



## Sınıf Öğretmeni Adaylarının Bölme İşleminin Anlamına Dair Alan Bilgilerinin İncelenmesi

### Investigation of Prospective Primary School Teachers' Content Knowledge of The Meaning of Division

Reyhan Tekin SİTRAVA<sup>1</sup>, Zeynep ÖZEL<sup>2</sup>, Ahmet IŞIK<sup>3</sup>

#### Öz

Bu çalışmanın amacı sınıf öğretmeni adaylarının bölme işleminin anlamına ve bu anlama bağlı olarak bölme işleminin modellenmesine ilişkin bilgilerinin incelenmesidir. Bu amaç doğrultusunda, nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması yöntemi kullanılmış ve amaçlı örneklem yöntemi ile belirlenen 25 sınıf öğretmeni adayı ile çalışma yürütülmüştür. Çalışmanın verileri açık uçlu 2 problemde oluşan "Bölme İşleminin Anlamı" soru seti ile yapılandırılmış görüşmeler vasıtasıyla iki aşamada toplanmıştır. Elde edilen bulgular doğrultusunda, sınıf öğretmeni adaylarının yarısından fazlasının ilkokul 2. sınıf düzeyinde yer alan "Bölme işleminde gruplama ve paylaşırma anlamlarını kullanır" kazanımına ilişkin yeterli bilgiye sahip olmadığı görülmüştür. Öğretmen adaylarının yaklaşık üçte biri bölme işleminin farklı anlamlarını bilmekte ve verilen problemin bölme işleminin hangi anlamını içerdiğini ayırt edebilmektedir. Diğer taraftan, çalışmaya katılan sınıf öğretmeni adaylarının yaklaşık yarısının bölme işleminin modellenmesine yönelik yeterli bilgiye sahip olduğunu, yaklaşık üçte birinin bölme işleminin modellenmesine yönelik bilgilerinin yetersiz olduğunu ve kalanının da bölme işleminin modellenmesine yönelik yeterli bilgiye sahip olmadığını göstermektedir. Sınıf öğretmeni adaylarının bölme işlemine yönelik alan bilgileri eksik olduğu için, sınıf öğretmenliği programında yer alan derslerde alan bilgilerinin artırılması büyük önem taşımaktadır. Öğretmenlik Uygulaması I-II derslerinde bu konuları anlatma deneyimi yaşamaları ve rehber öğretmenlerinden bu konularda geri bildirim alarak öğretmen adaylarının alan bilgilerinin güçlendirilmesi sağlanabilir.

**Anahtar Kelimeler:** Alan bilgisi, bölme işleminin anlamı, bölme işleminin modellenmesi, sınıf öğretmeni adayları

#### Abstract

The aim of this study is to examine knowledge of the prospective primary school teachers about the meaning of division and modeling of division depending on this meaning. For this purpose, a case study method which is one of the qualitative research methods was used and the study was conducted with 25 prospective classroom teachers determined by purposive sampling method. The data of the study was collected in two stages by means of "The Meaning of Division Operation" questionnaire consisting of two open-ended questions and semi-structured interviews. According to findings, it is seen that more than half of the prospective primary school teachers did not have sufficient knowledge about the learning outcome, "s/he uses the meaning of grouping and partition meaning at division operation" presented at 2<sup>nd</sup> grade level. Approximately one-third of prospective teachers knew both meanings of division operation and they can distinguish between the meaning of division operation. On the other hand, it shows that about half of the prospective primary school teachers had modeling knowledge, approximately one third of them had insufficient modeling knowledge and the rest of them did not have modeling knowledge. Since the prospective teachers had insufficient knowledge of division, it has great importance to increase their knowledge in the courses at Primary School Education Program. It might be provided to prospective teachers to get experience in teaching division operation and to get feedback from their mentor teachers at Methods of Teaching Mathematics I-II course.

**Keywords:** Content knowledge, the meaning of division operation, modeling of division operation, prospective primary school teachers

<sup>1</sup>Kırıkkale Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, Kırıkkale, Türkiye, <https://orcid.org/0000-0002-1285-2791>

<sup>2</sup>Kırıkkale Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, Kırıkkale, Türkiye, <https://orcid.org/0000-0003-4072-8760>

<sup>3</sup>Kırıkkale Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, Kırıkkale, Türkiye, <https://orcid.org/0000-0002-1055-2330>

**Atıf / Citation:** Tekin Sitrava, R., Özel, Z., & Işık, A. (2020). Sınıf öğretmeni adaylarının bölme işleminin anlamına dair alan bilgilerinin incelenmesi. *Kastamonu Education Journal*, 28(2), 931-946. doi:10.24106/kefdergi.697844

## Extended Abstract

**Introduction:** The purpose of this study was to investigate prospective primary school teachers' content knowledge about meaning of the division operation and modeling of the division depending on this meaning. For this purpose, the following research questions were asked:

1. What is the level of prospective primary school teachers' content knowledge about the meaning of the division operation?
2. What is the level of prospective primary school teachers' content knowledge about modeling of the division operation depending on this meaning?

**Method:** In order to answer the research questions of the study, case study method, which is one of the qualitative research methods, was used. Twenty five prospective teachers who enrolled in the last year of the Primary School Education Program participated in the study voluntarily. In this study, the data was collected in two phases. In the first phase, "The Meaning of Division Operation" questionnaire consisting of two open-ended questions was applied to the prospective teachers. These questions were included both meanings of division, which are partitive division and measurement division (grouping). Moreover, in order to investigate prospective teachers' content knowledge about modeling of the division problems, they were asked to draw the model of solutions of problems. The validity of the questionnaire was ensured by taking the opinions of expert in the mathematics education. In the second phase of the data collection, in order to gain in-depth exploration about prospective teachers' responses in questionnaire, semi-structured interviews were conducted. All interviews were recorded with the permission of the participants.

The data obtained were analyzed with the content analysis approach proposed by Pilkington (2001). The answers of all participants to the questionnaire were examined and transcripts of the semi-structured interviews were made. Prospective teachers' responses about meaning of the division operation were coded under the categories of partitive division, measurement division (grouping) and other. The responses of the prospective teachers who correctly explained both meanings of the division problems were coded as having sufficient information. If prospective teachers explained correctly only one of the division problems, these responses were coded as not having sufficient information and the answers of those who explained both incorrectly or could not make any explanation were coded as not having information. Frequency analysis of these codes was performed depending on these categories.

Prospective teachers' content knowledge related to the modeling of division problems depending on the meaning of the division operation were also analyzed by content analysis method. Prospective teachers' correct modeling for both meanings of the division problems were coded as having sufficient modeling knowledge. If they could model only one of the division problems, these responses were coded as a having insufficient modeling knowledge. Finally, the responses of those who had either incorrect modeling or no modeling were coded as a not having modeling knowledge. According to these categories, frequency analysis of the prospective teachers' responses was also applied. Two researchers who are expert in the mathematics education coded the responses of the participants separately for the reliability study and the reliability coefficient for the meaning of division operation was 89% and for the modeling was 100% based on the formula proposed by Miles and Huberman (1994).

**Findings and Discussion :** The findings of this study revealed that most of the prospective teachers interpreted the meaning of first problem which is related to partitive division; however, 3 of them stated the meaning of the division as a measurement division (grouping). In the second problem related to measurement division, about half of the prospective teachers stated that this problem involved the meaning of partitive division and the same number of prospective teachers specified that this problem included the meaning of measurement division (grouping). Unlike the first problem, 20% of the prospective teachers interpreted the meaning of the measurement division as a divisor, part- whole and additive meanings. According to the findings, it is seen that more than half of prospective teachers (64%) do not have sufficient knowledge about two meanings of division. A prospective teacher (4%) could not interpret a correct meaning for two problems. Only one-third (32%) of the prospective teachers knew both meanings of the division and were able to distinguish between the meaning of the partitive division and measurement division (grouping).

Moreover, it was concluded that about half of prospective teachers correctly modeled the problem situation based on the meaning of partitive division and measurement division (grouping). On the other hand, approximately one third (32%) of the prospective teachers correctly modeled only one of the meaning of partitive division and measurement division (grouping) of the division situation, so it was concluded that these prospective teachers' knowledge about modeling was insufficient. Finally, 5 out of 25 prospective teachers (20%) could not accurately model problems involving the meaning of partitive division and measurement division (grouping) of the division.

Finally, more than half of the prospective teachers who took part in this study know the meaning of partitive division and can accurately model the situation given in the problem. However, nearly one-third of prospective teachers were not able to model solution of division problem related to partitive division correctly even though they interpreted the meaning of it. The number of prospective teachers who had insufficient knowledge of the meaning of partitive division and sufficient modeling knowledge or those with insufficient knowledge of the meaning of division and insufficient modeling knowledge was very small. Contrary to the meaning of partitive division, the number of prospective teachers who had sufficient knowledge of the meaning of measurement division and knowledge of modeling to the measurement division problem is about one third of participants. In addition, 3 out of 25 prospective teachers could explain the meaning of measurement division (grouping), but cannot model the problem in

---

accordance with the meaning of division situation. However, although almost half of the prospective teachers did not know the meaning of measurement division (grouping), they could model the problem that includes measurement division (grouping) correctly. Finally, 4 prospective teachers (25%) did not know the meaning of the problem which includes measurement division (grouping) and could not model it correctly.

Based on the findings of the study, it could be concluded that prospective primary school teachers conceptualize division operation as fair-sharing and they had insufficient knowledge of the meaning of division as measurement. However, the prospective teachers' knowledge of modeling the division problem to the measurement division problem was better than modeling the partitive division problem. This means that the prospective teachers could not associate the meaning of the division operation and the modeling of them depending on the meaning. Since the prospective teachers had insufficient knowledge of the meaning of division and the modeling of the division problem, it has great importance to increase their knowledge in the courses at Primary School Education Program. It might be provided to prospective teachers to get experience in teaching division operation and to get feedback from their mentor teachers at Methods of Teaching Mathematics I-II course.

## 1. Giriş

Eğitim reformları ile birlikte, öğrencilerin matematiği kalıcı ve anlamlı şekilde öğrenebilmeleri için matematiksel açıdan zengin sınıf ortamı yaratılmasının gerekliliği vurgulanmaktadır (Boaler ve Staples, 2008; Stein ve Lane, 1996). Böyle bir sınıf ortamı oluşturmak için öğretmenlere sadece matematik kaynakları, etkinlikleri veya materyalleri sağlamak yeterli değildir (Stein, Remillard ve Smith, 2007). Matematiksel açıdan zengin bir sınıf ortamı yaratmak öğrenci becerileri, tutumları, geçmiş bilgileri, öğretmen inançları, öğretmen fark etme becerileri, öğretmen bilgisi gibi birçok faktörü bir arada yönetmeyi ve kullanmayı gerektirir (Cohen, Raudenbush ve Ball, 2003; Jacobs, Lamb ve Philipp, 2010). Etkili matematik öğretimi ve öğreniminin gerçekleşmesini sağlayan faktörler arasından öğretmen bilgisinin, öğrenci öğrenmesine önemli ölçüde etkili olduğu ileri sürülmektedir (Borko ve Putnam, 1996; Mewborn, 2003). Bu nedenle, son yıllarda öğretmen bilgisini anlamaya ve tanımlamaya yönelik ilgi artmıştır. Araştırmacılar, matematik öğretiminin verimli ve etkili olmasında ve buna bağlı olarak öğrenci öğrenmesinin kalıcı hale gelmesinde öğretmen bilgisinin önemli olduğu konusunda hem fikir olmalarına rağmen, araştırmacıların öğretmen bilgisinin bileşenleri ile ilgili fikir ayrılıkları mevcuttur (Ball, Thames, ve Phelps, 2008; Rowland, Huckstep, ve Thwaites, 2003; Shulman, 1986). Bu bağlamda, araştırmacılar öğretmen bilgisi ile ilgili farklı kuramsal çerçeveler ortaya koymuşlardır.

### Kuramsal Çerçeve

Öğretmen bilgisi ile ilgili çalışmaların öncülüğünü yapan Shulman (1986), bu bilgi türünün 3 farklı bileşeni olduğunu ifade etmiştir: alan bilgisi, pedagojik alan bilgisi ve öğretim programı bilgisi. Alan bilgisi, alandaki kavram, olgu ve teoremlerin doğruluğunu ve yanlışlığını muhakeme etme, ilişkilendirme ve öğrencilerin bu kavramları matematik ve farklı disiplinler içinde nasıl kullanacaklarını ve neden bu kavramları öğrenmeleri gerektiğine dair bilgileri içerir (Shulman, 1986). İkinci bileşen olan, pedagojik alan bilgisi; konu, kavram veya teoremi öğrenciler için en kolay ve anlaşılır şekilde sunmayı, konuların öğrenilmesini kolaylaştıran veya zorlaştıran durumları tespit etmeyi gerektiren bilgi türüdür. Başka bir deyişle, pedagojik alan bilgisi konunun en iyi şekilde nasıl öğretilceğine dair bilgidir (Shulman, 1986). Shulman, belirli bir alan ile ilgili konuların hangi kaynaklar kullanılarak hangi sırada ve hangi sınıf düzeyinde anlatıldığına dair bilgiyi öğretim programları bilgisi olarak tanımlamıştır.

Shulman'ın öğretmen bilgisi bileşenleri sadece matematik öğretimine özgü olmaktan ziyade daha genel bir çerçeve sunmakta ve alan ve pedagojik alan bilgisini ayrı ayrı ele almaktadır. Fakat daha sonra, alan ve pedagojik alan bilgisinin bir arada değerlendirildiği, bu bilgi türlerinin sınıf ortamına etkisinin belirlenmesini, değerlendirilmesini ve geliştirilmesini sağlayan ve matematik öğretimine özgü olan Dörtlü Bilgi Modeli oluşturulmuştur (Rowland, Huckstep ve Thwaites, 2005; Rowland, Jared ve Thwaites, 2011). Bu modele göre öğretmen bilgisi; *temel bilgi, dönüşüm bilgisi, ilişki kurma bilgisi ve beklenmeyen olaylar bilgisi* bileşenlerinden oluşmaktadır. Buna ek olarak, Shulman'ın öğretmen bilgisi bileşenlerini detaylandıran Ball, Thames ve Phelps (2008) sadece matematik öğretmeye yönelik Öğretim için Matematik Bilgisi olarak adlandırılan kuramsal çerçeveyi sunmuşlardır. Bu çerçevede, Shulman'ın alan bilgisi bileşeni genel alan bilgisi, uzmanlık alan bilgisi ve kapsamlı alan bilgisi; pedagojik alan bilgisi de alan ve öğrenci bilgisi, alan ve öğretim bilgisi ve alan ve müfredat bilgisi olarak ele alınmıştır. Genel alan bilgisi, matematik öğretimine özgü olmayan, her birey tarafından sahip olunan matematik bilgisi iken uzmanlık alan bilgisi, matematik öğretimine özgü olan, sınıf içerisinde kullanılan ve pedagojik bilgi içermeyen bilgi türüdür. Ball ve arkadaşları, uzmanlık alan bilgisini, kavramların, işlemlerin ve matematiksel ifadelerin altında yatan nedenlerin ortaya koyulmasını ve öğrencilerin net bir şekilde ayırt edemedikleri işlemlerin farklı gösterimlerinin anlaşılmasının sağlanmasını gerektirdiğini vurgulamışlardır. Mevcut çalışmanın amacı, sınıf öğretmeni adaylarının bölme işleminin paylaşırma ve gruplama anlamına ve bu anlama bağlı olarak bölme işleminin modellenmesine ilişkin bilgilerinin araştırılması olduğu için, bu çalışma, öğretmen bilgisine ilişkin kuramsal çerçeveler arasından *Öğretim için Matematik Bilgisi* kuramsal çerçevesine dayandırılmıştır. Daha spesifik olarak belirtmek gerekirse, bu çalışmada, sınıf öğretmeni adaylarının bölme işleminin anlamına ve modellenmesine yönelik bilgisi, Ball ve arkadaşlarının uzmanlık alan bilgisi çerçevesinde incelenmiştir.

Ball (1990) öğretmen adaylarının problemleri çözerken sadece kuralları uyguladıklarını, kuralların altında yatan nedenleri bilmediklerini belirtmiştir. Oysa ki, kalıcı ve anlamlı matematik öğretimi için öğretmenlerin, kavramların anlamını bilmeleri, kavramlar, gösterimler ve işlemler arasında ilişki kurmaları, bununla birlikte işlemler ve kuralların mantığını açıklamaları gerekmektedir (Simon, 1993). Fakat alan yazınındaki çalışmalar, öğrencilerin, matematik ve sınıf öğretmenlerinin birçoğunun kavramsal bilgidен ziyade işlemsel bilgiye sahip olduğunu, kavramların anlamlarını bilmediklerini ve bundan dolayı matematik derslerinde işlemsel öğretime ağırlık verdiklerini vurgulamaktadır (Ball, 1990a; Fennema ve Franke, 1992; Hill, Schilling, ve Ball, 2004; İşleyen ve Işık, 2003; Tirosh, 2000). Örneğin, Ball (1990b) öğretmen adaylarının kesirlerde bölme işlemini doğru bir şekilde yapabildiklerini fakat kesirlerde bölme işleminin anlamını bilmediklerini ifade etmiştir. Benzer şekilde, İdil ve Narlı (2019) ortaokul matematik öğretmeninin denklemler

konusuna ilişkin uzmanlık alan bilgisinin yeterli düzeyde olmadığı sonucuna ulaşmıştır. Alan bilgisi ile ilgili yapılan çalışmalar değerlendirildiğinde, öğretmen ve öğretmen adaylarının uzmanlık alan bilgilerinin yetersiz olduğu sonucuna ulaşılabilir (Ball, 1990b; İdil ve Narlı, 2019; Tirosh, 2000). Oysaki uzmanlık alan bilgisi, öğretmenlere özgü ve öğretmenlerin matematik öğretimini kalıcı ve anlamlı bir şekilde gerçekleştirebilmeleri için gerekli olan bilgi türüdür. Öğretmenlerin, öğrencilerin farklı çözüm stratejilerini değerlendirebilmeleri, kavramların farklı anlamlarını yorumlayabilmeleri, verilen bir işlemin hangi matematik probleminin çözümü olduğunu bilmeleri gerekmektedir (Ball ve diğ., 2008). Başka bir deyişle, öğretmenlerin uzmanlık alan bilgilerinin yeterli ve güçlü olması gerektiği belirtilmektedir (Ball ve diğ., 2008; Hill ve Lubienski, 2007). Öğretmen adaylarının geleceğin öğretmeni oldukları düşünüldüğünde onların alan bilgilerinin matematik eğitiminin kalıcı ve anlamlı olması için önemli bir role sahip olduğu açıktır. Bu nedenle, öğretmen adaylarının matematiğin alt öğrenme alanlarına ilişkin alan bilgilerinin araştırılması ve bu araştırmanın sonuçları doğrultusunda öğretmen eğitiminin yapılandırılması matematik öğretimini daha verimli hale getirecektir. Buradan hareketle, bu çalışmanın amacı sınıf öğretmeni adaylarının bölme işlemine dair alan bilgilerini incelemektir.

### **Bölme İşlemi ve Bölme İşlemine Dair Öğretmen Alan Bilgisi**

Bölme, dört işlem arasındaki ilişkiler, kesirler, rasyonel sayılar, basamak değeri gibi birçok konu ile ilgili olan bir kavram olduğu için matematik öğretiminde ve öğreniminde önemli bir rol oynamaktadır (Ball, 1990b). Fakat bölme; dört işlem arasında hem semantik yapılar (Anghileri, 1989; Kouba, 1989) hem de kavramsal anlayış (Steffe, 1988) açısından, öğretmesi ve öğrenmesi en zor ve karmaşık olan işlemdir. Bölme işleminin karmaşık yapısının nedenleri arasında bölme işlemi anlamlandırırken sadece çarpma işleminin tersi olarak düşünülmesi (Kaasila, Pehkonen, ve Hellinen, 2010), bölme işleminin sadece eşit paylaşım olarak kavramsallaştırılması (Bryant, 1997) ve ölçme, oran, çarpımsal karşılaştırma gibi soyut anlamlar içermesi (Ambrose, Baek, ve Carpenter, 2003) olduğu belirtilmektedir. Öğrencilerin bölme işlemine ilişkin kavramsal anlayışa sahip olmaları için bir bütünü eşit olarak paylaşımının yanında bölme ve bölüm kavramları arasındaki ilişkinin de farkında olmaları gerekmektedir (Bryant, 1997). Bu kavramlar arasındaki ilişkiler bölme işleminin farklı şekilde anlamlandırılmasına neden olmaktadır. Bu bağlamda, bölme, paylaşım (partitive division) ve gruplama (ölçme) (measurement division) olarak iki farklı anlama sahiptir (Fischbein, Deri, Nello, ve Merino, 1985). Bölme işleminin paylaşım anlamı grup sayısının bilindiği fakat her gruptaki nesne/kişi sayısının bilinmediği durumları içerirken, gruplama (ölçme) anlamı her gruptaki kişi/nesne sayısı bilinirken grup sayısının bilinmediği durumları içermektedir (Fischbein ve diğ., 1985). Öğrencilerin, grup sayısı ve grup sayısındaki nesne/kişi arasındaki ilişkiyi fark etmeleri ve bu kavramları ayırt etmeleri bölme işlemi anlamlandırmaları açısından çok önemlidir. Fakat öğrenciler bilinçsiz olarak bölmeyi eşit büyüklükteki gruplara ayırma olarak anlamlandırmalarına rağmen bu kavramsal temelin ne kadar sağlam olduğu tam olarak bilinmemektedir (Simon, 1993). Buna ilişkin olarak, Ambrose ve arkadaşları (2003) çocukların küçük yaşlarda bölme işleminin paylaşım ve gruplama anlamının farkında olduklarının ifade etmişlerdir. Ayrıca, çocuklar erken yaşlarda bölme işleminin anlamına göre strateji geliştirip, stratejilerini somut materyaller kullanarak da modelleyebilmektedirler (Kouba, 1989; Kouba ve Franklin, 1993). Çocuklar gruplama anlamı içeren bölme problemlerini çözerken, öncelikle toplam nesne sayısı bitene kadar, nesnelere, grupta olması gereken nesne sayısına göre gruplandırır. Elde ettikleri grup sayısı bölme işleminin sonucunu vermektedir. Paylaşım anlamı içeren bölme problemlerinde ise toplam nesne sayısını gruptaki nesne sayısına bölerek bölme algoritması kullanmaktadırlar (Ambrose ve diğ., 2003; Baykul, 2014). Çocukların, bölme işlemi okul öncesi dönemde bilinçsiz olarak modellemeleri, öğretmen veya öğretmen adaylarının bölmenin farklı anlamlarını bilinçli olarak kullanıp kullanmadıkları konusunda merak uyandırmıştır. Bu kapsamda yapılan araştırmalar sonucunda, öğretmen adaylarının bölme ile ilgili bilgilerinin işlemsel olduğu ve bölme işleminin altında yatan kavramsal bilgiye sahip olmadıkları vurgulanmıştır (Baki, 2013; Ball, 1990b; Tekin-Sitrava, 2018). Benzer şekilde, Tekin-Sitrava (2018) matematik öğretmeni adayları ile yaptığı çalışmada öğretmen adaylarının bölme işlemlerini doğru yapmalarına rağmen büyük çoğunluğunun ölçme ve paylaşım anlamı arasındaki farkı bilmedikleri sonucuna ulaşmıştır. Çocukların erken yaşlarda bilinçsiz olarak bölme işleminin anlamını ayırt edip bu doğrultuda stratejiler geliştirdikleri dikkate alınarak öğretmen ve öğretmen adaylarının da bu doğrultuda bölme işlemi anlatmaları gerektiği ifade edilmektedir (Ambrose ve diğ., 2003). Fakat, Silver (1986) öğrencilerde bölme işlemine yönelik en sık karşılaşılan sorunun kavramsal ve işlemsel bilginin ilişkilendirilerek öğretilmemesinden kaynaklandığını belirtmektedir. Başka bir deyişle, çocukların bilinçsiz olarak sahip olduğu kavramsal bilgi sınıfta verilen öğretim sonucunda eksik ve yanlış bir bilgiye dönüşebilmektedir. Buna ek olarak, Çiltaş ve Işık (2002), öğrencilerin karşılaştıkları sorunların nedenlerinden birinin, matematiğin soyut bir yapıya sahip olmasından kaynaklandığını ifade etmişlerdir. İlkokul düzeyindeki öğrenciler, soyut işlemler döneminde olmadığından dolayı matematiği anlamakta ve kavramsallaştırmakta zorlanmaktadırlar (Piaget, 1977). Öğrencilerin yaşadığı bu sorunu çözmek için matematiğin somutlaştırılarak anlatılması gerektiği savunulmaktadır (Muşlu ve Çiltaş, 2016). Erbaş, Kertil, Çetinkaya, Çakıroğlu, Alacacı, ve Baş (2014) matematik kavramlarını



somutlaştırmanın en etkili yollarından birinin matematiksel modelleme olduğunu ifade etmişlerdir. Bu doğrultuda ilkökul Matematik Dersi Öğretim Programında yer alan “Çarpma ve bölme işlemleri bakımından, 2. sınıftan itibaren, modeller yardımıyla farklı anlamların verilmesi önem taşımaktadır” (MEB; 2018, s.10) ifadesi ile bölme işleminin anlamlandırılmasında modellemenin önemi vurgulanmıştır. Bunun yanında, öğrencilerin matematiksel kavramları nasıl modellediklerini veya verilen bir modelle kavramı nasıl ilişkilendirdiklerini öğretmenlerin anlayıp yorumlamaları, öğretmenlerin öğrencilerin anlamalarını desteklemeleri açısından önemlidir (National Council of Teaching Mathematics, [NCTM], 2014). Başka bir deyişle, öğretmen ve öğretmen adaylarının da bölme işleminin modellenmesine ilişkin bilgilerinin yeterli düzeyde olması gerekmektedir. Buradan hareketle, bu çalışmada, sınıf öğretmeni adaylarının bölme işleminin anlamına ve bu anlama bağlı olarak modellenmesine ilişkin alan bilgilerinin araştırılması amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda, aşağıdaki araştırma sorularına yanıtlar aranmıştır:

1. Sınıf öğretmeni adaylarının bölme işleminin anlamına ilişkin alan bilgileri ne düzeydedir?
2. Sınıf öğretmeni adaylarının bölme işleminin anlamına bağlı olarak bölme işleminin modellenmesine dair bilgileri ne düzeydedir?

## 2. Yöntem

### Çalışmanın Yöntemi

Bu çalışmada, nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması yöntemi kullanılmıştır. Durum çalışması, nitelikli bir araştırma için kullanılan en yaygın yöntemlerden biridir (Stake, 2010). Durum çalışması bütünü elde tutarak, gerçek durum perspektifinden araştırmacının duruma derinlemesine odaklanmasını sağlayan bir araştırma yöntemidir (Yin, 2014). Bu çalışmada sınıf öğretmeni adaylarının bölme işleminin anlamına ve bu anlama bağlı olarak modellenmesine ilişkin alan bilgilerinin derinlemesine incelenmesi amaçlandığı için durum çalışması yöntemi tercih edilmiştir.

### Katılımcılar

Çalışmanın katılımcıları amaçlı örneklem yöntemi ile belirlenmiştir. Katılımcılar, bir devlet üniversitesinin Eğitim Fakültesi Sınıf Öğretmenliği programının son sınıfına kayıtlı olan 25 öğrenciden oluşmaktadır. Katılımcıların tamamı “Okul Deneyimi” dersini almış ve “Öğretmenlik Uygulaması” dersini almaya devam etmekte olan, aynı zamanda çalışmaya katılma konusunda gönüllü olan öğretmen adaylarıdır. Ayrıca, çalışmanın katılımcıları, sınıf öğretmenliği programında yer alan Temel Matematik-I, II derslerini ve Matematik Öğretimi I, II derslerini almışlardır (YÖK, 2007). Temel Matematik I, II dersi kapsamında sayılar ve dört işlem ile ilgili kavramları; Matematik Öğretimi I, II derslerinde de problem türleri, problem çözme aşamaları, problem çözme stratejileri, doğal sayıların oluşumu ve yapısal özellikleri ile ilgili bilgi sahibi olup bu konulara yönelik kazanımları inceleyip etkinlik örnekleri hazırlamışlardır. Ayrıca, 3. sınıfta aldıkları “Okul Deneyimi” ve dördüncü sınıfın güz döneminde aldıkları “Öğretmenlik Uygulaması I” dersinde öğretmen adayları uygulama okulundaki rehber öğretmenin dersini gözlemlene ve bahar döneminde aldıkları “Öğretmenlik Uygulaması II” dersinde ders anlatma deneyimine sahip olmuşlardır. Böylece, çalışmanın katılımcıları, araştırmanın konusu olan bölme işleminin anlatımına dair sınıf ortamı deneyimine sahip oldukları söylenebilir. Katılımcılara ait bilgilerin gizli tutulması amacıyla katılımcıların gerçek isimleri yerine ÖA1, ÖA2, ...ÖA25 kodları kullanılmıştır.

### Veri Toplama Aracı

Bu çalışmanın verileri, iki adet açık uçlu problemde oluşan *Soru Seti* ve *Yarı-yapılandırılmış Görüşmeler* vasıtasıyla iki aşamada toplanmıştır. Soru Seti’nde yer alan sorular araştırmacılar tarafından hazırlanmış ve alanda uzman bir matematik eğitimcisinden uzman görüşü alınarak testin geçerliği sağlanmıştır. Çalışmanın amacı, sınıf öğretmeni adaylarının doğal sayılarla bölme işleminin anlamına ve modellenmesine ilişkin alan bilgilerini araştırmak olduğu için soru seti ilkökul 1-4. Sınıf matematik dersi öğretim programında yer alan ilgili kazanım doğrultusunda hazırlanmıştır. Bölme işlemi ile ilgili kazanımlar ilkökul 2. sınıf düzeyinde başlamakta ve matematik dersi öğretim programında 2. sınıf düzeyinde bölme işleminin anlamına yönelik “Bölme işleminde gruplama ve paylaşma anlamlarını kullanır” kazanımına yer verilmektedir (MEB, 2018, s. 34). Bu kazanım doğrultusunda hazırlanan soru seti Tablo 1’ de verilmiştir.

**Tablo 1. Bölme İşleminin Anlamı Soru Seti**

- 1) Enes'in 35 tane bilyesi vardır. Enes bilyelerinin tamamını 5 arkadaşına eşit olacak şekilde dağıtacaktır. Buna göre bir arkadaşı kaç tane bilye alır?
- a)Yukarıdaki problem bölme işleminin hangi anlamını içermektedir? Sebebini detaylı bir şekilde yazınız.
- b)Yukarıdaki problemin çözümünü modelleyiniz.
- 2) Emel'in 54 tane boncuğu vardır. Emel her kutuda 9 boncuk olacak şekilde boncuklarını kutulara koymak istiyor. Buna göre, Emel'in tüm boncuklarını koyması için kaç kutuya ihtiyacı vardır?
- a) Yukarıdaki problem bölme işleminin hangi anlamını içermektedir? Sebebini detaylı bir şekilde yazınız.
- b)Yukarıdaki problemin çözümünü modelleyiniz.

Tablo 1'de yer alan, bölme işleminin iki ayrı anlamını içeren birer tane problem öğretmen adaylarına sunulmuş ve öğretmen adaylarına bu problemlerin bölme işleminin hangi anlamını içerdiği sorulmuştur. Ayrıca her iki problemin çözümünü modellemeleri istenerek öğretmen adaylarının bölme işleminin modellenmesine yönelik alan bilgilerinin araştırılması amaçlanmıştır. Öğretmen adaylarının soru setindeki sorulara detaylı bir şekilde yanıt vermelerini sağlamak için süre kısıtlaması yapılmamıştır. Veri toplamanın ikinci aşamasında, soru setine verdikleri cevaplar ile ilgili daha detaylı bilgiler elde etmek amacıyla sınıf öğretmeni adayları ile yarı-yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır. Görüşmeler esnasında, öğretmen adaylarından soru setindeki sorulara verdikleri cevapları detaylandırmaları ve açıklamaları istenmiştir. Tüm görüşmeler katılımcıların izniyle kayıt altına alınmıştır.

### Veri Analizi

Çalışmadan elde edilen veriler, Pilkington (2001) tarafından önerilen içerik analizi yaklaşımı ile analiz edilmiştir. Bu doğrultuda, tüm katılımcıların soru setindeki cevapları incelenmiş ve yarı-yapılandırılmış görüşmelerin transkripti yapılmıştır. Öğretmen adaylarının verdikleri cevaplara göre bölme işleminin anlamı *paylaştırma*, *gruplama* (ölçme) ve *diğer* olarak kodlanmıştır. Bölme işleminin her iki anlamını doğru bir şekilde açıklayan öğretmen adaylarının cevapları *yeterli bilgiye sahip*, sadece bir tanesini doğru açıklayanların cevapları *yeterli bilgiye sahip değil* ve ikisini de yanlış açıklayan veya hiçbir açıklama yapamayanların cevapları *bilgiye sahip değil* olarak kodlanmıştır. Bu kodlara ilişkin frekans analizi yapılmıştır. Öğretmen adaylarının bölme işleminin anlamına bağlı olarak modellenmesine ilişkin bilgileri de içerik analizi yöntemi ile analiz edilmiştir. Öğretmen adaylarından elde edilen veriler, bölme işleminin iki anlamı için de doğru modelleme yapan öğretmen adaylarının cevapları *modelleme bilgisi yeterli*, sadece bir tanesini doğru modelleyenlerin cevapları *modelleme bilgisi yetersiz* ve ikisini de yanlış modelleyen veya hiçbir modelleme yapamayanların cevapları *modelleme bilgisine sahip değil* olarak kodlanmıştır. Bu kodlara ilişkin frekans analizi de yapılmıştır. Matematik eğitimi alanında uzman iki araştırmacı tarafından veri analizinin güvenilirlik çalışması için katılımcıların cevapları ayrı ayrı kodlanmış ve Miles and Huberman (1994) tarafından önerilen Güvenilirlik= Görüş Birliği/ (Görüş Birliği + Görüş Ayrılığı) x 100 formülü kullanılarak güvenilirlik katsayısı hesaplanmıştır. Hesaplama sonucuna göre bölmenin anlamına ilişkin oran %89 iken modelleme bilgisine ilişkin oran %100 olarak bulunmuştur. Görüş ayrılığı olan veriler üzerinde tekrar görüşülmüş ve fikir birliği sağlanmıştır. Ayrıca, güvenilirlik katsayısının %70'in üzerinde çıkması veri analizinin güvenilir olduğunu göstermektedir (Miles ve Huberman, 1994).

### 3. Bulgular

Bu çalışmanın amacı, sınıf öğretmeni adaylarının bölme işleminin anlamına ve bu anlama bağlı olarak bölme işleminin modellenmesine ilişkin bilgilerinin araştırılmasıdır. Bu amaç doğrultusunda, öğretmen adaylarına yöneltilen açık uçlu 2 problem durumundan elde edilen bulgular bölme işleminin anlamına ve bu anlama bağlı olarak bölme işleminin modellenmesine yönelik olmak üzere 2 ayrı başlık altında sunulmuştur.

#### Bölme İşleminin Anlamına Yönelik Bulgular

Bölme İşleminin Anlamı soru setinde yer alan her iki problemde birinci alt sorusunda, öğretmen adaylarına problemin bölme işleminin hangi anlamını içerdiği sorulmuştur. Buradan elde edilen bulgulara ilişkin frekans analizi Tablo 2'de verilmiştir.

**Tablo 2. Bölme işleminin anlamına yönelik bulgular**

| Problem (Bölmenin Anlamı) | Problemi Anlamlandırma durumu | f (%)     |
|---------------------------|-------------------------------|-----------|
| 1. Problem (Paylaştırma)  | Doğru                         | 22 (%88)  |
|                           | Yanlış                        | 3 (%12)   |
|                           | Diğer                         | 0 (%0,00) |
| 2. Problem (Gruplama)     | Doğru                         | 10 (%40)  |
|                           | Yanlış                        | 10 (%40)  |
|                           | Diğer                         | 5 (%20)   |

Soru setindeki problemlerden 1. problem bölme işleminin paylaştırma anlamını içerirken, 2. problem bölme işleminin gruplama anlamını içermektedir. Paylaştırma anlamına ilişkin olarak, sınıf öğretmeni adaylarının büyük çoğunluğunun bölme işleminin paylaştırma anlamını bildikleri, fakat 25 öğretmen adayından sadece 3 tanesinin, 1. problemi bölme işleminin paylaştırma anlamı yerine gruplama (ölçme) anlamı olarak yorumladıkları sonucuna ulaşmıştır. Gruplama anlamına ilişkin yöneltilen 2. problemde, öğretmen adaylarının yaklaşık yarısı bu problemin bölme işleminin paylaşım anlamını içerdiğini belirtirken aynı sayıda öğretmen adayı da gruplama anlamını içerdiğini belirtmişlerdir. 1. problemde farklı olarak, öğretmen adaylarının %20'si 2. problemde bölme işleminin gruplama anlamı yerine bölme anlamı, parça bütün anlamı ve ekleme anlamı gibi anlamlar içerdiğini ifade etmişlerdir. Öğretmen adaylarının bölmenin anlamına dair alan bilgilerinin seviyesini belirlemek için yapılan analiz doğrultusunda elde edilen frekanslar Tablo 3'te verilmiştir.

**Tablo 3. Öğretmen adaylarının bölme işleminin anlamına dair bilgi düzeyleri**

| Bilgi Düzeyleri             | Frekans (%) |
|-----------------------------|-------------|
| Yeterli bilgiye sahip       | 8 (%32)     |
| Yeterli bilgiye sahip değil | 16 (%64)    |
| Bilgiye sahip değil         | 1 (%4)      |

Elde edilen bulgular doğrultusunda, sınıf öğretmeni adaylarının yarısından fazlasının (%64) ilköğretim 2. sınıf düzeyinde yer alan "Bölme işleminde gruplama ve paylaştırma anlamlarını kullanır" (MEB, 2018, s. 34) kazanımına ilişkin yeterli bilgiye sahip olmadığı görülmektedir. Bir öğretmen adayı (%4) ise bölme işleminin iki anlamını içeren iki problem için doğru tanımlama yapamamışlardır. Bu öğretmen adayı bölme işleminin paylaştırma ve gruplama anlamını karıştırmış ve 1. problem için gruplama, 2. problem için paylaştırma anlamını içerdiğini ifade etmiştir. Öğretmen adaylarının yaklaşık üçte biri (%32) bölme işleminin her iki anlamını bilmekte ve verilen problemin bölme işleminin hangi anlamını içerdiğini ayırt edebilmektedir.

### Bölme İşleminin Modellenmesine İlişkin Bulgular

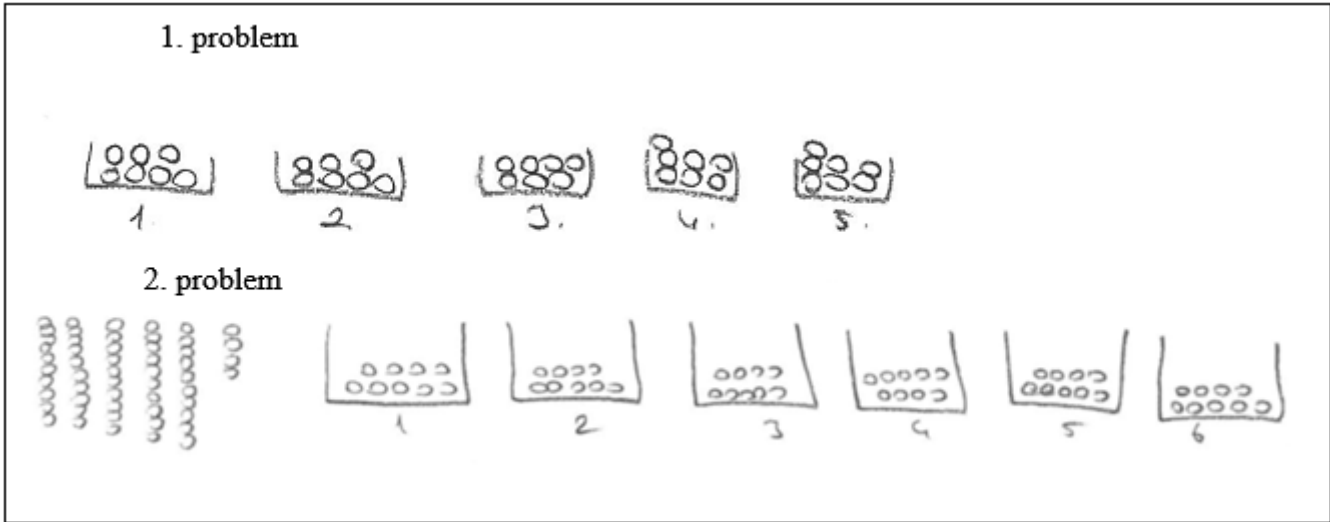
Bölme İşleminin Anlamı soru setinde yer alan her iki problemin de ikinci alt sorusunda, öğretmen adaylarından problemin çözümünü modellemeleri istenmiştir. Elde edilen verilerin analizi sonucunda, bölme işleminin iki anlamını doğru modelleyen öğretmen adayları için modelleme bilgisi yeterli, sadece bir tanesini doğru modelleyenler için modelleme bilgisi yetersiz ve ikisini de yanlış modelleyen veya hiçbir modelleme yapamayanlar için modelleme bilgisine sahip değil olarak kodlanmıştır. Bu kodlara ilişkin frekans analizi Tablo 4'te verilmiştir.

**Tablo 4. Öğretmen adaylarının bölme işleminin modellenmesine dair bilgi düzeyleri**

| Modelleme Bilgisi Düzeyi        | Frekans (%) |
|---------------------------------|-------------|
| Modelleme bilgisi yeterli       | 12 (%48)    |
| Modelleme bilgisi yetersiz      | 8 (%32)     |
| Modelleme bilgisine sahip değil | 5 (%20)     |

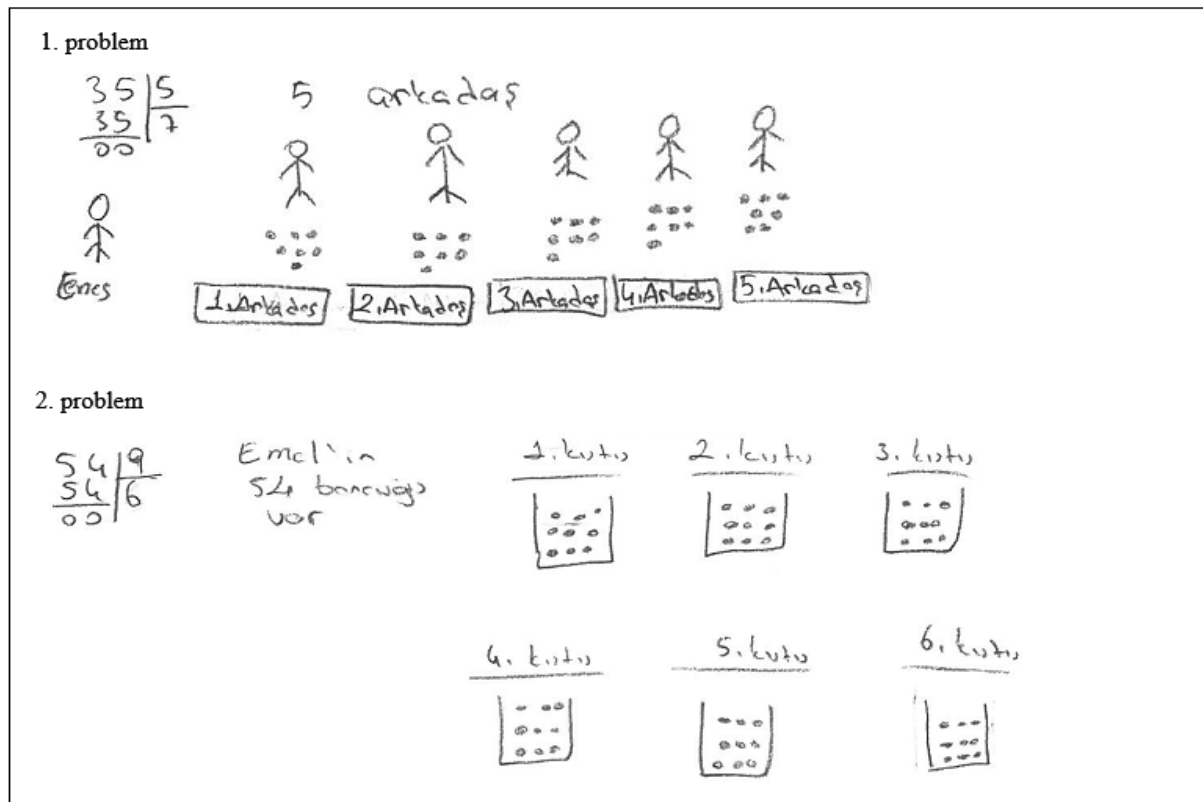
Yirmi beş öğretmen adayından elde edilen veriler doğrultusunda, öğretmen adaylarının yaklaşık yarısının paylaştırma ve gruplama anlamına bağlı olarak verilen problem durumunu doğru bir şekilde modelledikleri sonucuna ulaşmıştır. Bu öğretmen adayları, bölme işleminin her iki anlamı için de doğru modelleme yaptıkları için bölme işleminin modellenmesine ilişkin yeterli bilgiye sahip oldukları kabul edilmiştir. Örnek olarak ÖA<sub>18</sub>'in modellenmesi Şekil 1'de sırasıyla verilmiştir.





Şekil 1. ÖA18'in 1. ve 2. problem durumunu modellemesi

Bölme işlemine ilişkin modelleme bilgisi yeterli olan öğretmen adaylarının tamamı ÖA<sub>18</sub>'in modellemesine benzer şekilde modelleme yapmışlardır. Diğer taraftan, sınıf öğretmeni adaylarının yaklaşık üçte biri (%32) bölme işleminin paylaşırma ve gruplama anlamlarından yalnızca birini doğru şekilde modellemişler ve bu öğretmen adaylarının modelleme bilgilerinin yetersiz olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Bu öğretmen adaylarından 2 tanesi 1. problemi doğru bir şekilde modellerken, 6 tanesi 2. problemi doğru modellemişlerdir. Başka bir deyişle, modelleme bilgisi yetersiz olan öğretmen adaylarından %25'i bölme işleminin paylaşırma anlamını doğru modellerken, %75'i de gruplandırma anlamını doğru modellemiştir. Paylaşırma anlamını doğru modelleyen fakat gruplama anlamını yanlış modelleyen ÖA<sub>4</sub>'ün modellemesi ile gruplama anlamını doğru modelleyip paylaşırma anlamını yanlış modelleyen ÖA<sub>24</sub>'ün modellemeleri ve görüşme esnasındaki açıklamaları Şekil 2 ve Şekil 3'te sırasıyla verilmiştir.



Şekil 2. ÖA<sub>4</sub>'ün 1. ve 2. problem durumunu modellemesi

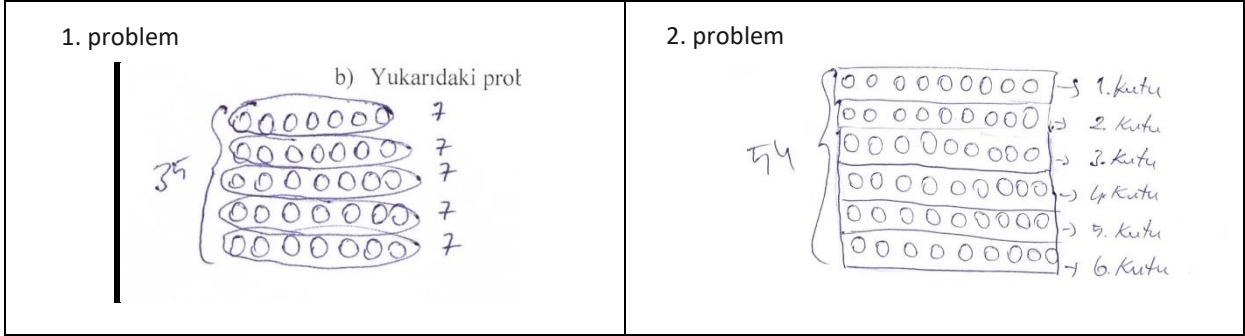
ÖA<sub>4</sub>'ün modellemesine ilişkin açıklaması:

35 tane bilyeyi kişilere dağıtacağız. 5 öğrencimiz varmış, 35 tane de bilyemiz varmış. Öğrencileri çizdim. Bilyeleri tek tek veririm. Ahmet'e 1 bilye, Mehmet'e 1 bilye, Veli'ye 1 bilye,

Fatma'ya 1 bilye, Ayşe'ye 1 bilye. Bu süreç böyle tekrarlanır elimde hiç bilye kalmayana kadar. Her öğrencinin bilyesini sayıp buluruz.

Sorular arasında fark yok. 2. problemi de, 1. problem gibi yaparım. Her öğrenciye birer kutu verirdim. 6 kutuyu öğrencilere verirdim. Kutulara 1'er tane boncuk koyardım. Boncukları bitince her kutuda kaç tane boncuk olduğunu sayardım, 9 tane. Hepsini sırayla toplayıp kontrol ederim.

ÖA<sub>4</sub>'ün açıklamasından anlaşılacağı gibi paylaşırma ve gruplama anlamını aynı şekilde modellemiş ve her iki problemin bölme işleminin paylaşırma anlamını içerdiğini ifade etmiştir. Başka bir deyişle, ÖA<sub>4</sub>'ün bölme işlemine dair alan bilgisi ve modelleme bilgisi yetersizdir.



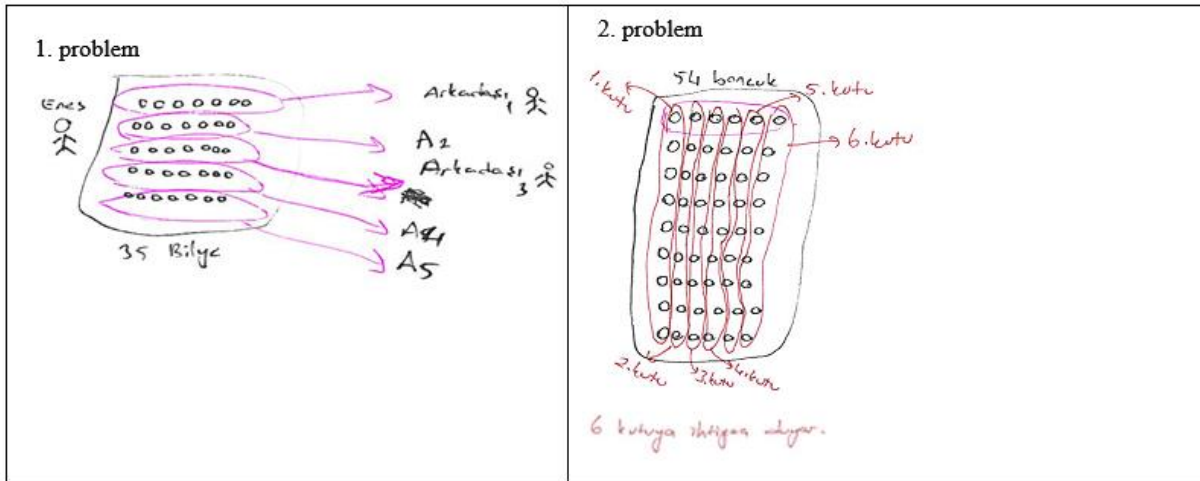
Şekil 3. ÖA<sub>24</sub>'ün 1. ve 2. problem durumunu modellemesi

ÖA<sub>24</sub>'ün bölme işleminin iki anlamını içeren problem durumu için çizdiği modellere dair açıklaması aşağıda verilmiştir.

35 bilye çizdim. 35 bilyeyi 5'e böldüm ve 7 buldum. Bu yüzden 35 bilyeyi 7 şerli grupladım. 2. problem de ise 54 boncuk çizdim. Bu boncukları 9, 9, 9 olacak şekilde grupladım. 6 grup elde ettim ve 6 kutu olmuş oldu. İki problem birbirinin aynısı olduğu için aynı şekilde modelledim.

ÖA<sub>24</sub>'ün modellemesinden ve açıklamasından anlaşıldığı üzere ÖA<sub>24</sub> her iki problemi aynı şekilde modellemiştir. Modellemesini ve açıklamasını gruplama anlamına dayandırmış olmasına rağmen, bu problemlerin bölme işleminin paylaşırma anlamını içerdiğini belirtmiştir. ÖA<sub>24</sub>'ün bölme işleminin anlamına dair alan bilgisi ve modelleme bilgisi eksiktir.

Son olarak, 25 öğretmen adayından 5 tanesi (%20) bölme işleminin paylaşırma ve gruplama anlamını içeren problemleri doğru bir şekilde modelleyememişlerdir. ÖA<sub>12</sub>'nin modellemesi ve açıklaması Şekil 4'te verilmiştir.



Şekil 4. ÖA<sub>12</sub>'nin 1. ve 2. problem durumunu modellemesi

ÖA<sub>12</sub>'nin bölme işleminin iki anlamını içeren problem durumu için çizdiği modellere dair açıklaması aşağıda verilmiştir.

Kişileri düşündüm, kafamda işlemi yaptım. 7 tane bilyeyi yan yana yazdım. Sonra 7 tane altına yazdım. Kafamda bölüp yaptım, sonra çizdim.

2. problemde kafamdan bölme yaptım gene. 9 tane bilyeyi alt alta çizdim. Kafamda hesapladığım için 6 kutu olacak şekilde çizdim. 2 modelleme arasında bir fark yok.

ÖA<sub>12</sub>'nin açıklamasından modellemeyi işleme dayandırarak yaptığı anlaşılmaktadır. Önce işlemi yapmış ve işlemin sonucuna göre de boncukları ve bilyeleri dağıtmıştır. Ayrıca iki problemin gruplama anlamını içerdiğini ve modellenmesinde bir fark olmadığını belirtmiştir. Açıkça belirtmek gerekirse, ÖA<sub>12</sub> ve bu grupta yer alan diğer 4 öğretmen adayının bölme işleminin anlamına ilişkin alan bilgisine ve modelleme bilgisine sahip olmadığı görülmektedir.

Bölme İşleminin Anlamı soru setinde yer alan problemlerin modellemesine ilişkin bulgular, çalışmaya katılan sınıf öğretmeni adaylarının %48'inin modelleme bilgisine sahip olduğunu, %32'sinin modelleme bilgisinin yetersiz olduğunu ve %20'sinin de modelleme bilgisine sahip olmadığını göstermektedir.

Tablo 3 ve Tablo 4'te sınıf öğretmeni adaylarının bölme işleminin anlamına dair bilgi düzeyleri ile modellemeye dair bilgi düzeyleri ayrı ayrı verilmiştir. Tablo 5'te problem bazında hem bölme işleminin anlamına hem de bu anlama yönelik modelleme bilgisine yönelik elde edilen bulgular verilmiştir.

**Tablo 5. Anlama ve modelleme bilgi düzeyleri**

| Kategoriler | Anlama ve modelleme bilgi düzeyleri                               | 1. problem<br>(paylaştırma anlamı) | 2. problem<br>(gruplama anlamı) |
|-------------|---|------------------------------------|---------------------------------|
| Kategori 1  | Anlam bilgisi <b>yeterli</b> , modelleme bilgisi <b>yeterli</b>   | 14 (%56)                           | 7 (%28)                         |
| Kategori 2  | Anlam bilgisi <b>yeterli</b> , modelleme bilgisi <b>yetersiz</b>  | 8 (%32)                            | 3 (%12)                         |
| Kategori 3  | Anlam bilgisi <b>yetersiz</b> , modelleme bilgisi <b>yeterli</b>  | 1 (%4)                             | 11 (%44)                        |
| Kategori 4  | Anlam bilgisi <b>yetersiz</b> , modelleme bilgisi <b>yetersiz</b> | 2 (%8)                             | 4 (%16)                         |

Tablo 5'e göre, 25 sınıf öğretmeni adayının yarısından fazlası bölme işleminin paylaştırma anlamını bilmekte ve bu anlama bağlı olarak problemde verilen durumu doğru bir şekilde modelleyebilmektedir. Fakat öğretmen adaylarının üçte birinden fazlası bölme işleminin paylaştırma anlamını bilmelerine rağmen doğru bir şekilde modelleyememektedirler. Bölme işleminin paylaştırma anlamı bilgisi yetersiz olup doğru modelleyen veya hem anlam bilgisi hem de modelleme bilgisi yetersiz olan öğretmen adayı sayısı ise çok azdır. Paylaştırma anlamının aksine, gruplama anlamına dair bilgisi ve buna bağlı olarak modelleme bilgisi yeterli olan öğretmen adayı sayısı, çalışmaya katılan öğretmen adayı sayısının üçte biri kadardır. Ayrıca, 25 öğretmen adayından 3 tanesi gruplama anlamını bilip anlama uygun olarak problemi modelleyememektedir. Fakat öğretmen adaylarının yaklaşık yarısı gruplama anlamını bilmemelerine rağmen gruplama anlamı içeren problemi bu anlama uygun bir şekilde modellemişlerdir. Son olarak, 4 öğretmen adayı (%16) gruplama anlamı içeren problemin anlamını doğru bilmemekte ve aynı zamanda doğru bir şekilde modelleyememektedir.

Tablo 5'te görüldüğü üzere, bölme işleminin paylaştırma anlamına yönelik bilgiye sahip olan öğretmen adaylarının oranı %88 olup, gruplama anlamını bilen öğretmen adaylarından (%40) daha fazladır. Bunun aksine, paylaştırma anlamını modellemeye yönelik bilgiye sahip olan öğretmen adaylarının oranı %60 iken, gruplama anlamını modellemeye yönelik bilgiye sahip olan öğretmen adaylarının oranı %72'dir. Başka bir deyişle, öğretmen adaylarının büyük çoğunluğu paylaştırma anlamına dair bilgiye sahipken, gruplama anlamına yönelik modelleme bilgisine sahiptir.

#### 4. Tartışma

Bu çalışmanın amacı, sınıf öğretmeni adaylarının bölme işleminin anlamına ve bu anlama bağlı olarak bölme işleminin modellenmesine ilişkin bilgilerinin incelenmesidir. Bu çerçevede yapılan araştırma kapsamında elde edilen bulgular doğrultusunda, sınıf öğretmeni adaylarının büyük çoğunluğunun (%64) bölme işleminin anlamına ilişkin bilgilerinin yetersiz olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Başka bir deyişle, 25 öğretmen adayından sadece 8 (%32) tanesi bölme işleminin her iki anlamını bilirken, 16 (%64)'ünün bölme işleminin paylaştırma ve gruplama anlamlarından sadece birine dair bilgileri olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca, öğretmen adaylarının %88'i paylaştırma anlamı içeren problem durumunu doğru yorumlarken, %40'ı gruplama anlamı içeren problem durumunu paylaştırma ve %40 da gruplama olarak yorumlamışlardır. Buradan hareketle, öğretmen adaylarının bölme işlemini eşit paylaşım olarak kavramsallaştırdıkları ve gruplama anlamına dair bilgilerinin eksik olduğu sonucu çıkarılabilir. Benzer şekilde, Graeber, Tirosh ve Glover (1989) yaptıkları çalışma sonucunda, 129 öğretmen adayının bölme işleminin paylaştırma anlamını içeren problemlerde gruplama anlamını içeren problemlere nazaran daha başarılı olduklarını belirtmişlerdir. Buna ek olarak, Baki (2013), sınıf öğretmeni adaylarının bölmenin paylaştırma ve gruplama anlamına odaklanmadıklarını ve bu

anlamaların altında yatan nedenleri bilmediklerini ifade etmiştir. Bunun nedenlerinden biri, öğrencilere bölme işlemi ilk defa anlatılırken eşit paylaşma anlamının öğretilmesi olabilir. Örneğin, 2009-2013 yılları arasında uygulanan İlköğretim Matematik Dersi 1-5. Sınıflar Öğretim Programında 2.sınıfta “Bölmenin eşit paylaşma anlamını vurgulamak için problemler, model kullanılarak çözdürülür” (MEB, 2009, s.121) ifadesi yer almaktadır. Bu ifadeden de anlaşılacağı üzere 2013 yılında geliştirilen müfredattan önce bölme işleminin paylaşma anlamına vurgu yapılmıştır. Bu doğrultuda, öğretmen adaylarının ilköğretim öğrencisi olduğu dönemde bölme işlemi, paylaşma olarak kavramsallaştırılmış olabilir. Öğrenilen ilk bilgilerin daha kalıcı olduğu düşünülürse, öğretmen adaylarının da hala bölme işlemini paylaşma olarak anlamlandırmaları olağan bir sonuçtur. Bu bulgu, geçmiş çalışmalarla da desteklenmektedir. Örneğin, Fischbein ve diğ. (1985) çocukların okullarda bölme işlemini öncelikle paylaşma olarak öğrendiklerini ve bu anlamın çocuklarda kalıcı olduğunu ifade etmiştir. Ayrıca, Tirosh ve Graeber (1989) bölme işlemini sadece paylaşma anlamına dayandıran çocukların kesirler veya ondalık kesirler gibi sayıların farklı ifadelerinde bölme işlemini anlamlandırmalarının zor olduğunu ve sadece işlemsel bilgilerine güvendiklerini açıklamışlardır. Fakat kavramsal bilgidен önce işlemsel bilgi geliştiği takdirde, öğrencilerin kavramsal bilgiyi oluşturmaları zorlaşmaktadır (Hiebert ve Wearne, 1988). Buradan hareketle, öğretmen adaylarının çocukluk döneminde bölme işlemini sadece paylaşma olarak kavramsallaştırmaları ve bölme işlemine ilişkin işlemsel bilgiyi kavramsal bilgidен önce yapılandırmaları öğretmenlik eğitimi almış olmalarına rağmen bölme işleminin anlamına dair bilgilerinin yetersiz olmasının nedeni olabilir. Ayrıca, öğrencilerin bölme işlemini tam olarak anlamaları için farklı semantik yapı ve farklı bağlamlar içeren çeşitli deneyimlere ihtiyaç duydukları ve bu deneyimlerin, bölmenin paylaşma ve gruplama anlamını içeren günlük yaşamla ilişkili olması gerektiği vurgulanmaktadır (Downtown, 2008). Bu doğrultuda, öğretmen adaylarının bölme işleminin anlamına ve modellenmesine yönelik bilgilerinin yetersiz olmasının nedenlerinden bir diğeri, bölme işlemini öğrenirken farklı yapılarda (paylaşma ve gruplama) ve farklı bağlamda bölme işlemi ile ilgili problem çözmemeleri olabilir. Çalışmadan elde edilen önemli sonuçlardan biri, bölme işleminin anlamını öğrencilerde oluşturmak için gerekli alan bilgisinin birçok öğretmen adayının verdiği cevaplarda belirgin olmadığı ve bundan dolayı, öğretmen adaylarının gelecekteki öğrencilerinin de bölme işleminin anlamını geliştirmek için yeterli donanımına sahip olamayacaklarını göstermektedir. Alan yazında yapılan benzer çalışmalarda, öğretmen ve öğretmen adaylarının bölme işlemine ilişkin alan bilgilerinin yetersiz olduğu, öğretmenlerin kavramsal bilgidен ziyade işlemsel bilgiye sahip oldukları sonucuna ulaşılmıştır (Ball, 1990b; Fennema ve Franke, 1992; Hill, Schilling, ve Ball, 2004; Tirosh, 2000). Bu nedenle, birçok öğretmen bölme işleminin anlamına dikkat çekerek öğretim yapmalarının mümkün olmadığı söylenebilir. Oysaki Ambrose ve arkadaşlarının (2003) belirttiği üzere günlük yaşam deneyimleri sonucunda çocuklar küçük yaşlarda bilinçli ya da bilinçsiz olarak bölme işleminin farklı anlamlarını göz önünde bulundurarak farklı çözüm stratejileri geliştirebilirler. Bu nedenle, öğretmen ve öğretmen adaylarının da sahip oldukları bilgiyi güçlendirmeleri gerekmektedir.

Bu çalışmanın bir başka önemli bulgusu ise, sınıf öğretmeni adaylarının bölme işleminin anlamına bağlı olarak modelleme bilgileri ile ilgilidir. Elde edilen bulgulara göre, öğretmen adaylarının yaklaşık yarısının modelleme bilgisinin yeterli ve üçte birinin modelleme bilgisinin yetersiz olduğu sonucuna varılmıştır. Bölmenin paylaşma anlamına yönelik bilgilerinin aksine, öğretmen adayları gruplama ile ilgili problemi modelleme de daha başarılı olmuşlardır. Başka bir deyişle, öğretmen adayları bölme işleminin paylaşma anlamına yönelik daha güçlü bir bilgiye sahipken gruplama anlamına yönelik modelleme bilgileri daha iyi düzeydedir. Bu durumda, sınıf öğretmeni adayları bölme işlemini paylaşma olarak anlamlandırırken gruplama anlamını düşünerek modellemektedirler. Bunun nedeni toplam nesne sayısını belirli bir sayı kadar (örneğin birer birer, ikişer ikişer) dağıtmak yerine bir gruptaki nesne sayısı kadar gruplamak, öğrenci, öğretmen veya öğretmen adayları için daha basit bir modelleme olabilir. Ayrıca, Mousley'in (2000) belirttiği üzere, paylaşma anlamındaki eylem eşit paylaşım iken gruplama anlamındaki eylem bölümlere ayırmaktır. Bu doğrultuda, öğrenci, öğretmen veya öğretmen adaylarına paylaşım yapmayı kâğıt üzerinde çizerek modellemek bölümlere ayırmayı modellemekten daha karmaşık geliyor olabilir. Paylaşma anlamına dair alan bilgileri iyi düzeyde iken paylaşma anlamına yönelik modelleme bilgilerinin zayıf olmasının bir diğeri ise bölme işleminin anlamı ile bu anlama yönelik modellemeyi ilişkilendirememeleri olabilir. Bölme işleminin anlamına göre modelleme yapmak için bu anlamın içeriğinin iyi bir şekilde analiz edilmesi modelleme yapmalarına olanak sağlayacaktır. Örneğin, paylaşma anlamında grup sayısı ve toplam nesne sayısı bellidir. Bu durumda öğretmen adaylarının toplam nesne sayısını gruplara eşit olarak dağıtmak için nasıl bir yöntem izlemesi gerektiğini düşünmesi gerekmektedir. Eşit olarak dağıtırken, ilk durumda her gruba kaç tanesi vermesi gerektiğini ön göremiyorsa, toplam nesneyi birer birer ya da ikişer ikişer gruplara dağıtarak bir gruptaki nesne sayısını bulabilir. Buradan hareketle, paylaşma anlamının içeriği, nasıl modelleme yapılacağı ile ilgili fikir vermektedir. Başka bir deyişle, sınıf öğretmeni adayları bölmenin anlamı ile bu anlama dair modellemeyi ilişkilendirememesi, bölmenin anlamını da tam olarak içselleştiremediği anlamına

gelmektedir. Sonuç olarak, sınıf öğretmeni adaylarının sahip oldukları bilgilerini (özellikle paylaştırma anlamına dair bilgi) farklı gösterimlerle (modelleme) ifade etmekte zorlanmaktadırlar.

Benzer çalışmalarda öğretmen veya öğretmen adaylarının hem bölme işleminin anlamına hem de bu anlama bağlı olarak bölme işleminin modellenmesine yönelik bilgilerinin yetersiz olduğu sonucuna varılmıştır. Roche ve Clarke (2013) birçok öğretmenin bölmenin paylaştırma ve gruplama anlamını ayırt edemediklerini ve bunlara uygun modelleri çizemediklerini ifade etmişlerdir. Fakat matematiksel modelleme, öğrencilerin kavramları ayırt etmelerini, genellemelerini, soyut ve eleştirel düşünme becerilerini artırmalarını sağlamak için etkili bir araçtır (Dreyfus ve Eisenberg, 1996; Goldin, 2002). Ayrıca, Uluslararası Matematik Öğretimi Komisyonu'nunda yayınlanan rapora göre, öğrencilerin matematiksel kavramları modelleyebilmeleri, bu kavramları daha iyi anlamlandırmalarını sağlayacaktır (Blum, 2002). Buna rağmen, Post, Wachsmuth, Lesh ve Behr (1985) modellemenin matematiksel kavramların kalıcı öğrenilmesinde etkili olmasına rağmen birçok öğretmenin modellemeyi kullanmadığını ve bu konuda bilgilerinin eksik olduğunu ifade etmişlerdir. Öğretmenlerin, öğretimlerini sahip oldukları bilgiye göre yapılandırdıkları göz önünde bulundurulduğunda (Shulman, 1986; Ball ve diğ., 2008), öğretmen adaylarının modellemeye yönelik bilgileri eksik olduğundan dolayı, matematik öğretiminde matematiksel kavramları modelleme konusunda çekimser davranabilirler. Bu da, öğrencilerinin matematiksel kavramları anlamlandırmaları üzerinde olumsuz etkiye neden olabilir. Bu nedenlerden dolayı, öğretmen adaylarının bölme işleminin anlamına yönelik alan bilgileri ile modelleme bilgilerinin güçlendirilmesi gerekmektedir.

Sonuç olarak, sınıf öğretmeni adaylarının bölme işlemine yönelik alan bilgileri eksik olduğu için, sınıf öğretmenliği programında yer alan derslerde alan bilgilerinin artırılması büyük önem taşımaktadır. Özellikle, matematiksel modelleme, dört işlem içeren problem çözme gibi konuların anlatıldığı ilkökulda Temel Matematik ve Matematik Öğretimi I-II derslerinde bölme işlemi de dahil olmak üzere tüm matematiksel kavramların anlamlandırılması ve modellenmesine ilişkin bilgilerinin artırmalarına yardımcı olunabilir. Ayrıca, Öğretmenlik Uygulaması I-II derslerinde bu konuları anlatma deneyimi yaşamaları ve rehber öğretmenlerinden bu konularda geri bildirim alarak öğretmen adaylarının alan bilgilerinin güçlendirilmesi sağlanabilir. Buna ek olarak, öğretmenlik alan bilgisinin ve pedagojik alan bilgisinin öğrencilerin matematik öğrenimi üzerindeki etkisi hakkında bilgi verilerek onlarda bu konuda farkındalık yaratılabilir. Genel olarak, öğretmen adaylarının öğretmenlik mesleğine başlamadan önce her konuda alan ve pedagojik alan bilgileri artırılarak etkili bir matematik öğretimi gerçekleştirmeleri yönünde teşvik edilmelidir.

Son yüzyılda, öğretmen bilgisi üzerine birçok çalışma yapılmış olmasına rağmen ve bu konuda çeşitli önerilerde bulunulmasına rağmen hala öğretmen ve öğretmen adaylarının alan bilgisinin eksik olduğu sonucuna varılmaktadır. Öğretmen alan bilgisini araştırmanın yanında, öğretmenlerin bilgisini artırmak için uygulanan hizmet içi eğitimlerde ve öğretmen adaylarının bilgisini artırmanın hedeflendiği öğretmen yetiştirme programlarındaki derslerin öğretmen bilgisi üzerine etkisi araştırılabilir. Elde edilen bulgular doğrultusunda, hizmet içi eğitimlerin ve eğitim fakültelerinde okutulan derslerin içeriğinde değişiklik yapılabilir. Ayrıca, öğretmen adaylarının veya öğretmenlerin ders deneyimleri gözlemlenerek bu konudaki bilgilerini sınıf ortamına nasıl aktardıkları ve bunun sonucunun öğrenci öğrenmesine etkisi araştırılabilir. Bunlara ek olarak, farklı konulara yönelik öğretmenlerin uzmanlık alan bilgileri incelenebilir.

## 5. Kaynakça

- Ambrose, R., Baek, J.-M. & Carpenter, T.P. (2003) Children's invention of multiplication and division algorithms. In A. Baroody & A. Dowker (Eds.), *The development of arithmetic concepts and skills: Recent research and theory*. Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Anghileri, J. (1989). An investigation of young children's understanding of multiplication. *Educational Studies in Mathematics*, 20(4), 367-385.
- Baki, M. (2013). Pre-service classroom teachers' mathematical knowledge and instructional explanations associated with division. *Education and Science*, 38(167), 300-311.
- Ball, D. L. (1990a). The mathematical understandings that prospective teachers bring to teacher education. *The Elementary School Journal*, 90(4), 449-466.
- Ball, D. L. (1990b). Prospective elementary and secondary teachers' understanding of division. *Journal for Research in Mathematics Education*, 132-144.
- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching. *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.



- Baturo, A., & Nason, R. (1996). Student teachers' subject matter knowledge within the domain of area measurement. *Educational Studies in Mathematics*, 31(3), 235-268.
- Baykul, Y. (2017). *Ortaokulda matematik öğretimi (5-8. sınıflar)*. Ankara, Turkey: Pegem Akademi.
- Blum, W. (2002). ICMI Study 14: Applications and modeling in mathematics education- Discussion Document. *Educational Studies in Mathematics*, 51(1/2), 149-171.
- Boaler, J., & Staples, M. (2008). Creating mathematical futures through an equitable teaching approach: The case of Railside School. *Teachers College Record*, 110(3), 608-645.
- Borko, H., & Putnam, R. T. (1996). Learning to teach. In D. C. Berliner & R. C. Calfee (Eds.), *Handbook of educational psychology* (pp. 673-708). New York, NY, US: Macmillan Library Reference Usa; London, England: Prentice Hall International.
- Bryant, P. (1997). Mathematical understanding in the nursery school years. In T. Nunes & P. Bryant, (Eds.), *Learning and teaching mathematics: An international perspective* (pp. 53-67). East Sussex, UK: Psychology Press.
- Cohen, D. K., Raudenbush, S. W., & Ball, D. L. (2003). Resources, instruction, and research. *Educational Evaluation and Policy Analysis*, 25(2), 119-142.
- Contreras, J. M., Batanero, C., Díaz, C., & Fernandes, J. A. (2011). Prospective teachers' common and specialized knowledge in a probability task. In *Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 766-775). European Society for Research in Mathematics Education.
- Çiltaş, A. & Işık, A. (2012). Matematiksel modelleme yönteminin akademik başarıya etkisi. *Çağdaş Eğitim Dergisi Akademik*, 2, 57-67.
- Dreyfus, T., & Eisenberg, T. (1996). On different facets of mathematical thinking. In R. J. Sternberg & T. Ben-Zeev (Eds.), *The nature of mathematical thinking* (pp. 253-284). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum
- Downton, A. (2008, June). Links between children's understanding of multiplication and solution strategies for division. In *Proceedings of the 31st annual conference of the mathematics education research group of Australia* (pp. 171-178). Sydney, New South Wales, Australia: MERGA.
- Erbaş, A. K., Kertil, M., Çetinkaya, B., Çakıroğlu, E., Alacacı, C., & Baş, S. (2014). Matematik eğitiminde matematiksel modelleme: Temel kavramlar ve farklı yaklaşımlar. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 14(4), 1-21.
- Even, R. (1990). Subject matter knowledge for teaching and the case of functions. *Educational Studies in Mathematics*, 21(6), 521-544.
- Fennema, E., & Franke, M. L. (1992). Teachers' knowledge and its impact. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics* (pp. 147-164). New York, NY, England: Macmillan Publishing Co, Inc. Fischbein, E., Deri, M.,
- Nello, M. S., & Merino, M. S. (1985). The role of implicit models in solving verbal problems in multiplication and division. *Journal for Research in Mathematics Education*, 16, 3-17 Graeber, A. O., Tirosh, D., & Glover, R. (1989). Preservice teachers' misconceptions in solving verbal problems in multiplication and division. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20(1), 95-102.
- Hiebert, J. & Wearne, D. (1988). Instruction and cognitive change in mathematics. *Educational Psychologist*, 23, 105-117.
- Hill, H. C., & Lubienski, S. T. (2007). Teachers' mathematics knowledge for teaching and school context: A study of California teachers. *Educational Policy*, 21(5), 747-768.
- Hill, H. C., Schilling, S. G., & Ball, D. L. (2004). Developing measures of teachers' mathematics knowledge for teaching. *The Elementary School Journal*, 105(1), 11-30.
- İdil, F. H., & Narlı, S. (2019). Ortaokul matematik öğretmenlerinin uzmanlık alan bilgilerinin matematiksel hatalar bağlamında incelenmesi. *International Journal of New Trends in Arts, Sports & Science Education (IJTASE)*, 8(3), 67-84.
- İşleyen, T., & Işık, A. (2003). Conceptual and procedural learning in mathematics. *Research in Mathematical Education*, 7(2), 91-99.

- Jacobs, V. R., Lamb, L. L., & Philipp, R. A. (2010). Professional noticing of children's mathematical thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*, 169-202.
- Kaasila, R., Pehkonen, E., & Hellinen, A. (2010). Finnish pre-service teachers' and upper secondary students' understanding of division and reasoning strategies used. *Educational Studies in Mathematics*, 73(3), 247-261.
- Kouba, V. L. (1989). Children's solution strategies for equivalent set multiplication and division word problems. *Journal for Research in Mathematics Education*, 147-158.
- Kouba, V. L., & Franklin, K. (1993). Multiplication and division: Sense making and meaning. In J. Jansen (Eds.), *Research Ideas for the Classroom Early Childhood Mathematics* (pp. 103-126). New York: Macmillan Publishing Company.
- Livy, S., & Vale, C. (2011). First year pre-service teachers' mathematical content knowledge: Methods of solution to a ratio question. *Mathematics Teacher Education and Development*, 13(2), 22-43.
- Mewborn, D. S. (2003). Teaching, teachers' knowledge, and their professional development. *A Research Companion to Principles and Standards for School Mathematics*, 45-52.
- Miles, M.B. ve Huberman, A.M. (1994). *Qualitative data analysis: An expanded source book* (2nd ed.). Thousand Oaks, California: SAGE.
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2009). *İlköğretim matematik dersi 1-5. sınıflar öğretim programı*. Ankara, Türkiye: MEB.
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2018). *Matematik dersi öğretim programı (İlkokul ve Ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıflar)*. Ankara, Türkiye: MEB.
- Mousley, J. (2000). Understanding multiplication concepts. *Australian Primary Mathematics Classroom*, 5 (3), 26-28.
- Muşlu, M. & Çıltaş, A. (2016). Doğal sayılarda işlemler konusunun öğretiminde matematiksel modelleme yönteminin öğrenci başarısına etkisi. *Bayburt Eğitim Fakültesi Dergisi*, 11(2), 329-343.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2014). *Principles to actions: Ensuring mathematics success for all*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Piaget, J. (1977). *Epistemology and psychology of functions*. Dordrecht, Netherlands: D. Reidel Publishing Company.
- Pilkington, R. (2001). Analysing educational dialogue interaction: Towards models that support learning. *International Journal of Artificial Intelligence in Education*, 12, 1-7.
- Post, T., Wachsmuth, I., Lesh, R., & Behr, M. (1985). Order and equivalence of rational numbers: A cognitive analysis. *Journal for Research in Mathematics Education*, 16(1), 18-36.
- Roche, A., & Clarke, D. M. (2013). Primary teachers' representations of division: Assessing mathematical knowledge that has pedagogical potential. *Mathematics Education Research Journal*, 25(2), 257-278.
- Rowland, T., Huckstep, P., & Thwaites, A. (2003). The knowledge quartet. *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, 23(3), 97-102.
- Rowland, T., Huckstep, P., & Thwaites, A. (2005). Elementary teachers' mathematics subject knowledge: The knowledge quartet and the case of Naomi. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 8(3), 255-281.
- Rowland, T., Jared, L., & Thwaites, A. (2011). Secondary mathematics teachers' content knowledge: The case of Heidi. In *Proceedings of the Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2827-2837).
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational researcher*, 15(2), 4-14.
- Silver, E. A. (1986). Using conceptual and procedural knowledge: A focus on relationships. In J. Hiebert (Ed.), *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics* (pp. 181-189). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Simon, M. A. (1993). Prospective elementary teachers' knowledge of division. *Journal for Research in Mathematics education*, 233-254.
- Stake, R. E. (2010). *Qualitative research: Studying how things work*. Guilford Press.

- Steffe, L. P. (1988). Children's construction of number sequences and multiplying schemes. *Number Concepts and Operations in the Middle Grades*, 2, 119-140.
- Stein, M.K., Smith, M.S., & Remillard, J. (2007). How curriculum influences student learning. In Lester, F.K. (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 319-370). Greenwich, CT: Information Age Publishing.
- Stein, M. K., & Lane, S. (1996). Instructional tasks and the development of student capacity to think and reason: An analysis of the relationship between teaching and learning in a reform mathematics project. *Educational Research and Evaluation*, 2(1), 50-80.
- Tekin Sitrava, R. (2018). An investigation of prospective mathematics teachers' knowledge of basic algorithms with whole numbers: A case of Turkey. *European Journal of Educational Research*, 7(3), 513-528.
- Tirosh, D. (2000). Enhancing prospective teachers' knowledge of children's conceptions: The case of division of fractions. *Journal for research in Mathematics Education*, 5-25.
- Tirosh, D., & Graeber, A. O. (1991). The Effect of Problem Type and Common Misconceptions on Preservice Elementary Teachers' Thinking about Division. *School Science and Mathematics*, 91(4), 157-63.
- Yin, Robert K. (2014). *Case study research: Design and methods*. Los Angeles, CA: Sage.
- Yüksek Öğretim Kurumu [YÖK]. (2007). *Eğitim fakültesi öğretmen yetiştirme lisans programları*. Ankara, Türkiye: YÖK.