eden arızalar arası sürelerin (AAS) analizine dayanır. T, AAS tesadüfi değişkeni olarak tanımlansın. Buna göre, bir t zamanında sistemin güvenilirliği olan R(t) sistemin t zamanına kadar arızalanmama olasılığıdır [8]. Buna göre bir sistemin güvenilirliği aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

$$R(t) = P(T > t) = 1 - F(t)$$

Güvenilirlik analizinde en önemli adım verilere uygun bir model kurmaktır. Bunun için AAS verilerine bakılır. Eğer arızalar arası süreler bağımsız ve aynı dağılımlı ise yenilenme süreci veya homojen poisson süreci ile modellenir. Bu süreçlerde kullanılacak uygun durağan olasılıksal modeller Weibull, Normal, Üstel gibi yoğunluk fonksiyonlarıdır. Arızalar arası süreler bağımsız değil ve aynı dağılıma sahip değil iseler bu durumda HOPS ile modellenir [9].

3. Homojen Olmayan Poisson Süreci ve Modelleme

Homojen olmayan Poisson süreci, güvenilirlikte yaygın olarak kullanılan bir süreçtir. HOPS örneğin iyileşme veya kötüleşmenin olduğu sistemler için zamanlar arası bozulmaların (başarısızlıkların) modellenmesine müsaade eder. HOPS zamandan bağımsız olarak meydana gelen olaylarda esneklik kabulüne dayalı olarak kullanılır. Örneğin açıkdeniz platformları üzerindeki gaz türbinlerinin bozulması analizinde [10], sabit disklerin bozulması analizinde [11], makine aletlerinin bozulması analizinde [12], yazılım güvenilirliğinin modellenmesinde [13] sıkça kullanılan temel bir süreçtir.

Bir homojen olmayan Poisson sürecinde model yaygın olarak bozulmaların meydana gelme oranı $w(t)$ yoğunluk fonksiyonu ile karakterize edilir [14]. $w(t)$ aynı zamanda ortalama değer fonksiyonu olarak da ifade edilir.

$N(t)$, $[0, t]$ zaman aralığında meydana gelen bozulmaların sayısını vermek üzere aşağıdaki şartlar sağlanıyorsa $w(t)$, $t \geq 0$ yoğunluk fonksiyonu ile Homojen olmayan bir Poisson sürecidir.

$$N(0) = 0$$

$N(t)$, her $t > 0$ için $\int_0^t w(t)dt$ parametrelili

Poisson dağılımına sahiptir.

Her $0 \leq t_1 \leq t_2 \leq \dots \leq t_m$ için

$$N(t_1), N(t_2) - N(t_1), \dots, N(t_m) - N(t_{m-1})$$

bağımsız tesadüfi değişkenlerdir.

Homojen olmayan bir Poisson süreci $w(t) = w$ ile homojen Poisson sürecine dönüşür.

$N(t)$, $\int_0^t w(t)dt$ parametrelili Poisson dağılımına

sahipse $E[N(t)] = \int_0^t w(t)dt = W(t)$ ve

$$Var[N(t)] = \int_0^t w(t)dt = W(t) \text{ olur.}$$

HOPS da herhangi bir $(t_1, t_2]$ aralığındaki

arızaların sayısı $\int_{t_1}^{t_2} w(t)dt$ ortalamalı bir Poisson

dağılımına sahiptir. Dolayısıyla bu aralıkta k kadar arıza olma olasılığı aşağıdaki gibi tanımlanır [8].

$$P[N(t_2) - N(t_1) = k] = \frac{1}{k!} \left(\int_{t_1}^{t_2} w(t)dt \right)^k \exp\left(-\int_{t_1}^{t_2} w(t)dt\right) \quad (1)$$

Bu makalede, model olarak homojen olmayan Poisson sürecinde yaygın olarak kullanılan kuvvet yasası modeli kullanılacaktır. Yaygın olarak kullanılmasının en büyük sebebi bozulmaların meydana gelme oranının Weibull dağılımının hazard oranı ile aynı formda olmasıdır. Bu yüzden kuvvet yasası modeli zaman zaman Weibull süreci olarak da tanımlanır.

Kuvvet yasası modelinin yoğunluk fonksiyonu,

$$w(t) = \lambda \beta t^{\beta-1} \quad (2)$$

ve birikimli yoğunluk fonksiyonu,

$$W(t) = \lambda t^\beta$$

olarak tanımlanır.

4. Maksimum Olabilirlik Tahmini

Aynı yoğunluk fonksiyonuna sahip HOPS tarafından yönetilen m bağımsız sistemden elde

edilen verilerimiz mevcut olsun. Burada j inci sistem $t_{1j}, t_{2j}, \dots, t_{nj}$ zamanlarında gözlenen olaylar içerisinde $(S_j, T_j]$ zaman aralığında gözlenmiştir. Bu veriler için maksimum olabilirlik fonksiyonu Meeker ve Escobar[15] tarafından aşağıdaki şekilde ifade edilmiştir.

$$L = \prod_{i=1}^m \left\{ \prod_{j=1}^{n_j} w(t_{ij}) \right\} \exp[-(W(T_j) - W(S_j))]$$

Eşitlik (2) de verilen kuvvet yasası modeli için log-olabilirlik fonksiyonu ise

$$l = \log L = n \log \lambda + n \log \beta$$

$$+ (\beta - 1) \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^{n_j} \log t_{ij} - \lambda \sum_{j=1}^m [T_j^\beta - S_j^\beta]$$

olarak yazılır. Burada $n = \sum_{j=1}^m n_j$ dir. Elde edilen

log-olabilirlik fonksiyonu için $\hat{\lambda}$ ve $\hat{\beta}$ parametre tahminleri,

$$\hat{\lambda} = \frac{n}{m t_n^\beta} \quad (3)$$

ve

$$\hat{\beta} = n \left\{ n \log t_n - \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^{n_j} \log t_{ij} \right\}^{-1} \quad (4)$$

olarak bulunur. Burada $T_j = t_n$ olup toplam aralıksız süreyi n ise toplam arıza sayısını göstermektedir.

5. Uygulama

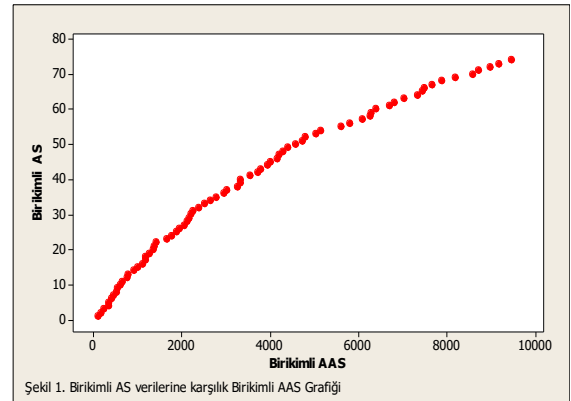
Bu çalışmada bir makinenin güvenilirliğini test etmeye yönelik olarak alınmış 74 veri için arızalar arası süreler ele alınmıştır. Analizlerin yapılması aşamasında Minitab 14 paket programı kullanılmıştır.

Öncelikle yapılması gereken ilk adım verilen AAS verilerine uygun bir olasılıksal model kurmaktır. AAS verilerinin zaman içinde değişip değişmediğine göre yenilenme süreci, homojen poisson veya homojen olmayan poisson süreçlerinden biri ile modelleme yapılmalıdır. Bunun için birikimli arıza sayılarına karşılık birikimli arıza sürelerinin grafiği çizilir.

Tablo 1. Veriler

B A S	AAS	BA AS	B AS	AAS	BA AS	B AS	AAS	BA AS
1	98	98	26	60	1941	51	138	4720
2	75	173	27	123	2064	52	66	4786
3	55	228	28	65	2129	53	249	5035
4	122	350	29	33	2162	54	117	5152
5	6	356	30	54	2216	55	445	5597
6	63	419	31	43	2259	56	200	5797
7	42	461	32	122	2381	57	282	6079
8	70	531	33	136	2517	58	77	6256
9	10	541	34	120	2637	59	125	6281
10	66	607	35	137	2774	60	111	6392
11	52	659	36	178	2952	61	300	6692
12	97	756	37	68	3020	62	113	6805
13	25	781	38	233	3253	63	223	7028
14	133	914	39	70	3323	64	306	7334
15	87	1001	40	9	3332	65	108	7442
16	120	1121	41	217	3549	66	48	7490
17	48	1169	42	181	3730	67	187	7677
18	14	1183	43	68	3798	68	209	7886
19	85	1268	44	149	3947	69	301	8187
20	76	1344	45	64	4011	70	410	8597
21	24	1368	46	148	4159	71	115	8712
22	57	1425	47	39	4198	72	269	8981
23	240	1665	48	84	4282	73	205	9186
24	98	1763	49	120	4402	74	289	9475
25	118	1881	50	180	4582			

Şekil 1 den arızaların oluşumunun hiçbir doğrusallık içermediği ve zamana bağlı olduğu açıkça görülür. Buna göre uygun olan modelin seçiminin ve buna bağlı olarak tahminlerin yapılması gerekmektedir. AAS verileri için doğrusallık gözlenmediğinden HOPS gibi modeller kullanılır.



Şekil 1. BAS Verilerine karşılık BAAS

Modellemede HOPS sürecinin bir formu olan kuvvet yasası modeli kullanılacaktır.

Daha önce kuvvet yasası modeli için elde edilen parametre tahminlerinde $m = 1$ alınırsa

(3) ve (4) eşitliklerinden sırasıyla $\hat{\lambda} = 0,0896$

ve $\hat{\beta} = 0,7335$ elde edilir. Buna göre ele alınan veriler için kuvvet yasası modeli

$$w(t) = (0,0896)(0,7335)t^{-0,2665}$$

bulunur. Bu modele göre belirli bir aralıkta beklenen arıza sayısı

$E[N(t)] = W(t) = \lambda t^{\beta}$ olduğundan $m(t) = \hat{\lambda} t^{\hat{\beta}}$ olur. Buna göre belirli zaman aralıkları için beklenen arıza sayıları Tablo 2 de verilmiştir.

Tablo 2. Belirli zaman aralıkları için beklenen arıza sayıları

Süre(Saat)	Beklenen Arıza Sayısı
10	0,48
20	0,80
50	1,58
100	2,62
250	5,14
1000	14,21

Ayrıca $(t_1, t_2]$ aralığında k kadar arızanın meydana gelme olasılığı da hesaplanabilir. Örneğin, (50,250] zaman aralığında 3' den fazla arızanın meydana gelme olasılığı HOPS sürecinin yoğunluğu kullanılarak,

$$m(250) - m(50) = \int_{50}^{250} w(t)dt$$

$$= \int_{50}^{250} (0,0896)(0,7335)t^{0,7335} dt = 3,56$$

ve buna göre (1) den

$$P[N(250) - N(50) > 3] = 0,476 \text{ şeklinde bulunur.}$$

Bir sonraki arıza süresinin tahmini değeri aşağıdaki formülle hesaplanır [8].

$$t_{n+1} = (t_n^{\hat{\beta}} + \frac{1}{\hat{\lambda}})^{\frac{1}{\hat{\beta}}}$$

Buna göre bir sonraki arıza $t_{n+1} = 9648,30$ zamanında meydana gelir.

HOPS herhangi bir $(t_1, t_2]$ aralığında arızaların

sayısının $\int_{t_1}^{t_2} w(t)dt$ ortalamaıyla bir Poisson

dağılımına sahip olduğunu varsayar. Bu durumda güvenilirlik fonksiyonu

$$R(t_1, t_2) = P[N(t_2) - N(t_1) = 0]$$

$$= e^{-\int_{t_1}^{t_2} w(t)dt} = e^{-[m(t_2) - m(t_1)]}$$

olarak bulunur. Buna göre çeşitli zaman aralıkları için hesaplanan güvenilirlikler Tablo 3 te verilmiştir.

Tablo 3. Belirli zaman aralıkları için güvenilirlik değerleri

Zaman Aralığı	$R(t_1, t_2)$
0-20	0,44
50-70	0,65
150-170	0,71
650-670	0,79
1000-1020	0,81

6. Sonuç

Teknik sistemlerin güvenilirliğinin incelenmesi hususunda yapılan çalışmalar endüstri mühendisliğinin en önemli problemlerinden biridir. Teknik bir sistemin analizi bileşenlerinin incelenmesi ile başlamakta ve amaca yönelik olarak bileşenlerin bir araya getirilmesi ile devam etmektedir. Bir bileşenin güvenilirliğinin araştırılması teknik incelemenin yanında çalışma performansının incelenmesini de gerektirmektedir. Bu aşamada çalışmanın istatistiksel analizi önemli rol oynamaktadır. Literatürde tamir edilebilir sistemler ve bu sistemlerin modellenmesi ile ilgili olarak birçok çalışma mevcuttur. Bu çalışmalar yapılırken verilerin bağımsız ve aynı dağılımlı olmadığı durumlarda homojen olmayan Poisson süreci modelleri kullanılmaktadır. En yaygın kullanılan süreç modeli ise Weibull dağılımının hazard fonksiyonuna benzeyen kuvvet yasası modelidir. Çalışmamızda ise bir makinenin güvenilirliğini test etmek amacıyla homojen olmayan Poisson süreci modeli kullanılmıştır. Bu süreci uygulayabilmek için maksimum olabilirlik fonksiyonu yardımıyla modelin parametreleri tahmin edilmiş ve güvenilirlik tanımlanmıştır. Sonuç olarak, homojen olmayan Poisson sürecinin, tamir edilebilen bozulma verilerinde zamana bağlı analizler için yeterli bir model olduğu görülmüştür.

7. Kaynaklar

1. Gokdere, G.,Gurcan, M., Kılıç, M.B. (2016). A New Method for Computing the Reliability of

- Consecutive k-out-of-n:F Systems, *Open Phys.*, Doi: 10.1515/phys-2016-00.
2. Ascher, H., Feingold, H. (1984). Repairable system reliability, modeling, inference, misconception sand their causes. MarcelDeker, Washington DC.
 3. Crowder, M.J., Kimber, A.C., Smith, R.L., Sweeting, T.J. (1991). Statistical analysis of reliability data. Chapmanand Hall, London.
 4. Saldanha, P.L.C. (1995). An application of non-homogeneous Poisson process to the reliability analysis of service water pumps of nuclear power plants. MS dissertation, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro (in Portuguese).
 5. Ascher, H., Hansen, C.K. (1998). Spurious exponentially observed when incorrectly fitting a distribution to nonstationary data. *IEEE Transactions on Reliability* **47** (4), 451-459.
 6. Vagenas, N., runciman, N. and Clement, S.R. (1997). A methodology for maintenance analysis of mining equipment. *International Journal of Surface Mining, Reclamation and Environment*, **11**, 33-40.
 7. Gokdere, G., Gurcan, M. (2016). New Reliability Scorefor Component Strength using Kullback-Leibler Divergence. Journal the Polish Maintenance Society – “Eksploracja i Niezawodność – Maintenance and Reliability” , *Inpress*.
 8. Uzgören N.,Elevli S. (2010). Homojen olmayan poisson süreci: Bir maden makinesinin güvenilirlik analizi. *Gazi Üniv. Mim. Fak. Der.* (25) **4**, 827-837.
 9. Wang, P. and Coit, D.W. (2005). Repairable systems reliability trend tests and evaluation. Annual Reliability and Maintainability Symposium, 416-421.
 10. Perera, L.P., Machado, M.M., Valland, A., Manguinho, D.A. (2015). Modelling of system failures in gas turbine engines on offshore platforms. *IFAC-Papers Online*, **48**(6), 194-199.
 11. Ye, Z.S.,Xie, M., Tang, L.C. (2013). Reliability evaluation of hard disk drive failuers based on counting process. *Reliab. Eng. Syst Saf*, **8**, 109-110.
 12. Wang, Z.M.,Yu, X. (2013). Log-linear process modeling for repairable systems with time trends and it sapplications in reliability assesment of numerically controlled machine tools. *ProcInst Mech Engpart O:J Risk Reliab*, **227**(1), 55-65.
 13. Chattarje, S., Singh, J.A. (2014). A NHPP based software reliability model and optimal release policy with logistic-exponential test coverage under imperfect debugging. *Int. J. Syst Assur Eng Manag*, **5**(3), 399-406.
 14. Rausand, M., Hoyland, A.(2004). A system reliability theory: models, statistical methods and application. New York: Wiley.
 15. Meeker, W.Q. and Escobar, L.A. (1998). Statistical methods for reliability data. New York, Wiley.