

The Preservice Teachers' Mistake Approaches on Probability*

Ömer DEMİRÇİ**, Merve ÖZKAYA***, Alper Cihan KONYALIOĞLU****

Received date:05.05.2017

Accepted date:03.07.2017

Abstract

The purpose of this study is to examine preservice mathematics teachers' approaches towards the questions solved incorrectly on the subject of probability. In this sense, four questions were identified in the light of the literature and a data collection tool involving mistaken solution of these questions was prepared and carried out on preservice teachers. In this study, the case study method, which is one of the qualitative research approaches, is used. The participants of this study are 25 preservice mathematics teachers who are students at a state university. Data were analyzed by descriptive analysis. In this study, it has been seen that the preservice teachers failed in mistake detection and finding correct solution since they were unable to clarify sample space in problems of conditional probability. On the contrary, it was pointed out that the number of those who made partially correct or incorrect detection of mistakes in the probability problem which is not based on a condition was quite high and also most of the preservice teachers correctly solved the problem.

Keywords: Probability, Mistake Approaches, Preservice Mathematics Teachers.

*This study was presented as oral presentation at the 16th International Primary Teacher Education Symposium. (2017, Lefke, KKTC)

**Atatürk University, Kazım Karabekir Faculty of Education, Mathematics Education, Erzurum, Turkey; omer.demirci@atauni.edu.tr

***Atatürk University, Kazım Karabekir Faculty of Education, Mathematics Education, Erzurum, Turkey; mdurkaya@atauni.edu.tr

**** Atatürk University, Kazım Karabekir Faculty of Education, Mathematics Education, Erzurum, Turkey; ackonyali@atauni.edu.tr

Öğretmen Adaylarının Olasılık Konusuna İlişkin Hata Yaklaşımları *

Doi numarası: 10.17556/erziefd.310667

Ömer DEMİRCİ**, Merve ÖZKAYA***, Alper Cihan KONYALIOĞLU****

Geliş tarihi:05.05.2017

Kabul tarihi:03.07.2017

Öz

Bu çalışmanın amacı matematik öğretmen adaylarının, çözümlerinde hata yapılmış olan olasılık konusuna ait sorulara yaklaşımlarını incelemektir. Bu amaç doğrultusunda literatür ışığında dört soru belirlenmiş ve bu soruların hatalı çözümlerini içeren veri toplama aracı hazırlanarak öğretmen adaylarına uygulanmıştır. Nitel araştırma yaklaşımlarından biri olan durum çalışması yöntemi ile yürütülen bu çalışmanın katılımcılarını, bir devlet üniversitesinde öğrenim gören 25 matematik öğretmeni adayı oluşturmaktadır. Çalışmanın verileri betimsel analiz yöntemi ile analiz edilmiştir. Çalışmanın sonucunda öğretmen adaylarının koşullu olasılık sorularındaki örnek uzayı netleştirememeleri sebebiyle hatanın tespitinde başarısız oldukları ve doğru çözüm yapamadıkları görülmüştür. Buna karşın koşula dayalı olmayan olasılık sorusunda ise hatayı kısmen doğru tespit ve yanlış tespit edenlerin oranının fazla olduğu ve bu öğretmen adaylarının büyük bir kısmının da soruya doğru çözüm yapabildikleri görülmüştür.

Anahtar Kelimeler: Olasılık, Hata Yaklaşımları, Matematik Öğretmeni Adayı.

*Bu çalışma 16. Uluslararası Sınıf Öğretmenliği Sempozyumunda sözlü bildiri olarak sunulmuştur. (2017, Lefke, KKTC)

**Atatürk Üniversitesi, Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi, Matematik Eğitimi, Erzurum, Türkiye;
omer.demirci@atauni.edu.tr

***Atatürk Üniversitesi, Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi, Matematik Eğitimi, Erzurum, Türkiye;
mdurkaya@atauni.edu.tr

**** Atatürk Üniversitesi, Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi, Matematik Eğitimi, Erzurum, Türkiye;
ackonyali@atauni.edu.tr

1. Giriş

Yapılandırmacı yaklaşım ile doğruları tekrar eden pozitif bilginin yanı sıra üst bilişsel gelişimi destekleyen negatif bilgi eğitimde etkili olmaya başlamıştır (Melis, Sander ve Tsovaltzi, 2010). Hataların giderilmesinde önemli katkı sağlayan negatif bilgi (Heinze, 2005), öğrenciye deneyimleri üzerinde düşünme imkânı sağlarken (Akpınar ve Akdoğan, 2010) öğrencinin kaçınması gereken durumlardan haberdar olmasını destekler (Gartmeier, Bauer, Gruber ve Heid, 2008). Buluşsal açıdan da önemli olmasının (Gartmier vd., 2008) yanı sıra pozitif bilgiyle beraber kişinin ne bilip bilmediğini ve ne yapmaması gerektiğini anlamasına da yardımcı olur (Parviainen ve Eriksson, 2006). Matematiksel ifadelerin ve fikirlerin yanlış kullanılması ve sonuçlandırılması olarak tanımlanan hata (Erbaş, Çetinkaya ve Ersoy, 2009, s. 46) negatif bilginin kazandırılmasında önemlidir (Dalehefte, Seidel ve Prenzel, 2012; Heinze, 2005).

Hataların öğretimdeki durumunun değişmesi gerektiğini savunan Borasi (1988) gerçekleştirdiği çalışmalarında hatalar üzerinde düşünmenin alan bilgisini geliştirdiğini ve öğrenme sürecinde de etkili olduğunu ortaya koymuştur (Borasi, 1986; Borasi, 1989; Borasi, 1994). Çünkü hataların nedenlerini belirlerken daha öncesinde ortaya çıkmayan bazı noktalar fark edilebilir (Borasi, 1986). Hataları belirlerken iki yaklaşımın olduğunu ortaya koyan Rach, Ufer ve Heinze (2013) bununla ilgili bir model geliştirmişlerdir. Bu modele göre hatalar ya direkt düzeltilir ya da sürece odaklı olarak hatanın analizi yapılır. Sürece odaklı olarak hatanın analizini yapabilmek kavramsal düzeye ulaşmada önemli bir etkidir (Rach vd., 2013). Hataları tespit etmek ve nedenlerini ortaya koyabilmek öğrenmeyle ilişkilidir. Eğer öğrenilmiş bir bilgi varsa bu bilgi ile birey var olan hataları da belirleyebilmelidir. Çünkü bir şeyin doğruluğunu belirlemenin yanı sıra hatanın sebebini belirleyebilmekte önemlidir (Konyalıoğlu, Aksu, Şenel ve Tortumlu, 2010).

Bir konuya özgü olarak alan bilgisinin geliştirilmesinde öğrenci hatalarının belirlenebilmesinin etkili olduğu söylenebilir (Carpenter, Franke ve Levi, 2003; Ma, 2010; Tsamir, 2007). Gerçekten hatalar üzerinden düşünmek matematiksel kavramları derinlemesine anlama imkânı sağlar (Borasi, 1986). Ayrıca öğrenci hatalarını tespit edebilmenin önemli olduğu (NCTM, 1989; 1991) bu nedenle öğretmen yetiştiren kurumların öğrenci hatalarını analiz edebilecek düzeyde öğretmen yetiştirmeleri önerilmektedir (Graeber, 1999). Bu düzeyde öğretmen yetiştirebilmek için Borasi'nin (1988) belirttiği gibi ilk olarak hataya bakış açısının değiştirilmesi gerekir. Hataya karşı kazanılan olumlu yaklaşım ile öğretmen adaylarının ilerideki öğretmenlik hayatlarında öğrenci hatalarını analiz etme sürecinde daha etkili olabilecekleri söylenebilir.

Bu çalışmada hataları tespit edebilme becerisi olasılık konusu üzerine yapılmıştır. Olasılığın günlük hayatta kullanılan hayatı kolaylaştırabilecek kavramları içermesi, olasılıktaki kavramlarının bireyler için önemli bir yere sahip olması (Özmantar, Bingölbali ve Akkoç, 2008), matematiksel süreç becerilerinden olan akıl yürütme becerilerinin kazandırılması içerisinde olasılıklı düşünme yollarının edinilmesi (Borovenick ve Peard, 1996; MEB, 2013) ve yine olasılık konusunun orantısız akıl yürütme becerilerini desteklemesi ve olasılık kavramlarının okul öncesi öğretim programından başlamak üzere bütün öğretim programlarında yer almasını gerektirmiştir (NCTM, 2000). Dolayısıyla olasılıkta hatayı tespit edebilme sadece konuyu öğrenmişlik değil, bir bakıma da doğru düşünme becerisinin bir öncülü olarak görülebilir.

Literatürde olasılık çalışmaları özellikle dilin ve sezginin olasılıklı düşünmeyi nasıl etkilediği üzerinedir (Amir ve Williams, 1999; Jones, Langrall, Thornton ve Mogill, 1997; Sharma, 2012; Sharma, 2015; Fischbein, Nello ve Marino, 1991). İşte burada hataları tespit becerisi; dil, sezgi ve konu bilgisini içerisinde barındırma özelliği ile önem arz etmektedir. Dolayısıyla olasılık konusundaki hatayı tespit çalışmaları olasılıklı düşünme yollarını geliştirmeyi tetikleyici bir etkiye sahip olabilir. Bu durumda ise mevcut yanlışlar devreye girer.

Olasılıkla ilgili genel kavram yanlışları; örnek uzayı farklı şekilde temsil etme ve peş peşe aynı olayın olma olasılığının düşük olmasını içeren olumsuz veya olumlu sonralık etkisi, basit ve bileşik olaylara dair yanlışlar, olayla ilgisi olmayan fakat olayın olma olasılığını değiştirdiğini

düşünmeye dair birleşme yanılışı, örneklem büyüklüğünü göz önüne almama biçimindedir (Çakmak ve Durmuş, 2015; Dereli, 2009; Fischbein ve Schnarch, 1997; Garfield ve Ahlgren, 1988; Li ve Pereira-Mendoza, 2002; Memnun, 2008; Mut, 2003). Ayrıca öğrencilerin örnek uzayı oluşturmadan olasılığı belirledikleri (Shaughnessy ve Ciancette, 2002) ya da bileşik olaylarda olasılığı belirleyemedikleri de (Kazak, 2014) ortaya konulmuştur.

Olasılık konusunda kavram yanlışlarının ve zorlukların çokça olması, bu konunun anlaşılmasının zor olduğunu düşündürmektedir. Sebebi ne olursa olsun anlaşılması güç olan olasılık konusu için bu zorlukları giderecek çözüm önerilerinin sunulduğu görülmüştür (Çelik ve Güneş, 2007; Fischbein ve Schnarch, 1997; Kazak, 2014; Memnun, 2008). Bu nedenle olasılık konusunun önemli olduğu ve üzerinde daha fazla araştırma yapılması gerektiği kanaatine varılmıştır. Ayrıca olasılıklı düşünme becerisi üzerine çalışmalar (Jones, Langrall, Thornton ve Mogill, 1997; Sharma, 2015), uzun hedefte düşünebilen, tartışabilen, akıl yürütme becerisine sahip olabilen bireylerin yetişmesi için geleceğe ışık tutmaktadır. Bu bireyleri yetiştirecek olanlar ise öğretmenlerdir. Matematik öğretmenlerinin bu özellikte bireyler yetiştirebilmeleri için öncelikle bu özelliklere kendilerinin de sahip olması ve önemsemesi gerekir. Öğretmen yetiştiren kurumların, üniversitelerin eğitim fakülteleri olduğu göz önüne alındığında öğretmen adayları bu araştırmanın temelini oluşturmuştur. Olasılık konusunda yapılan çalışmalara bakıldığında hataların belirlendiği çokça çalışma olmasına rağmen hatalara yaklaşımı içeren bir çalışmaya rastlanamamıştır. Bu nedenle matematik öğretmen adaylarının olasılık konusunda hataya yaklaşım durumlarının belirlenmesine ihtiyaç vardır. Bu kapsamda çalışmanın amacı matematik öğretmen adaylarının olasılık konusundaki hatalı çözülmüş sorulara yaklaşımlarını incelemektir.

2. Yöntem

2.1. Araştırma Deseni

Bu çalışmada öğretmen adaylarının olasılık konusundaki hatalı çözülmüş sorulara olan yaklaşımları derinlemesine araştırıldığından nitel yaklaşımlardan durum çalışması yöntemi kullanılmıştır. Nitel yaklaşımın genel bir kabul gören tanımı olmamasına rağmen nitel yaklaşım, araştırmaya katılan kişilerin bir duruma karşı bakış açılarının gerçekçi ve bütüncül bir şekilde incelenmesidir (Ekiz, 2009; Yıldırım ve Şimşek, 2013). Nitel yaklaşım içerisinde yer alan yöntemlerden biri olan durum çalışması bir veya birkaç durumun derinlemesine araştırıldığı, temel amacı ilgili durum hakkında detaylı bir betimleme yapmak olan bir yöntemdir (Büyüköztürk, Kılıç Çakmak, Akgün, Karadeniz ve Demirel, 2011; Yıldırım ve Şimşek, 2013). Bu çalışmada da öğretmen adaylarının olasılık konusuyla ilgili hatalı çözülmüş olan sorulara karşı yaklaşımları bir durum olarak belirlenmiş ve bu durum detaylı bir şekilde ele alınmıştır. Bu nedenle araştırma yöntemi olarak nitel yaklaşımlardan durum çalışması yöntemi kullanılmıştır.

2.2. Araştırmanın Katılımcıları

Çalışmanın katılımcılarını bir devlet üniversitesinin Matematik Öğretmenliği Programının beşinci sınıfında öğrenim gören 25 matematik öğretmeni adayını oluşturmuştur. Örnekleme yöntemi olarak amaçlı örneklem türlerinden ölçüt örneklem kullanılmıştır. Ölçüt örneklem, bir araştırma içerisinde belli niteliklere sahip olan kişi, olay veya nesnelere çalışma imkanı vermektedir (Büyüköztürk vd., 2011). Bu çalışmada da öğretmen adaylarının Olasılık ve İstatistik-I-II derslerini almış olmaları ölçütlerden biridir. Ayrıca öğretmen adaylarının programda ki alan eğitimi derslerinin çoğunu almış olmaları hatalara karşı farklı bir bakış açısına sahip olabileceklerini düşündürmüştür. Bu durumda ayrı bir ölçüt olarak görülmüştür. Araştırmaya katılan öğretmen adayları K_1, K_2, \dots, K_{25} olarak kodlanmış ve bu kodlar kullanılarak veriler sunulmuştur.

2.3. Veri Toplama Aracı ve Verilerin Toplanması

Çalışmada kullanılan veri toplama aracı literatür de mevcut dört soru (Dönmez, 2011; Stangroom, 2009) ve bunlara ait hatalı çözümlerden oluşmaktadır. Veri toplama aracı ilk olarak altı soru ve bunların hatalı çözümlerinden oluşacak şekilde hazırlanmıştır. Hazırlanan veri toplama aracı uzman görüşlerine dayalı olarak hatalı çözümleriyle birlikte dört soruya indirilmiştir. Çünkü sorulardan bir tanesinin yapılabirliğinin düşük olduğu, diğerinin ise olasılık konusu örnek uzay kavramı ile dolaylı ilişkili bir konuyu içerecek şekilde olduğu düşünülmüştür. Veri toplama aracında yer alan hatalı çözümlerin hepsi örnek uzayın oluşturulamaması ile ilgilidir. Birinci soru direkt örnek uzayı oluşturamama ile ilgiliyken, ikinci ve üçüncü soru verilen koşulun göz ardı edilmesi sonucu örnek uzayı oluşturamama ile ilgilidir. Dördüncü soruda ise hem örnek uzay oluşturulamamış hem de soruda verilen koşul göz ardı edilerek çözüm yapılmıştır. Veri toplama aracı öğretmen adaylarına yazılı olarak sunulmuştur. Yeterli süre tanınarak öğretmen adaylarından sorulara yapılmış olan çözümlerdeki (varsa) hataları belirlemeleri ve bu hatanın kaynağının ne olduğunu açıklamaları istenmiştir. Bununla birlikte çözümün hatalı olduğunu düşünenlerinde kendi çözümlerini yapmaları istenmiştir. Elde edilen veriler daha sonra analiz edilmiştir.

2.4. Verilerin Analizi

Çalışmada öğretmen adaylarından elde edilen veriler, betimsel analiz yöntemi ile analiz edilmiştir. Betimsel analiz yöntemi, elde edilen verilerin çalışmanın kavramsal yapısı, amacı göz önünde bulundurularak ve önceden belirlenmiş olan kod, kategori ve temalara göre analiz edildiği bir veri analizi yöntemidir (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Bu çalışmada da öğretmen adaylarının veri toplama aracına vermiş oldukları cevaplar doğrultusunda elde edilen veriler, sorulara çözüm olarak sunulan hatalı çözümlerdeki hataları belirleyebilmelerine ve soruya yapmış oldukları kendi çözümlerine dönük bir biçimde kodlanarak, çalışmanın amacı doğrultusunda önceden belirlenen kategoriler altında sınıflandırılmıştır. Bu nedenle çalışmanın verileri betimsel analiz yöntemi ile analiz edilmiştir. Analiz edilen veriler tablolar halinde okuyucuya sunulmuş ve yorumlanmış olup, hemen hemen her kategori altında verilen cevaplar doğrudan alıntılarla desteklenmiştir.

Çalışmanın verilerinin analizinde kullanılan kod ve kategorilere ilişkin açıklama Tablo 1'de sunulmuştur.

Tablo 1. Verilerin Analizinde Kullanılan Kategori ve Kodlar

Kategoriler	Kodlar
1. Hataı tespit edememe	1-Y Hataı tespit edememe ve yapılan hatalı çözümlü doğru kabul etme 2-D Hataı yanlış tespit etme ve doğru çözüm yapma
2. Hataı yanlış tespit etme	2-Y Hataı yanlış tespit etme ve yanlış çözüm yapma 2-B Hataı yanlış tespit etme ve çözüm yapmama
3. Hataı kısmen doğru tespit etme	3-D Hataı kısmen doğru tespit etme ve doğru çözüm yapma 3-Y Hataı kısmen doğru tespit etme ve yanlış çözüm yapma 3-B Hataı kısmen doğru tespit etme ve çözüm yapmama
4. Hataı doğru tespit etme	4-D Hataı doğru tespit etme ve doğru çözüm yapma 4-Y Hataı doğru tespit etme ve yanlış çözüm yapma 4-B Hataı doğru tespit etme ve çözüm yapmama

Tablo 1’de verilen kategorilerin tam olarak anlaşılabilmesi için bu kategoriler aşağıda detaylı olarak açıklanmıştır.

Hatayı tespit edememe: Öğretmen adaylarının veri toplama aracındaki sorulara ilişkin verilmiş olan hatalı çözüm ve açıklamaları tamamen doğru kabul ettikleri durumların yer aldığı kategoridir. Bu kategori altında öğretmen adaylarının yapılan hatalı çözümü tamamen kabul etmelerinden dolayı bu kategori altında yanlış çözümü belirtmek üzere yalnızca 1-Y kodu kullanılmıştır.

Hatayı yanlış tespit etme: Öğretmen adaylarının veri toplama aracındaki sorulara ilişkin verilmiş olan hatalı çözüm ve açıklamaların hatalı olduğunu tespit ettikleri fakat hataya ilişkin yanlış açıklamalarda bulunduğu veya benzer şekilde hatanın fark edilip fakat herhangi bir açıklama yapmadan kendi çözümlerini yaptıkları durumların yer aldığı kategoridir. Yapılmış olan çözümler ise doğru, yanlış veya çözüm yapılmama durumları dikkate alınarak Tablo 1’de belirtildiği üzere kodlanmıştır.

Hatayı kısmen doğru tespit etme: Öğretmen adaylarının veri toplama aracındaki sorulara ilişkin verilmiş olan hatalı çözüm ve açıklamaların hatalı olduğunu tespit ettikleri ve bu hatalara ilişkin kısmen doğru veya eksik açıklamalarda buldukları durumların yer aldığı kategoridir. Yapılmış olan çözümler ise doğru, yanlış veya çözüm yapılmama durumları dikkate alınarak Tablo 1’de belirtildiği üzere kodlanmıştır.

Hatayı doğru tespit etme: Öğretmen adaylarının veri toplama aracındaki sorulara ilişkin verilmiş olan hatalı çözüm ve açıklamaların hatalı olduğunu tespit ettikleri ve bu hatalara ilişkin tam ve doğru açıklamalar getirdikleri durumların yer aldığı kategoridir. Yapılmış olan çözümler ise doğru, yanlış veya çözüm yapılmama durumları dikkate alınarak Tablo 1’de belirtildiği üzere kodlanmıştır.

3. Bulgular

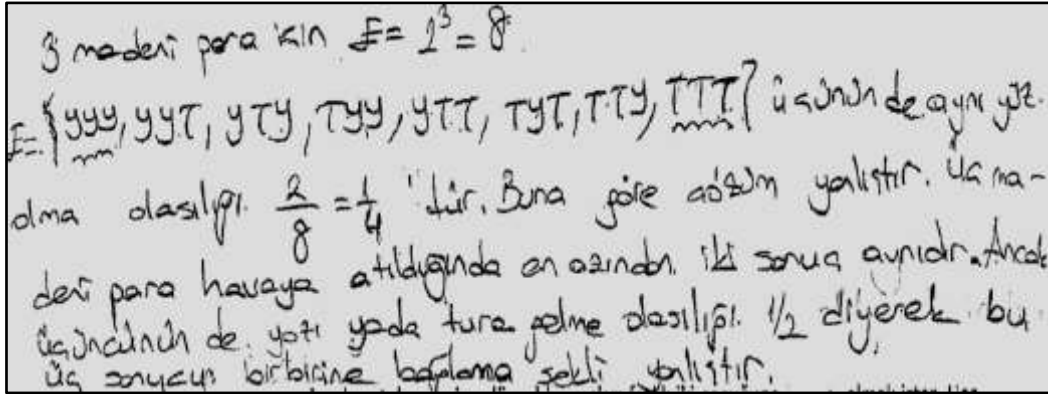
Çalışmanın bu bölümünde, öğretmen adaylarının; olasılık konusuna ait soruların çözümlerinde yapılmış olan hataları belirleyebilmeleri, bu yapılan hataların nedenlerini açıklayabilmeleri ve öğretmen adaylarının bu olasılık sorularına kendi yapmış oldukları çözümlere ait olan verilerin analizinden elde edilen bulgulara ve bu bulgulara dayalı olarak yapılan yorumlara yer verilmiştir. Bu bağlamda, öğretmen adaylarının vermiş oldukları cevaplar belirlenen kodlara ve kategorilere göre sınıflandırılarak her bir soruya ait frekans ve yüzdeler hesaplanmıştır. Bu bulgular ayrı ayrı olmak üzere tablolar halinde sunulmuştur. Tablolarda yer alan bulgulara ilişkin öğretmen adaylarının cevaplarını yansıtabilmek amacıyla doğrudan alıntılara da yer verilerek oluşturulan kod ve kategoriler desteklenmiştir.

Veri toplama aracının ilk sorusu olarak *“Üç tane madeni para aynı anda havaya atıldığında üçünün de aynı yüzünün üste gelme olasılığı nedir?”* verilmiştir. Bu soruya ilişkin hatalı çözüm ise *“Üç tane hilesiz madeni para havaya atıldığında en azından iki sonuç aynıdır. Üçüncüsünün yazı ya da tura olmasının %50-%50 şansı vardır. Buna göre bu üç sonucun hepsinin benzer olma olasılığı 1/2’ye eşittir”* şeklindedir. Bu çözümdeki hatanın temel nedeni aynı anda havaya atılan paralara ait örnek uzay belirlenirken paralar için üçüncüsünün denilerek bir sıralama yapılmasıdır. Oysaki bu soruda örnek uzay oluşturulurken sıralamadan ziyade üst yüze hangi paradan ne geldiğinin önemi dikkate alınmalıdır. Bu soruya ilişkin öğretmen adaylarından elde edilen bulgular Tablo 2’de verilmiştir.

Tablo 2. Birinci Soruya İlişkin Frekans ve Yüzdeler

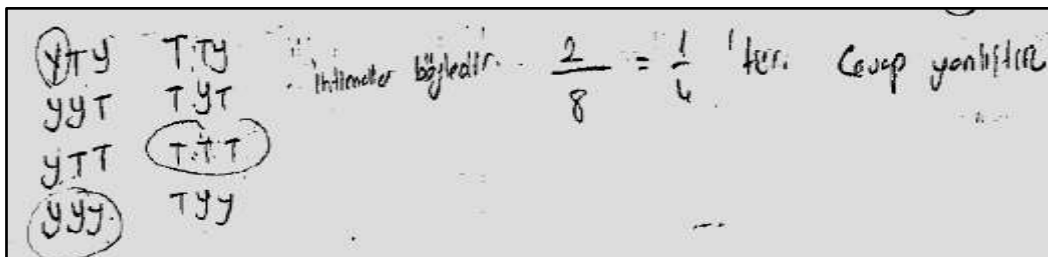
Kategoriler	Kodlar	Katılımcılar	f	%
1. Hatayı Tespit Edememe	1-Y	K ₂ , K ₈ , K ₁₁ , K ₂₁ , K ₂₄	5	20
	2-D	K ₅ , K ₇ , K ₁₂ , K ₁₄ , K ₁₆ , K ₁₇ , K ₁₉ , K ₂₀	8	32
2. Hatayı Yanlış Tespit Etme	2-Y	K ₁ , K ₆ , K ₉ , K ₁₀ , K ₁₃ , K ₂₂	6	24
	2-B	K ₁₈	1	4
3. Hatayı Kısmen Doğru Tespit Etme	3-D	K ₃ , K ₄ , K ₁₅ , K ₂₃ , K ₂₅	5	20
Toplam			25	100

Tablo 2 incelendiğinde öğretmen adaylarından hiçbirinin sorunun çözümündeki hatanın nedenini tam olarak doğru tespit edemediği fakat %20'sinin sorunun çözümündeki hatayı kısmen doğru tespit ettikleri ve soruya yaptıkları çözümün doğru olduğu görülmektedir. Birinci soruya öğretmen adaylarından K₁₅'in yapmış olduğu açıklama göz önünde bulundurulduğunda yapılan çözümün hatalı olduğunu düşündüğü fakat yaptığı açıklamanın eksik olduğu görülmüştür. Bununla birlikte soruya yapmış olduğu çözümünün doğru olduğu görülmektedir. K₁₅'in birinci soruya vermiş olduğu cevap Şekil 1'de sunulmuştur.



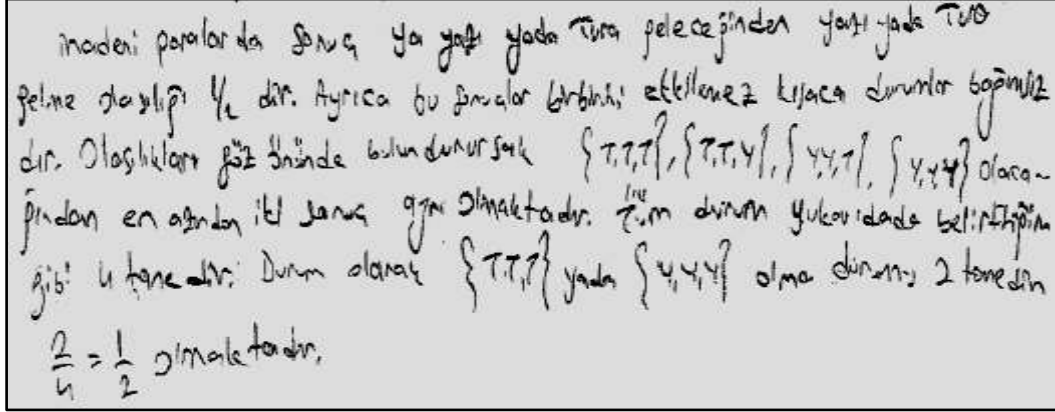
Şekil 1. K₁₅'in birinci soruya vermiş olduğu cevap

Birinci soruya ait Tablo 2'deki bulgular göz önünde bulundurulduğunda öğretmen adaylarının %60'ının hatayı yanlış tespit ettiği görülmektedir. Bu kategoride yer alan cevaplar incelendiğinde öğretmen adaylarının çözümü hatalı bulduğu fakat hatanın gerekçelerini kavramsal açıdan doğru ifade edemediği veya hataya dair herhangi bir açıklama getirmediği görülmektedir. Ayrıca bu öğretmen adaylarının %32'sinin birinci soruya yapmış oldukları çözümlerin doğru olduğu görülmektedir. K₁₄'ün birinci soruya vermiş olduğu cevap Şekil 2'de sunulmuştur. K₁₄'ün cevabı incelendiğinde hatanın ne olduğunu ifade etmediği fakat örnek uzayı oluşturarak sorunun doğru çözümüne ulaşabildiği görülmüştür.



Şekil 2. K₁₄'ün birinci soruya vermiş olduğu cevap

Birinci sorunun bulgularının yer aldığı Tablo 2'de öğretmen adaylarının %20'sinin yapılan hatalı çözümdeki hatayı tespit edemedikleri ve yapılan çözümü ve açıklamayı doğru kabul ettikleri görülmüştür. Bu kategoriye ilişkin öğretmen adaylarından K₂₁'in cevabı Şekil 3'te sunulmuştur.



Şekil 3. K₂₁'in birinci soruya vermiş olduğu cevap

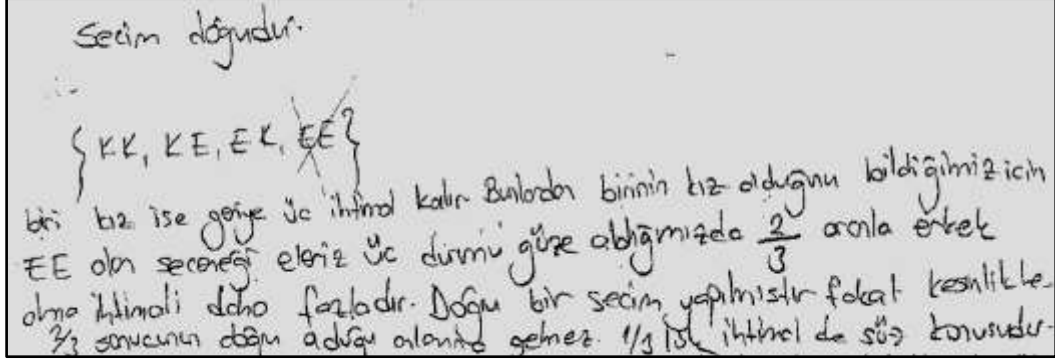
Birinci soruya ilişkin öğretmen adaylarının vermiş oldukları cevaplar incelendiğinde hatayı doğru tespit etmede başarılı olamadıkları görülmüştür. Fakat hatayı kısmen doğru ve hatayı yanlış tespit eden öğretmen adaylarının %50'den fazlasının sorunun doğru çözümünü yapabildikleri dikkat çekmektedir. Öğretmen adaylarından doğru çözüm yapanların, sorudaki deney sonucunda oluşan örnek uzayı ezberle dayalı olan bilgilerle yazabildikleri veya örnek uzayın eleman sayısını formül ile hesaplayabildikleri görülmüştür. Bu bağlamda hatayı doğru tespit edememelerinin ve açıklama yaparken doğru gerekçeler sunamamalarının temel nedeni, deney sonucunda örnek uzayın nasıl oluştuğunun kavramsal olarak bilinmemesi ile ilişkili olduğu düşünülebilir.

Veri toplama aracının ikinci sorusu "Uzun yıllar evinden ayrı kalan bir adam tekrar evine dönerken yaşları farklı iki çocuğuna hediye almak ister. Her nedense adam çocuklarından birinin kız olduğunu hatırlamasına karşın diğer çocuğunun cinsiyetini bir türlü hatırlayamaz. Hediye oyuncakları çocuklarının cinsiyetine göre alacak olan bu adam, cinsiyetini bilmediği çocuğunun erkek olma olasılığının daha yüksek olacağını düşünerek oyuncakları erkek oyuncakları olarak alır. Sizce adamın seçimi doğru mudur?" olarak verilmiştir. Bu soruya ilişkin hatalı çözüm ise "Yanıhtır. Adamın cinsiyetini hatırlayamadığı çocuğunun kız olma olasılığı ile erkek olma olasılığı eşittir ve bu olasılık $\frac{1}{2}$ 'dir" şeklindedir. Bu çözümdeki hatanın temel nedeni örnek uzayın, sorunun içerisinde birinin kız olduğunu hatırlaması şeklinde verilmiş olan koşulun göz ardı edilerek oluşturulmasıdır. Yani soru bir koşullu olasılık sorusudur. Bundan dolayı örnek uzay koşula bağlı kalınarak oluşturulmalıdır ve çözüm bu şekilde yapılmalıdır. Bu soruya ilişkin öğretmen adaylarından elde edilen bulgular Tablo 3'te verilmiştir.

Tablo 3. İkinci Soruya İlişkin Frekans ve Yüzdeler

Kategoriler	Kodlar	Katılımcılar	f	%
1. Hatayı Tespit Edememe	1-Y	K ₁ , K ₂ , K ₃ , K ₄ , K ₅ , K ₆ , K ₇ , K ₈ , K ₉ , K ₁₀ , K ₁₁ , K ₁₃ , K ₁₄ , K ₁₅ , K ₁₆ , K ₁₇ , K ₂₀ , K ₂₁ , K ₂₂ , K ₂₃ , K ₂₄ , K ₂₅	22	88
2. Hatayı Yanlış Tespit Etme	2-Y	K ₁₂ , K ₁₉	2	8
4. Hatayı Doğru Tespit Etme	4-D	K ₁₈	1	4
Toplam			25	100

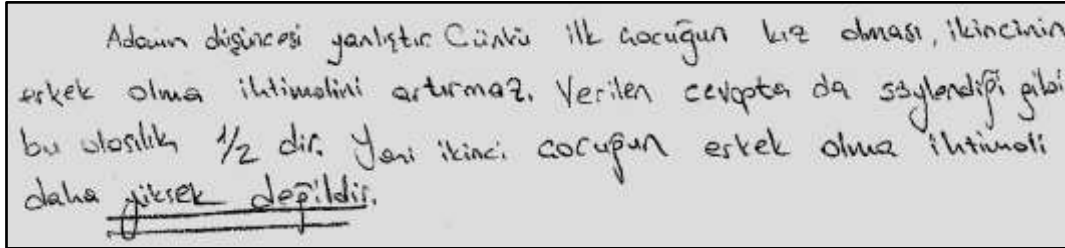
Tablo 3 incelendiğinde öğretmen adaylarından yalnızca birinin (%4) ikinci soruya yapılan çözümdeki hatayı doğru tespit ettiği ve soruya doğru bir çözüm yaptığı görülmektedir. K₁₈'in ikinci soruya ilişkin vermiş olduğu cevap aynen aşağıda Şekil 4'te verilmiştir.



Şekil 4. K₁₈'in ikinci soruya vermiş olduğu cevap

K₁₈'in vermiş olduğu cevapta "birinin kız olduğu bilindiği" koşulu göz önünde bulundurularak örnek uzay doğru oluşturulmuştur. Buna bağlı olarak bu örnek uzay içerisinde adamın cinsiyetini hatırlayamadığı çocuğunun erkek olma olasılığının daha yüksek olduğu K₁₈ tarafından belirlenmiş ve istenen duruma ait olasılık rahat bir biçimde tespit edilmiştir.

İkinci soruya ilişkin bulgular incelendiğinde, hatayı tespit edememe kategorisi altında öğretmen adaylarının %88'inin yer aldığı dikkat çekici bir bulgudur. Buna göre öğretmen adaylarının çok büyük bir kısmının bu soruya yapılan çözümün hatalı olmadığını düşünerek çözümü kabul ettikleri görülmektedir. Bu kategori altındaki öğretmen adaylarının bu soruda verilen koşulu dikkate almadıkları veya fark etmedikleri ve buna bağlı olarak verilen hatalı cevaptaki ile aynı şekilde tek bir çocuğun cinsiyetinin olasılığı gibi düşündükleri görülmektedir. Bu kategori altında yer alan öğretmen adaylarından K₁'in vermiş olduğu cevap Şekil 5'te verilmiştir.



Şekil 5. K₁'in ikinci soruya vermiş olduğu cevap

İkinci soruya ilişkin öğretmen adaylarının vermiş oldukları cevaplar incelendiğinde öğretmen adaylarının tamamına yakınının hatayı tespit edemedikleri ve yapılan hatalı çözümü doğru kabul ettikleri göze çarpmaktadır. Hatayı tespit edememelerindeki sebebin olasılık sorularındaki koşulun fark edilmediği veya önemsenmediği şeklinde olduğu, ayrıca bu koşulun sorunun çözümünde kullanılması gereken bir bilgi olduğunun göz ardı edildiği düşünülebilir. Bununla birlikte öğretmen adaylarının bileşik olaylar ile basit olayların olasılıklarını ayırt edemedikleri ve çözümü bir olay üzerinden yani basit olayların olasılığı gibi çözmeye eğilimli oldukları düşünülebilir. Ayrıca öğretmen adaylarının koşullu olasılık sorularında koşulu göz önünde bulundurarak örnek uzay oluşturabilmeleri beklenirken, bu yönde istenilen doğru cevabı verebilen ve doğru gerekçelendirebilen yalnızca bir öğretmen adayı olması dikkat çekicidir.

Veri toplama aracının üçüncü sorusu "İkişer tane çekmecesine olan üç masayı göz önüne alalım. Birinci masanın her bir çekmecesinde birer altın, ikinci masanın bir çekmecesinde altın ve diğer çekmecesinde bir gümüş ve üçüncü masanın her bir çekmecesinde birer gümüş vardır. Masaların çekmecelerinde bunların hangilerinin olduğu bilinmiyor. Bir çekmeceyi açan birisi bu çekmeceye altın bulursa, aynı masanın diğer çekmecesinde de altın bulma olasılığı nedir?" olarak verilmiştir.

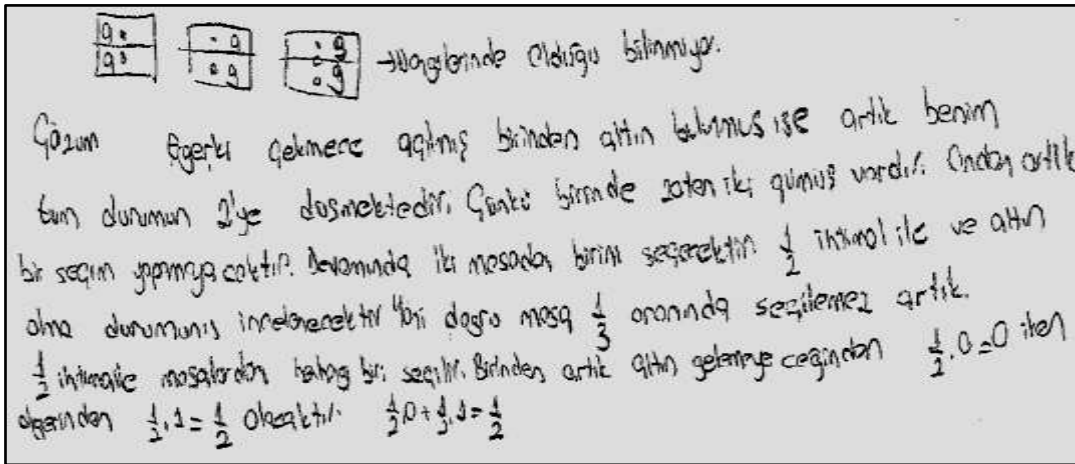
Öğretmen Adaylarının Olasılık Konusuna İlişkin Hata Yaklaşımları

Bu soruya ilişkin hatalı çözüm ise "Çözüm 3 masaya göre düşünülmalıdır. Burada 3 masa vardır ve her iki gözünde de altın olan bir tane olup doğru masayı seçme olasılığı $1/3$ ve doğru çekmeceyi bulma olasılığı $1/2$ olup altınları bulma olasılığı $(1/3) \cdot (1/2) = 1/6$ olur" şeklindedir. Bu çözümdeki hatanın temel nedeni, sorunun koşullu olasılık sorusu olmasının göz ardı edilerek çekmecesinde iki tane gümüş olan masanın çözüme dâhil edilmesidir. Bu hatanın devamında, önce altın olan çekmecelerden birinin açıldığını ve daha sonra aynı masanın diğer çekmecesinde de altın bulunması gerektiği koşuluna dikkat edilmeden çözümün en başından her iki çekmecesinde de altın olan masaya odaklanılmış ve ikinci masa tamamen göz ardı edilmiştir. Yani ikinci masanın bir çekmecesinde altın olma durumu, çözüm yapılırken tüm durumların oluşturulması esnasında düşünülmesi gerektiği ihmal edilmiştir. Bu durumlar göz önünde bulundurularak koşula bağlı örnek uzay oluşturularak tüm durumlar belirlenmelidir. Oluşturulan örnek uzay içerisinde istenilen durumun kolay bir biçimde belirlenebileceği ve doğru çözüme ulaşılabileceği açıktır. Bu soruya ilişkin öğretmen adaylarından elde edilen bulgular ise Tablo 4'te yer almaktadır.

Tablo 4. Üçüncü Soruya İlişkin Frekans ve Yüzdeler

Kategoriler	Kodlar	Katılımcılar	f	%
1. Hataıı Tespit Edememe	1-Y	K ₂ , K ₅ , K ₁₁ , K ₁₄ , K ₁₅ , K ₂₄	6	24
2. Hataıı Yanlış Tespit Etme	2-Y	K ₁₀ , K ₁₂ , K ₁₃ , K ₁₇ , K ₁₈ , K ₁₉ , K ₂₀ , K ₂₂ , K ₂₃ , K ₂₅	10	40
3. Hataıı Kısmen Doğru Tespit Etme	3-Y	K ₃ , K ₄ , K ₆ , K ₁₆ , K ₂₁	5	20
4. Hataıı Doğru Tespit Etme	4-Y	K ₁ , K ₇ , K ₈ , K ₉	4	16
Toplam			25	100

Tablo 4 incelendiğinde öğretmen adaylarından üçüncü soruya yapılan çözümdeki hatayı doğru tespit edenlerin oranının %16 olduğu görülmektedir. Aynı zamanda hatayı doğru tespit eden öğretmen adaylarının tamamının, sorunun çözümünü doğru yapamadığı da dikkat çekmektedir. Üçüncü soruya verilen cevaplardan hatayı doğru tespit etme kategorisi altında yer alan K₉'un cevabı aşağıda Şekil 6'da verilmiştir. K₉'un vermiş olduğu cevapta soruya yapılmış olan çözümdeki hatanın sorudaki koşulun dikkate alınmadan yapıldığı ve örnek uzayın yanlış ele alınmasından dolayı yapılan çözümün hatalı olduğu tespit edilmiştir. Fakat bu durumu, yapmış olduğu çözüme yansıtamamasından dolayı K₉'un üçüncü soru için yapmış olduğu çözüm hatalı olmuştur.



Şekil 6. K₉'un üçüncü soruya vermiş olduğu cevap

Üçüncü soruya ilişkin bulguların yer aldığı Tablo 4'teki bir diğer kategori olan hatayı kısmen doğru tespit eden öğretmen adaylarının oranı %20 olarak görülmektedir. Hatayı kısmen doğru tespit eden öğretmen adaylarının üçüncü sorunun bir koşullu olasılık sorusu olduğunu fark ettikleri fakat bu durumu kavramsal olarak ifade edemedikleri yani gerekçelerini net olarak açıklayamadıkları dikkat çekmektedir. Bu kategori altında yer alan öğretmen adaylarından K₁₆'nın cevabı Şekil 7'de verilmiştir. K₁₆'nın cevabına dikkat edildiğinde "koşullu olasılık" bilgisinin var olduğu fakat açıklamanın yetersiz yapıldığı, bunun da nedeninin koşullu olasılık sorularındaki kavramsal anlamının tam olarak oluşmadığı ve çözümü koşullu olasılık sorularında kullanılan formül ile ezbere dayalı olarak yapmaya çalıştığı görülmüştür.

Yanlıştr. Çünkü soruda aynı masanın diğer çekmeceesinde altın bulma olasılığını sorulduğu için doğru masayı seçmek gözönüne alınmalıdır. Çözüm: "Koşullu olasılık" $P(A|B)$
B = Çekmeceден altın bulması A = "Altın, Altın" çekmececi masayı bulması
 $P(A \cap B)$ = "Altın, Altın" çekmececi masayı seçmesi (altın bulması)
 $P(A \cap B) = \frac{1}{7}$, B: "AAAGGG" $P(B) = \frac{1}{2}$
 $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{3}$ //

Şekil 7. K₁₆'nin üçüncü soruya vermiş olduğu cevap

Veri toplama aracındaki üçüncü soruya ilişkin verilen hatalı çözümü ve açıklamayı tam olarak kabul eden, yani hatayı tespit edemeyen öğretmen adaylarının oranının %24 olduğu tespit edilmiştir. Bununla birlikte yapılan hatalı çözümü doğrularak kabul ettikleri görülmüştür. Bu kategori altında öğretmen adaylarından K₅'in cevabı aşağıda Şekil 8'de aynen sunulmuştur.

Bir çekmeceyi açtığında altın bulduğuna göre diğerinin de altın olacağı tek bir çekmece vardır. Üç çekmeceден sadece birinde birinde bu ihtimal gerçekleşir. Dolayısıyla üç çekmeceден sadece birinde bu olasılık olduğundan 1/3 tür. Doğru çekmeceyi bulma ihtimalimizde iki çekmece olduğundan 1/2 dir. $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$ olur. Yani çözüm doğrudur.

Şekil 8. K₅'in üçüncü soruya vermiş olduğu cevap

Üçüncü soruya ilişkin öğretmen adaylarının cevapları incelendiğinde %76'sının yapılan hatalı çözümde hata olduğunu fark ettikleri fakat hatayı tamamen doğru tespit ederek, kavramsal olarak mantıklı ve doğru gerekçelerle açıklayabilenlerin oranının geri kalan kısma oranla daha az olduğu ilgi çekicidir. Ayrıca bu soruya ilişkin öğretmen adaylarının yapmış oldukları çözümlerin tamamının da hatalı olması "koşullu olasılık" konusunda öğretmen adaylarının öğrenmelerinin yeterli olmadığı düşünülebilir. Bunun dışında bazı öğretmen adaylarının ise formüller yolu ile ezbere dayalı olan bilgilerini kullanmaya çalıştıkları ve bu ezbere dayalı olan hatalı hatırlamalarından dolayı çözümün yanlış olarak ortaya çıktığı dikkat çekmektedir. Hâlbuki koşula dayalı olarak örnek uzayın oluşturulmasının gerekliliği öğretmen adayları tarafından açık bir biçimde kavranılmış olsa yapılan hatalı çözüm daha net bir biçimde fark edilebilirdi.

Veri toplama aracının dördüncü sorusu "Üç kartın birisinin iki yüzü beyaz, diğerinin iki yüzü kırmızı ve son kartın ise bir yüzü beyaz ve diğer yüzü de kırmızıdır. Bu kartlar kapalı bir torbaya

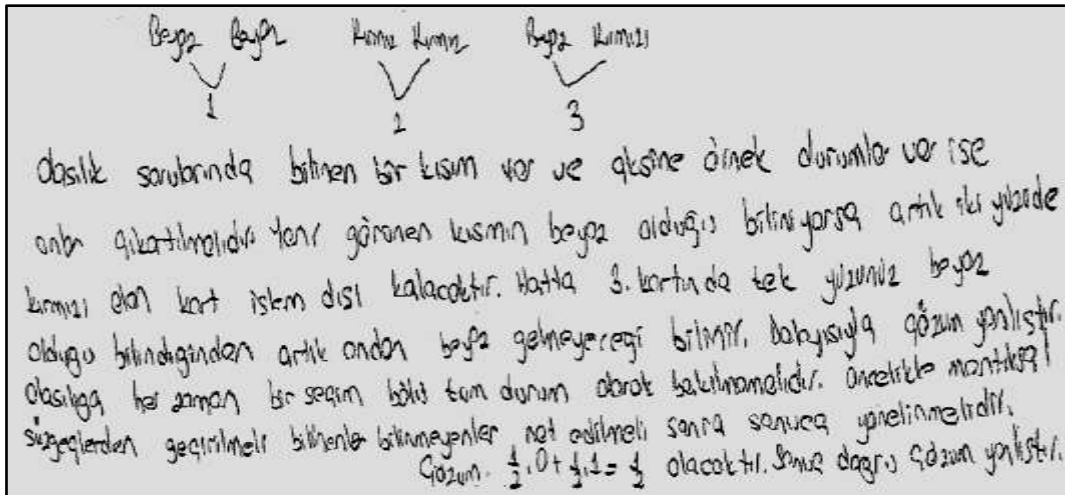
Öğretmen Adaylarının Olasılık Konusuna İlişkin Hata Yaklaşımları

dolduruluyor ve bunlardan birisini seçerek bir yüzünü görmeden masanın üzerine koyuyor. Görünen kısım beyaz olduğuna göre diğer yüzünde beyaz olma olasılığı nedir?" şeklinde olup bu soruya ilişkin yapılan hatalı çözüm ise "Torbada 3 kart var ve yüz olarak üç tane yüz beyaz, üç tane yüz kırmızıdır. Böylece her iki yüzü de beyaz seçme olasılığı; $\frac{\binom{3}{2}}{6} = \frac{1}{2}$ dir" şeklindedir. Bu çözümde yapılan hatanın nedenleri incelendiğinde öncelikle kartların her bir yüzünün kartlardan bağımsız düşünülerek örnek uzayın yanlış oluşturulduğu görülmektedir. Bununla birlikte soruda verilen koşulun da göz önünde bulundurulması beklenen bir durum olmasına rağmen yapılan çözümde bu durum dikkate alınmamıştır. Ayrıca $\binom{3}{2}$ şeklinde yapılan kombinasyon işlemi ile 3 beyaz yüz arasından rastgele iki beyaz yüzün seçimi yapılmış olup bu da yine kartlara ait yüzlerin kartlardan bağımsız olarak düşünülmesinden kaynaklanmıştır. Çalışmaya katılan öğretmen adaylarının bu hataları tespit etmeleri ve doğru çözüm yapmaları beklenmektedir. Öğretmen adaylarının dördüncü soruya ilişkin bulguları Tablo 5'te sunulmuştur.

Tablo 5. Dördüncü Soruya İlişkin Frekans ve Yüzdeler

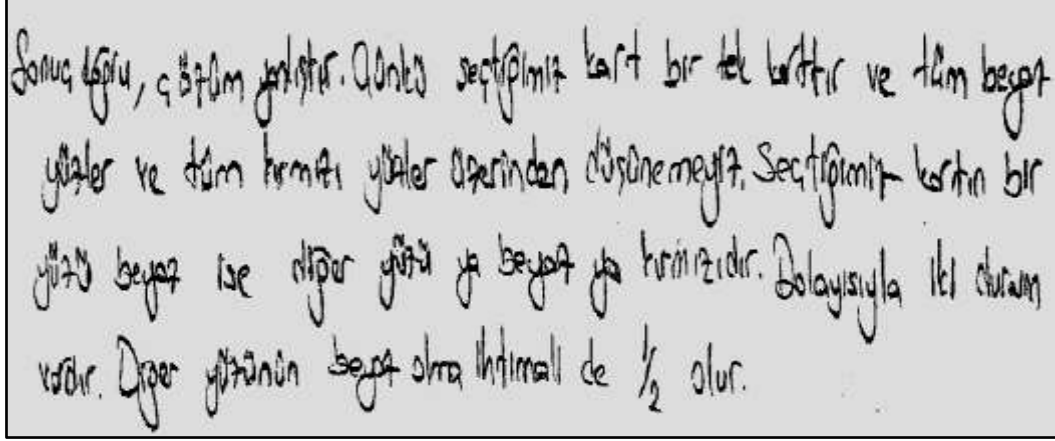
Kategoriler	Kodlar	Katılımcılar	f	%
1. Hatayı Tespit Edememe	1-Y	K ₆ , K ₂₁ , K ₂₃	3	12
2. Hatayı Yanlış Tespit Etme	2-Y	K ₁ , K ₂ , K ₄ , K ₅ , K ₈ , K ₁₀ , K ₁₁ , K ₁₃ , K ₁₄ , K ₁₅ , K ₁₇ , K ₁₈ , K ₁₉ , K ₂₂ , K ₂₄ , K ₂₅	16	64
	2-B	K ₃	1	4
3. Hatayı Kısmen Doğru Tespit Etme	3-Y	K ₇ , K ₁₂ , K ₁₆ , K ₂₀	4	16
4. Hatayı Doğru Tespit Etme	4-Y	K ₉	1	4
Toplam			25	100

Tablo 5 incelendiğinde öğretmen adaylarından yalnızca birinin (%4) dördüncü soruya ilişkin verilen çözümdeki hatayı doğru tespit ettiği ve doğru gerekçelendirdiği fakat bu gerekçelerini kendi çözümüne tam olarak yansıtamadığı görülmüştür. Bu durumu gösteren K₉'a ait cevap Şekil 9'da aynen verilmiştir. K₉'un koşula bağlı olarak örnek uzayı oluşturmadan ezbere dayalı işlem yapması sonucu çözümü yanlış olarak ortaya çıkmıştır.



Şekil 9. K₉'un dördüncü soruya vermiş olduğu cevap

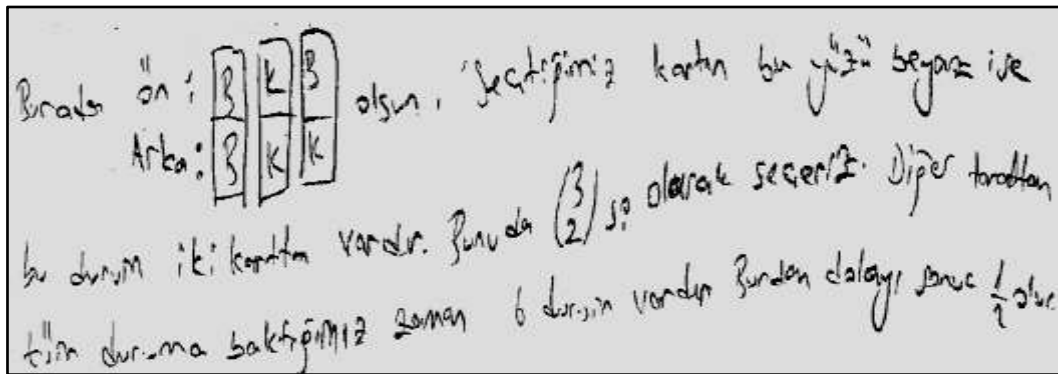
Tablo 5 incelendiğinde dördüncü soruya öğretmen adayları tarafından verilen cevaplar arasında hatayı doğru ve kısmen doğru tespit edenlerin yanı sıra hatayı yanlış tespit edenlerin de bulunduğu ve bu kategori altındaki öğretmen adaylarının oranının ise %64 ile dördüncü soruya verilen cevapların yarısından fazlasını oluşturduğu görülmektedir. Aynı zamanda bu öğretmen adaylarının dördüncü soru için yaptıkları çözümlerinde yanlış olduğu göze çarpmaktadır. Bu kategori altında yer alan K₂₄'ün bu soruya ilişkin cevabı Şekil 10'da verilmiştir.



Şekil 10. K₂₄'ün dördüncü soruya vermiş olduğu cevap

K₂₄'ün cevabı ele alındığında kartların yüzlerinin kartlardan ayrı bir biçimde düşünülemediği vurgulanmıştır. Bununla birlikte koşula bağlı olarak oluşturulması beklenen örnek uzay yerine yalnızca son duruma odaklanarak çözüm yapıldığı ve bileşik olayların olma olasılığının göz önünde bulundurulmadan direkt basit olayların olasılığına yönelmesi ile çözümün yanlış yapılmasına yol açtığı görülmektedir. Bu durum öğretmen adayı K₂₄'ün olasılık konu alan bilgisindeki eksikliğinden kaynaklandığı düşünülebilir.

Dördüncü soruya ait olan bulguların yer aldığı Tablo 5'teki bir diğer kategori olan hatayı tespit edememe altında öğretmen adaylarının %12'sinin yer aldığı görülmektedir. Hatayı tespit edemeyen öğretmen adayları dördüncü soruya cevap olarak verilen hatalı açıklamayı kabul ettikleri ve yapılan hatalı işlemin doğruluğunu açıklama eğiliminde oldukları ise dikkat çekicidir. Hatayı tespit edemeyen öğretmen adaylarından K₂₁'in vermiş olduğu cevap aşağıda Şekil 11'de verilmiştir.



Şekil 11. K₂₁'in dördüncü soruya vermiş olduğu cevap

Dördüncü soruya ilişkin öğretmen adaylarının cevapları incelendiğinde %88'inin yapılan hatalı çözümde hata olduğunu ifade ettikleri görülmektedir. Bununla beraber bu gruba dâhil olan öğretmen adaylarının içerisinde hatayı doğru tespit ve kısmen doğru tespit edenlerin oranının %20 ile hatayı yanlış tespit edenlerden çok daha düşük bir orana sahip olduğu dikkat çekmektedir. Bu durum göz önünde bulundurulduğunda öğretmen adaylarının olasılık konusunda yer alan koşullu olasılık sorularında kavramsal öğrenmelerinin eksik olduğu, buna

bağlı olarak örnek uzayı netleştiremedikleri ve bununla birlikte koşullu olasılık sorularına doğru çözüm yapamadıkları veri toplama aracının üçüncü sorusunda olduğu gibi dördüncü sorusunda da ortaya çıkmıştır.

4. Tartışma ve Sonuç

Bu çalışmada matematik öğretmen adaylarının olasılık konusundaki hatalı çözülmüş olan sorulara yaklaşımları incelenmiştir. Öğretmen adaylarına uygulanan veri toplama aracında yer alan sorular ve hatalı çözümleri olasılık konusunun temel kavramlarından biri olan örnek uzayın oluşturulabilmesini içermektedir. Örnek uzayın oluşturulabilmesi ve bu örnek uzay içerisinde istenen durumun belirlenerek çözüme ulaşılabilmesi olasılık konusunun önemli bir durumudur. Çünkü olasılık konusunda deney sonucu örnek uzayın oluşturulması sorulara yaklaşımın önemli bir adımı olarak düşünülmektedir (Firat, Gürbüz ve Doğan, 2016; Jones, Langrall, Thornton ve Mogill, 1999; Memnun, 2008). Bu çalışmadan elde edilen bulgulara dayalı olarak ortaöğretim matematik öğretmen adaylarının, temelinde örnek uzay oluşturma olan hatalı çözümlerdeki hataya yaklaşma durumları incelendiğinde öğretmen adaylarının büyük bir kısmının koşullu olasılık sorularındaki örnek uzayı oluşturamadıkları belirlenmiştir. Buna karşın koşula dayalı olmayan olasılık sorusunda örnek uzayın oluşturulabildiği veya formül ile örnek uzayın eleman sayısını hesaplayabildikleri görülmüştür. Örnek uzayın hatalı bir biçimde oluşturulduğunu fark ederek, soruya ait örnek uzayı net bir biçimde yazabilen öğretmen adaylarının hatalı çözümü kabul etmeyerek, bu durumu gerekçeleriyle açıkladıkları ve soruya doğru çözüm yapabildikleri de dikkat çekici bir bulgudur. Shaughnessy ve Ciancette (2002)'nin yapmış oldukları çalışmada da öğrencilerin olasılık sorularına örnek uzayı oluşturmadan çözümler yaptıkları ortaya konmuştur.

Diğer taraftan koşullu olasılık sorularına yapılmış olan hatalı çözümlerde ise benzer şekilde örnek uzayın koşula dayalı olarak oluşturulması gerektiğini tespit ederek hataya yaklaşımları beklenen öğretmen adaylarının büyük bir kısmı hatanın örnek uzayın hatalı oluşturulmasından kaynaklandığını fark edememiş ve bundan kaynaklı olarak kendileri de soruyu yanlış çözmüşlerdir. Bununla birlikte öğretmen adaylarının bir bölümü ise sezgisel olarak, yapılan çözümde bir hata olduğunu fark edebilmiş fakat hatanın neden kaynaklandığını belirleyememiş ve dolayısıyla sorunun doğru çözümüne de ulaşamamışlardır. Bu durumun temelinde ise öğretmen adaylarının olasılık konusundaki temel kavramları tam olarak anlayamadıkları, ilişkileri kuramadıkları ve ezbere dayalı, sezgileri yolu ile çözüm yapmaya çalıştıkları düşünülebilir. Olasılık konusundaki sorulara sezgisel olarak yaklaşma beklenen bir durum olmasına rağmen bu sezgileri doğru işlemlerle bütünleştirmekte bir o kadar önemlidir. Kazak (2014) bu durumu, olasılık konusunun günlük yaşam durumları ile yakından alakalı olması sebebiyle sezgisel olarak yaklaşmanın mümkün olacağını fakat bu sezgilerin karmaşık akıl yürütme gerektiren durumlarda yetersiz kalacağı ve kavram yanlışlarına sebep olacağını belirtmiştir. Hatayı tespit ise dil, sezgi, konu bilgisi ve düşünme becerisini kullanmayı içine alan bir olgu olup öğretmen adaylarının bu alanlardaki eksikliği açıktır. Hata analiz sürecine dahil olmanın bu eksiklikleri gidermede etkili olacağı düşünülmektedir. Benzer şekilde Borasi (1986;1989) hata yaklaşımları ile matematiğin doğasının daha iyi anlaşılabilceğini ifade etmiştir. Öğretmen adaylarının olasılık konusundaki hatalı çözüm yapılmış olan sorulara yaklaşımları mantıksal akıl yürütme ve muhakeme becerileri çerçevesinde oluşabilmektedir. Bu bağlamda hatalara yaklaşımın öğretmen adaylarının bu özelliklerini geliştirebileceği söylenebilir. Heinze ve Reiss (2007), geometri alanında hataların öğrencilerin muhakeme etme becerilerine olumlu anlamda etkisinin olduğunu ortaya koymuşlardır. Hatalar, gizli kalmış bazı noktaları çıkararak matematiksel kavramları geliştirebilmekte (Borasi, 1986), problem durumları karşısında ne yapabileceğine karar verebilme yetisi kazandırabilmektedir (Borasi, 1994).

Öğretmen adaylarının kendi yapmış oldukları çözümlerde ise basit olay ile bileşik olayın ayrımını yapamadıkları dikkat çekmektedir. Bileşik olaylarda çözüm için yapılması beklenen

işlemlerden ziyade basit olayların olasılıklarının hesaplanması şeklinde işlem yaptıkları görülmüştür. Shaughnessy ve Ciancetta (2002)'nin yapmış oldukları çalışmada da benzer şekilde bileşik olayların olasılıklarının hesaplanmasında öğrencilerin basit olayların olasılıklarının hesaplanmasına göre daha zayıf oldukları belirtilmiştir. Buna neden olan durum ise olasılık konusunda kavramsal anlamının matematik öğretmen adayları tarafından tam olarak gerçekleşmemesidir. Kavramsal anlamının tam olarak gerçekleştiğinin gözlemlenebilmesi için bireyin yalnızca kavramı tanımlaması değil aynı zamanda kavramlar arası ilişkilerin ve farklılıkların birey tarafından ortaya konulması ve buna bağlı olarak çözüme ulaşılabilmesine bakılmalıdır (Baki, 2006). Matematik öğretmen adaylarının hatalı olan çözümlere yaklaşımlarına ve yapmış oldukları çözümlere dikkat edildiğinde hatanın nedeni fark edilmiş olsa bile doğru çözüme ulaşamadıkları görülmektedir. Bu durumda hataların sadece tanımlanabildiği anlaşılmaktadır. O halde öğretmen adaylarının Peng ve Luo (2009) tarafından geliştirilen hata analizi basamaklarının en altında yer alan tanımlamada kaldıkları görülmüştür. Olasılık konusunda önemli olan olayların nasıl oluştuğunun fark edilmesidir. Bununla net bir biçimde oluşabilmesi için iyi bir kavramsal bilgi ve anlama gereklidir. Bunun için hataları temel alan öğretim aktivitelerinin etkili olabileceği söylenebilir. Hataların temel alındığı öğretim sayesinde doğru ve yanlış farkına varılabilir. Hatalar üzerinden yeni fikirler ortaya konabilir ve öğrencileri düşünmeye ve araştırmaya sevk ettirilebilir (Borasi, 1989). Yine hata yaklaşımlarının sürece odaklı olmasının, kavramsal düzeyde öğrenme için etkili olduğu ortaya konulmuştur (Rach, vd, 2013). Bu şekilde hataların farkına varılmasının yanı sıra bu hataların kavramsal sebeplerine de odaklanılmış olunur.

Matematiğin birçok konusu gibi olasılık konusunun da soyut kavramları içerisinde bulundurması, öğrenciler tarafından, öğretmen adayları tarafından ve hatta öğretmenler tarafından olumsuz bir tutumla yaklaşılan bir konu haline gelmesi birçok araştırmacı tarafından ortaya konmuştur (Bulut, 2001; Memnun, 2008; Özdemir, 2012). Bu oluşan olumsuz tutumun ortadan kaldırılabilmesi amacıyla olasılık konusunun öğretimi yapılırken bilgisayar destekli öğretimden, işbirlikli öğrenme yaklaşımından ve hatta çeşitli öğretim materyallerinden yararlanılabileceği düşünülmektedir (Esen, 2009; Gürbüz, 2006; Gürbüz, 2008; Keskin ve Kılıç, 2016). Bununla birlikte olasılık konusunun öğretiminde, hataya yaklaşımları temel alan hata temelli aktivitelerin kullanılmasının da bu olumsuz tutumları değiştirmede etkili olacağı söylenebilir.

Öğretmen adaylarının ileri ki öğretmenlik hayatlarında öğrencilerin sahip olduğu hataları analiz edebilmeleri için hata yaklaşımlarını içeren öğrenme ortamlarının oluşturulmasına ihtiyaç vardır. Bu nedenle öğretmen adaylarıyla hata temelli aktivitelerin kullanıldığı öğrenme ortamları oluşturulabilir. Hata temelli aktivitelerin kavramsal anlamaya etkisini ortaya koyabilecek nicel çalışmalar yapılabilir. Bu çalışmada sadece olasılık konusuna yönelik hata analiz süreci ortaya konmuştur. Farklı konular üzerinde yine benzer çalışmaların yapılması önerilebilir. Öğretmen adaylarının hata yaklaşım süreçleri sadece yazılı bir materyal kullanılarak belirlenmeye çalışılmıştır. Buna benzer bir çalışma görüşme verileriyle desteklenebilir. Bu şekilde derinlemesine bir araştırma sürecine girilebilir.

Kaynaklar

- Akpınar, B., & Akdoğan, S. (2010). Negatif bilgi kavramı: Hata ve başarısızlıklardan öğrenme. *Bati Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi*, 1(1), 14-22.
- Amir, G. S., & Williams, J. S. (1999). Cultural influences on children's probabilistic thinking. *Journal of Mathematical Behavior*, 18(1), 85-107.
- Baki, A. (2006). *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi*. Trabzon: Derya Kitabevi.
- Borasi, R. (1986). *On the educational roles of mathematical errors: Beyond diagnosis and remediation*. Ph. D. Dissertation, State University of New York at Buffalo.

- Borasi, R. (1988). *Towards a reconceptualization of the role of errors in education: The need for new metaphors*. Annual Meeting of the American Educational Research Association, New Orleans, LA.
- Borasi, R. (1989). *Students' constructive uses of mathematical errors: A taxonomy*. Annual Meeting of the American Educational Research Association, San Francisco.
- Borasi, R. (1994). Capitalizing on errors as Springboards for Inquiry: A teaching experiment. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(21), 66-208.
- Borovenick, M., & Peard, R. (1996). Probability. In A. J. Bishop (Ed.), *International handbook of mathematics education* (pp. 239-287). Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Bulut, S. (2001). Matematik öğretmen adaylarının olasılık performanslarının incelenmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 20, 33-39.
- Büyüköztürk, Ş., Çakmak Kılıç, E., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş., & Demirel, F. (2011). *Bilimsel araştırma yöntemleri* (8. baskı). Ankara: PegemA Yayıncılık.
- Carpenter, T. P., Franke, M. L., & Levi, L. (2003), *Thinking mathematically: Integrating arithmetic and algebra in elementary school*. Portsmouth, New Hampshire: Heinemann.
- Çakmak, Z. T., & Durmuş, S. (2015). İlköğretim 6-8. sınıf öğrencilerinin istatistik ve olasılık öğrenme alanında zorlandıkları kavram ve konuların belirlenmesi. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 15(2), 27-58.
- Çelik, D., & Güneş, G. (2007). 7, 8 ve 9. sınıf öğrencilerinin olasılık ile ilgili anlama ve kavram yanlışlarının incelenmesi. *Milli Eğitim Dergisi*, 173, 361-375.
- Dalehefte, I. M., Seidel, T., & Prenzel, M. (2012). Reflecting on learning from errors in school instruction: Findings and suggestions from a Swiss-German video study. In Bauer, J. & Harteis, C. (Eds.). *Human Fallibility: The Ambiguity of Errors for Work and Learning*. Dordrecht the Netherlands: Springer.
- Dereli, A. (2009). *Sekizinci sınıf öğrencilerinin olasılık konusundaki hataları ve kavram yanlışları*. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.
- Dönmez, A. (2011). *Paradokslar ya da Çeldirmeler*. İstanbul: Aydın Üniversitesi Yayıncılık.
- Ekiz, D. (2009). *Bilimsel araştırma yöntemleri* (2. baskı). Ankara: Anı Yayıncılık.
- Erbaş, A. K., Çetinkaya, B., & Ersoy, Y., (2009). Öğrencilerin basit doğrusal denklemlerin çözümünde karşılaştıkları güçlükler ve kavram yanlışları. *Eğitim ve Bilim*, 24(152), 44-59.
- Esen, B. (2009). *Matematik eğitiminde ilköğretim 6. sınıflarda olasılık konusunun öğretimine bilgisayar destekli eğitimin rolü*. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya.
- Fırat, S., Gürbüz, R., & Doğan, M. F. (2016). Öğrencilerin bilgisayar destekli argümantasyon ortamında olasılıksal tahminlerinin incelenmesi. *Adıyaman Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 8(24), 906-944.
- Fischbein, E., & Schnarch, D. (1997). The evolution with age of probabilistic, intuitively based misconceptions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28, 96-105.
- Fischbein, E., Nello, M. S., & Marino, M. S. (1991). Factors affecting probabilistic judgements in children and adolescents. *Educational Studies in Mathematics*, 22, 523-549.

- Garfield, J., & A. Ahlgren (1988). Difficulties in learning basic concepts in probability and statistics: implications for research. *Journal for Research in Mathematics Education*, 19(1), 44-63.
- Gartmeier, M., Bauer, J., Gruber, H., & Heid, H. (2008). Negative knowledge: Understanding professional learning and expertise. *Vocations and Learning*, 1, 87-103.
- Graeber, A. O. (1999). Forms of knowing mathematics: What preservice teachers should learn. *Educational Studies in Mathematics*, 38, 189-208.
- Gürbüz, R. (2006). Olasılık Kavramlarının Öğretimi için Örnek Çalışma Yapraklarının Geliştirilmesi. *Çukurova Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*. 31(1), 111-123.
- Gürbüz, R. (2008). Olasılık konusunun öğretiminde kullanılabilecek bilgisayar destekli bir materyal. *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 8(15), 41-52.
- Heinze, A. (2005). Mistake-handling activities in German mathematics classroom. In H.L. Chick & J. L. Vincent (Eds.), *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, pp. 105-112). Melbourne, Australien: Melbourne University.
- Heinze, A., & Reiss, K. (2007). Mistake-Handling activities in the mathematics classroom: Effects of an in-service teacher training on students' performance in geometry. In J. H. Woo, H. C. Lew, K. S. Park & D. Y. Seo (Eds.), *Proceedings of the 31st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, pp. 9-16). Seoul: PME.
- Jones, G. A., Langrall, C. W., Thornton, C. A., & Mogill, A. T. (1997). A framework for assessing and nurturing young children's thinking in probability. *Educational Studies in Mathematics*, 32, 101-125.
- Jones, G. A., Langrall, C. W., Thornton, C. A., & Mogill, A. T. (1999). Student's probabilistic thinking in instruction. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30(5), 487-519.
- Kazak, S. (2014). Olasılık konusu öğrencilere neden zor gelmektedir?. E. Bingölbali, & M. F. Özmantar, (Ed.), *İlköğretimde Karşılaşılan Matematiksel Zorluklar ve Çözüm Önerileri* içinde (s. 217-239). Ankara: Pegem Akademi.
- Keskin, S., & Kılıç, D. (2016). Ortaokul 7. sınıf matematik dersinde olasılık konusunun işbirlikli öğrenme yöntemiyle öğretiminin öğrencilerin akademik başarılarına etkisi. *Atatürk Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 20(3), 1173-1183.
- Konyalıoğlu, A. C., Aksu, Z., Şenel, E. Ö., & Tortumlu, N. (2010). Matematik öğretmen adaylarının matematik soru çözümlerinde yapılan hataların nedenlerini sorgulama becerilerinin incelenmesi. *Uluslararası Öğretmen Yetiştirme Politikaları ve Sorunları Sempozyumu II*. Hacettepe Üniversitesi, Mayıs 2010, Ankara.
- Li, J., & Pereira-Mendoza, L., (2002). Misconception in probability. *The Sixth International Conference on Teaching Statistics (ICOTS 6)*, Cape Town, South Africa. 16.01.2017 tarihinde https://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/1/6g4_jun.pdf adresinden alınmıştır.
- Ma, L. (2010). *Knowing and teaching elementary mathematics: Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States*. Newyork, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Melis, E., Sander, A., & Tsovaltzi, D. (2010). How to support meta-cognitive skills for finding and correcting errors? *Proc of the AAAI Fall Symposium*, 64-68.

- Memnun, D. S. (2008). Olasılık kavramlarının öğrenilmesinde karşılaşılan zorluklar, bu kavramların öğrenilememesi nedenleri ve çözüm önerileri. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 9(15), 89-101.
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB] (2013). *Ortaöğretim matematik dersi (9, 10, 11 ve 12 sınıflar) öğretim programı*. Ankara: Talim Terbiye Kurulu Başkanlığı.
- Mut, A. İ. (2003). *Investigation of students' probabilistic misconceptions*. Unpublished master's thesis, Middle East Technical University, Ankara, Turkey.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], (1991). *Professional standards for teaching mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Özdemir, G. (2012). *Yapılandırmacı öğretim yaklaşımına uygun olarak hazırlanmış çalışma yapraklarıyla 7. sınıflarda olasılık öğretimi*. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi. Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum, Türkiye.
- Özkaya, M. (2016). *Hata temelli aktivitelerin matematik öğretmenlerinin mesleki gelişimlerine etkisinin incelenmesi*. Yayımlanmamış doktora tezi. Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum, Türkiye.
- Özmantar, M. F., Bingölbali, E., & Akkoç, H. (2008). *Matematiksel kavram yanlışları ve çözüm önerileri*. Ankara: PegemA Yayıncılık.
- Parviainen, J., & Eriksson, M. (2006). Negative knowledge, expertise and organisations. *International Journal of Management Concepts and Philosophy*, 2(2), 140-153.
- Peng, A., & Luo, Z. (2009). A framework for examining mathematics teacher knowledge as used in error analysis. *For the Learning of Mathematics*, 29(3), 22-25.
- Rach, S., Ufer, S., & Heinze, A. (2013). Learning from errors: Effects of teachers training on students' attitudes towards and their individual use of errors. *PNA*, 8(1), 21-30.
- Sharma, S. (2012). Cultural influences in probabilistic thinking. *Journal of Mathematics Research*, 4(5), 63-77.
- Sharma, S. (2015). Teaching probability: A socio-constructivist perspective. *Teaching Statistics*, 37(3), 78-84.
- Shaughnessy, J. M., & Ciancetta, M. (2002). Students' understanding of variability in a probability environment. *The Sixth International Conference on Teaching Statistics (ICOTS 6)*, Cape Town, South Africa. 16.01.2017 tarihinde http://iase-web.org/documents/papers/icots6/6a6_shau.pdf adresinden alınmıştır.
- Stangroom, J.(2009). *Einstein's Riddle*. London: Elwin Street Productions.
- Tsamir, P. (2007). When intuition beats logic: prospective teachers' awareness of their same sides-same angles solutions. *Educational Studies in Mathematics*, 65, 255-279.
- Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2013). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (9. baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Extended Summary

1. Introduction

The plenitude of misconceptions and difficulties in the probability subject is a remarkable situation. It has been observed that solution suggestions to eliminate these difficulties for the probability subject emerging as a topic which is hard to understand have been offered. Furthermore, the studies on the ability to think with probability shed light on the future for raising individuals who can think, discuss, and have the reasoning skill in the long-term purpose. It is necessary that mathematics teachers who will raise these individuals ensure these characteristics and pay attention to them. Since it has been taken into consideration that the institutions which will assist teachers in ensuring these characteristics are universities, preservice teachers have constituted the basis of the study. Upon examining the studies carried out on the probability subject, although there are many studies in which mistakes are determined, any study containing the approach towards the mistakes could not be encountered. For this reason, there is the need to determine the preservice mathematics teachers' status of approaching a mistakes in the probability subject. Within this scope, the purpose of the study is to examine the approaches of preservice mathematics teachers towards the incorrectly solved questions in the probability subject.

2. Method

Since the approaches of preservice teachers towards the incorrectly solved questions in the probability subject were investigated in depth, the case study method among the qualitative approaches was employed in this study. The participants of this study are 25 preservice mathematics teachers who are students at a state university during the 2016-2017 academic year. Four questions determined with the light of the literature and a data collecting tool containing the incorrect solutions of these questions were applied to the preservice teachers. When analyzing the data, since the categories and codes previously determined were used, the data were analyzed by descriptive analysis.

3. Findings, Discussion and Results

In the problem solving when the mistake originated from the inability to create a sample space, the preservice teachers could not detect the mistake. However, they solved the problem correctly. It was observed that those who made a correct solution among the preservice teachers could write the sample space formed as a result of the test in the question with information based on memorization or could calculate the number of the elements of the sample space with a formula. In the solution of two questions, the mistake was creating the sample space while ignoring the given condition. Almost all of the preservice teachers could not detect the mistake in solving this question. Even if they noticed the mistaken solution in the question, they could not explain it with rational and correct justifications. The mistaken solution in the last question of the data collecting tool originates both from the inability to create the sample space and ignoring the condition given in the question. The preservice teachers noticed the mistaken solution in this question, but many of them detected the mistake incorrectly.

Since creating a sample space as a result of the test is regarded to be an important step of approaching the questions in the probability subject (Firat, Gürbüz and Doğan, 2016; Jones, Langrall, Thornton and Mogill, 1999; Memnun, 2008), the fact that preservice teachers are able to create a sample space is the desired situation. However, as a result of the study, the preservice teachers could not create the sample space in the conditional probability questions. Furthermore, it was determined that the preservice teachers could detect the mistakes intuitively. Kazak (2014) stated that it is possible to approach the probability subject intuitively since it is closely related to the daily life situations, however, intuition will be insufficient in the cases when complex reasoning is required and it will lead to misconceptions. The approaches of preservice teachers towards the incorrectly solved questions in the probability subject can be

formed in the framework of rational reasoning and judgement skills. Within this context, it can be said that the approach towards mistakes may develop these features of preservice teachers. Furthermore, while detecting a mistake is a phenomenon involving speech, intuition, subject knowledge and thinking skill, preservice teachers' deficiency in these areas is obvious. It is thought that getting involved in the mistake analysis process will be effective in eliminating these deficiencies. Similarly, Borasi (1986; 1989) stated that the nature of mathematics could be understood better with mistake approaches.

As a result of the study, when the approaches of the preservice teachers towards the mistakes made on the basis of creating a sample space for the probability questions were taken into consideration, many preservice teachers could not detect the mistake based on the inability to clarify the sample space in the conditional probability questions. As for the preservice teachers who were able to determine the mistake, it was observed that they could not make a clear explanation and brought an incorrect solution to the question. In spite of this, it was observed that they could create a sample space in the probability problem which is not based on a condition or could calculate the number of the elements of the sample space with a formula. It was observed as a situation that emerged as a result of the study that preservice teachers who were able to write a clear sample space for the question, having noticed that the sample space was created incorrectly, did not accept the mistaken solution and were able to make a correct solution for the question. Furthermore, when the solutions made by those among the preservice teachers who were able to detect the mistake are taken into consideration, it draws attention that they were not able to make a distinction between a simple event and a compound event. In the probability subject, in which procedural knowledge is not enough on its own, it can be thought that basic domain education activities may be effective for developing the conceptual knowledge and comprehension. In addition to this, there is a need to create learning environments that include the mistake approaches for preservice teachers to be able to analyze the mistakes that students make in their future teaching life. In meeting this need, mistake-based activities can be used.