



POLİTEKNİK DERGİSİ

JOURNAL of POLYTECHNIC

ISSN: 1302-0900 (PRINT), ISSN: 2147-9429 (ONLINE)

URL: <http://dergipark.gov.tr/politeknik>

Fonksiyonel olarak kademelendirilmiş modüllü yapıştırıcı bağlantıların ısı gerilme analizi

Thermal stress analysis of functionally graded modulus adhesive joints

Yazarlar (Authors): Munise Didem DEMİRBAŞ¹, Mustafa Kemal APALAK²

ORCID¹: 0000-0001-8043-6813

ORCID²: 0000-0002-3263-5735

Bu makaleye şu şekilde atıfta bulunabilirsiniz (To cite to this article): Demirbaş M. D. ve Apalak M. K., "Fonksiyonel olarak kademelendirilmiş modüllü yapıştırıcı bağlantıların ısı gerilme analizi", *Politeknik Dergisi*, 21(2): 445-456, (2018).

Erişim linki (To link to this article): <http://dergipark.gov.tr/politeknik/archive>

DOI: 10.2339/politeknik.389620

Fonksiyonel Olarak Kademelendirilmiş Modüllü Yapıştırıcı Bağlantıların Isıl Gerilme Analizi

Araştırma Makalesi / Research Article

Munise Didem DEMİRBAŞ*, Mustafa Kemal APALAK

Mühendislik Fakültesi, Makine Mühendisliği Bölümü, Erciyes Üniversitesi, Türkiye

(Geliş/Received : 11.08.2017 ; Kabul/Accepted : 06.12.2017)

ÖZ

Bu çalışma, farklı kompozisyonel gradyant üs değerleri için düzlem içi ısı akısı altında yapıştırıcı katmanının fonksiyonel olarak kademelendirildiği, bir boyutlu-fonksiyonel kademelendirilmiş içi boş dairesel plakaların (FKDP) termal artık gerilme analizini incelemektedir. İçi boşaltılmış dairesel plakaların malzeme özellikleri, güç yasası dağılımına göre değişmektedir. Kutupsal koordinatlardaki ısı transferi ve Elastisite denklemlerinden oluşan tek boyutlu termo-elastik model sonlu-farklar yöntemi ile ayrıştırılarak oluşturulan denklem setleri tekil değer ayrışımı yöntemi kullanılarak çözülmüştür. Yapıştırıcı katmanının elastisite modülü 2000 MPa ve 6500 MPa' a ve 2000 MPa' dan 2000 MPa' a değişmektedir ve bu katmanın kademelendirilmesi üç farklı kompozisyonel gradyant üs değeri için yapılmıştır. Yapıştırıcı bölgesi ve her iki dairesel levha radyal yönde düzlem boyunca kademelendirilmiş ve her iki dairesel levhanın kompozisyonel gradyant üs değeri $m=1.0$ olarak göz önüne alınmış ve yapıştırıcı katmanındaki kademelendirilmenin sonuçlarının tespiti için bu değer sabit tutulmuştur.

Bu çalışma ile yapıştırıcı ile birleştirilmiş plakalarda eşdeğer gerilme dağılımlarının önemli ölçüde etkilendiği gösterilmiştir. Isıl sınır şartına bağlı olarak yapıştırıcı katmanın düşük elastisite modülünden yüksek elastisite modülüne doğru kademelendirilmesi (2000→6500 MPa) durumunda diğer duruma göre eşdeğer gerilme seviyelerinin %25 azaldığı vurgulanmıştır. Kompozisyonel gradyant üst değerinin $n=0.1$ ' den $n=1.0$ doğru artması ile maksimum seviyelerdeki eşdeğer gerilme tesir alanının daraldığı ifade edilmiştir.

Çalışmanın sonuçlarına göre fonksiyonel kademelendirilmiş dairesel plaka bağlantılarında optimum özelliklere ve performansa sahip yapıştırıcı katmanının kompozisyonel gradyant üst değeri $n=1.0$ olarak belirlenmiştir. Ayrıca yapıştırıcı katmanındaki ve bağlantı ara yüzündeki ısı gerilmenin minimuma indirgenebilmesi için yapıştırıcı katmanının kademelendirilmesinin gerekliliği vurgulanmıştır.

Anahtar Kelimeler: Fonksiyonel kademelendirilmiş modüllü yapıştırıcı, sonlu farklar yöntemi, fonksiyonel kademelendirilmiş dairesel plakalar, ısı gerilme analizi.

Thermal Stress Analysis of Functionally Graded Modulus Adhesive Joints

ABSTRACT

This study examines the thermal residual stress analysis of one-dimensional functionally graded clamped hollow circular plates (FGCP) that are functionally graded on the adhesive layer under in-plane heat flux for different compositional gradient exponents. The material properties of the hollow circular plates were assumed in-plane according to a power-law distribution. The volume fraction of the constituent varies in the plane, not in the plate thickness direction. The transient heat condition and Navier's equations in polar coordinates describing the one-dimensional thermo-elastic model were discretized using finite-difference method, and the set of linear equations were solved using the pseudo singular-value method. The elasticity modulus in adhesive layers varied from 2000 MPa to 6500 MPa and from 6500 MPa to 2000 MPa, and the grading of this layer was performed for three different compositional grading exponents. The adhesive region and both circular plates are grading along the plane in the radial direction and the compositional gradient exponent of both circular plates is taken as $m = 1.0$ and this value is held constant for the determination of the results of the grading in the adhesive layer.

This study has shown that equivalent stress distributions are significantly influenced by adhesively bonded plates. It has been emphasized that depending on the thermal boundary condition, when the adhesive layer is graded from a low modulus of elasticity to a high modulus of elasticity (2000 → 6500 MPa), the equivalent stress level of the adhesive layer is reduced by 25% compared to the other case. It has been stated that the field of influence of the equivalent stress in the maximum levels shrinks by increasing the increase of the compositional gradient exponent $n = 0.1$ to $n = 1.0$.

According to the results of the study, the compositional grading upper limit of the adhesive layer with optimum properties and performance in functional graded circular plate joints was set to $n = 1.0$. It also emphasizes the necessity of grading the adhesive layer so that the thermal stress in the adhesive layer and the interface of the connection can be reduced to a minimum.

Keywords: Functionally graded modulus adhesive, finite difference method, functionally graded circular plates, thermal stress analysis

1. GİRİŞ (INTRODUCTION)

Teknolojinin hızla gelişmesi yüksek sıcaklık uygulamalarında kullanılan makine ve elamanlarında, hem ısı direncinin yüksek olması, hem de yapının mekanik özelliklerinin beklentileri karşılayabilmesi için malzemelerde kademeli bir yapıya ihtiyaç duyulmuştur. Yüksek

sıcaklıklara maruz bir makine elemanında ileri teknoloji malzemesi olarak nitelendirilen Fonksiyonel Kademelendirilmiş Malzemeler (FKM) kullanılmıştır. Bu malzemeler ile iki farklı mikro yapının ve özelliklerin uygun bir şekilde değiştirilmesinden dolayı bağlanma yüzünde ortaya çıkan ara yüzey çatlakları ve kırılmalar önlenmiştir [1-3]. Makine ve elemanlarında FKM' ler kullanılarak sistemlerin çalışma sıcaklığı yükseltilmiş ve

*Sorumlu Yazar (Corresponding Author)
e-posta : mddemirbas@erciyes.edu.tr

malzemelerin; tokluk, aşınma direnci, sertlik ve korozyon dayanımı gibi özelliklerinin de artırılması sağlanmıştır. FKM' ler, uzay taşıtlarında yapısal ve enerji değişim malzemesi olarak, uçak parçalarında, roket motorların dış duvarlarında, kesici takım imalatında, gaz yalıtım anahartlarında, mikro ve opti-elektronik devrelerde, biyomalzemelerde ve yakıt pillerinde kullanılmaktadır [4-8]. FKM' ler ilk olarak yüksek sıcaklık uygulamalarında ısı bariyer olarak düşünülmüş ve bu uygulamalarda, meydana gelen gerilme ve deformasyonların en düşük seviyelerde olduğu en uygun malzeme kompozisyonu için araştırmalar yapılmıştır. Bu amaçla arzu edilen performans göre en uygun hacimsel orana sahip modeli geliştirmek ve ısı artırı gerilmelerin azaltılması için yapılması gerekenleri belirlemek araştırmaların hedefi olmuştur [9-12]. Yüksek sıcaklık malzemesi olarak düşünülen FKM'lerden yapılmış bağlantıların birleştirilmesinde yapıştırıcılar kullanılmıştır. Yapıştırıcı ile bağlantıda, ısı sınır şartı uygulanan bağlantı elemanındaki ısı yük tesirini üzerine alan ve diğer bağlantı elemanına aktarılan yükün azaltılmasında yapıştırıcının oldukça etkin rol oynadığı görülmüştür. Bundan dolayı hem bağlantı elemanı hem de yük tesirini üzerine alan yapı elemanı olarak kullanılan yapıştırıcı pek çok çalışmanın konusu olmuştur ve olmaktadır. Yapıştırıcının kullanıldığı pek çok alanda yapılan çalışmalarda ara yüzey ve yapıştırıcı uyumu, yapışma performansı üzerinde sıcaklığın tesiri, yapıştırıcının miktarı, vizkozitesi, bağlanma mukavemeti araştırılmıştır [13-20]. Isıl veya mekanik sınır şartları için yapıştırıcı ile birleştirilmiş FKM bağlantılarında ısı gerilme davranışlarının tespit edilebilmesi için plakaların kompozisyonel gradyant üst değerlerinin ve bağlantı kompozisyonunun belirlenmesine odaklanılmıştır. Yapılan çalışmalarda plakalara ve bağlantı ara yüzeyinde meydana gelen ısı gerilme dağılımı incelenirken yapıştırıcı katmanı homojen kabul edilmiştir [21-23].

Fonksiyonel kademelendirmenin pek çok uygulamada kullanılması ile malzeme geçişleri arasında meydana gelen uyumsuzluklar ortadan kaldırılmıştır. Bundan dolayı yapıştırıcı ile birleştirilmiş bağlantıların mukavemetinin ve ömrünün artırılması için yapıştırıcı ile bağlantı yüzeyi arasında malzeme geçiş bölgesinin düzenlenmesinde de fonksiyonel kademelendirmenin kullanılabileceği son teknik literatürde düşünülmüş ve bunun ile ilgili çalışmalar yapılmıştır [24]. Fonksiyonel kademelendirilmiş modüllü yapıştırıcı (FGMA/FKMY) katmanının yapılması ile üst üste binme bağlantılarda gerilme konsantrasyonunun azaltılmasının sağlanabileceği ve gerilme dağılımının bütün bağlanma yüzeyi boyunca düzgün bir şekilde dağıtılabileceği ifade edilmiştir. Böylece gerilme yığılmalarından kaynaklanan ayrılma bölgelerinin azaltılacağı ve önemli ölçüde iyileştirilebileceği vurgulanmıştır. Bu konu ile ilgili güncel olarak yapılan teknik literature aşağıda detaylandırılmıştır [25].

Stapleton ve diğerleri [26] fonksiyonel olarak kademelendirilmiş malzeme özelliklerine sahip yapıştırıcı ile birleştirilmiş bağlantılardaki ayrılmalara neden olan gerilme yığılmalarının azaltılmasının mümkün olacağını

ifade etmişlerdir. Onlar pratik olarak yapıştırıcı katmanının kademelendirilmesinin artan imalat komplikasyonları, imalat sırasında yapışkan akış nedeniyle kademelendirmedeki değişiklikler ve yüklem koşullarının değiştirilmesinin kademelendirmenin etkiliği üzerindeki tesirini göstermişlerdir. FKMY' ların kullanılması ile gerilme dağılımının daha uniform olduğunu ve bu şekilde hasar görmeden yayılma potansiyeline sahip olduğunu vurgulamışlardır. Carbas ve diğerleri [27] fonksiyonel olarak modifiye edilmiş bir yapıştırıcı katmanında, bağlantı boyunca eşit bir gerilme dağılımı oluşturmak için analitik ve sayısal analizler yapmışlardır. Böylece daha güçlü ve verimli yapıştırıcı bağlantılarının yapılabileceğini vurgulamışlar ve yapıştırıcı katmanındaki gerilme dağılımlarını, yapıştırıcı sertliğinin bağlantı boyunca değiştiği farklı kompozisyonel gradyant üs değerleri için incelemişlerdir. Fonksiyonel kademelendirilmiş yapıştırıcı katmanlarının, homojen özelliklere sahip yapıştırıcı katmanları ile kıyaslandığında daha yüksek bağlanma mukavemetine sahip olduğunu ifade etmişlerdir. Carbas ve diğerleri [28] yapıştırıcı katmanının fonksiyonel olarak kademelendirilmesinde indüksiyon ısıtmanın tesirini araştırmışlardır. Böylece bağlantı bölgesinde yapıştırıcının düşük sıcaklık veya yüksek sıcaklıkta düzgün şekilde kürlendiği durumlara kıyasla daha yüksek bir birleştirme mukavemeti bulunduğunu vurgulamışlardır.

Spaggiari ve Dragoni [29] fonksiyonel olarak kademelendirilmiş yapıştırıcı katmanlı boru şeklindeki bağlantıların burulma tesirindeki gerilme dağılımlarını analitik olarak incelemişler ve yapıştırıcı katmanında kayma gerilmelerinin sabit tutulabildiği uygun sertlik kompozisyonunu önermişlerdir. Yapıştırıcı teknolojisi ile yığılma problemlerinin üstesinden gelmek için polimer içinde dağılan nanoparçacıklar ile FKMY önermişler ve gerilmeleri düzenli hale getirmek için yapıştırıcı katmanının en uygun bileşimini belirlemişlerdir. Kumar [30] yapıştırıcı ile birleştirilmiş bağlantıların mukavemetinin ve ömrünün artırılmasının, üst üste binme uçlarındaki gerilme konsantrasyonunun azaltılması ve gerilmelerin tüm birleşme yüzeyinde düzgün bir şekilde dağıtılması ile mümkün olacağını vurgulamış ve bunu başarmanın en ideal yolunun FKMY olduğunu belirtmiştir. Yapıştırıcının bağ uzunluğu boyunca değişen modülünü pürüzsüz ve sürekli olan uygun fonksiyonlarla ifade etmiş ve eksenel simetrik elastik analiz için bağlantıların ayrılma ve kayma gerilmelerinin oldukça azaldığını göstermiştir. Farklı geometrik özelliklere ve malzeme dağılımlarına sahip bağlantılar için değerlendirmeler yapmıştır. Stein ve diğerleri [31] yapıştırıcı katmanı fonksiyonel olarak kademelendirilmiş bağlantıların gerilme analizi için yeni bir model önermişlerdir. Bu modelin tek bindirme, L ve T bindirmeler, takviye yamaları, köşe veya dengeli çift kat bindirme gibi çeşitli bağlantılar için geçerli olduğunu vurgulamışlardır. Çeşitli yapıştırıcı elastisite modülü varyasyonları ile birçok yapıştırıcı ile birleştirilmiş bağlantı tasarımlarını araştırmış ve yapıştırıcıdaki gerilme dağılımlarını, sonlu elemanlar analiz sonuçları ile karşılaştırmışlardır. Yapıştırıcı bölgesindeki maksimum gerilme

seviyelerinin, yapıştırıcının fonksiyonel kademelendirilmesi ile önemli ölçüde azaltılabileceğini göstermişlerdir. Stein ve diğerleri [32] tek bindirme bağlantılarında, fonksiyonel kademelendirilmiş yapıştırıcı katmanını analitik olarak modellemişlerdir. Tek bindirme bağlantılarında uygun modelin tercih edilmesi için yapıştırıcı katmanının ara yüzeyi boyunca elastiklik modülü dağılımlarını sunmuş ve elastisite modülü ve gerilme dağılımı arasındaki ilişkiyi tanımlamışlardır. Stein ve diğerleri [33] mekanik ve termal yük altındaki yapıştırıcı ile birleştirilmiş ve yapıştırıcı katmanı kademelendirilmiş bağlantıların optimizasyonunu yapmışlar ve en uygun yapıştırıcı kompozisyonunu sunmuşlardır. Guin and Wang [34] yapıştırıcı katmanının serbest kenarlarındaki gerilmelerin, bağlantının bütünlüğü açısından kritik olduğunu ifade etmiş ve bu amaçla FKMY ile birleştirilmiş tek katlı bir bağlantı için analitik bir model önermişlerdir. Yapıştırıcı arayüz gerilmelerini ve iç kuvvetleri kapalı madel ile ifade etmiş ve sonlu elemanlar analiz simülasyonları ile sonuçlarını doğrulamışlardır. Okkalıoğlu ve diğerleri [35] yapıştırıcı ile birleştirilmiş kompozit bağlantılarda yapıştırıcı ara yüzey bölgesinde takviye elemanı kullanarak bağlantı dayanımının optimum olduğu türü belirlemişlerdir. Akpınar ve Aydın [36] yapıştırıcı ile birleştirilmiş kompozitlerin iki ve üç boyutlu gerilme analizlerini deneysel ve nümerik olarak yapmışlardır. Yapıştırıcı katmanındaki kayma gerilmelerinin bağlantı mukavemeti açısından büyük öneme sahip olduğunu vurgulamışlardır. Turan [37] yapıştırıcı ile birleştirilmiş kompozit bağlantılarda yama fiber takviye açısı tesirini araştırmıştır. Statik çekme etkisindeki kompozit bağlantıların bağlantı mukavemetinin yama fiber açısı ile önemli oranda değiştiğini vurguladı. Alyanak ve Şen [38] üç boyutlu karma bağlantılı yapıştırıcı ile birleştirilmiş kompozit plakaların farklı çekme yükleri için gerilme analizlerini sonlu elemanlar nümerik çözümü ile yapmışlardır. Çekme yükünün miktarı ile gerilme seviyelerinin ve dağılımlarının etkilendiğini vurgulamışlardır. Bu parametrik çalışmalarda, yapıştırıcı kalınlığı, yapıştırıcı sertliği ve fonksiyonel kademelendirme konfigürasyonunun tek bindirme bağlantılarındaki gerilme dağılımlarını önemli ölçüde etkilediğini vurgulamışlardır. Ayrıca yapıştırıcı katmanının kalınlığını artırarak, yapıştırıcı katmanının elastisite modülünü düşürerek ve/veya sert malzemenin yapıştırıcı katmanını yakınına sağlayarak gerilme konsantrasyonlarının bağlantı kenarlarında azaltılabileceğini ifade etmişlerdir.

Son zamanlarda yapılan çalışmalarda, FKMY bağlantıları ile gerilme konsantrasyonlarının homojen hale getirilebileceği ve azaltılabileceği ifade edilmiştir. Ayrıca yapıştırıcı katmanının malzeme kompozisyonunun ayarlanması, yapıştırıcıda ve yapıştırıcı bağlantısının birleşme bölgesinde daha düzgün kesilme veya ayrılma gerilme dağılımlarına yol açtığından, fonksiyonel kademelendirilmiş yapıştırıcı ile birleştirilen bağlantıların pratik olarak önemi artmıştır. Bu çalışmada, farklı kompozisyonel gradyant üs değerleri için yapıştırıcı katmanı düzlemde kademelendirilerek dairesel plaka bağlantıları-

nın sonlu farklar yöntemi ile ısı gerilme analizleri yapılmış ve elde edilen sonuçlar hem yapıştırıcı hem de plaka ile yapıştırıcı ara yüzeyi için detaylandırılmıştır.

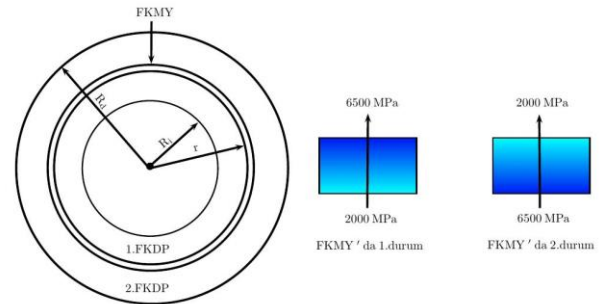
2. MATEMATİKSEL MODEL (MATHEMATICAL MODEL)

Mevcut çalışmada, FKDP'lar seramik ve metal bileşimden oluşan bir malzeme kompozisyonuna sahiptir ve malzeme kompozisyonun değişimi plaka düzleminde tek yönlüdür. FKDP'ların her noktası için malzeme özellikleri matematiksel olarak modellenmiş ve bu model kullanarak ısı transferi ve ısı gerilme analizleri için yapılan çalışmalar aşağıda açıklanmıştır.

3. MALZEME ÖZELLİKLERİ (MATERIAL PROPERTIES)

İç (R_i) ve dış (R_d) yarıçaplarına sahip fonksiyonel olarak kademelendirilmiş içi boş bir disk, radyal doğrultu boyunca üç bölgeye ayrılmıştır. Şekil 1' de görüldüğü gibi ilk bölgede kalınlığı $R_i = 48$ mm olup, iç kısımdaki dairesel plaka fonksiyonel olarak kademelendirilmiştir (1. FKDP). Yapıştırıcı katman kalınlığı ise $R_{adv} = 4$ mm olup fonksiyonel olarak kademelendirilmiştir (FKMY). Son bölgenin kalınlığı ise ilk bölge ile aynıdır ve fonksiyonel olarak kademelendirilmiş dışdaki dairesel plakadan (2.FKDP) oluşmaktadır.

Fonksiyonel kademelendirilmiş bölgelerde malzeme bileşimi 2. FKDP için seramikten-metale (S \rightarrow M) ve 1. FKDP için metalden-seramiğe (M \rightarrow S) olacak şekilde düzenlenmiştir[22]. Analizlerdeki içi boş dairesel plaka dış seramik kenarı boyunca radyal doğrultuda düzlem içi ısı akısına maruzdur ve iç kenarda ısı akısı sıfır kabul edilmiştir.



Şekil 1. Yapıştırıcı tabakası fonksiyonel kademelendirilmiş dairesel plaka bağlantıları (Functionally graded adhesive layered circular plate connection)

Bu akı $q(t, R_d, \theta) = 200 |\sin(0.5\theta)|$ kW/m² olarak alınmıştır. Ayrıca yapıştırıcı katmanının kompozisyonel gradyant üs değerleri radyal yönde $n=0.1, 0.5$ ve 1.0 , olarak alınmıştır. Yapıştırıcı katmanının elastisite modülü 6500 MPa ve 2000 MPa' a ve 2000 MPa' dan 6500 MPa' a kademelendirilmiştir [27]. Ayrıca yapıştırıcı olarak Epoksi tercih edilmiş ve

kademelendirilmenin yapılmadığı durum içinde eşdeğer gerilme dağılımları incelenmiştir.

Dairesel plaka kalınlığı ‘t’ diğer boyutlara göre çok incedir. Bu nedenle kalınlık boyunca tüm gerilme değişimleri ihmal edilebilir. Dairesel plaka iç ve dış kenarları boyunca tamamen sabitlenmiştir, yani $u(R_i, \theta) = 0$, $v(R_i, \theta) = 0$ ve $u(R_d, \theta) = 0$, $v(R_d, \theta) = 0$ alınmıştır. Dairesel plakaların dış kenarı seramik (Al_2O_3) ve iç kenarı metal (Ni) olup, dairese plakada radyal yönde güç karışım kuralına göre seramiğin hacimsel oranı

$$V_c(\bar{r}) = \left(\frac{\bar{r}}{l_R}\right)^n \quad (1)$$

Metalin hacim oranı,

$$V_m(\bar{r}) = 1 - V_c(\bar{r}) \quad (2)$$

burada r, radyal yöndeki koordinat bileşenleridir ve $\bar{r}=r-R_i$ ’ dir. Dairesel plaka bağlantısının iç kenarından itibaren mesafe ve $l_R=R_d-R_i$ dairese plaka radyal yöndeki uzunluğudur (Şekil 1). R_i ve R_d sırasıyla dairese plakanın iç ve dış yarı çaplarıdır, ve ‘p’ periyodik fonksiyonun periyodu olup ‘0.5’ alınmıştır. Analizlerde kullanılan metal ve seramik ve yapıştırıcı malzemenin ısı, fiziksel ve mekanik özellikleri Çizelge 1’ de verilmiştir. Malzeme özelliklerinin değişimi lineer karışım kuralına göre yapılamaktadır ve her bir nokta için radyal yöndeki malzeme özelliklerinin değişimi ‘P’ ile gösterilmiş olup Lineer karışım kuralı

$$P(r) = V_c(r)P_c(r) + V_m(r)P_m(r) \quad (3)$$

olarak verilmiştir. Elastisite modülü (E) için ise karışım kuralı Tomota et al. [39] tarafından önerilmiştir ve şeklinde,

$$E(r) = \left[\left(\frac{q+E_c}{q+E_m} \right) V_m E_m + (1 - V_m) E_c \right] \left[\left(\frac{q+E_c}{q+E_m} \right) V_m E_m + (1 - V_m) \right]^{-1} \quad (4)$$

kabul edilmiştir, burada E_c ve E_m sırasıyla seramik ve metal bileşenlerin elastisite modülüdür ve q ise gerilme-şekil değiştirme geçiş oranı olup metal- Al_2O_3 için $q=500$ GPa olarak alınmıştır [40]. Isıl genleşme katsayısı (α) ve hacim modülünün (K) değişiminde sırasıyla Wakashima-Tsukamoto [41] ve Levin [42] eşitlikleri kullanılmıştır.

$$\alpha(r) = \alpha_m + \left(\frac{1}{K} - \frac{1}{K_m} \right) \frac{(\alpha_c - \alpha_m)}{\left(\frac{1}{K} - \frac{1}{K_m} \right)} \quad (5)$$

$$K(r) = K_m + \frac{aV_c K_m (K_c - K_m)}{V_m K_c + aV_c K_m} \quad (6)$$

Kayma modülü (μ) ise

$$\mu(r) = \mu_m + \frac{bV_c \mu_m (\mu_c - \mu_m)}{V_m \mu_c + bV_c \mu_m} \quad (7)$$

olarak kabul edilmiştir ve burada a ve b ifadeleleri aşağıda verilmiştir.

$$a = \frac{K_c(3K_m + 4\mu_m)}{K_m(3K_c + 4\mu_c)} \quad b = \frac{(1+e)\mu_c}{\mu_m + e\mu_c} \quad e = \frac{9K_m + 8\mu_m}{6K_m + 12\mu_m} \quad (8)$$

Çizelge 1. Seramik (Al_2O_3), yapıştırıcı (Epoksi) ve metal (Ni), termal, fiziksel ve mekanik özellikleri (Ceramic

(Al_2O_3), adhesive (Epoxy) and metal (Ni), thermal, physical and mechanical properties) [43].

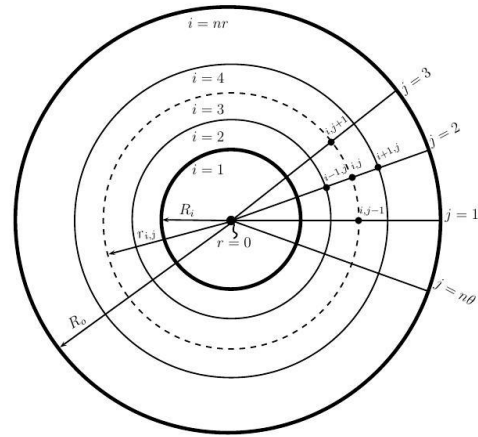
Özellik	Seramik Al_2O_3	Yapıştırıcı Epoksi	Metal Ni
Yoğunluk ρ (kg/m^3)	3960	1640	8880
Isıl iletkenlik katsayısı λ ($W/m \cdot K$)	46	8.121	60.5
Isıl kapasite katsayısı c_p ($Wh/kg \cdot K$)	0.21	0.16	0.11
Elastiklik modülü E (GPa)	370	4.391432	207
Kayma modülü G (GPa)	150	1.638594	76
Bulk modülü K (GPa)	172	4.5744	180
Poisson oranı (ν)	0.22	0.34	0.31

Poisson’s oranı (ν) değişimi ise

$$\nu(r) = \frac{3K-2\mu}{2(3K+\mu)} \quad (9)$$

olarak kabul edilmiştir.

4. ISI TRANSFERİ VE ISIL SINIR ŞARTLARI (HEAT TRANSFER AND THERMAL BOUNDARY CONDITIONS)



Şekil 2. Sonlu farklar ağı (Finite difference grids)

İki boyutlu ısı iletim denklemi,

$$\frac{\lambda}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{\lambda}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (10)$$

burada, ‘ λ ’ ısı iletim katsayısı ρ , yoğunluk ve c_p , özgül ısı kapasitedir. Her (r, θ) koordinatındaki ve ‘t’ zamanındaki (i, j) noktasındaki sıcaklığı temsil eden fonksiyon $T(r, \theta, t)$ olmak üzere ısı iletim denkleminin (10) sonlu fark eşitlikleri ile ifadesi

$$T_{i,j}^{k+1} = T_{i,j}^k + \frac{\lambda_{i,j} \Delta t}{(\rho c_p)_{i,j} r_{i,j} \Delta r} (T_{i+1,j}^k - T_{i,j}^k) + \frac{\lambda_{i,j} \Delta t}{(\rho c_p)_{i,j} (\Delta r)^2} (T_{i+1,j}^k - 2T_{i,j}^k + T_{i-1,j}^k) + \frac{\lambda_{i,j} \Delta t}{(\rho c_p)_{i,j} (r_{i,j})^2 (\Delta \theta)^2} (T_{i,j+1}^k - 2T_{i,j}^k + T_{i,j-1}^k) \quad (11)$$

şeklinde yazılır. Burada ‘ $r_{i,j}$ ’ her (i, j) naktasındaki radyal mesafe ve Δr , $\Delta \theta$ ve Δt , sırasıyla radyal yerdeğiştirme, teğetsel yerdeğiştirme ve zaman artırımlarıdır. Sonlu farklar yöntemi ile çözüm için plaka radyal yönde n_r , teğetsel yönde n_θ parçaya ayrılmıştır. n_r , radyal yönde 3 bölge bulunduğu için sırasıyla 36, 8, 36 parçaya, teğetsel

yönde ise 240 parçaya ayrılmıştır. Bölüntü sayılarının belirlenmesinde, diferansiyel eleman büyüklükleri göz önüne alınmıştır. Buna göre (11) eşitliği iç noktalarda (i= [2: nr-1] ve j= [2: nw-1]) kullanılmaktadır. (11) eşitliğini dış sınırlara uygulamak için iç ve dış kenarda sırasıyla kenarda i=1 ve j= [1: nw] yazılarak ve (12) eşitliği yazılır,

$$T_{i,j}^{k+1} = T_{i,j}^k + \frac{\lambda_{i,j}\Delta t}{(\rho c_p)_{i,j} r_{i,j} \Delta r} (T_{i+1,j}^k - T_{i,j}^k) + \frac{\lambda_{i,j}\Delta t}{(\rho c_p)_{i,j} (\Delta r)^2} (-T_{i+3,j}^k + 4T_{i+2,j}^k - 5T_{i+1,j}^k + 2T_{i,j}^k) + \frac{\lambda_{i,j}\Delta t}{(\rho c_p)_{i,j} (r_{i,j})^2 (\Delta \theta)^2} (T_{i,j+1}^k - 2T_{i,j}^k + T_{i,j-1}^k) \quad (12)$$

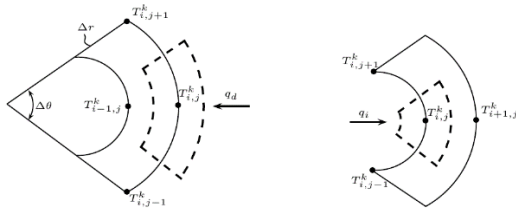
i=nr and j= [1: nw] tüm noktalarda,

$$T_{i,j}^{k+1} = T_{i,j}^k + \frac{\lambda_{i,j}\Delta t}{(\rho c_p)_{i,j} r_{i,j} \Delta r} (T_{i,j}^k - T_{i-1,j}^k) + \frac{\lambda_{i,j}\Delta t}{(\rho c_p)_{i,j} (\Delta r)^2} (-T_{i-3,j}^k + 4T_{i-2,j}^k - 5T_{i-1,j}^k + 2T_{i,j}^k) + \frac{\lambda_{i,j}\Delta t}{(\rho c_p)_{i,j} (r_{i,j})^2 (\Delta \theta)^2} (T_{i,j+1}^k - 2T_{i,j}^k + T_{i,j-1}^k) \quad (13)$$

i=nr and j= [1: nw] tüm noktalarda. Plakaların teğetsel doğrultularının sonlu fark eşitliklerinin bulunması için ise (11) eşitliğinde i= [2: nr-1] ve j=1 de j-1 yerine nw, j=nw' da ise j+1 yerine '1' yazılarak sırasıyla (14) ve (15) eşitlikleri elde edilmektedir.

$$T_{i,j}^{k+1} = T_{i,j}^k + \frac{\lambda_{i,j}\Delta t}{(\rho c_p)_{i,j} r_{i,j} \Delta r} (T_{i+1,j}^k - T_{i,j}^k) + \frac{\lambda_{i,j}\Delta t}{(\rho c_p)_{i,j} (\Delta r)^2} (T_{i+1,j}^k - 2T_{i,j}^k + T_{i-1,j}^k) + \frac{\lambda_{i,j}\Delta t}{(\rho c_p)_{i,j} (r_{i,j})^2 (\Delta \theta)^2} (T_{i,j+1}^k - 2T_{i,j}^k + T_{i,nw}^k) \quad (14)$$

$$T_{i,j}^{k+1} = T_{i,j}^k + \frac{\lambda_{i,j}\Delta t}{(\rho c_p)_{i,j} r_{i,j} \Delta r} (T_{i+1,j}^k - T_{i,j}^k) + \frac{\lambda_{i,j}\Delta t}{(\rho c_p)_{i,j} (\Delta r)^2} (T_{i+1,j}^k - 2T_{i,j}^k + T_{i-1,j}^k) + \frac{\lambda_{i,j}\Delta t}{(\rho c_p)_{i,j} (r_{i,j})^2 (\Delta \theta)^2} (T_{i,1}^k - 2T_{i,j}^k + T_{i,j-1}^k) \quad (15)$$



Şekil 3. Dairesel plaka kenarlarındaki sınır şartları (Boundary conditions at the edges of the circular plate)

Başlangıç şartı t=0' da T₀=298 K ve ısıl sınır şartları dairesel plakanın iç ve dış kenarları boyunca uygulanmıştır (Eş. 16 ve 17)

$$q_i = q(R_i, \theta, t) = 0 \quad (16)$$

$$q_d = q(R_d, \theta, t) 200|\sin(0.5\theta)| \quad (17)$$

Plakanın iç kenarında adyabatik sınır şartı kabul edilmiştir. Burada q_i ve q_d (KW/m²) sırasıyla radyal yöndeki iç ve dış kenardan uygulanan ısı akılarıdır (Şekil 3).

Isı transferi eşitliğinde bir (i, j) noktasına giren ve çıkan enerji dengesi kullanılarak sınır şartları için sonlu fark denklemleri elde edilmiştir. İlk sınır şartı olan adyabatik sınır şartı plaka kenarı (r_{1,j}= R_i) için, i=1' de j= [1: nw] boyunca (j=1' de j-1 yerine nw, j=nw' da ise j+1 yerine '1') yazılarak 1. plaka kenarı için (18) eşitliği elde edilmiştir.

$$\frac{(\rho c_p)_{i,j}}{\lambda_{i,j}\Delta t} (T_{i,j}^{k+1} - T_{i,j}^k) = \frac{2q_i}{\lambda_{i,j}\Delta r} + \frac{2}{(\Delta r)^2} (T_{i+1,j}^k - T_{i,j}^k) + \frac{1}{r} \frac{1}{(\Delta \theta)^2} (T_{i,1}^k - T_{i,j}^k) + \frac{1}{r} \frac{1}{(\Delta \theta)^2} (T_{i,nw}^k - T_{i,j}^k) \quad (18)$$

ikinci sınır şartı olan ısı akısı sınır şartı için plaka kenarı (r_{n,j}= R_d) için, i=nr' de j= [1: nw] boyunca (j=1' de j-1 yerine nw, j=nw' da ise j+1 yerine '1') yazılarak 1. plaka kenarı için (19) eşitliği elde edilmiştir.

$$\frac{(\rho c_p)_{i,j}}{\lambda_{i,j}\Delta t} (T_{i,j}^{k+1} - T_{i,j}^k) = \frac{2q_d}{\lambda_{i,j}\Delta r} + \frac{2}{(\Delta r)^2} (T_{i-1,j}^k - T_{i,j}^k) + \frac{1}{r} \frac{1}{(\Delta \theta)^2} (T_{i,1}^k - T_{i,j}^k) + \frac{1}{r} \frac{1}{(\Delta \theta)^2} (T_{i,nw}^k - T_{i,j}^k) \quad (19)$$

5. ELASTİSİTENİN NAVIER DENKLEMLERİ VE SONLU FARK ÇÖZÜMLEMESİ (NAVIER EQUATIONS OF ELASTICITY AND FINITE DIFFERENCE EQUATIONS)

İki boyutlu Navier denklemleri radial (Eş.20) ve teğetsel (Eş.21) doğrultular için sıcaklık farkı T=T (r, θ, t)-T₀ olmak üzere yazılır ise

$$\left(r^2 \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + r \frac{\partial u}{\partial r} - u \right) - \frac{(\lambda+3\mu)}{(\lambda+2\mu)} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{(\lambda+\mu)}{(\lambda+2\mu)} r \frac{\partial^2 v}{\partial r \partial \theta} + \frac{\mu}{(\lambda+2\mu)} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} - \frac{(3\lambda+2\mu)}{(\lambda+2\mu)} r^2 \alpha \frac{\partial T}{\partial r} = 0 \quad (20)$$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2} + \frac{(\lambda+3\mu)}{(\lambda+2\mu)} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{(\lambda+\mu)}{(\lambda+2\mu)} r \frac{\partial^2 u}{\partial r \partial \theta} + \frac{\mu}{(\lambda+2\mu)} \left(r^2 \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + r \frac{\partial v}{\partial r} - v \right) - \frac{(3\lambda+2\mu)}{(\lambda+2\mu)} r \alpha \frac{\partial T}{\partial \theta} = 0 \quad (21)$$

burada u ve v sırasıyla r ve θ ve doğrultusundaki yerdeğiştirme bileşenleri ve λ= λ(r), μ = μ (r), α= α(r)' dir. Sınır şartları r = R_i ve r=R_d için sırasıyla u= (r, θ) =0 ve v= (r, θ) =0' dir. İç noktalarda (i= [2: nr-1] ve j= [2: nw-1]) Navier eşitliklerinin sonlu fark denklemleri,

$$\left(r_{i,j}^2 \frac{u_{i+1,j} - 2u_{i,j} + u_{i-1,j}}{(\Delta r)^2} + r_{i,j} \frac{u_{i+1,j} - u_{i,j}}{\Delta r} - u_{i,j} \right) - \frac{(\lambda+3\mu)_{i,j}}{(\lambda+2\mu)_{i,j}} \frac{v_{i,j+1} - v_{i,j}}{\Delta \theta} + \frac{(\lambda+\mu)_{i,j}}{(\lambda+2\mu)_{i,j}} r_{i,j} \frac{v_{i+1,j+1} - v_{i+1,j} - v_{i,j+1} + v_{i,j}}{\Delta r \Delta \theta} + \frac{\mu_{i,j}}{(\lambda+2\mu)_{i,j}} \frac{u_{i,j+1} - 2u_{i,j} + u_{i,j-1}}{(\Delta \theta)^2} - \frac{(3\lambda+2\mu)_{i,j}}{(\lambda+2\mu)_{i,j}} \alpha_{i,j} r_{i,j}^2 \frac{T_{i+1,j} - T_{i,j}}{\Delta r} = 0 \quad (22)$$

$$\begin{aligned} & \frac{v_{i,j+1}-2v_{i,j}-v_{i,j-1}}{(\Delta\theta)^2} + \frac{(\lambda+3\mu)_{i,j} u_{i,j+1}-u_{i,j}}{(\lambda+2\mu)_{i,j} \Delta\theta} + \\ & \frac{(\lambda+\mu)_{i,j}}{(\lambda+2\mu)_{i,j}} r_{i,j} \frac{u_{i+1,j+1}-u_{i+1,j}-u_{i,j+1}+u_{i,j}}{\Delta r \Delta\theta} + \\ & \frac{\mu_{i,j}}{(\lambda+2\mu)_{i,j}} \left(r_{i,j}^2 \frac{v_{i+1,j}-2v_{i,j}+v_{i-1,j}}{(\Delta r)^2} + r_{i,j} \frac{v_{i+1,j}-v_{i,j}}{\Delta r} - v_{i,j} \right) - \\ & \frac{(3\lambda+2\mu)_{i,j}}{(\lambda+2\mu)_{i,j}} \alpha_{i,j} r_{i,j} \frac{T_{i,j+1}-T_{i,j}}{\Delta\theta} = 0 \end{aligned} \quad (23)$$

elde edilmiştir. $\xi=\xi(r, \theta)$ fonksiyonu, sonlu fark eşitliklerinde, yerdeğiştirme ve sıcaklık fonksiyonlarını ifade etmek üzere, Eşitlik (22) ve (23)' de (24) eşitliği ikinci mertebeden türev yerine yazılır ise plakanın iç kenarı için sonlu fark denklemleri elde edilmiştir.

$$\left(\frac{\partial^2 \xi}{\partial r^2}\right)_{i,j} = \frac{-\xi_{i+3,j}+4\xi_{i+2,j}-5\xi_{i+1,j}+2\xi_{i,j}}{(\Delta r)^2} \quad (24)$$

Benzer olarak, birinci ve ikinci mertebeden türev yerine (25) ve (26) eşitlikleri yazılır ise plakanın dış kenarı için sonlu fark denklemleri elde edilmiştir.

$$\left(\frac{\partial \xi}{\partial r}\right)_{i,j} = \frac{\xi_{i,j}-\xi_{i-1,j}}{\Delta r} \quad (25)$$

$$\left(\frac{\partial^2 \xi}{\partial r \partial \theta}\right)_{i,j} = \frac{\xi_{i,j+1}-\xi_{i,j}-\xi_{i-1,j+1}+\xi_{i-1,j}}{\Delta r \Delta \theta} \quad (26)$$

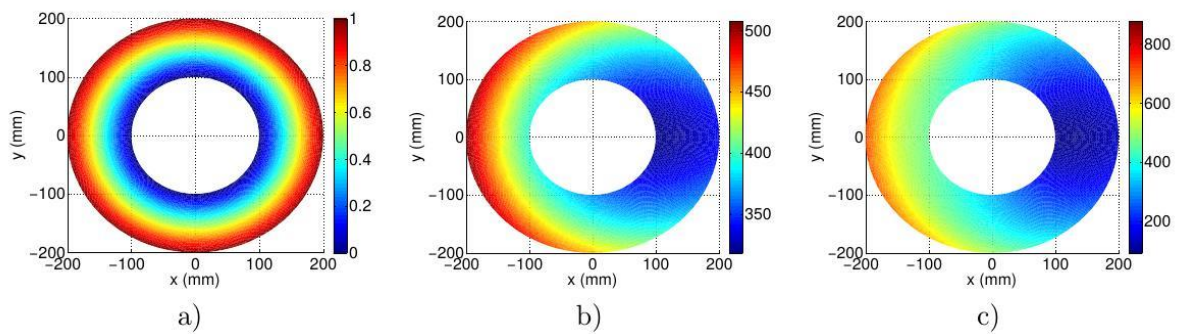
iç ve dış plaka için sonlu fark denklemlerinde $j=1$ ' de $j-1$ yerine nw , $j=nw$ ' da ise $j+1$ yerine '1' yazılmıştır. Dairesel plakanın iç bölgelerinde ve kenarlarında her bir düğüm noktası için uygun sonlu fark denklemleri ifade edilmiştir. Bu sonlu fark denklemleri kullanılarak dairesele plakaların her bir düğüm noktası çözüme dahil edilmiştir. Dairesel plakanın her düğüm noktası için yer değiştirme matrisi elde edilmiştir. Elde edilen bu matris $[A][X] = [B]$ şeklinde tanımlanan lineer denklemler sistemine dönüştürülmüştür. Bilinmeyenler matrisi olan $[X]$, $u(r, \theta)$ ve $v(r, \theta)$ bilinmeyenlerini içerir. Ancak

6. SAYISAL ANALİZ (NUMERICAL ANALYSES)

Mevcut çalışmada, FKDP' lar, seramik ve metalden oluşan malzeme bileşimlerine sahiptir ve kademelendirme plaka düzleminde tek yönlüdür. Her noktada FKDP'nın ve FKMY' nin malzeme özelliklerinin modellenmesi ve ısı gerilme analizi sonuçlarının elde edilmesi için matematiksel model oluşturulmuş ve analizler yapılmıştır. Matematiksel model de her nokta için $u(r, \theta)$ ve $v(r, \theta)$ yerdeğiştirme bileşenleri bulunmuştur. Yerdeğiştirme bileşenleri yerdeğiştirme-şekil değiştirme ve şekil değiştirme gerilme bağıntılarında yerine yazılarak eşdeğer gerilme seviyeleri ve dağılımları hem yapıştırıcı hem de dairesele plaka bağlantıları için ayrı ayrı elde edilmiştir.

Çizelge 2. Farklı kompozisyonel gradyant üst değerleri için FKDP bağlantılarında ve FKMY' da sıcaklık ve eşdeğer gerilme seviyelerinin minimum ve maksimum değerleri (Minimum and maximum values of temperature and equivalent stress levels for different composition gradient upper values at FGCP connections and FGMA)

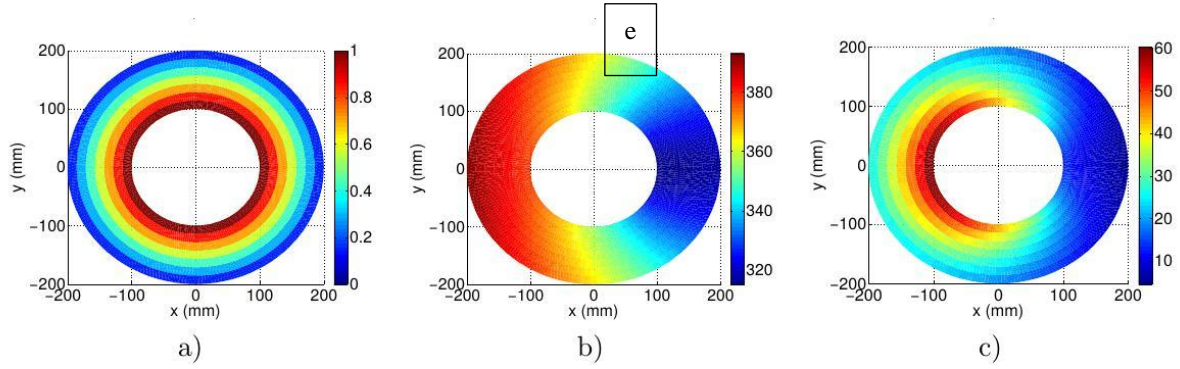
		T (K)		σ_{eqv} (MPa)		
		min	max	min	max	
1. FKDP	m = 1.0	310.3	376.7	52	227.65	
	(1.durum) FKMY	n = 0.1	314.9	393	4.4	61.41
		n = 0.5	314.9	393	4.5	60.34
		n = 1.0	314.9	393	4.6	60.27
(2.durum) FKMY	n = 0.1	314.9	393	3.99	76.63	
	n = 0.5	314.9	393	3.97	76.8	
	n = 1.0	314.9	393	3.97	76.9	
	2. FKDP	m = 1.0	317.7	507.5	92	875.5



Şekil 4. $n=1.0$ kompozisyonel gradyant üst değerine sahip 2. FKDP' da 1. durum için a) seramik hacim oranının, b) sıcaklığın (K) ve c) eşdeğer gerilmenin (MPa) dağılımları (In the 2. FGCP with $n = 1.0$ compositional gradient exponent for the case 1, a) ceramic volume fraction, b) temperature (K) and c) equivalent stress (MPa) distributions)

dairesele plaka kenarlarının sabit olması nedeniyle katsayılar matrisi $[A]$, pozitif tanımlı değildir. Bu nedenle denklem sisteminin çözümü için Tekil Değer Ayrıştırması metodu ile çözüm yapılmıştır. Hem ısı transferi analizindeki açık çözüm için hem de gerilme analizindeki kapalı çözüm için MATLAB [44] programı kullanılmıştır.

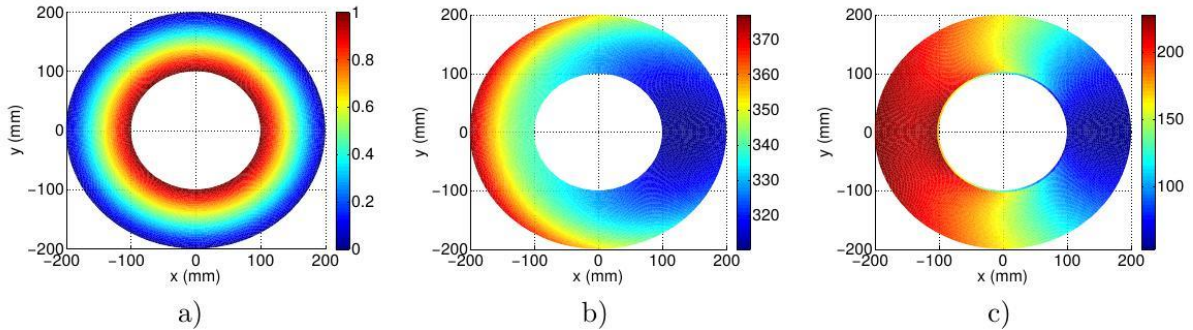
Şekil 4.-a), yapıştırıcının elastisite modülünün dıştan iç doğru $2000 \text{ MPa} \rightarrow 6500 \text{ MPa}$ 'a (1. durum) değişmesi halinde, aynı kompozisyonel gradyant üst değerine sahip yapıştırıcı katmanının seramik hacim oranının dağılımını göstermektedir. Şekilde görüldüğü gibi 2. FKDP seramikden metale kademelendirilmiştir. Maksimum



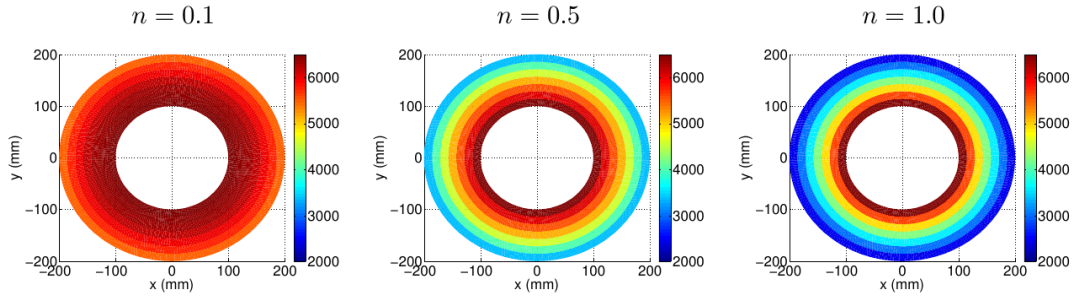
Şekil 5. $n=1.0$ kompozisyonel gradyantına sahip yapıştırıcı katmanı için 1. durumunda a) seramik hacim oranının, b) sıcaklığın (K) ve c) eşdeğer gerilmenin (MPa) dağılımları (In the adhesive layer with $n = 1.0$ compositional gradient exponent for the case 1, a) ceramic volume fraction, b) temperature (K) and c) equivalent stress (MPa) distributions)

sıcaklık ise akının verildiği bölge boyunca tesir etmekte ve 507.5 K olmaktadır (Şekil 4-b)).

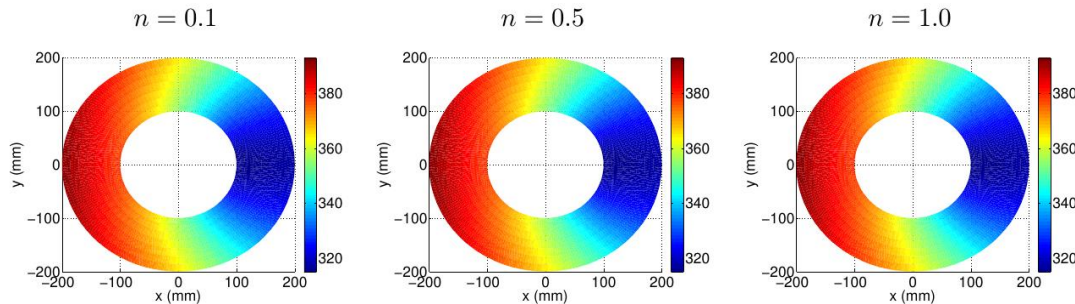
Şekil 4-c)' de eşdeğer gerilme bileşeninin akının verildiği bölgede maksimum seviyelerde tesir ettiği



Şekil 6. $n=1.0$ kompozisyonel gradyantına sahip 1. FKDP için 1. durumda a) seramik hacim oranının, b) sıcaklığın (K) ve c) eşdeğer gerilmenin (MPa) dağılımları (In the 1. FGCP with $n = 1.0$ compositional gradient exponent for the case 1, a) ceramic volume fraction, b) temperature (K) and c) equivalent stress (MPa) distributions)



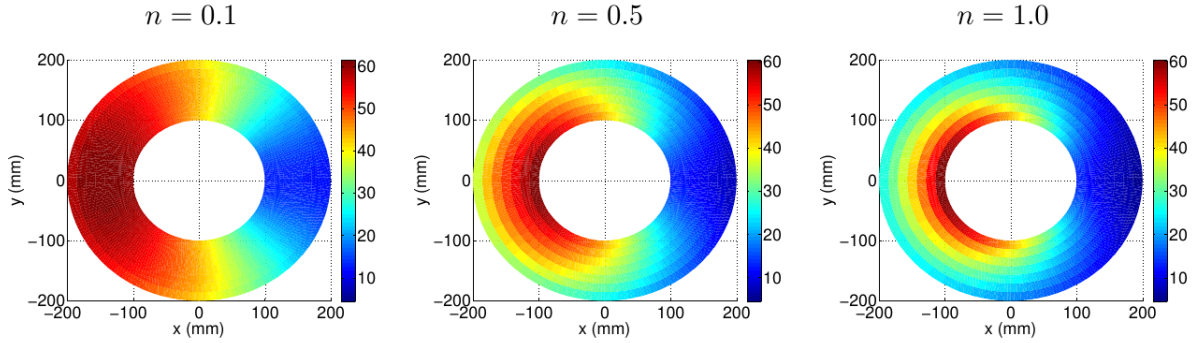
Şekil 7. 1. durum için farklı kompozisyonel gradyant üs değerlerinde elastisite modülünün FKMY katmanı boyunca dağılımları (Distributions of different composition gradient exponents of the elasticity modulus along the FGMA layer for Case 1)



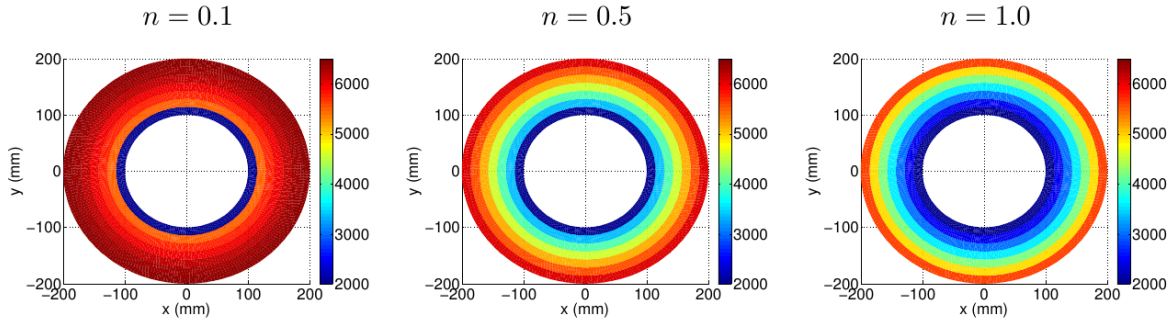
Şekil 8. 1. durum için farklı kompozisyonel gradyant üs değerlerinde sıcaklığın FKMY katmanı boyunca dağılımları (Distributions of different composition gradient exponents of the temperature along the FGMA layer for Case 1)

görülmekte olup maksimum eşdeğer gerilme seviyesi 875.5 MPa olmaktadır (Çizelge 2).

Şekil 5'de, $n=1.0$ için yapıştırıcı katmanının seramik hacim oranının değişimini göstermektedir. Yapıştırıcı katmanının tek değişen malzeme özelliği elastisite modülü olduğu için bu dağılım aynı zamanda elastisite modülünün dağılımıdır. (Şekil 5-a)). Yapıştırıcı katmanındaki sıcaklık dağılımı ise 2. FKDP'da yüksek seviyelerde sıcaklık bölgeleri ile temas eden kısımlarda maksimum seviyelerdedir.



Şekil 9. 1. durum için farklı kompozisyonel gradyant üs değerlerinde eşdeğer gerilmenin FKMY katmanı boyunca dağılımları (Distributions of different composition gradient exponents of the equivalent stress along the FGMA layer for Case 1)



Şekil 10. 2. durum için farklı kompozisyonel gradyant üs değerlerinde elastisite modülünün FKMY katmanı boyunca dağılımları (Distributions of different composition gradient exponents of the elasticity modulus along the FGMA layer for Case 2)

Yapıştırıcı boyunca bu sıcaklığa yakın seviyeler etkin olmaktadır ve yapıştırıcının maksimum sıcaklığı 393 K, minimum sıcaklığı ise 314.9 K'dir (Şekil 5-b)).

Şekil 5-c)'de ise yapıştırıcı katmanındaki eşdeğer gerilme seviyesi, maksimum 60.27 MPa, minimum 4.6 MPa olarak görülmekte olup 1. FKDP'ya yakın, ısı akısının verildiği bölge civarında maksimum seviyelerde tesir etmektedir (Çizelge 2).

Şekil 6-a)'da 1. FKDP'nın seramik hacim oranı incelendiğinde dışdan içe doğru metalden-seramiğe değişmektedir ve $n=1.0$ olarak alınmıştır. Şekil 6-b)'de görüldüğü gibi maksimum sıcaklık seviyelerinin etkin olduğu bölgeler akının verildiği kenara bağlı olarak $\theta=\pi$ civarında tesir etmekte ve büyüklüğü 376.7 K olmaktadır.

Şekil 6-c)'de ise eşdeğer gerilme dağılımının ise $\theta=\pi$ civarında maksimum seviyelerde tesir ettiği görülmektedir ve maksimum eşdeğer gerilme seviyesi 227.65 MPa'dır (Çizelge 2).

Şekil 7, farklı kompozisyonel gradyant üs değerleri için elastisite modülünün FKMY katmanı boyunca dağılımını göstermektedir.

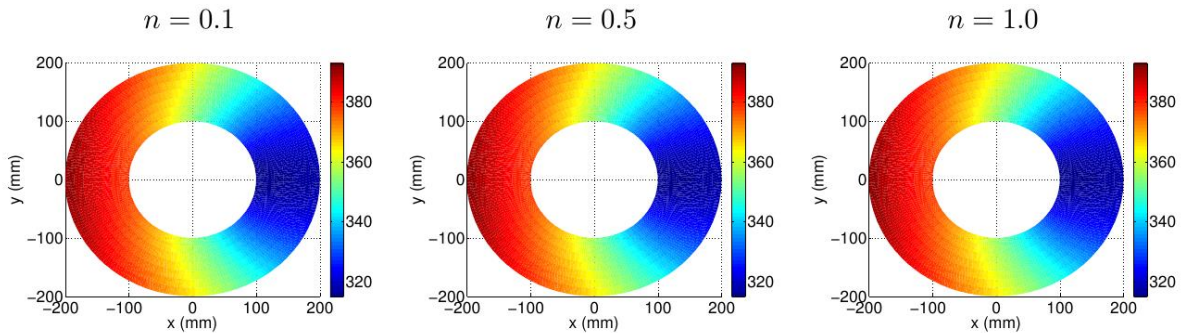
Burada $n=0.1$ için yapıştırıcının plaka boyunca elastisite modülünün 6500 MPa yakın seviyelerinde tesir ettiği görülmektedir. $n=0.5$ için ise yapıştırıcının dış kısmından iç kısmına doğru elastisite modülünün arttığı görülmektedir. $n=1.0$ için, yapıştırıcının iç kısmında elastisite modülü 6500 MPa iken, bu kenar dışında 2000 MPa yakın değerlerde lineer olarak değişmektedir.

Şekil 8' de yapıştırıcı katmanındaki sıcaklık dağılımları görülmektedir. Burada yapıştırıcı katmanının sadece elastisite modülüne göre kademelendirilmesinden dolayı, yapıştırıcı katmanının sıcaklık dağılımları ve seviyeleri benzer olmaktadır.

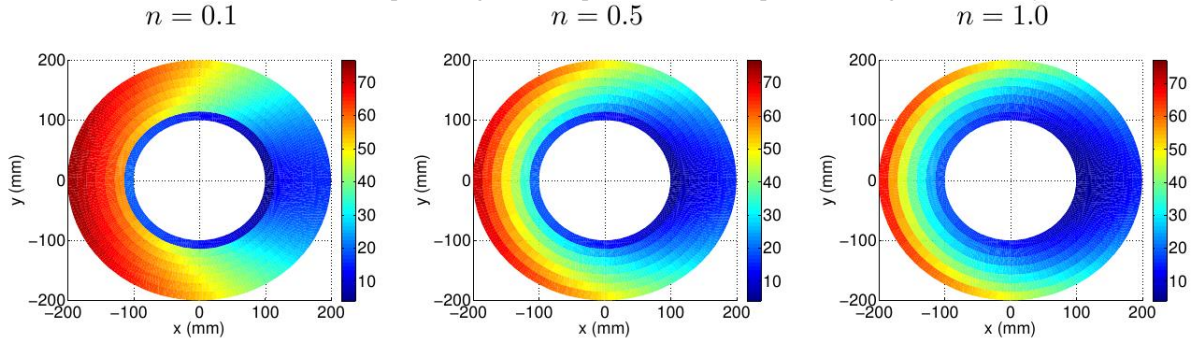
Şekil 9, farklı kompozisyonel gradyantlar için yapıştırıcı katmanındaki eşdeğer gerilme dağılımlarını göstermektedir. Burada $n=0.1, 0.5$ ve 1.0 için sırasıyla

maksimum eşdeğer gerilme seviyeleri 61.41, 60.34 ve 60.27 MPa olmaktadır (Çizelge 2). Seviyeler birbirine oldukça yakın iken eşdeğer gerilme dağılımı kompozisyonundan önemli ölçüde etkilenmektedir. Eşdeğer gerilmenin dağılımı incelendiğinde ise $n=0.1$ için yapıştırıcıdaki maksimum ve maksimuma yakın seviyelerdeki eşdeğer gerilme $\theta=\pi$ civarında bu katmanın alt ve üst kısımlarına doğru geniş bir bölgede tesir etmektedir, $n=0.5$ için ise $\theta=\pi$ civarından yapıştırıcının iç kenarından, orta kısımlarına doğru tesir etmektedir, $n=1.0$ iken $\theta=\pi$ civarından yapıştırıcının iç kısmında oldukça dar bir bölgede tesir etmektedir.

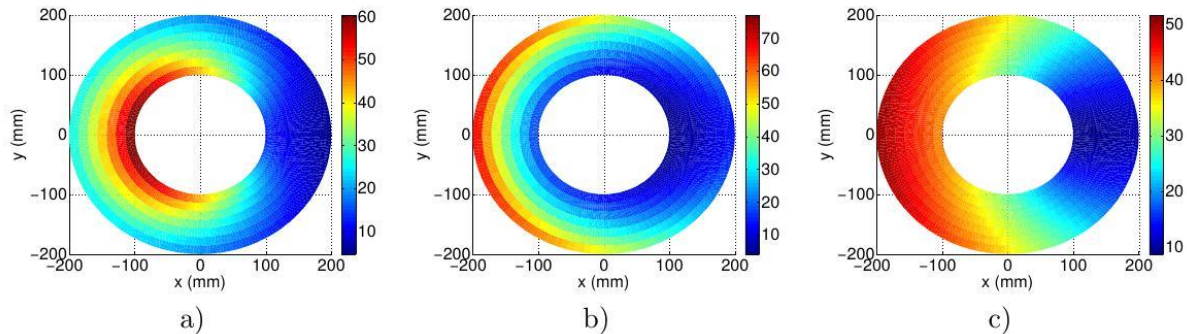
Şekil 10' da, $n=0.1$ ' de yapıştırıcı katmanının elastisite modülünün dağılımı incelendiğinde tüm yapıştırıcı katmanlarında 6500 MPa' yakın seviyelerinde tesir etmekte iken plakanın iç kısmında oldukça dar bir bölgede 2000 MPa ile tesir etmektedir. $n=0.5$ için, yapıştırıcının dış kısmından iç kısmına doğru elastisite modülünün azaldığı görülmektedir. $n=1.0$ için ise yapıştırıcının iç bölgelerinde 2000 MPa→6500 MPa' a doğru lineer olarak değişmektedir ve dış katmanda ise 6500 MPa değerini almaktadır



Şekil 11. 2. durum için farklı kompozisyonel gradyant üs değerlerinde sıcaklığın FKMY katmanı boyunca dağılımları (Distributions of different composition gradient exponents of the temperature along the FGMA layer for Case 2)



Şekil 12. 2. durum için farklı kompozisyonel gradyant üs değerlerinde eşdeğer gerilmenin FKMY katmanı boyunca dağılımları (Distributions of different composition gradient exponents of the equivalent stress along the FGMA layer for Case 2)



Şekil 13. $n=1.0$ için FKMY katmanının elastisite modülünün a)2000→6500 MPa, b) 6500→2000 MPa ve c)4391.4 MPa değerleri için FKMY katmanındaki eşdeğer gerilme dağılımları (For $n = 1.0$ values of a)2000→6500 MPa, b) 6500→2000 MPa ve c)4391.4 MPa of the modulus of elasticity of the FGMA layer, the equivalent stress distributions in the FGMA layer)

Şekil 11' de ise yapıştırıcı katmanındaki sıcaklık dağılımları görülmektedir. Burada yapıştırıcı katmanının ısı özellikleri kademelendirilmediği için, yapıştırıcı katmanının sıcaklık dağılımları ve seviyeleri benzer olmaktadır.

Şekil 12' de, $n=0.1$, 0.5 ve 1.0 için sırasıyla maksimum eşdeğer gerilme seviyeleri 76.63 , 76.8 ve 76.9 MPa olmaktadır (Çizelge 2). Seviyeler birbirine yakın iken dağılım kompozisyonel gradyant üst değerinin değişiminden önemli ölçüde etkilenmektedir. $n=0.1$ için maksimum ve maksimuma yakın seviyelerdeki eşdeğer gerilme bölgeleri, $\theta=\pi$ civarından yapıştırıcının dış kenarına yakın kısımlarına doğru geniş bir bölgede tesir etmekte, ve plakanın iç bölgelerine doğru azalmaktadır. $n=0.5$ iken, $\theta=\pi$ civarında yapıştırıcının dış plakaya yakın kısımlarında maksimum seviyelerde tesir etmektedir. $n=1.0$ iken $\theta=\pi$ civarından yapıştırıcının dış kenarında ve bu kenara yakın bölgelerde maksimum seviyelerde tesir etmekte, plakanın iç kısmına yakın bölgelerde ise gerilme seviyeleri belirgin azalmaktadır.

Şekil 13, $n=1.0$ için elastisite modülünün a) $2000 \rightarrow 6500$ MPa, b) $6500 \rightarrow 2000$ MPa ve c) 4391.4 MPa iken eşdeğer gerilme dağılımlarını göstermektedir. Yapıştırıcı katmanındaki maksimum eşdeğer gerilme seviyesi sırasıyla 60.27 , 76.96 ve 51.60 MPa olmaktadır. Yapıştırıcı katmanı boyunca dağılımlar incelendiğinde ise kademelendirme yapıldığında maksimum seviyelerdeki eşdeğer gerilme bölgelerinin belirgin azaldığı görülmektedir. Yapıştırıcı katmanının kademelendirilmemesi durumunda yapıştırıcının ısı akısına maruz bölgelerinde maksimum eşdeğer gerilme tesiri belirgin artmıştır.

7. Sonuçlar (Results)

- Yapıştırıcı katmanı sadece elastisite modülüne göre kademelendirildiği için yapıştırıcı katmanının elastisite modülünün $2000 \rightarrow 6500$ MPa'a ve $6500 \rightarrow 2000$ MPa'a kademelendirilmesi durumunda sıcaklık dağılımları ve seviyeleri benzer olmaktadır. Bunun nedeni yapıştırıcı katmanının ısı özelliklerinin değiştirilmemesidir.
- 1.duruma göre elastisite modülünün değiştiği yapıştırıcı katmanındaki eşdeğer gerilme seviyeleri farklı kompozisyonlar için ortalama 2. FKDP' da 875 MPa iken 1. FKDP' da 228 MPa olmaktadır. 2. duruma göre elastisite modülünün değiştiği yapıştırıcı katmanındaki eşdeğer gerilme seviyeleri farklı

kompozisyonlar için ortalama 2. FKDP' da 875 MPa iken 1. FKDP' da 226 MPa olmaktadır. Yapıştırıcı ile birleştirilmiş olan 2. ve 1. FKDP' daki eşdeğer gerilme seviyeleri benzer olmakta ancak dağılım önemli ölçüde değişmektedir.

- Yapıştırıcının elastisite modülünün 1. duruma göre değiştiği bağlantılarda maksimum eşdeğer gerilme seviyeleri 61 MPa olmakta iken 2. duruma göre değiştiği bağlantılarda maksimum eşdeğer gerilme seviyeleri 76 MPa olmaktadır. Yapıştırıcı katmanının düşük elastisite modülünden yüksek olan modüle doğru kademelendirilmesi ile eşdeğer gerilme seviyeleri %25 azalmaktadır.
- Eşdeğer gerilmenin yapıştırıcı boyunca dağılımı incelendiğinde ise maksimum seviyelerdeki eşdeğer gerilme bölgeleri kompozisyonel gradyant üst değeri $n=0.1$ ' den $n=1.0$ doğru arttıkça azalmaktadır. Ayrıca yapıştırıcı katmanının kademelendirildiği durumda, kademelendirilmediği duruma göre maksimum eşdeğer gerilme seviyeleri artmaktadır. Yapıştırıcının kompozisyonunun 1. duruma ve 2. duruma göre kademelendirildiğinde sırasıyla 8.67 MPa ve 25.36 MPa artmaktadır. Ayrıca kademelendirmenin yapılmadığı durumda maksimum gerilme seviyelerinin tesir ettiği bölge, diğerlerine göre oldukça geniştir.
- Fonksiyonel olarak kademelendirilmiş modüllü yapıştırıcı bağlantılarında ısı gerilme seviyelerinin yapıştırıcıda meydana gelen ayrılmaların azaltılabilmesi için elastisite modülü düşük olandan yüksek olana doğru kademelendirme yapılmalıdır. Kompozisyonel gradyant üst değeri için ise hem maksimum eşdeğer gerilme bölgelerini azalttığı için hem de üretiminin kolay olmasından dolayı $n=1.0$ tercih edilmelidir.
- Sonuç olarak yapıştırıcı burada tampon bölge oluşturarak eşdeğer gerilme seviyelerini önemli oranda azaltmakta ve gerilme tesirini diğer plakaya düşük seviyelerde aktarmaktadır. Bu bölgenin fonksiyonel olarak kademelendirilmesi ile plakalar ile yapıştırıcı arasındaki ara yüzeydeki ve bağlantıyı sağlayan yapıştırıcı katmanındaki eşdeğer gerilme seviyeleri ve dağılımları düzenlenebilir. Bundan dolayı yapıştırıcı katmanının fonksiyonel kademelendirilmesi önem arz etmekte ve

üzerine araştırmalar yapılması gereken bir alan olmaktadır.

KAYNAKLAR (REFERENCES)

- [1]. Koizumi, M., "FGM activities in Japan". *Composites Part B: Engineering*, 28(1-2): 1-4, (1997).
- [2]. Suresh, S., and Mortensen, A., "*Fundamentals of Functionally Graded Materials*", The Institute of Materials, London, (1998).
- [3]. Suresh, S., Olsson, M., Giannakopoulos, A.E., Padture, N.P. and Jitchareon, J., "Engineering the resistance to sliding-contact damage through controlled gradients in elastic properties at contact surfaces", *Acta Materialia*, 47(14): 3915-3926, (1999).
- [4]. Anonim,2009. http://FGMdb.nal.go.jp/e_whatsFGM.html.
- [5]. Kakac, S., Pramuanjaroenkij, A., and Zhou, X. Y., "A review of numerical modeling of solid oxide fuel cells", *International Journal of Hydrogen Energy*, 32(7): 761-786, (2007).
- [6]. Ruys, A., Popov, E., Sun, D., Russell, J., and Murray, C., "Functionally graded electrical/thermal ceramic systems", *Journal of the European Ceramic Society*, 21(10-11): 2025-2029, (2001).
- [7]. Koizumi, M. and Niino, M., "Overview of FGM research in Japan", *MRS Bulletin*, 20(1): 19-21, (1995).
- [8]. Natali, M., Romanato, F., Napolitani, E., Salvador, D.D. and Drigo, A.V., "Lattice curvature generation in graded In_xGa_{1-x}As/GaAs buffer layers", *Physical Review B*, 62(16): 11054-11062, (2000).
- [9]. Noda, N., "Thermal stresses in functionally graded plates", *International Journal of Thermal Stresses*, 22(4-5): 477-512, (1999).
- [10]. Shabana, Y.M. and Noda, N., "Thermo-elastic-plastic stresses in functionally graded materials subjected to thermal loading taking residual stresses of the fabrication process into consideration", *Composites Part B: Engineering*, 32(2): 111-121, (2001).
- [11]. Praveen, G.N. and Reddy, J.N., "Nonlinear transient thermoelastic analysis of functionally graded ceramic-metal plates", *International Journal of Solids and Structures*, 35(33): 4457-4476, (1998).
- [12]. Şen, F., Üçkardaş, A., "Dönen ve sıcaklık etkisindeki termoplastik matrisli kompozit diskteki ısıl gerilmeler", *Politeknik Dergisi*, 16(3): 97-104, (2013).
- [13]. Altınok, M., "Ahşap tutkalı birleşmelerde yapışma performansına sıcaklık artışının etkileri", *Politeknik Dergisi*, 5(4): 341-345, (2002).
- [14]. Atar, M., "PVAc tutkalında viskozite değişiminin baz ağaç malzemelerde yapışma direncine etkileri", *Politeknik Dergisi*, 10(1): 85-91, (2007).
- [15]. Efe, H., Deniz, E., Kasal, A. and Kuşkun, T., "Ahşap ve plastik kavelalı kutu mobilya köşe birleştirmelerinin moment kapasitelerinin karşılaştırılması", *Politeknik Dergisi*, 15(3): 151-159, (2012).
- [16]. Çağatay, K., Efe, H., Kasal, A. and Kuşkun, T., "T-tipi mobilya birleştirmelerinde ağaç türü ve birleştirme yönteminin moment taşıma kapasitesi ve elastikiyet üzerindeki etkileri", *Politeknik Dergisi*, 15(3): 161-169, (2012).
- [17]. Söğütü, C., "Ceviz ve armut odunlarında yapışma direncinin belirlenmesi", *Politeknik Dergisi*, 19(4): 513-518, (2016).
- [18]. Altun, S. and Esmer, M., "Isıl işlemin bazı ağaç malzemelerde yüzey pürüzlülüğü ve vernik yapışma direncine etkisi", *Politeknik Dergisi*, 20(1): 231-239, (2017).
- [19]. Ozer, K., "Alüminyum-bakır boruların yapıştırma yöntemi ile birleştirilmesi", *İstanbul Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü*, 1: 121, (2008).
- [20]. İscan, B., Adin, H. And Turgut A., "Bazı yapısal yapıştırıcıların mekanik özelliklerinin belirlenmesi", *Fırat Üniv. Mühendislik Bilimleri Dergisi*, 24(2): 119-126, (2012).
- [21]. Apalak, M.K. and Demirbaş, M.D., "Thermal residual stresses in adhesively bonded in-plane functionally graded clamped plates subjected to an edge heat flux", *Journal of Adhesion Science And Technology*, 25(15): 1861-1908, (2012).
- [22]. Apalak, M.K. and Demirbas, M.D., "Thermal residual stresses in adhesively bonded in-plane functionally graded clamped circular hollow plate", *Journal of Adhesion Science and Technology*, 27(14): 1590-1623, (2013).
- [23]. Apalak M.K. and Demirbaş M.D., "In-plane thermal residual stresses in adhesively bonded functionally graded plates", *The sixteenth European Conference for Composite Materials (ECCM16)*, Seville, Spain, 1-10, (2014).
- [24]. Editorial, "Special issue on functionally graded adhesively bonded systems", *International Journal of Adhesion and Adhesives*, 76: 1-2, (2017).
- [25]. Durodola, J.F., "Functionally graded adhesive joints - A review and prospects", *International Journal of Adhesion and Adhesives*, 76: 83-89, (2017).
- [26]. Stapleton, S.E., Anthony M.W. and Arnold, S.M., "Functionally graded adhesives for composite joints", *International Journal of Adhesion & Adhesives*, 35: 36-49, (2012).
- [27]. Carbas, R.J.C., Da Silva, L.F.M., Madureira, M.L. and Critchlow, G.W., "Modelling of functionally graded adhesive joints", *The Journal of Adhesion*, 90: 698-716, (2014).
- [28]. Carbas, R.J.C., Da Silva, L.F.M. and Critchlow, G.W., "Adhesively bonded functionally graded joints by induction heating", *International Journal of Adhesion & Adhesives*, 48: 110-118, (2014).
- [29]. Spaggiari, A. and Dragoni, E., "Regularization of torsional stresses in tubular lap bonded joints by means of functionally graded adhesives", *International Journal of Adhesion & Adhesives*, 53: 23-28, (2014).
- [30]. Kumar S., "Analysis of tubular adhesive joints with a functionally modulus graded bondline subjected to axial loads", *International Journal of Adhesion & Adhesives*, 29: 785-795, (2009).
- [31]. Stein, N., Weißgraeber, P. and Becker, W., "Stress solution for functionally graded adhesive joints", *International Journal of Solids and Structures*, 97-98: 300-311, (2016).
- [32]. Stein, N., Felger, J. and Becker, W., "Analytical models for functionally graded adhesive single lap joints: A comparative study", *International Journal of Adhesion and Adhesives*, 76: 70-82, (2017).
- [33]. Stein, N., Rosendahl, P.L. and Becker, W., "Homogenization of mechanical and thermal stresses in functionally graded adhesive joints", *Composites Part B*, 111: 279-293, (2017).
- [34]. Guin, W.E. and Wang, J., "Theoretical model of adhesively bonded single lap joints with functionally graded adherends", *Engineering Structures*, 124: 316-332, (2016).

- [35]. Okkalıoğlu, M., Pekbey, Y. and Aktaş, A., “Yapıştırıcı ile birleştirilmiş L tipi kompozit köşe bağlantılarında çekme dayanımının artırılması”, *Mühendis ve Makina*, 55(649): 50-57, (2014).
- [36]. Akpınar, S. and AYDIN, M.D., “Yapıştırıcıyla birleştirilmiş T-bağlantı tipinin iki ve üç boyutlu gerilme analizi”, *EÜFBED - Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, 5(2): 229-214, (2012).
- [37]. Turan K., “Kompozit malzemelerde yapışma bağlantılarının mukavemeti üzerine yama fiber takviye açısı etkisi”, *Dicle Üniversitesi Mühendislik Dergisi*, 7(1): 129-138, (2016).
- [38]. Alyanak, İ. and Şen, F., “Paralel çift pim uygulanmış ve yapıştırılmış karma bağlantılı kompozit plakaların çekme yükü altında gerilme analizi”, *Adıyaman Üniversitesi Mühendislik Bilimleri Dergisi*, 2: 11-23, (2015).
- [39]. Tomota, Y., Kuroki, K., Mori, T. and Tamura T., “Tensile deformation of two-ductile-phase alloys: flow curves of $\alpha \rightarrow \gamma$ Fe-Cr-Ni alloys”, *Mater. Sci. Eng.*, 24: 85-94, (1976).
- [40]. Cho J.R. and Ha D.Y., “Averaging and finite-element discretization approaches in the numerical analysis of functionally graded materials”, *Mater. Sci. Eng. A.*, 302: 187-196, (2001).
- [41]. Wakashima, K. and Tsukamoto, H., “Mean-field micromechanics model and its application to the analysis of thermomechanical behavior of composite material”, *Mater. Sci. Eng. A*, 146: 291-316, (1991).
- [42]. Levin, V.M., “On the coefficients of thermal expansion of heterogeneous material”, *Mech. Solids.*, 2: 88-94, (1967).
- [43]. Materials Information Resource MatWeb [Online]. Available: <http://www.matweb.com>.
- [44]. MATLAB. Mathematical software, version 2009a, TheMathWorks.Available: <http://www.mathworks.com>.