

## 7. ve 8. Sınıf Öğrencilerinin Eşitlik ve Denklem Konusundaki Kavram Yanılgıları<sup>1</sup>

Zeynep ÇAKMAK GÜREL<sup>2</sup>

Muzaffer OKUR<sup>3</sup>

### Type/Tür:

Research/ Araştırma

Received/Geliş Tarihi: October  
6/6 Ekim 2017

Accepted/Kabul Tarihi: January  
9/9 Ocak 2018

Page numbers/Sayfa No: 479–507

### Corresponding

Author/İletişimden Sorumlu

Yazar:

[zcakmak@erzincan.edu.tr](mailto:zcakmak@erzincan.edu.tr)



This paper was checked for plagiarism using iThenticate during the preview process and before publication. / Bu çalışma ön inceleme sürecinde ve yayımlanmadan önce iThenticate yazılımı ile taranmıştır.

Copyright © 2017 by Cumhuriyet University, Faculty of Education. All rights reserved.

### Öz

Araştırmanın amacı, ortaokul 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin eşitlik ve denklem alt öğrenme alanına yönelik kavram yanılgılarının belirlenmesidir. Araştırmanın örneklemini, 154 ortaokul öğrencisi oluşturmaktadır. Araştırmada durum çalışması yöntemi kullanılmıştır. Veri toplama aracı olarak, eşitlik ve denklem konusuna ilişkin literatürde var olan kavram yanılgıları ve ortaokul matematik dersi öğretim programı eşitlik ve denklem alt öğrenme alanındaki kazanımlar dikkate alınarak geliştirilen 10 soruluk bilgi testi kullanılmıştır. Veriler betimsel olarak analiz edilmiştir. Bu bağlamda öğrencilerin çözümleri doğru, yanlış, boş ve kavram yanılgısı olmak üzere dört kategoride incelenmiştir. Öğrencilerin aynı hatayı tekrar etmeleri, birbirlerine benzer bir yanılgıya düşmüş olmaları ve alan yazında ifade edilen kavram yanılgılarına sahip olmaları dikkate alınarak yanlış ve kavram yanılgısı kategorileri ayırt edilmiştir. Ardından kavram yanılgısı kategorisinde bulunan cevaplar detaylı olarak incelenerek hataların ilişkili olabileceği nedenler üzerinde durulmuştur. Araştırmanın sonucunda, kavram yanılgıları açısından; öğrencilerin en fazla *değişkenler birbirinden her zaman farklıdır*; en az *cebirde parantezlerin önemini dikkate almama* şeklindeki kavram yanılgısına sahip oldukları belirlenmiştir. Ayrıca *değişkenler arası kat ilişkisini oluşturmama* kavram yanılgısı hem denklem kurma hem de denklem çözme kazanımında ortaya çıkmaktadır. Sınıf düzeyi açısından ise; 7. sınıf öğrencilerinin 8. sınıf öğrencilerinden daha fazla kavram yanılgısına sahip oldukları tespit edilmiştir.

**Anahtar Kelimeler:** Ortaokul, eşitlik, denklem, cebir, kavram yanılgıları

### Suggested APA Citation /Önerilen APA Atıf Biçimi:

Çakmak Gürel, Z. ve Okur, M. (2017). 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin eşitlik ve denklem konusundaki kavram yanılgıları. *Cumhuriyet International Journal of Education*, 6(4), 479–507.

<sup>1</sup> Bu çalışma, 18-21 Ekim 2017 tarihleri arasında Antalya şehrinde gerçekleştirilen " International INES Academic Researches Congress" adlı kongrede sunulan " 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin eşitlik ve denklem konusundaki kavram yanılgıları " başlıklı sözlü bildirisinin genişletilmiş hâlidir.

<sup>2</sup> Arş. Gör., Erzincan Üniversitesi, Erzincan/Türkiye  
Research Asst., Erzincan University, Erzincan/Turkey  
e-mail: [zcakmak@erzincan.edu.tr](mailto:zcakmak@erzincan.edu.tr)  
ORCID ID: [orcid.org/0000-0003-0913-3291](https://orcid.org/0000-0003-0913-3291)

<sup>3</sup> Doç. Dr. , Erzincan Üniversitesi, Erzincan/Türkiye  
Assoc. Prof. Dr., Erzincan University, Erzincan/Turkey  
e-mail: [mokur@erzincan.edu.tr](mailto:mokur@erzincan.edu.tr)  
ORCID ID: [orcid.org/0000-0002-6658-362X](https://orcid.org/0000-0002-6658-362X)

## The Misconceptions of 7<sup>th</sup> and 8<sup>th</sup> Graders on the Equality and Equation Topics

### Abstract

This study aim to investigate the misconceptions that secondary school 7<sup>th</sup> and 8<sup>th</sup> graders have about the sub-learning areas of the equality and equation topics. The sample of the research consists of 154 secondary school students. The study adopted case study as its research methodology. The data collection tool was a knowledge test including 10 items, developed considering the misconceptions about equality and equation found in the literature, the acquisitions in the sub-learning areas of the equality and equation listed in the curriculum for secondary school mathematics. The data were analyzed descriptively. In this context, the responses of the students were analyzed under four headings: correct, incorrect, empty and misconception. The incorrect and misconception categories were distinguished considering the frequency of the same mistake, similarity in misconceptions that the students have and those already identified in the literature. Then, the responses stated in the category of misconception were analyzed in detail and focused on the possible reasons related to the mistakes. At the end of the research, it was found that the most frequent misconception was that the variables are always different, while the least frequent one was the significance of the parentheses in algebra least. In addition, the misconception of inability to create inter-variable correlation came forward both in the acquisition of establishing equation and in solving equation processes. It was found that the 7<sup>th</sup> graders have more misconceptions than the 8<sup>th</sup> graders when compared in terms of the class level.

**Keywords:** Secondary school, equality, equation, algebra, misconceptions

### Giriş

Cebir pozitif ve negatif sayılarla, bunların yerine kullanılan harfler ve notasyonlar aracılığıyla nicelikler arasında ilişkiler kuran, matematiğin temel alanlarından biridir (TDK, 2017). Akkan (2009) ve MacGregor ve Stacey (1995) cebiri sayılar arasındaki ilişkileri ve özellikleri açıklamak için tasarlanmış olan matematiksel dilin bir parçası olarak tanımlamaktadır. Cebir, sadece matematikte değil, hayatın her alanında önemli bir konuma sahiptir. Gerçek dünyada karşılaşılan problemlerin çözümlerinden, farklı bilim dallarındaki problemlerin çözümlerine kadar her yerde cebir kullanılmaktadır (Dede, Yalın ve Argün, 2002). Cebir, günümüz eğitim anlayışının amaç ve beklentileri doğrultusunda ortaya çıkan matematik okuryazarlığının vazgeçilmez bir parçasıdır (Erbaş ve Ersoy, 2002). Fakat yapılan birçok araştırma öğrencilerin cebir kavramlarını anlama ile ilgili güçlüklerinin ve kavram yanlışlarının olduğunu göstermektedir (Akkaya ve Durmuş, 2006; Bush ve Karp, 2013; Erdem, 2013; Lucariello, Tine ve Ganley, 2014; Oktaç, 2012; Palabıyık ve İspir, 2011).

Cebirdeki kavram yanlışlarına yönelik yapılan çalışmalar incelendiğinde; Akkaya ve Durmuş (2006) tarafından 6, 7 ve 8. sınıf öğrencileri ile yapılan çalışmada öğrencilerin, alfabetik sıralamada olduğu gibi *harflerin sayısal bir konum belirttiğini, cebirde kullanılan harflerin basamak değerlerinin olduğunu, sayılar, değişkenler ve işaretler her zaman birbirinden farklı ve harflerin kelimeler için etiket olduğunu* düşündükleri tespit edilmiştir. Ayrıca aritmetik işlemlerden kaynaklı hatalar olarak değerlendirilen, *öğrencilerin işlem sırasını ve işlem yaparken parantezi dikkate almadıkları* şeklinde kavram yanlışlarına sahip oldukları belirlenmiştir. Yine söz konusu bu çalışmada sınıflar arasında farklılık olmadığı tespit edilmiştir. Erdem (2013), 7. sınıf öğrencilerinin

denklemler konusundaki kavram yanılgılarını belirlediği çalışmasında öğrencilerin eksik öğrenmelere sahip olduklarını belirlemiştir. Çalışmada öğrencilerin *değişkenler arası kat ilişkini oluşturamama, negatif katsayıyı görmezden gelme, eşitliğin bir tarafından diğer tarafa terimi işaret değiştirmeden geçirme, işlem önceliğine dikkat etmeden soldan sağa doğru işlem yapma* şeklindeki kavram yanılgılarına sahip oldukları görülmektedir. Yine Clement (1982), Clement, Lochhead ve Monk (1981) ve Egodawatte (2011) tarafından öğrencilerin *değişkenler arasındaki kat ilişkisini belirleyememe* kavram yanılgısını yaşadıkları tespit edilmiştir. Ertekin (2002) ise 7. sınıf ve 8. sınıf öğrencileri ile yaptığı çalışmada öğrencilerin en fazla *eşitliğin bir tarafındaki terimi işaret değiştirmeden eşitliğin diğer tarafa geçirme* eğiliminde olduklarını belirlemiştir. Benzer şekilde Şandır, Ubuz ve Argün (2007) tarafından 9. sınıf öğrencileri ile yapılan çalışmada öğrencilerin bir ifadeyi eşitliğin diğer tarafa geçirirken işaret değiştirme konusunda kavram yanılgısı yaşadıkları tespit edilmiştir. Akkaya (2006) 6. sınıf öğrencilerinin kavram yanılgılarını belirlediği çalışmasında, *harflerin matematikte bir anlamı yoktur, harflerin basamak değeri vardır, harfler sayılar gibi davranmaz, harfler nesnelere kısaltmasıdır ve "=" işareti daima sonuç belirtir* şeklinde kavram yanılgılarını tespit etmiştir. Stephens, ve diğerleri (2013) ile Byrd, McNeil, Chesney ve Matthews (2015) tarafından eşittir işaretinin anlamına ilişkin yapılan çalışmalarda da öğrencilerin *"=" işareti daima sonuç belirtir* şeklinde kavram yanılgısına sahip oldukları belirlenmiştir. Erbaş, Çetinkaya ve Ersoy (2009) tarafından lise öğrencileri ile yapılan çalışmada, öğrencilerin en sık yaptıkları hatalar *"cebirsal anlamda parantezin bir önemi yoktur, matematikte işlemler her zaman soldan sağa doğru yapılır, eşitliğin bir tarafında yapılan işlemin tersi diğer tarafta yapılır, ters işlemler gereksizdir ve çıkarma işleminde değişme özelliği vardır"* şeklinde belirlenmiştir.

Genel olarak literatür de öğrencilerin cebir ile ilgili sahip oldukları kavram yanılgıları;

1. Cebirde kullanılan harflerin basamak değerlerinin olduğu; harflerin sadece rakam belirtmesi gerektiği
2. Harflerin kelimeler için birer etiket olduğu; harflerin nesnelere kısaltması şeklinde kullanılması
3. İşlemlerin soldan sağa doğru yapılması gerektiği
4. İşlem yaparken parantezlerin dikkate alınmaması
5. Değişkenler arası kat ilişkisinin oluşturulamaması
6. Negatif katsayıların görmezden gelinmesi, çıkarma işleminin değişme özelliğinin var olduğunun düşünülmesi.
7. Eşitliğin bir tarafından diğer tarafa terimin işaret değiştirilmeden geçirilmesi, bir denklemin diğer tarafında da aynı işlemin yapılması
8. Eşitliğin bir tarafında yapılan işlemin tersinin diğer tarafta da yapılması
9. "=" işaretinin daima sonuç belirtmesi gerektiği
10. Ters işlemlerin gereksiz olduğu
11. Sayıları, değişkenleri ve işaretleri birbirinden ayrı düşünme, değişkenlerin birbirinden her zaman farklı olması gerektiği
12. Denklem sadece bir tarafında bilinmeyen bulunabileceğinin düşünülmesi, şeklinde ifade edilmiştir (Agnieszka, 1997; Akkan, Çakıroğlu ve Güven, 2009; Akkan ve Baki, 2016; Akkaya ve Durmuş, 2006; Bayar, 2007; Byrd, vd., 2015; Clement, 1982; Egodawatte, 2011; Erbaş, Çetinkaya ve Ersoy, 2009; Erdem, 2013; Falkner, Levi ve Carpenter, 1999; Molina ve Ambrose, 2008; Sleeman, 1984; Stephens ve diğ., 2013;

Yaman, Toluk ve Olkun, 2003). Bununla birlikte literatürde bazen aynı kavram yanlışlığının farklı isimlerle ifade edildiği de görülmektedir. Örneğin “harfler kelimeler için birer etikettir” şeklindeki kavram yanlışlığı, harflerin bir değişkeni ifade etmesinden ziyade aritmetikteki gibi bir nesnenin kısaltılmış hali olarak algılanması (Agnieszka, 1997; Akkan ve Baki, 2016; Erdem, 2013) nedeniyle “harfler nesnelerin kısaltılmış halidir” şeklinde de ifade edilmektedir.

Öğrencilerin cebir alanına ilişkin yaşadıkları bu kavram yanlışlığı, matematikteki başarılarını etkilemekte ve matematiğe karşı olumsuz tutum geliştirmelerine neden olmaktadır. Bu yüzden cebir ile ilk defa karşılaşan ortaokul düzeyindeki öğrencilerin bu konudaki kavram yanlışlarının bilinmesi ve bu kavram yanlışlarını gidermesine yönelik öğretim yapılması (Erbaş ve Ersoy, 2002) önem arz etmektedir. Son yıllarda cebir öğrenme alanına yönelik hata ve kavram yanlışları üzerine yapılan araştırmalarda daha çok test tekniği kullanılmış olup (Örneğin; Akkaya ve Durmuş, 2006; Baysal, 2010; Erbaş, Çetinkaya ve Ersoy, 2009; Ertekin, 2002; Lucariello, Tine ve Ganley, 2014; Russell, O’dwyer ve Miranda, 2009), açık uçlu sorulardan oluşan değerlendirme yöntemlerine yeterince yer verilmediği görülmüştür. Bu araştırmada ise, hem öğrencilerin yanıtlarındaki işlem basamaklarını görebilmek amacıyla açık uçlu sorular sorulmuş hem de öğrencilerden yaptıkları işlemin gerekçesini açıklamaları istenmiştir. Böylece öğrencilerin sahip oldukları kavram yanlışları hakkında daha ayrıntılı bilgiler edinilmesi hedeflenmektedir. Ayrıca literatürde var olan çalışmalardan farklı olarak bu çalışmada revize edilen 2013 ortaokul matematik öğretim programındaki kazanımlar dikkate alınarak öğrencilerin hangi kazanımda ve sınıf düzeyinde daha fazla kavram yanlışlığı yaşadığının ortaya çıkarılması amaçlanmıştır.

Bu amaçtan hareketle çalışmada, yedinci sınıf ve sekizinci sınıf cebir öğrenme alanının, eşitlik ve denklem alt öğrenme alanındaki kazanımlara yönelik öğrencilerin sahip olduğu kavram yanlışları belirlenmeye çalışılmıştır. Çalışmanın amacı doğrultusunda aşağıdaki alt problemlere cevap aranmıştır.

1. 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin “Denklemlerde eşitliğin korunumu ilkesini anlar” kazanımına yönelik kavram yanlışları nelerdir?
2. 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin “Gerçek yaşam durumlarına uygun birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri kurar” kazanımına yönelik kavram yanlışları nelerdir?
3. 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin “Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözer ve birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurmayı gerektiren problemi çözer” kazanımlarına yönelik kavram yanlışları nelerdir?

### Yöntem

Araştırmanın amacı, ortaokul 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin eşitlik ve denklem konusundaki kavram yanlışlarının belirlenmesi olup; bu amaç doğrultusunda derinlemesine incelemeler yapılarak yanlışlar ortaya çıkartılması hedeflenmiştir. Bu bağlamda araştırmada nitel yaklaşımın etkileşimli desenlerinden durum çalışması yöntemi kullanılmıştır. Durum çalışması yöntemi, araştırmaya ilişkin durumun belirlenmesi ve bu durumun daha derinlemesine incelenmesi (Bogdan ve Biklen, 2007, s. 59) şeklinde tanımlanmaktadır.

### Çalışma Grubu

Çalışma, Doğu Anadolu Bölgesine ait orta ölçekli bir ilde bulunan Milli Eğitim Bakanlığı'na bağlı merkez ortaokullar arasından seçilen iki farklı ortaokulda yapılmıştır. Çalışma grubunu, 2015-2016 eğitim-öğretim yılının ikinci yarısında öğrenim görmekte olan, 113'ü yedinci ve 41'i sekizinci sınıf öğrencisi olan toplam 154 öğrenci oluşturmaktadır. Çalışma grubunun belirlenmesinde, örnekleme birimi merkez ortaokullar olmak üzere seçkisiz olmayan örnekleme yoluna gidilmiş ve zaman, mekan, izin gibi sınırlılıklar nedeniyle örneklemin uygulama yapılabilir ve kolay ulaşılabilir birimlerden seçilmesi (Büyüköztürk ve diğ., 2010) şeklinde tanımlanan uygun örnekleme yöntemi kullanılmıştır.

### Veri Toplama Araçları

Ortaokul matematik dersi öğretim programında cebir öğrenme alanına ilişkin kazanımlar ilk olarak altıncı sınıfta yer almakta ve öğrencilerden aritmetik dizilerde bilinmeyen terimi bulmaları, cebirsel ifadeleri anlamlandırmaları ve cebirsel ifadelerde toplama ve çıkarma işlemlerini yapmaları istenmektedir. Yedinci sınıf düzeyinde, öğrencilerin temelde eşitlik kavramını anlamaları ve birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri ve ilgili problemleri çözmeleri beklenmektedir. Sekizinci sınıf düzeyinde ise; cebirsel ifadeler, özdeşlikler, doğrusal denklemler, denklem sistemleri ve eşitsizlikler gibi konular bulunmakta ve cebir öğrenme alanına daha fazla yer verilmektedir. Söz konusu sınıf seviyesinde öğrencilerden cebirsel ifadeleri ve özdeşlikleri anlamaları ve cebirsel ifadeleri çarpanlara ayırmaları beklenmektedir (MEB, 2013).

**Bilgi Testi.** Milli Eğitim Bakanlığının hedeflerine yönelik olarak Talim Terbiye Kurulunca hazırlanan, eşitlik ve denklem alt öğrenme alanındaki hedeflere yönelik 4 kazanım ve literatürde ifade edilen kavram yanılgıları dikkate alınarak, "Denklemlerde eşitliğin korunumu ilkesini anlar." kazanımına yönelik 4 soru; "Gerçek yaşam durumlarına uygun birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri kurar." kazanımına yönelik 3 soru, "Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözer." ve "Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözer ve birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurmayı gerektiren problemi çözer." kazanımlarına yönelik 3 soru olmak üzere toplam 10 açık uçlu sorudan oluşan bilgi testi geliştirilmiştir. 10 soruluk bilgi testinde her bir soruya yönelik öğrencilerin soruyu çözdükten sonra açıklama yapmaları için "Açıklayınız" ibaresi bilgi testine eklenmiştir. Sorular hazırlanırken eşitlik ve denklem alt öğrenme alanındaki kazanımlar dikkate alınarak, Akkaya ve Durmuş, 2006; Akkan, vd., 2009; Baysal, 2010 ve Erdem 2013'in çalışmalarında yer alan sorulardan yararlanılmıştır. Ölçme aracıyla yer alan sorular daha önce cebir konusunda kavram yanılgılarını belirlemek amacıyla kullanılmış olduğundan sorulara ilişkin pilot uygulama yapılmamış, ancak soruların çalışma grubunda yer alan öğrenci seviyesine uygunluğu, bir uzman ve uygulama yapılan okullarda görev yapan iki matematik öğretmenin görüşüne başvurularak teyit edilmiştir. Bilgi testinde yer alan 1-4. sorular "Denklemlerde eşitliğin korunumu ilkesini anlar." kazanımına yönelik, 5-7. sorular "Gerçek yaşam durumlarına uygun birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri kurar." kazanımına yönelik ve 8-10. sorular "Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözer ve birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurmayı gerektiren problemi çözer." kazanımlarına yönelik kavram yanılgılarını ortaya çıkarmak amacıyla hazırlanmıştır.

### Verilerin Analizi

Öğrencilerin cevap kağıtları Ö1,Ö2,Ö3,...,Ö153 olarak kodlanmış olup, cevapları doğru, yanlış, boş ve kavram yanılığı olmak üzere dört kategoride incelenmiştir. Kavram yanılığının “öğrencilerin kavramı, bilimsel olarak kabul edilen kavram tanımından farklı algılayıp; bu algılarını sistemli ve ısrarcı bir şekilde sürdürmeleri” şeklindeki tanımından hareketle (Okur ve Gürel, 2016), öğrencilerin aynı hatayı tekrar etmeleri, birbirlerine benzer bir yanılığa düşmüş olmaları ve alan yazında ifade edilen kavram yanılıklarına sahip olmaları dikkate alınarak kavram yanılıkları belirlenmiştir. Örneğin bilgi testinde yer alan çözümlerde öğrenciler yapmış oldukları “ $36y=360$  ise  $y=0$  dır” işlemin açıklama kısmında “Çünkü, eşittir çizgisinin iki tarafı aynıdır” şeklinde kalıplaşmış hatalı bir düşünce ifade etmiş ise bu ve benzeri cevaplar kavram yanılığı olarak değerlendirilmiştir. Kavram yanılığı kategorisinde bulunan cevaplar detaylı olarak incelenerek hataların ilişkili olabileceği nedenler üzerinde durulmuştur.

Verilerin analizinde betimsel analiz yöntemi kullanılmıştır. Bu doğrultuda; verilerin kodlanması, kodlanan verilere ortak temaların yazılması ve öğrencilerin karşılaştıkları zorlukların, yaptıkları hataların frekans ve yüzdeleri verilerle özetlenip yorumlanması, neden sonuç ilişkilerinin belirlenmesi, gereken yerlerde temaların ilişkilendirilmesi ve tahminlerde bulunulması işlemleri yapılmıştır.

Araştırmada, kavram yanılıkları 10 kategoride belirlenmiştir. Bunlar sırasıyla şunlardır:

1. “=” işareti daima sonuç belirtir,
2. Harfler sadece rakam belirtir,
3. Bir denklemin diğer tarafına da aynı işlem yapılır,
4. Değişkenler birbirinden her zaman farklıdır,
5. Bir problem için yazılan denklemin sadece bir tarafında bilinmeyen bulunur,
6. Değişkenler arasındaki kat ilişkisini oluşturamama,
7. Harfler kelimeler için birer etikettir,
8. Ters işlem yapamama,
9. Çıkarma işleminin değişme özelliği vardır,
10. Cebirde parantezlerin önemini dikkate almama,

Verilerin analizinde hem alan yazın hem de uzman görüşü doğrultusunda, her bir soruya ilişkin yanıtların doğru cevap, yanlış cevap, boş ve kavram yanılığı şeklinde kodlanmasına, ayrıca kavram yanılığı kategorisinde yer alan kavram yanılıkları birden fazla ise onlarda KY1.1, KY1.2,... şeklinde ayrı ayrı gruplandırılmasına karar verilmiştir. Veriler bu kategorilere göre iki araştırmacı tarafından bağımsız olarak değerlendirilmiştir. Değerlendiriciler arası güvenilirlik katsayısı  $[\text{görüş birliği}/(\text{görüş birliği}+\text{görüş ayrılığı})\times 100]$  formülü (Miles ve Huberman, 1994) ile hesaplanmıştır. Toplamda 10 soruya ait yanıtlara ilişkin 65 kategori bulunmaktadır. Veriler analiz edilirken değerlendiriciler arasında 3 kategoriye ilişkin görüş ayrılığı oluşmuştur. Böylece değerlendiriciler arası güvenilirlik katsayısı  $[62/(62+3)\times 100]= \%95$  olarak bulunmuştur. Bu bulunan değer değerlendiriciler arası güvenirlüğün yüksek düzeyde olduğunu göstermektedir. Görüş ayrılıklarının ise kavram yanılıklarının farklı isimlendirilmesinden kaynaklı

olduğu görülmüştür. İki araştırmacı tarafından fikir birliğine varılarak ortak bir tema belirlenmiş ve soruların analizi bu yönde gerçekleştirilmiştir.

Çalışmanın geçerliğini ve güvenilirliğini arttırmak için ilgili alan yazın incelemesi yapılmış ve bunun sonucunda var olan kavramsal alt yapı dikkate alınmıştır. Veri toplama aracının oluşturulmasında ilgili alan yazın taranmış ve uzman görüşüne başvurularak soruların uygunluğu teyit edilmiştir. Veri toplama aracına öğrencilerin soruyu çözdükten sonra açıklama yapmaları için "Açıklayınız" ibaresi eklenmiş, böylece katılımcı teyidi sağlanmaya çalışılmıştır. Araştırma grubundaki öğrencilerin seçiminde gönüllülük esas alınmış, öğrencilerin sorulara içten ve samimi cevap vermelerini sağlamak amacıyla isimlerinin gizli tutulacağı belirtilmiştir. Bununla birlikte veriler iki araştırmacı tarafından ayrı ayrı kodlanmış değerlendiriciler arası uyum sağlanmıştır. Bulgularda, verilerin doğasına mümkün olduğu ölçüde sadık kalmak amacıyla doğrudan alıntılara yer verilmiştir. Bu araştırmadaki sonuçların benzer çalışmalarla teyit edilebilmesi için uygulama sürecinin tamamı ayrıntılı bir biçimde açıklanmış ve veri toplama aracında yer alan soruların tamamı bulgular bölümünde verilmiştir (Yıldırım ve Şimşek, 2013).

### Bulgular

Bu bölümde, verilerin analizleri neticesinde elde edilen bulgulara yer verilmiştir. Bulgular tablolar halinde düzenlenmiştir. Ayrıca öğrencilerin örnek alıntıları sunulmuştur.

"7 ve 8. Sınıf öğrencilerinin *denklemlerde eşitliğin korunumu ilkesini anlar kazanımına yönelik kavram yanılgıları nelerdir?*" şeklindeki birinci alt probleme yönelik bulgular aşağıda sunulmuştur.

1. "*= işareti daima sonucu belirtir.*" şeklindeki kavram yanılgısına yönelik hazırlanan soruya ait bulgular Tablo 1' de sunulmuştur.

Tablo 1

*Birinci Soruya Ait Frekanslar ve Yüzdeler*

Sınıf	Doğru		Yanlış		Boş		Kavram Yanılgısı	
	f	%	f	%	f	%	f	%
8. sınıf	39	%95	2	%5	0	%0	0	%0
7. sınıf	80	%71	12	%10	1	%1	*KY1.1= 11	%10
							**KY1.2= 9	%8
Toplam	119	%77	14	%9	1	%1	20	%13

\*Eşitliğin bir tarafındaki sayıları işleme alır. \*\* Tüm sayıları işleme alır

Tablo 1'de sunulduğu üzere öğrencilerin %77'si doğru %9'u yanlış cevap verirken, %13'ü bu konuda kavram yanılgısı yaşamaktadırlar. Sınıf düzeyi ayrı değerlendirildiğinde sekizinci sınıf öğrencilerinin %95'nin doğru, %5'inin ise yanlış cevap verdikleri ve bu konuda hiç kavram yanılgısı yaşamadıkları belirlenmiştir. Yedinci sınıf öğrencilerinin ise %71'nin doğru, %10'nun yanlış cevap verdikleri ve %18'inin de bu konuda iki farklı kavram yanılgısı yaşadığı tespit edilmiştir. Bu kavram yanılgularından biri "KY1.1: eşitliğin bir tarafındaki sayıları işleme alır"

şeklinde olup; öğrenciler sadece eşitlikten önce verilen sayılar ile işlem yapma eğilimindedirler. Öğrencilerin KY1.1 kavram yanılıgına ilişkin hatalı yanıt örneği Şekil 1' verilmiştir:

83+14=○+16 eşitliğinde ○ yerine hangi sayı gelmelidir?

83+14=97+16

83 ve 14'ün toplamını  
sonuç 97 buldum

Şekil 1. Birinci Soruya İlişkin Hatalı Yanıt

Diğer bir kavram yanılıgı "KY.1.2: tüm sayıları işleme alır" şeklinde olup öğrencilerin eşittir işaretinin bir sonuç vermesi gerektiğini ve 97+16' nın da toplanarak tek bir sonuç bulunmasını düşünmelerinden kaynaklı olduğu tespit edilmiştir. Öğrencilerin KY1.2 kavram yanılıgına ilişkin hatalı yanıt örneği Şekil 2'de verilmiştir:

83+14=○+16 eşitliğinde ○ yerine hangi sayı gelmelidir?

83+14=97

97+16=113

83

97

14

16

97

113

ben ilk olarak topladım ve  
toplayarak işlem yaptım

Şekil 2. Birinci Soruya İlişkin Hatalı Yanıt

Kavram yanılıgıları incelendiğinde; öğrencilerin KY1.1 kavram yanılıgını KY1.2' ye göre daha fazla yaşadıkları görülmektedir. Her iki kavram yanılıgında da öğrencilerin eşittir işaretini bir yön belirttiği ve sadece bir işlemin sonucunu verdiği şeklinde algıladıkları görülmektedir.

2. "Harfler sadece rakam belirtir." şeklindeki kavram yanılıgına yönelik hazırlanan soruya ait bulgular Tablo 2' de sunulmuştur.

Tablo 2

İkinci Soruya Ait Frekanslar ve Yüzdeler

Sınıf	Doğru		Yanlış		Boş		Kavram Yanılıgı	
	f	%	f	%	f	%	f	%
8. sınıf	27	%65	4	%10	8	%20	*KY2.1= 2	%5
7. sınıf	57	%50	26	%23	21	%19	*KY2.1= 9	%8
Toplam	84	%55	30	%19	29	%19	11	%7

\* Harfler sadece rakam belirtir

Tablo 2' de sunulduğu üzere öğrencilerin toplamda %55' i bu soruya doğru, %19' u ise yanlış cevap vermişlerdir. Toplamda yapılan kavram yanılıgı ise tüm öğrencilerin %7' sidir. Sekizinci öğrencilerinin sadece %5' i kavram yanılıgı yaşarken büyük çoğunluğu (%65) bu soruyu doğru cevaplamıştır. Yedinci sınıf öğrencilerinin ise %50' si doğru %19' u yanlış cevap verirken %8' i kavram yanılıgı



yaşamaktadır. Yaşanan kavram yanılgısı ise “KY2.1=Harfler sadece rakam belirtir” şeklinde olup öğrencilerin  $2xy=240$  sorusuna  $y=0$  cevabı verdikleri  $2xy$  ifadesini üç basamaklı bir sayı olarak algıladıkları, 2 katsayısının,  $x$  ve  $y$  değişkenlerinin çarpım durumunda olduklarını düşünemedikleri görülmüştür. Öğrencilerin KY2.1. kavram yanılgısına ilişkin hatalı yanıt örneği Şekil 3’te verilmiştir:

**$2xy=240$  ise  $x=4$  için  $y$  değeri hakkında ne söylenebilir? Açıklayınız**

0,5 sayısının bulunması için  $2x$  olmalıdır.

Şekil 3. İkinci Soruya İlişkin Hatalı Yanıt

3. Bir denklemin diğer tarafına da aynı işlem yapılır şeklindeki kavram yanılgısına yönelik hazırlanan soruya ait bulgular Tablo 3’de sunulmuştur.

Tablo 3  
Üçüncü Soruya Ait Frekanslar ve Yüzdeler

Sınıf	Doğru		Yanlış		Boş		Kavram Yanılgısı	
	f	%	f	%	f	%	f	%
8. sınıf	16	%39	15	%37	10	%24	0	%0
7. sınıf	49	%43	13	%12	33	%29	*KY3.1= 8	%7
							**KY3.2= 6	%5
							***KY3.3=4	%4
Toplam	65	%42	28	%18	43	%28	18	%12

\*Denklemin diğer tarafına da aynı işlem yapılır \*\*İşlem önceliğini dikkate almama \*\*\*Aritmetik işlemleri cebire genelleme

Tablo 3’de sunulduğu üzere öğrencilerin %42’ si soruya doğru yanıt verirken %18’ i yanlış yanıt vermiş ve %28’ i boş bırakmıştır. Öğrencilerin tamamına bakıldığında %12’ lik bir dilimi kavram yanılgısı yaşamaktadır. Ayrı değerlendirildiğinde sekizinci sınıf öğrencilerinin %39’ u doğru yanıt verirken %37’ si soruyu yanlış yanıtlamıştır. Sekizinci sınıf öğrencilerinin hiç birinin kavram yanılgısı yaşamadığı tespit edilmiştir. Yedinci sınıf öğrencilerine bakıldığında ise öğrencilerin büyük çoğunluğu soruyu doğru yanıtlarken (%43), bu sırayı soruyu boş bırakan öğrenciler (%29) takip etmektedir. Yedinci sınıf öğrencilerinin kavram yanılgılarına bakıldığında öğrencilerin %15 bu konuda kavram yanılgısı yaşamaktadırlar. Bu konuda öğrencilerin “KY3.1=denklemin diğer tarafına da aynı işlemi yapma” kavram yanılgısının yanı sıra “KY3.2=işlem önceliğini dikkate almama” ve “KY3.3= aritmetik işlemleri cebire genelleme” şeklinde kavram yanılgılarını da yaşadıkları belirlenmiştir.

KY3.1. kavram yanılgısında, öğrencilerin bir denklemin diğer tarafında ters işlem yapmak yerine aynı işlemi yapmaya çalıştıkları tespit edilmiştir. Öğrencilerden “:2” ifadesini eşitliğin karşı tarafına geçirirken “x2” olarak geçirmesi



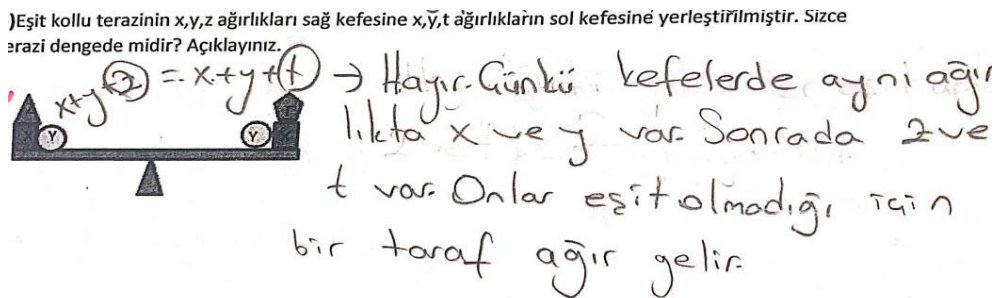
Tablo 4  
Dördüncü Soruya Ait Frekanslar ve Yüzdeler

Sınıf	Doğru		Yanlış		Boş		Kavram Yanılgısı	
	f	%	f	%	f	%	f	%
8. sınıf	5	%12	0	%0	9	%22	*KY4.1= 17	%42
							**KY4.2= 10	%24
7. sınıf	14	%12	10	%9	11	%10	*KY4.1= 41	%36
							**KY4.2=37	%33
Toplam	19	%12	10	%7	20	%13	105	%68

\* Değişkenler birbirinden her zaman farklıdır \*\*Verilen şekle göre karar verme

Tablo 4'e göre toplamda öğrencilerin %12' sinin bu soruya doğru %7' sinin yanlış cevap verdikleri ve %13' ünün de boş bıraktıkları tespit edilmiştir. Öğrencilerin büyük çoğunluğunun (%68) ise bu konuda kavram yanılgısı yaşadıkları belirlenmiştir. Sekizinci sınıf öğrencilerinin az bir kısmı (%12) soruya doğru yanıt verirken, büyük bir çoğunluğu (%66) bu konuda kavram yanılgısı yaşamaktadır. Yedinci sınıflarda ise bu durum benzerlik göstermekte olup öğrencilerin büyük çoğunluğu (%69) bu konuda kavram yanılgısı yaşamaktadırlar. Öğrencilerin yaşadıkları kavram yanılgıları incelendiğinde, "KY4.1=değişkenler birbirinden her zaman farklıdır" ve "KY4.2=verilen şekle göre karar verme" şeklinde iki farklı kavram yanılgısı tespit edilmiştir.

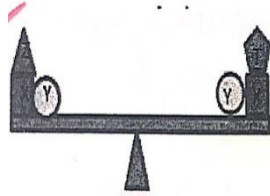
KY4.1. kavram yanılgısına göre öğrenciler, terazinin sağ ve sol kefelelerinde bulunan  $x$  ve  $y$  ağırlıklarının aynı olduklarını kabul etmiş ancak,  $z$  ve  $t$  ağırlıklarının aynı olmadığını bu sebeple terazinin dengede kalamayacağını belirtmişlerdir. Öğrenciler,  $z$  ve  $t$  ağırlıklarının farklı harflerle gösterilmesinden dolayı bunların ağırlıklarının aynı olamayacağını düşünmüşlerdir. Öğrencilerin KY4.1. kavram yanılgısına ilişkin hatalı yanıt örneği Şekil 7'de verilmiştir:



Şekil 7. Dördüncü Soruya İlişkin Hatalı Yanıt Örneği

KY4.2 kavram yanılgısında ise öğrenciler terazinin kollarında farklı cisimler olduğu için dengede olmadığını veya şekilde dengede görüldüğü için dengede olduğunu belirtmişlerdir. Öğrencilerin KY4.2. kavram yanılgısına ilişkin hatalı yanıt örneği Şekil 8'de verilmiştir:

Eşit kollu terazinin x,y,z ağırlıkları sağ kefesine x,y,t ağırlıkların sol kefesine yerleştirmiştir. Sızce razi dengede midir? Açıklayınız.



Bence dengede değildir.  
Çünkü sağ tarafta x'nin üstünde  $\Delta$   
var sol tarafta ise x'nin üstünde  $\square$  var

Şekil 8. Dördüncü Soruya İlişkin Hatalı Yanıt

“7 ve 8. sınıf öğrencilerinin gerçek yaşam durumlarına uygun birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri kurar kazanımına yönelik kavram yanlışları nelerdir?” şeklindeki ikinci alt probleme yönelik bulgular aşağıda sunulmuştur.

5. “Bir problem için yazılan denklemin sadece bir tarafında bilinmeyen bulunur” şeklindeki kavram yanlışısına yönelik hazırlanan soruya ait bulgular Tablo 5’ de sunulmuştur.

Tablo 5  
Beşinci Soruya Ait Frekanslar ve Yüzdeler

Sınıf	Doğru		Yanlış		Boş		Kavram Yanılgısı	
	f	%	f	%	f	%	f	%
8. sınıf	30	%73	3	%7	6	%15	*KY5.1=2	%5
7. sınıf	71	%63	14	%12	9	%8	*KY5.1= 19	%17
Toplam	101	%65	17	%11	15	%10	21	%14

\* Denklemin sadece bir tarafında bilinmeyen bulunur

Tablo 5’ e bakıldığında öğrencilerin %65’ i bu soruya doğru %11’ i yanlış cevap verirken; %14’ ü bu konuda kavram yanlışısı yaşamaktadır. Sekizinci sınıflar kendi içinde değerlendirildiğinde, öğrencilerin büyük çoğunluğu bu soruya doğru yanıt verirken öğrencilerin %5’ i kavram yanlışısı yaşamaktadırlar. Yedinci sınıflar kendi içinde değerlendirildiğinde ise, %65’ i doğru %12’ si yanlış cevap vermiştir. Yedinci sınıf öğrencilerinin %17’ si ise bu konuda kavram yanlışısı yaşamaktadırlar. Her iki sınıfın kavram yanlışısı ortak olup “KY5.1= denklemin sadece bir tarafında bilinmeyen bulunur” şeklinde açıklanmıştır. Öğrenciler denklemleri oluştururken eşitliğin sağ tarafında x değişkenini yazmayıp sadece 10 sayısını göstermişlerdir. Bir problem için yazılan denklemin eşitliğin her iki tarafında bilinmeyen bulunabileceğini düşünememişlerdir. Öğrencilerin KY5.1 kavram yanlışısına ilişkin hatalı yanıt örnekleri Şekil 9 ve Şekil 10’ da verilmiştir:

"Bir sayının 4 katının 20 eksiği aynı sayının 10 fazlasına eşittir" ifadesinin denklemini bulunuz.

nasil yaptim önce denklemini kurdum  
ve sonra gerekleri yaptim.

$$4x - 20 = 10 + 20$$

$$4x = \frac{10}{4} = 2$$

Şekil 9. Beşinci Soruya İlişkin Hatalı Yanıt

"Bir sayının 4 katının 20 eksiği aynı sayının 10 fazlasına eşittir" ifadesinin denklemini bulunuz.

dört katı dediği için  
dört x yaptım 20 eksiği  
dediği için -20 yaptım  
bide 10 fazlası demiş  
20 eksiği olduğunu düşününce yanına  
+20 olarak geçti ve bunları topladık

$$4x - 20 = 10 + 20 = 30 + 10 = 40$$

$$\frac{40}{4} = 10$$

Şekil 10. Beşinci Soruya İlişkin Hatalı Yanıt

6. "Değişkenler arasındaki kat ilişkisini oluşturmama" şeklindeki kavram yanılıgısına yönelik hazırlanan soruya ait bulgular Tablo 6' da sunulmuştur.

Tablo 6

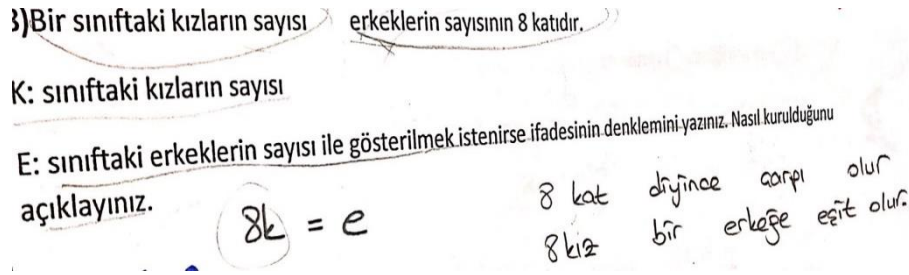
Altıncı Soruya Ait Frekanslar ve Yüzdeler

Sınıf	Doğru		Yanlış		Boş		Kavram Yanılıgısı	
	f	%	f	%	f	%	f	%
8. sınıf	14	%34	15	%37	9	%22	*KY6.1=3	%7
7. sınıf	42	%37	26	%23	27	%24	*KY6.1= 18	%16
Toplam	56	%36	41	%27	36	%23	21	%14

\* Değişkenler arasındaki kat ilişkisini oluşturmama

Tablo 6' da sunulduğu üzere değişkenler arasındaki kat ilişkisini oluşturmama kavram yanılıgısına yönelik sorulan soruya toplamda öğrencilerin %36' sı doğru, %27' si yanlış cevap verirken, %23' ü boş bırakmıştır. Soruya ait kavram yanılıgısı incelendiğinde, öğrencilerin %14' ünün "KY6.1= değişkenler arasındaki kat ilişkisini oluşturmama" kavram yanılıgısını yaşadıkları belirlenmiştir. Sınıf düzeyi ayrı değerlendirildiğinde sekizinci sınıf öğrencilerinin %34' ünün doğru, %37' sinin yanlış cevap verdikleri ve %7' sinin kavram yanılıgısı yaşadığı belirlenmiştir. Yedinci sınıf öğrencilerinin ise, %37' sinin doğru, %23' ünün yanlış cevap verdikleri ve %16' sının kavram yanılıgısı yaşadığı tespit edilmiştir. Öğrencilerin "Kızların sayısı erkeklerin sayısının 8 katıdır" ifadesinde kat ilişkisine dair kavram yanılıgısı yaşadıkları ve "8K=E" eşitliğini oluşturdukları belirlenmiştir.

Öğrencilerin KY6.1 kavram yanlışlığına ilişkin hatalı yanıt örneği Şekil 11’de verilmiştir:



Şekil 11. Altıncı Soruya İlişkin Hatalı Yanıt

7. “Harfler kelimeler için birer etikettir.” şeklindeki kavram yanlışlığına yönelik hazırlanan soruya ait bulgular Tablo 7’ de sunulmuştur.

Tablo 7  
Yedinci Soruya Ait Frekanslar ve Yüzdeler

Sınıf	Doğru		Yanlış		Boş		Kavram Yanlışlığı	
	f	%	f	%	f	%	f	%
8. sınıf	12	%29	10	%25	14	%34	*KY7.1=5	%12
7. sınıf	26	%23	38	%34	27	%24	*KY7.1= 22	%19
Toplam	38	%25	48	%31	41	%26	27	%18

\* Harfler kelimeler için birer etikettir

Tablo 7’ de sunulduğu üzere harfler kelimeler için birer etikettir kavram yanlışlığına yönelik sorulara toplamda öğrencilerin %25’ i doğru, %31’ i yanlış cevap verirken, %26’ sı boş bırakmıştır. Sınıf düzeyi ayrı değerlendirildiğinde sekizinci sınıf öğrencilerinin %29’ unun doğru, %25’ inin yanlış cevap verdikleri ve %12’ sinin kavram yanlışlığı yaşadığı belirlenmiştir. Yedinci sınıf öğrencilerinin ise, %23’ ünün doğru, %34’ ünün yanlış cevap verdikleri ve %19’ unun kavram yanlışlığı yaşadığı tespit edilmiştir. Soruya ait kavram yanlışlığı incelendiğinde, öğrencilerin “KY7.1= harfler kelimeler için birer etikettir” kavram yanlışlığını yaşadıkları belirlenmiştir. Öğrencilerin kalemlerin sayısını ifade eden  $k$ ’yi ve defterlerin sayısını ifade eden  $d$ ’ yi bir değişken olarak görmeyip kalem ve defteri  $k$  ve  $d$  olarak etiketleyerek nesnelleştirmişlerdir. Bu nedenle  $3k+2d=15$  denklemini kurmak yerine  $3+2=5$  olduğundan  $k+d=5$ ’ in doğru olduğunu ifade etmişlerdir. Öğrencilerin KY7.1 kavram yanlışlığına ilişkin hatalı yanıt örneği Şekil 12’ de verilmiştir:



17' Selen kırtasiyeden tanesi 3 TL olan kalemlerden ve tanesi 2 TL olan defterlerden alıyor. K: aldığı kalemlerin sayısı D: aldığı defterlerin sayısını göstermektedir. Selen kasaya 15 TL ödemiştir. İfadesinin matematik cümlesini yazan Ali'nin cevabı aşağıdaki gibidir.

35

$$k+d=5$$

Sizce Ali'nin cevabı doğru mudur? Neden?

$$k=3TL$$

$$d=2TL$$

$$k+d=5$$

$$3+2=5 \text{ olur}$$

5 olduğu için doğru.

Şekil 12. Yedinci Soruya İlişkin Hatalı Yanıt

"7 ve 8. Sınıf öğrencilerinin birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözer ve birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurmayı gerektiren problemi çözer kazanımlarına yönelik kavram yanılgıları nelerdir?" şeklindeki üçüncü alt probleme yönelik bulgular aşağıda sunulmuştur.

8. "Ters işlem yapamama" şeklindeki kavram yanılgısına yönelik hazırlanan soruya ait bulgular Tablo 8' de sunulmuştur.

Tablo 8

Sekizinci Soruya Ait Frekanslar ve Yüzdeler

Sınıf	Doğru		Yanlış		Boş		Kavram Yanılgısı	
	f	%	f	%	f	%	f	%
8. sınıf	29	%71	2	%5	5	%12	*KY8.1= 3	%7
							**KY8.2= 2	%5
7. sınıf	63	%56	21	%19	15	%13	*KY8.1= 7	%6
							**KY8.2=7	%6
Toplam	92	%60	23	%15	20	%13	19	%12

\* Ters işlem yapamama

\*\*Değişkenler arasındaki kat ilişkisini oluşturamama

Tablo 8' de sunulduğu üzere ters işlem yapamama kavram yanılgısına yönelik sorulan soruya toplamda öğrencilerin %60' ı doğru, %15' i yanlış cevap verirken, %13' ü boş bırakmıştır. Soruya ait kavram yanılgısı incelendiğinde, öğrencilerin %12' sinin "KY8.1= ters işlem yapamama" ve "KY8.2= değişkenler arasındaki kat ilişkisini oluşturamama" kavram yanılgısını yaşadıkları belirlenmiştir. Sınıf düzeyi ayrı değerlendirildiğinde sekizinci sınıf öğrencilerinin %71' inin doğru, %5' inin yanlış cevap verdikleri ve %12' sinin kavram yanılgısı yaşadığı belirlenmiştir. Yedinci sınıf öğrencilerinin ise, %56' sının doğru, %19' unun yanlış cevap verdikleri ve %12' sinin kavram yanılgısı yaşadığı tespit edilmiştir. KY8.1 kavram yanılgısında öğrencilerin ters işlem yapmaya çalıştıkları fakat 9 katının 20 eksiği 25 olan sayının eşitliğini çözerken 25 ile 20' yi toplayıp 9' a bölmek yerine, 25 ile 9' u çarpıp buldukları sayıdan 20' yi çıkarttıkları görülmüştür. Bu durum öğrencilerin ters işlem yapmak yerine eşitliğin diğer tarafında da aynı işlemi yapma eğiliminde olduklarını göstermektedir. Öğrencilerin KY8.1 kavram yanılgısına ilişkin hatalı yanıt örneği Şekil 13'te verilmiştir:

1) Bir restoranda masa sayısının 9 katının 20 eksiği kadar sandalye vardır. Bu restoranda 25 sandalye olduğuna göre kaç masa vardır?

$$\begin{array}{r} 25 \\ 9 \quad \leftarrow \\ \hline 225 \end{array} \quad \begin{array}{r} 225 \\ - 20 \\ \hline 205 \end{array}$$

Yirmi beşle dokuzu  
çarpım çıkan sonuç  
la yirmiyi çıkardım.

Şekil 13. Sekizinci Soruya İlişkin Hatalı Yanıt

KY8.2 kavram yanlışlığında ise öğrenciler denklem kurmaya çalışmış ve değişkenler arasındaki kat ilişkisini oluşturamama kavram yanlışlığını yaşadıkları belirlenmiştir. Öğrencilerin KY8.2 kavram yanlışlığına ilişkin hatalı yanıt örneği Şekil 14'te verilmiştir:

1) Bir restoranda masa sayısının 9 katının 20 eksiği kadar sandalye vardır. Bu restoranda 25 sandalye olduğuna göre kaç masa vardır?

$$\begin{array}{l} 9(x-20) = 25 \\ 9x - 180 = 25 \\ 9x = 205 \end{array}$$

Şekil 14. Sekizinci Soruya İlişkin Hatalı Yanıt

9. "Çıkarma işleminin değişme özelliği vardır." şeklindeki kavram yanlışlığına yönelik hazırlanan soruya ait bulgular Tablo 9' da sunulmuştur.

Tablo 9  
Dokuzuncu Soruya Ait Frekanslar ve Yüzdeler

Sınıf	Doğru		Yanlış		Boş		Kavram Yanlışlığı	
	f	%	f	%	f	%	f	%
8. sınıf	10	%24	19	%46	9	%22	*KY9.1= 3	%8
7. sınıf	46	%41	27	%24	26	%23	*KY9.1= 14	%12
Toplam	56	%36	46	%30	35	%23	17	%11

\* Çıkarma işleminin değişme özelliği vardır

Tablo 9' da sunulduğu üzere çıkarma işleminin değişme özelliği vardır kavram yanlışlığına ilişkin sorulan soruda öğrencilerin %36' sı soruya doğru %27' si yanlış yanıt vermiş ve %23' ü boş bırakmıştır. Toplamda öğrencilerin %14' ü kavram yanlışlığı yaşamaktadır. Ayrı değerlendirildiğinde sekizinci sınıf öğrencilerinin %24' ü doğru yanıt verirken %46' sı soruyu yanlış yanıtlamıştır. Ayrıca öğrencilerin %8' inin de bu konuda kavram yanlışlığı yaşadığı tespit edilmiştir. Yedinci sınıf öğrencilerine bakıldığında ise öğrencilerin büyük çoğunluğu soruyu doğru



yanıtlarken (%41), bu sırayı soruyu yanlış yapan öğrenciler (%29) takip etmektedir. Yedinci sınıf öğrencilerinin %12' sinin ise kavram yanılgısı yaşadığı tespit edilmiştir. Öğrenciler verilen denklemi çözerken çıkarma işleminin değişme özelliğinin olduğunu düşünerek işlemlerini gerçekleştirmişlerdir. Öğrencilerin KY9.1 kavram yanılgısına ilişkin hatalı yanıt örneği Şekil 15'te verilmiştir:

20-30=x-6x eşitliğinde x değerini bulunuz soruyu nasıl çözdüğünüzü açıklayınız.

$$\begin{aligned} +10 &= +5x \\ 2 &= x \end{aligned}$$

Denklemden x'leri çıkardım  
sayıları da aralarında çıkardım

Şekil 15. Dokuzuncu Soruya İlişkin Hatalı Yanıt

10. "Cebirde parantezlerin önemini dikkate almama" şeklindeki kavram yanılgısına yönelik hazırlanan soruya ait bulgular Tablo 10' da sunulmuştur.

Tablo 10

Onuncu Soruya Ait Frekanslar ve Yüzdeler

Sınıf	Doğru		Yanlış		Boş		Kavram Yanılgısı	
	f	%	f	%	f	%	f	%
8. sınıf	15	%36	6	%15	20	%49	*KY10.1= 0	%0
7. sınıf	45	%39	30	%27	31	%28	*KY10.1= 7	%6
Toplam	60	%39	36	%23	51	%33	7	%5

\* Cebirde parantezlerin önemini dikkate almama

Tablo 10' da sunulduğu üzere cebirde parantezlerin önemini dikkate almama kavram yanılgısına yönelik sorular soruya toplamda öğrencilerin %39' u doğru, %23' ü yanlış cevap verirken, %33' ü boş bırakmıştır. Soruya ait kavram yanılgısı incelendiğinde, öğrencilerin %5' inin "KY10.1= cebirde parantezlerin önemini dikkate almama" kavram yanılgısını yaşadıkları belirlenmiştir. Sınıf düzeyi ayrı değerlendirildiğinde sekizinci sınıf öğrencilerinin %36' sının doğru, %15' inin yanlış cevap verdikleri ve öğrencilerin hiç birinin kavram yanılgısı yaşamadığı belirlenmiştir. Yedinci sınıf öğrencilerinin ise, %39' unun doğru, %27' sinin yanlış cevap verdikleri ve %6' sının kavram yanılgısı yaşadığı tespit edilmiştir. Öğrenciler  $6(x+3)$  işleminde  $6.x+6.3$  yapmak yerine parantezi görmezden gelip  $6.x+3$  şeklinde işlem yapmaktadırlar. Öğrencilerin KY10.1 kavram yanılgısına ilişkin hatalı yanıt örneği Şekil 16' da verilmiştir.

2)  $6(x+3) - 6 = 3x+27$  denkleminin çözüm kümelerini bulun  
österiniz

$$6x + 3 - 6 = 3x + 27$$

$$6x - 3x = -3 + 6 + 27$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{30}{3} = 10$$

Şekil 16. Onuncu Soruya İlişkin Hatalı Yanıt

### Tartışma, Sonuç ve Öneriler

Bu araştırmada ortaokul 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin eşitlik ve denklem alt öğrenme alanına yönelik kavram yanlışlarının belirlenmesi ve derinlemesine incelenmesi amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda “Denklemlerde eşitliğin korunumu ilkesini anlar”, “Gerçek yaşam durumlarına uygun birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri kurar” ve “Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözer ve birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurmayı gerektiren problemi çözer” şeklindeki kazanımlara yönelik öğrencilerin kavram yanlışları ortaya konulmuştur.

“7 ve 8. sınıf öğrencilerinin *denklemlerde eşitliğin korunumu ilkesini anlar* kazanımına yönelik kavram yanlışları nelerdir?” şeklindeki birinci alt probleme yönelik,

1. “=” işareti daima sonuç belirtir.
    - a. Eşitliğin bir tarafındaki sayıları işleme alır
    - b. Tüm sayıları işleme alır
  2. Harfler sadece rakam belirtir.
  3. Bir denklemin diğer tarafına da aynı işlem yapılır
    - a. Denklemin diğer tarafına da aynı işlemi yapma
    - b. İşlem önceliğini dikkate almama
    - c. Aritmetik işlemleri cebire genelleme
  4. Değişkenler ve bilinmeyenler birbirinden her zaman farklıdır
    - a. Değişkenler birbirinden her zaman farklıdır
    - b. Verilen şekle göre karar verme
- şeklinde kavram yanlışları belirlenmiştir.

“= işareti daima sonuç belirtir” kavram yanlışına yönelik tüm öğrencilerin %13’ ü bu kavram yanlışını yaşamaktadırlar. Söz konusu kavram yanlışına yönelik iki farklı yanlış tespit edilmiştir. Birincisi “*eşitliğin bir tarafındaki sayıları işleme alır*” şeklinde olup; öğrenciler “=” den önceki işlemlerin “=” den sonra bir sonuç vermesi gerektiğini düşünerek eşittir işareti daima bir sonuç belirtir kavram yanlışını yaşamaktadırlar. Bu kavram yanlışında öğrenciler  $84+13=97+16$  sonucunu elde ederek cevabın 97 olduğunu ifade etmişlerdir. İkincisi; “*tüm sayıları işleme alır*” kavram yanlışını olup öğrenciler  $84+13=97+16=113$  cevabını vererek tek bir sonuç elde etmeye çalışmışlardır. 8. sınıf öğrencilerinin hiç biri söz konusu kavram yanlışını yaşamazken; 7. sınıf öğrencilerinin %10’ u birinci tür kavram yanlışını %8’ i ise ikinci tür olup toplamda %18’ i söz konusu kavram yanlışını yaşamaktadır. “=” işareti daima sonuç belirtir kavram yanlışını Akkaya (2006), Akkaya ve Durmuş (2006) ve Akkan ve Baki (2016) tarafından da belirlenmiş fakat bu çalışmada söz konusu yanlış ayrıntılı olarak incelenmiş ve iki farklı kavram yanlışını

ile açıklanmıştır. Stephens, ve diğerleri (2013) tarafından söz konusu kavram yanılgısını ayrıntılı olarak incelenerek mevcut çalışmaya benzer yanılgılar belirlenmiş ve öğrencilerin ya eşitlikten önceki sayıları toplayarak eşitlikten sonraki sayıyı dikkate almadıkları ya da verilen tüm sayıları topladıkları tespit edilmiştir. Benzer şekilde Byrd, ve diğerleri (2015) ise cebirde eşittir işaretini kullanırken öğrencilerin "*eklediğimizde ne yapar*" şeklinde aritmetik bir anlam geliştirdiklerini belirlemiş ve sınıf seviyesi arttıkça bu anlayışın azaldığını tespit etmiştir. 8. sınıf öğrencilerinde ise bu anlayışın olmadığını ifade ederek mevcut çalışmanın sonuçları ile oldukça benzer sonuçlar elde edilmiştir.

"*Harfler sadece rakam belirtir*" kavram yanılgısına yönelik tüm öğrencilerin %7'si bu kavram yanılgısını yaşamaktadırlar. Bu bağlamda öğrencilerin  $2xy=240$  sorusuna  $y=0$  cevabı vererek  $2xy$  ifadesini üç basamaklı bir sayı olarak algıladıkları belirlenmiştir. 8. sınıf öğrencilerinin %5' i, 7. sınıf öğrencilerinin ise %8' i söz konusu kavram yanılgısını yaşamaktadırlar. Söz konusu kavram yanılgısını Akkaya ve Durmuş (2006) ve Akkaya (2006) de belirlemiş olup, bu yanılgıyı bazı araştırmacılar *cebirde kullanılan harflerin basamak değerlerinin olduğu* şeklinde bazı araştırmacılar ise *harfler sadece rakam belirtir* şeklinde tanımlamıştır.

"*Bir denklemin diğer tarafına da aynı işlem yapılır*" şeklindeki kavram yanılgısına yönelik sorulan soruda tüm öğrencilerin %12' si bu kavram yanılgısını yaşamaktadır. Söz konusu kavram yanılgısına yönelik sorulan soruda "*denklemin diğer tarafına da aynı işlem yapılır*" yanılgısının yanı sıra "*işlem önceliğini dikkate almama*" ve "*aritmetik işlemleri cebire genelleme*" şeklinde iki tane daha kavram yanılgısı tespit edilmiştir. "*Denklemin diğer tarafına da aynı işlem yapılır.*" kavram yanılgısında öğrencilerden ":2" ifadesini eşitliğin karşı tarafına " $x2$ " olarak geçirmesi beklenirken, öğrenciler eşitliğin diğer tarafında da aynı işlemi (:2) yapma eğiliminde olmuşlardır. Öğrenciler denklem çözümünde eşitliğin her iki tarafında ifadenin cebirsel işleme göre tersini kullanarak bilinmeyeni yalnız bırakmak yerine eşitliğin her iki tarafında aynı işlemi yapmaktadırlar. *İşlem önceliğini dikkate almama* kavram yanılgısında öğrenciler yapabileceklerini düşündükleri işlemde başlamayı tercih ederek, işlem önceliğini dikkate almamışlardır. *Aritmetik işlemleri cebire genelleme* kavram yanılgısında ise bilinmeyeni görmezden gelerek bilinmeyen katsayısı ile aritmetik işlemler yapma eğilimindedirler. 8. sınıf öğrencilerinin hiç biri söz konusu kavram yanılgılarının hiç birini yaşamazken; 7. sınıf öğrencilerinin %7' si birinci tür, %5' i ikinci tür, %4' ü ise üçüncü tür olup toplamda %16'sı söz konusu kavram yanılgısını yaşamaktadır. *Denklemin diğer tarafına da aynı işlem yapılır* kavram yanılgısı Akkaya ve Durmuş (2006) tarafından da belirlenirken aynı anlama gelen *eşitliğin bir tarafından diğer tarafına terimi işaret değiştirilmeden geçirmek* kavram yanılgısı Erdem (2013) ve Ertekin (2002) tarafından belirlenmiştir. Bu durumu Erbaş, Çetinkaya ve Ersoy (2009) ise *eşitliğin bir tarafında yapılan işlemin tersi öbür tarafta yapılır* şeklinde kodlamıştır. Bu sonuçlardan hareketle bu durumun kavram yanılgısına sebep olmasının nedeninin, eşitliğin diğer tarafına terimi geçirirken işaret değiştirmesi gerektiği yargısı ile eşitliğin her iki tarafında da aynı işlem yapılır yargısının karıştırılmasından kaynaklı olduğu düşünülmektedir. Nitekim  $4x+2=6$  ifadesini çözerken iki farklı yöntem uygulanmaktadır. Birincisi  $4x=6-2$  şeklinde *eşitliğin bir tarafından diğer tarafına terimi geçirirken işaret değiştirmek* ikincisi ise  $4x+(2-2)=6-2$  gibi her iki tarafta da aynı işlemi yapmaktır. Bu nedenle bu iki yargının karıştırıldığı ve kavram yanılgısına neden

olduğu düşünülmektedir. İşlem önceliği dikkate alınmadan, işlemler soldan sağa doğru yapılır şeklindeki kavram yanılması, Akkaya ve Durmuş (2006), Bayar (2007), Baysal (2010), Erdem (2013) ve Ersoy ve Erbaş (1998) tarafından da yapılan çalışmalarda belirlenmiştir. Sleeman'ın (1984) ise, *aritmetik işlemleri cebire genelleme kavram yanılığını* aritmetik işlemler konusundaki geçmiş bilgiyi öğrencilerin cebirde kullanmaları sonucu ortaya çıktığını ve cebir konusuna geçiş yapmadan önce öğrencilerin aritmetik işlem becerilerinin kontrol edilmesi gerektiğini belirtmektedir.

"Değişkenler birbirinden her zaman farklıdır" kavram yanılığınaya yönelik tüm öğrencilerin %68' i bu kavram yanılığınaya yaşamaktadırlar. Ayrı değerlendirildiğinde söz konusu kavram yanılığınaya yönelik sorulan soruda "*değişkenler ve bilinmeyenler birbirinden her zaman farklıdır*" kavram yanılığınanın yanı sıra "*verilen şekle göre karar verme*" şeklinde kavram yanılığınası da tespit edilmiştir. *Değişkenler ve bilinmeyenler birbirinden her zaman farklıdır* kavram yanılığında öğrenciler  $z$  ve  $t$  olarak adlandırılan iki ağırlığın farklı harflerle gösterilmesinden dolayı ağırlıklarının hiçbir zaman aynı olamayacağını düşünmüşlerdir. *Verilen şekle göre karar verme* kavram yanılığında ise  $z$  ve  $t$  harfleri farklı cisimler ile temsil edildiğinden bu cisimlerin ağırlıklarının da hiçbir zaman aynı olamayacağı düşünmüşlerdir. 8. sınıf öğrencilerinin %42' si ve 7. sınıf öğrencilerinin %36' sı birinci tür, 8. sınıf öğrencilerinin %24' ü, 7. sınıf öğrencilerinin %33' ü ise ikinci tür kavram yanılığınaya yaşamaktadırlar. Her sınıf türünde de birinci tür kavram yanılığınası ikinci tür kavram yanılığınasından fazla olup; toplamda 8. sınıf öğrencilerinin %66' sı 7. sınıf öğrencilerinin ise %69' u söz konusu kavram yanılığınaya yaşamaktadırlar. *Değişkenler birbirinden her zaman farklıdır* kavram yanılığınası Akkaya ve Durmuş (2006) tarafından da belirlenmiş olup bu çalışmada verilen harflerin farklı olmasından dolayı öğrencilerin bu kavram yanılığınaya yaşamalarının yanı sıra verilen şekle göre de farklı olduklarına karar verdikleri belirlenmiştir.

Bu sonuçlardan hareketle "*denklemlerde eşitliğin korunumu ilkesini anlar*" kazanımına ilişkin kavram yanılığınaya bakıldığında; tüm kavram yanılığınalarında 7. sınıf öğrencilerinin 8. sınıf öğrencilerinden daha fazla kavram yanılığınası yaşadıkları görülmektedir. Ayrıca hem 7. sınıf hem de 8. sınıf öğrencilerinin en fazla "*Değişkenler birbirinden her zaman farklıdır*" kavram yanılığınaya yaşadıkları soru terazi metoduyla çözüme yöntemidir. Bu metodun denklemin simetrisini vurgulayan bir yöntem olması (Kieran, 1992) sebebiyle, ders kitaplarında denklem çözümü öğretimi terazi ile modellenerek yapılmaktadır. Fakat bu durumun öğrencilerde kavram yanılığınaya sebep olduğu tespit edilmiştir. Benzer sonuç Akkaya ve Durmuş (2006) tarafından ile yapılan çalışmada belirlenmiş olup "*harfler sayılar gibi davranmaz*" şeklinde kodlanmıştır. Bu kavram yanılığınasının sebebi  $3=3$ ;  $3\neq 6$  gibi aritmetikte doğru olan eşitlikler harflere genellendiğinde  $z=z$  ve  $z\neq t$  şeklinde algılanmaktadır. 8. sınıf öğrencileri "*= işareti daima sonuç belirtir*" ve "*bir denklemin diğer tarafına da aynı işlem yapılır*" kavram yanılığınalarını hiç yaşamazken; 7. Sınıf öğrencileri ise en az "*harfler sadece rakam belirtir*" kavram yanılığınaya yaşamaktadırlar.

"7 ve 8. sınıf öğrencilerinin gerçek yaşam durumlarına uygun birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri kurar" şeklindeki ikinci alt probleme yönelik,

1. Bir problem için yazılan denklemin sadece bir tarafında bilinmeyen bulunur.
2. Değişkenler arasındaki kat ilişkisini oluşturamama.

3. Harfler kelimeler için birer etikettir. şeklinde kavram yanılgıları belirlenmiştir.

“Bir problem için yazılan denklemin sadece bir tarafında bilinmeyen bulunur” kavram yanılgısına yönelik sorulan soruda tüm öğrencilerin %14’ ü bu kavram yanılgısını yaşamaktadırlar. Bu bağlamda öğrenciler denklemini kurarken eşitliğin sadece sol tarafındaki değişkeni yazıp, sağ tarafında  $x$  değişkenini yazmadıkları belirlenmiştir. Bir problem için yazılan denklemde eşitliğin her iki tarafında da bilinmeyen bulunabileceğini düşünememişlerdir. 8. sınıf öğrencilerinin %5’ i, 7. sınıf öğrencilerinin ise %17’ si söz konusu kavram yanılgısını yaşamaktadırlar. Bu durumun olası nedenlerinden birinin, eşittir işaretine yüklenen anlamdan kaynaklı olduğu düşünülmektedir. Aritmetikten cebire geçişte, öğrenciler eşitlik kavramının denklik belirtmesinden ziyade, işlemin yönünü ifade ettiğini düşünmektedirler (Molina ve Ambrose, 2008). Bu nedenle eşitliğin sadece bir tarafında bilinmeyi ifade ederek diğer tarafında bir sonuç belirtmektedirler.

“Değişkenler arasındaki kat ilişkisini oluşturamama” kavram yanılgısına yönelik sorulan soruda tüm öğrencilerin %14’ ü bu kavram yanılgısını yaşamaktadırlar. Öğrencilerin “Kızların sayısı erkeklerin sayısının 8 katıdır” ifadesinde kat ilişkisine dair kavram yanılgısı yaşadıkları ve “ $8K=E$ ” eşitliğini oluşturdukları belirlenmiştir. 8. sınıf öğrencilerinin %7’ si, 7. sınıf öğrencilerinin ise %16’ sı söz konusu kavram yanılgısını yaşamaktadırlar. Benzer kavram yanılgısı, Egodawatte (2011), Clement (1982), Clement, Lochhead ve Monk (1981) ve Erdem (2013) tarafından da belirlenmiştir.

“Harfler kelimeler için birer etikettir” kavram yanılgısına yönelik sorulan soruda tüm öğrencilerin %18’ i bu kavram yanılgısını yaşamaktadırlar. Bu bağlamda öğrenciler kalemlerin sayısını ifade eden  $k$ ’ yi ve defterlerin sayısını ifade eden  $d$ ’ yi bir değişken olarak görmeyip kalem ve defteri  $k$  ve  $d$  olarak etiketleyerek nesnelleştirmişlerdir. Bu nedenle  $3k+2d=15$  denklemini kurmak yerine  $3+2=5$  olduğundan  $k+d=5$ ’ in doğru olduğunu ifade etmişlerdir. 8. sınıf öğrencilerinin %12’ si, 7. sınıf öğrencilerinin ise %19’ u söz konusu kavram yanılgısını yaşamaktadırlar. Akkan ve Baki (2016) ise öğrencilerin harfleri bir etiket olarak algıladıkları ve bu durumda öğrencilerin harfleri bir değişken olarak görmelerinden ziyade bir nesneyi temsil ettiğini algıladıkları belirlenmiştir. Ayrıca yine bu çalışmada da öğrenim düzeyi arttıkça harfleri bir nesnenin etiketi olarak algılayan öğrencilerin sayısında azalma olduğu tespit edilmiştir. Benzer şekilde Akkaya (2006) da bu kavram yanılgısını belirlemiş olup *harfler nesnelere kısaltmasıdır* şeklinde açıklamıştır. Agnieszka (1997) tarafından yapılan çalışmada ise  $2a+3a$ ’ yı 2 elma ile 3 elma’nın (2 apple+3 apple) toplamı şeklinde algıladıkları ve  $a$  harfinin elma kelimesinin kısaltması olarak değerlendirdikleri, böylece harfleri kelimeler için birer etiket olarak algıladıkları tespit edilmiştir.

Bu sonuçlardan hareketle “gerçek yaşam durumlarına uygun birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri kurar” kazanımına ilişkin kavram yanılgılarına bakıldığında; tüm kavram yanılgılarında 7. sınıf öğrencilerinin 8. sınıf öğrencilerinden daha fazla kavram yanılgısı yaşadıkları görülmektedir. Ayrıca hem 7. sınıf hem de 8. sınıf öğrencilerinin en fazla “Harfler kelimeler için birer etikettir” kavram yanılgısını yaşadıkları belirlenmiştir. 8. sınıf öğrencilerinin en az “Bir problem için yazılan denklemin sadece bir tarafında bilinmeyen bulunur” kavram yanılgısını 7. sınıf

öğrencilerinin ise en az “Değişkenler arasındaki kat ilişkisini oluşturamama” kavram yanılığını yaşadıkları tespit edilmiştir.

“7 ve 8. sınıf öğrencilerinin *birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözer ve birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurmayı gerektiren problemi çözer* kazanımlarına yönelik kavram yanılığları nelerdir?” şeklindeki üçüncü alt probleme yönelik,

1. Ters işlem yapamama
    - a. Ters işlem yapamama
    - b. Değişkenler arasındaki kat ilişkisini oluşturamama
  2. Çıkarma işleminin değişme özelliği vardır
  3. Cebirde parantezlerin önemini dikkate almama
- şeklinde kavram yanılığları belirlenmiştir.

“Ters işlem yapamama” kavram yanılığına yönelik tüm öğrencilerin %12’ si bu kavram yanılığını yaşamaktadırlar. Ayrı değerlendirildiğinde söz konusu kavram yanılığına yönelik sorulan soruda “ters işlem yapamama” kavram yanılığının yanı sıra “değişkenler arası kat ilişkisini oluşturamama” şeklinde kavram yanılığası da tespit edilmiştir. Ters işlem yapamama kavram yanılığında öğrenciler 9 katının 20 eksiği 25 olan sayıyı bulmak için 25 ile 9’ u çarpıp buldukları sayıdan 20’ yi çıkarttıkları görülmüştür. Burada denklemi çözerken tersten çözme yöntemini yanlış uyguladıkları görülmüştür. Değişkenler arası kat ilişkisini oluşturamama kavram yanılığında ise öğrenciler problemi çözmek için denklem kurmaya çalıştıkları ve kat ilişkisini oluşturamama kavram yanılığını yaşadıkları tespit edilmiştir. 8. sınıf öğrencilerinin %7’ si birinci tür ve %5’ i ikinci tür olup toplamda %12’ si; 7. sınıf öğrencilerinin ise %6’ sı birinci tür ve %6’ i ise ikinci tür olup toplamda %12’ si söz konusu kavram yanılığını yaşamaktadır. Söz konusu kavram yanılığını Erbaş, Çetinkaya ve Ersoy (2009) ve Akkaya ve Durmuş (2006) ters işlemin gereksizliği şeklinde açıklamıştır. Aslında gereksizliğini düşünmelerinden ziyade öğrencilerin bu beceriyi gerçekleştiremedikleri söylenebilir. Bu nedenle mevcut çalışmada bu kavram yanılığası ters işlem yapamama şeklinde açıklanmıştır.

“Çıkarma işleminin değişme özelliği vardır” kavram yanılığına yönelik tüm öğrencilerin %11’ i bu kavram yanılığını yaşamaktadırlar. Bu bağlamda öğrenciler tam sayılarda toplama işleminin değişme özelliğini çıkarma işlemine genelleyerek çıkarma işleminin değişme özelliğinin olduğunu düşünüp işlemlerini gerçekleştirmişlerdir. 8. sınıf öğrencilerinin %8’ i, 7. sınıf öğrencilerinin ise %12’ si söz konusu kavram yanılığını yaşamaktadırlar. Benzer şekilde Erbaş, Çetinkaya ve Ersoy (2009) yaptıkları çalışmada söz konusu kavram yanılığasının en sık karşılaşılan yanılığlardan biri olduğunu belirlemiştir. Bu durum Erdem (2013) tarafından yapılan çalışmadaki *negatif katsayıyı görmezden gelme* kavram yanılığası ile benzerlik gösterebilir. Çünkü öğrenciler üstesinden gelemeyecekleri bir durumu görmezden gelerek zorluklardan kaçındıkları (Erdem, 2013) söylenebilir.

“Cebirde parantezlerin önemini dikkate almama” kavram yanılığına yönelik tüm öğrencilerin %5’ i bu kavram yanılığını yaşamaktadırlar. Bu bağlamda öğrenciler  $6(x+3)$  işleminde parantezi görmezden gelip  $6.x+3$  şeklinde işlem yapmaktadırlar. 8. sınıf öğrencilerinin hiç biri bu kavram yanılığını yaşamazken 7. sınıf öğrencilerinin ise %6’ sı söz konusu kavram yanılığını yaşamaktadırlar. Erbaş, Çetinkaya ve Ersoy (2009) yaptıkları çalışmada benzer kavram yanılığasını belirlemiş olup öğrencilerin en sık yaşadıkları kavram yanılığlarından biri olarak ifade etmiştir.

Bu sonuçlardan hareketle “birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözer ve birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurmayı gerektiren problemleri çözer” kazanımlarına ilişkin kavram yanılgılarına bakıldığında; 7. sınıf öğrencilerinin 8. sınıf öğrencilerinden daha fazla kavram yanılgısı yaşadıkları görülmektedir. 8. sınıf öğrencileri en fazla “ters işlem yapamama” kavram yanılgısını yaşarken, “cebirde parantezlerin önemini dikkate almama” kavram yanılgısını hiç yaşamamaktadırlar. 7. sınıf öğrencileri ise en fazla “ters işlem yapamama” ve “çıkarma işleminin değişme özelliği vardır” kavram yanılgısını yaşarken, en az “cebirde parantezlerin önemini dikkate almama” kavram yanılgısını yaşadıkları belirlenmiştir. Öğrencilerin öğrenim seviyeleri arttıkça aritmetikten cebire geçişin olumlu yönde değiştiği ve geliştiği sonucu Akkan ve Baki (2016) tarafından da belirlenmiştir.

Görüldüğü üzere bazı kavram yanılgıları sadece bir kazanımda ortaya çıkarken; bazıları ise birden fazla kazanımda ortaya çıkmaktadır. Bunlara örnek olarak *değişkenler arası kat ilişkisini oluşturmama* kavram yanılgısı hem denklem kurma hem de denklem çözme kazanımında karşımıza çıkmaktadır. Böylece yaşanan kavram yanılgılarının cebir öğrenme alanına ilişkin tüm kazanımlarda ortaya çıkabileceği bu nedenle kazanımlara yönelik çalışmada belirlenen kavram yanılgılarına dikkat edilmesi gerektiği söylenebilir.

Araştırmanın sonucunda, 7. sınıf öğrencilerinin 8. sınıf öğrencilerinden daha fazla kavram yanılgısına sahip oldukları tespit edilmiştir. Bu durumun olası nedenlerinden biri, ortaokul matematik dersi öğretim programında 8. sınıf düzeyinde cebir öğrenme alanına daha fazla yer verilmesi; diğeri ise sınıf düzeyi ilerledikçe öğrencilerde cebirsel düşünme becerilerinin gelişmesi olabilir. Benzer şekilde Byrd, ve diğerleri (2015) de sınıf düzeyi arttıkça öğrencilerin cebirdeki kavram yanılgılarının azaldığını ve cebirsel düşünme becerilerinin arttığını ifade etmektedir. Ayrıca öğrencilerin en fazla “*değişkenler birbirinden her zaman farklıdır*”; en az “*cebirde parantezlerin önemini dikkate almama*” şeklindeki kavram yanılgısına sahip olduğu belirlenmiştir. Cebirde, değişken kavramı eşitliğin korunumu, problem kurma ve problem çözme kazanımlarının tamamında önem arz etmekte olup, öğretmenler tarafından belirlenen kavram yanılgıları dikkate alınarak öğrencilerin kavramsal anlamaları sağlanmalıdır. Örneğin “*Eşitliğin diğer tarafına geçerken işaret değiştirir*” gibi kalıplaşmış yargılarla cebir öğretimini sağlamak yerine daha anlamlı ve kavramsal öğretimin gerçekleştirilmesi kavram yanılgılarının azaltılması açısından önem arz etmektedir. Öğretmenler, öğrencilere açık uçlu sorular yönelterek ve nasıl yaptıklarını açıklamalarını isteyerek öğrencilerin kavram yanılgılarını belirleyebilir ve bu doğrultuda gerekli öğretim yöntemleri kullanarak söz konusu kalıplaşmış yargıların önüne geçebilir.

### Kaynakça

- Agnieszka, D. (1997). Algebraic procedures used by 13-to-15-year-olds. *Educational Studies in Mathematics*, 33, 45-70. <https://doi.org/10.1023/A:1002963922234>
- Akkan, Y. (2009). *İlköğretim öğrencilerinin aritmetikten cebire geçiş süreçlerinin incelenmesi*. (Yayınlanmamış Doktora Tezi). Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.
- Akkan, Y. ve Baki, A. (2016). Ortaokul öğrencilerinin aritmetikten cebire geçiş süreçlerinin incelenmesi. *Bayburt Eğitim Fakültesi Dergisi*, 11(2), 270-305.

- Akkan, Y., Çakıroğlu, Ü. ve Güven, B. (2009). İlköğretim 6. ve 7. sınıf öğrencilerinin denklem oluşturma ve problem kurma yeterlilikleri. *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 9(17), 41-55.
- Akkaya, R. (2006). *İlköğretim altıncı sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanında karşılaşılan kavram yanlışlarının giderilmesinde etkinlik temelli yaklaşımın etkililiği* (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Abant İzzet Baysal Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Bolu.
- Akkaya, R. ve Durmuş, S. (2006). İlköğretim 6-8. sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanındaki kavram yanlışları. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 31, 1-12.
- Bayar, H. (2007). *I. dereceden bir bilinmeyenli denklem konusundaki öğrenci hatalarının analizi* (Yayınlanmış Yüksek Lisans Tezi). Balıkesir Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Balıkesir.
- Baysal, F.K. (2010). *İlköğretim öğrencilerinin (4-8. sınıf) cebir öğrenme alanında oluşturdukları kavram yanlışları* (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Abant İzzet Baysal Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Bolu.
- Bogdan, R. C. ve Biklen, S. K. (2007). *Qualitative research for education: an introduction to theory and methods* (5. baskı). USA: Pearson Education.
- Bush, S. B. ve Karp, K. S. (2013). Prerequisite algebra skills and associated misconceptions of middle grade students: A review. *Journal of Mathematical Behavior*, 32, 613-632. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2013.07.002>
- Büyüköztürk, Ş., Çakmak, E. K., Akgün, Ö.E., Karadeniz, Ş. ve Demirel, F. (2010). *Bilimsel araştırma yöntemleri* (5. baskı). Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.
- Byrd, C. E., McNeil, N. M., Chesney, D. L. ve Matthews, P. G. (2015). A specific misconception of the equal sign acts as a barrier to children's learning of early algebra. *Learning and Individual Differences*, 38, 61-67. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2015.01.001>
- Clement, J. (1982). Algebra Word Problem Solutions: Thought Processes Underlying a Common Misconception. *Journal for Research in Mathematics Education*, 13(1), 16- 30. <https://doi.org/10.2307/748434>
- Clement, J., Lochhead, G. ve Monk, S. (1981). Translation difficulties in learning mathematics. *American Mathematical Monthly*, 88(4), 286-290. <https://doi.org/10.2307/2320560>
- Dede, Y., Yalın, H. İ. ve Argün, Z. (2002). İlköğretim 8. Sınıf Öğrencilerinin Değişken Kavramının Öğrenimindeki Hataları ve Kavram Yanlışları. UFBMEK-5 Bildiri Kitabı, ODTÜ, Ankara.
- Egodawatte, G. (2011). *Secondary school students' misconceptions in algebra* (Yayınlanmış Doktora Tezi). Department of Curriculum, Teaching and Learning Ontario Institute for Studies in Education, University of Toronto.
- Erdem, Z. Ç. (2013). *Öğrencilerin denklem konusundaki hata ve kavram yanlışlarının belirlenmesi ve bu hata ve yanlışların nedenleri ve giderilmesine ilişkin öğretmen görüşleri* (Yayınlanmış Yüksek Lisans Tezi). Adıyaman Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Adıyaman.
- Erbaş, A. K. ve Ersoy, Y. (2002). Dokuzuncu Sınıf Öğrencilerinin Eşitliklerin Çözümündeki Başarıları Ve Olası Kavram Yanlışları. UFBMEK-5 Bildiri Kitabı, ODTÜ, Ankara.



- Erbaş, A. K., Çetinkaya, B. ve Ersoy, Y. (2009). Öğrencilerin basit doğrusal denklemlerin çözümünde karşılaştıkları güçlükler ve kavram yanılgıları. *Eğitim ve Bilim*, 34(152), 45-59.
- Ersoy, Y. ve Erbaş, K. (1998). İlköğretim Okullarında Cebir Öğretimi: Öğrenmede Güçlükler ve Öğrenci Başarıları. Cumhuriyetin 75. Yılında İlköğretim, I. Ulusal Sempozyumu, 27-28 Kasım. Ankara.
- Ertekin, E. (2002). *Denklemlerin öğretimindeki yanılgıların teşhisi ve sebeplerinin belirlenmesi* (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya.
- Falkner, K. P., Levi, L. ve Carpenter, T. P. (1999). Children's understanding of equality: a foundation for algebra. *Teaching Children Mathematics*, 6(4), 232-236.
- Lucariello, J., Tine, M.T. ve Ganley C. M. (2014). A formative assessment of students' algebraic variable misconceptions. *Journal of Mathematical Behavior*, 33, 30-41. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2013.09.001>
- Kieran, C. (1992). The learning and teaching of school algebra. D.A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (390-419), New York: Macmillan.
- MacGregor, M., and Stacey, K. (1995). The effect of different approaches to algebra on students' perceptions of functional relationships. *Mathematics Education Research Journal*, 7(1), 69- 85. <https://doi.org/10.1007/BF03217276>
- Miles, M. B. ve Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis: an expanded sourcebook* (2. Baskı). California: SAGE Publications.
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], (2013). *İlköğretim matematik dersi 5., 6., 7.ve 8. sınıf öğretim programı*. Ankara: Devlet Kitaplar Müdürlüğü Basımevi. T.C. Milli Eğitim Bakanlığı Talim Terbiye Kurulu Başkanlığı.
- Molina, M., and Ambrose, R. (2008). From an operational to a relational conception of the equal sign: Thirds graders' developing algebraic thinking. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 30(1), 61-80.
- Oktaç, A. (2012). Birinci dereceden tek bilinmeyenli denklemler ile ilgili kavram yanılgıları. E. Bingölbali ve M. F. Özmantar (Ed.), *Matematiksel zorluklar ve çözüm önerileri* (241-262), Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.
- Okur, M. ve Gürel, Z. Ç. (2016). Ortaokul 6. ve 7. sınıf öğrencilerinin kesirler konusundaki kavram yanılgıları. *Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 18(2), 922-952.
- Palabıyık, U. ve İspir, O. A. (2011). Örüntü temelli cebir öğretiminin öğrencilerin cebirsel düşünme becerileri ve matematiğe karşı tutumlarına etkisi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30(2), 111-123.
- Russell, M., O'dwyer, L.M. ve Miranda, H. (2009). Diagnosing students' misconceptions in algebra: Results from an experimental pilot study. *Behavior Research Methods*, 41(2), 414-424. <https://doi.org/10.3758/BRM.41.2.414>
- Sleeman, D. (1984). An attempt to understand students understanding of basic algebra. *Cognitive Science*, 8, 413-437. [https://doi.org/10.1207/s15516709cog0804\\_4](https://doi.org/10.1207/s15516709cog0804_4)
- Stephens, A. C., Knuth, E. J., Blanton, M. L., Isler, I., Gardiner, A. M. ve Marum, T. (2013). Equation structure and the meaning of the equal sign: The impact of task selection in eliciting elementary students' understandings. *Journal of*

- Mathematical Behavior*, 32, 173–182.  
<https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2013.02.001>
- Şandır, H., Ubuz, B. ve Argün, Z. (2007). 9. sınıf öğrencilerinin aritmetik işlemler, sıralama, denklem ve eşitsizlik çözümlerindeki hataları. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 32, 274-281.
- Türk Dil Kurumu [TDK], (2017). *Türk dil kurumu*. Erişim tarihi: 20.04.2017, <http://tdk.gov.tr/>
- Yaman, H., Toluk, Z. ve Olkun, S. (2003). İlköğretim öğrencileri eşit işaretini nasıl algılamaktadırlar? *Hacettepe Üniversitesi eğitim Fakültesi Dergisi*, 24, 142-151.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2013). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. (9. Baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.

## Summary

### Introduction

Algebra is one of the fundamentals of mathematics, which establishes relationships between the quantities through positive and negative numbers, and letters and notations used in their place. Algebra is defined as a piece of mathematical language designed to explain the relations and properties between numbers. Algebra has an important position not only in mathematics but also in all areas of life. Algebra is used everywhere from the solutions of the problems encountered in the real world to the solutions of the problems of different branches of sciences. Algebra is an indispensable part of mathematical literacy that emerges in line with the aims and expectations of educational understanding of the modern age. However, most research studies demonstrate that students have difficulties in understanding algebraic concepts and misconceptions related to this topic. The misconceptions of students about algebra affect the achievements in mathematics negatively and cause negative attitudes towards mathematics.

In this study, the students were asked to answer open-ended questions to observe the steps of their solutions, and they were also requested to clarify the reasons for their solutions. Thus, the researchers aimed to collect more detailed data about the misconceptions that the students had. In addition, unlike the studies stated in the literature, this study aimed to uncover the functions and class level where the students had more misconceptions considering the secondary school mathematics curriculum revised in 2013.

With this purpose, the researchers attempted to identify misconceptions about the sub-functions of equality and equations in seventh and eighth graders within the scope of algebra learning. Based on this overall aim of the study, the following research questions were asked:

1. What are the misconceptions of 7<sup>th</sup> and 8<sup>th</sup> graders about the function of, “*understanding the principle of the conservation of equality*”?
2. What are the misconceptions of 7<sup>th</sup> and 8<sup>th</sup> graders about the misconceptions of, “*establishing first-order unknown equations suitable for real-life situations*”?

3. What are the misconceptions of 7<sup>th</sup> and 8<sup>th</sup> graders about the misconceptions of, *“solving unknown equations in the first order and solving the problem that requires establishing an unknown equation in the first order”*?

### Method

The study adopted a case study method. The study sample consisted of 154 secondary school students. As the data collection tool, the researchers administered an achievement test, including 10 items developed considering the functions of the sub-learning areas of equality and equations topic stated in the secondary school mathematics curriculum and the misconceptions mentioned in the literature related to the topic of equality and equations. The data were analysed descriptively. In this context, the solutions of the students were examined under four categories as correct, incorrect, empty and misconception. The incorrect and misconception categories were discriminated considering the actions of the students as repeating the same mistake, having a similar misconception and having the misconceptions mentioned in the literature. Then, the researchers analysed the solutions stated under the category of misconceptions in detail and focused on the possible reasons of the mistakes.

### Results

Related to the first sub-problem as: what are the misconceptions of 7<sup>th</sup> and 8<sup>th</sup> graders related to the function of, *“understands the principle of the conservation of equality”*, the misconceptions were determined as:

1. “=” sign always indicates the result.
  - a. Numbers on one side of the equation are processed.
  - b. All numbers are processed.
2. Letters only specify numbers.
3. The same process is applied to the other side of an equation.
  - a. The same process is applied to the other side of equation.
  - b. Not considering the process priority
  - c. Generalisation of arithmetic operations into algebra.
4. Variables and unknowns are always different from each other.
  - a. Variables are always different from each other.
  - b. Making decision according to the shape.

As the misconceptions of 7<sup>th</sup> and 8<sup>th</sup> graders about the function of, *“understanding the principle of the conservation of equality”* were considered, it was found that the 7<sup>th</sup> graders had more misconceptions compared with the 8<sup>th</sup> graders in terms of all the misconceptions. In addition, both the 7<sup>th</sup> graders and 8<sup>th</sup> graders had the misconception of *“variables are always different from each other”* on the question of solving by the scale method. While the 8<sup>th</sup> graders had no misconceptions of *“= sign always indicates results”* and *“The same process is applied to the other side of an equation”*, 7<sup>th</sup> graders had the misconceptions of *“Letters only specify numbers”* the least.

Related to the second sub-problem; that is, the misconceptions of 7<sup>th</sup> and 8<sup>th</sup> graders related to the misconceptions of, *“establishing first-order unknown equations suitable for real-life situations”*, the misconceptions were determined as:

1. The equation for a problem states only on one side of the equation.
2. Failure to form layer relationship between the variables.

### 3. Letter are labels for words.

As the misconceptions about the function of, *“establishing first-order unknown equations suitable for real-life situations”* were examined, it was found that the 7<sup>th</sup> graders had more misconceptions than the 8<sup>th</sup> graders in terms of all the misconceptions. In addition, both groups claimed that they mostly had the misconception of *“letters are labels for words.”* It was also found that the 8<sup>th</sup> graders had the misconception of *“The equation for a problem states only on one side of the equation”*; the least frequently and 7<sup>th</sup> graders had the misconception of *“Failure to form layer relationship between the variables”* least frequently.

Related to the third sub-problem as: what are the misconceptions of 7<sup>th</sup> and 8<sup>th</sup> graders related to the misconceptions of, *“solving unknown equations in the first order and solving the problem that requires establishing an unknown equation in the first order,”* the misconceptions were determined as:

1. Inability to reverse operation
  - a. Inability of reverse operation
  - b. Failure to form layer relationship between the variables.
2. Subtraction has change feature
3. Ignoring the importance of parentheses in algebra

When the researchers examined the misconceptions about the function of, *“solving unknown equations in the first order and solving the problem that requires establishing an unknown equation in the first order,”* they found that 7<sup>th</sup> graders had more misconceptions compared with the 8<sup>th</sup> graders. While the 8<sup>th</sup> graders had the misconception of *“inability to reverse operation”* most, they never demonstrated the misconception of *“ignoring the importance of parentheses in algebra.”* While the 7<sup>th</sup> graders had the misconceptions of *“inability to reverse operation”* and *“subtraction has change feature”* most, had the misconception of *“ignoring the importance of parentheses in algebra”* least.

## Discussion

Since the solving method with the scale is a method emphasizing the symmetry of the equation, teaching the solution of equations in the textbooks is carried out by modelling with scales. However, it was found out that this case caused misconceptions among the students. A similar result was found in the study carried out by Akkaya and Durmuş (2006) and coded as *“letters do not behave as numbers”*. The reason for this misconception was understood as  $z=z$  and  $z \neq t$  as the equalities, recognised as correct in arithmetic as  $3=3$ ;  $3 \neq 6$ , generalised to the letters. At the end of the research, it was found that the 7<sup>th</sup> graders had more misconceptions than the students in 8<sup>th</sup> class. One of the possible reasons of this is because of the fact that the 8<sup>th</sup> class mathematics teaching curriculum place more emphasis on the algebra learning; the other is that, as the class level increases, the algebraic thinking skills among the students develop. Similarly, Byrd, et al. (2015), Akkan and Baki (2016) also claim that as the class level increases, the students' misconceptions in algebra decrease and algebraic thinking skills increase. In addition, it was also found that students most frequently had the misconception of *“variables are always different from each other,”* whereas they least frequently had *“ignore the importance of parentheses in algebra”* as a misconception.

### Pedagogical Implications

In algebra, the notion of variable concept is of utmost importance in terms of equality conservation, problem solving and problem solving achievement, and the conceptual meaning of the students should be provided by considering the misconceptions identified by teachers. For instance, instead of teaching algebra with the ordinary directions as *“change sign when you move to the other side of the equality”*, teaching with more meaningful and conceptual teaching has significance in decreasing the rate of the misconceptions. Teachers can determine the misconceptions of students by asking them open-ended questions and requesting them explain what they do during the process; thus, using the necessary teaching methods can prevent such misconceptions.

### Authors' Biodata/Yazar Bilgileri

**Zeynep ÇAKMAK GÜREL** Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi'nde araştırma görevlisidir. Matematik eğitimi alanında doktora çalışmalarına devam etmektedir.

**Zeynep Çakmak Gürel** is a research assistant at Erzincan University, Faculty of Education. She continues her PhD studies in the areas of mathematical education.

**Muzaffer OKUR** Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi'nde Doçent Doktor olarak görev yapmaktadır. Matematik eğitimi alanında çalışmalarına devam etmektedir.

**Muzaffer Okur** is an associate professor at Erzincan University, Faculty of Education. He continues his studies in the areas of mathematical education.