

## Çok Yüzlüler Üzerine İzdüşüm Uygulamaları: Fuller Projeksiyonu

Cengizhan İPBÜKER<sup>1</sup>

### Özet

*Son beş yüzyılda çeşitli uluslardan ve farklı uğraşı alanlarından birçok mucit tarafından, geniş bir yelpazede kesikli kartografik projeksiyonların değişik uygulama biçimleri önerilmiş veya tasarlanmıştır. Bu tasarımların bazıları eleştiriye uğramış, bazıları türünün ilk ve son örneği olarak koleksiyonları süslerken çok az bir kısmı ise bir harita projeksiyonu olarak kullanım alanı bulmuştur. Fakat her bir tasarımdan kazanılacak bir tecrübe ve çıkarılacak bir ders mutlaka olmuştur. Bu çalışmada, Buckminster Fuller ve onun Dünya haritası tasarımının meslektaşlarımıza tanıtılması ve bu sayede yerkürenin kesikli gösterimi ve çokyüzlüler üzerine projeksiyonlar konusunda bazı dersler çıkarılması amaçlanmıştır.*

### Anahtar Sözcükler

Fuller Projeksiyonu, Yirmi Yüzlü (ikosaedron), Dymaxion Harita

### Abstract

#### Projection on Polyhedral Surfaces: Fuller Projection

*A wide variety of interrupted arrangements of cartographic projections have been proposed or devised by many inventors from various disciplines and nations over the past five centuries.. Some of these arrangements are of often controversial nature and therefore critized, some of them became obsolete and can only be used for collection purposes due to being the first and last example of their generation, and the few have made their way into the map projection use. Nevertheless, there is always a lesson to learn and an experience to gain from those presentations. In this study, it is aimed to introduce Buckminster Fuller and his World map to our colleagues and to derive some practical sense of interrupted representation and projections of the earth onto polyhedral surfaces.*

### Keywords

Fuller Projection, İkosahedron, Dymaxion Map

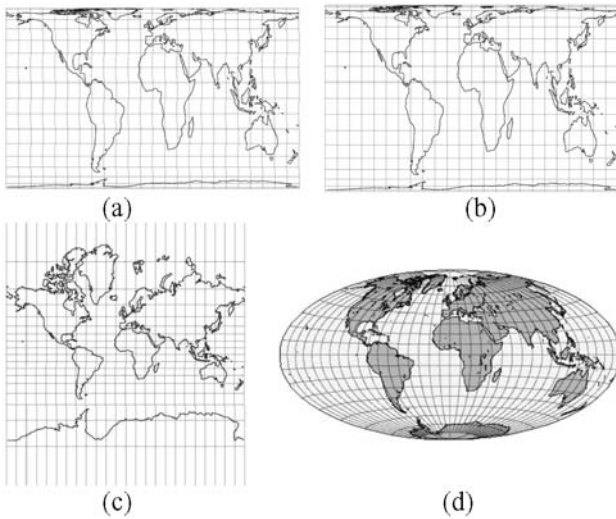
### 1. Giriş

Dünya haritaları, hangi amaç veya konu için üretilmiş olurlarsa olsunlar, genel olarak yerkürenin eğri yüzeyinin düz bir harita paftasına resmedilmesinin zorluklarını taşırlar. Dolayısı ile yerküre üzerinde yer alan nesnelerin kendine has özelliklerinin hepsini bir harita üzerinde gösterebilmek ve birbirleri arasındaki ilişkilerin tümünü harita üzerinde de kurabilmek ve koruyabilmek olanaksızdır. Böylesi bir beklenti içerisinde olmak ise hayalperestlikle eşanlamlıdır. Gerçek anlamda olmayan kartografik projeksiyonların tasarımlarının bazen bu türden ütöpik öğeler taşıdıklarını iddia etmek sanırım çok da yanlış olmaz. En iyiyi arayışlar içerisinde tasarımcılar, tüm ilişkileri koruyamayacakları gerçeğini görmüşler ve kendilerince çareyi, izdüşüm özelliklerini dengeli bir şekilde koruyan ürünler ortaya koymakta bulmuşlardır.

Farklı tasarımcılar tarafından geliştirilen Dünya haritası örnekleri incelendiğinde, herbirinde çoğunlukla benzer bozulmalar göze çarpmaktadır. Örneğin, silindirik izdüşümlerde, Grönland adası gerçekte daha küçük olmasına rağmen, Avustralya ve Kuzey Amerika'dan büyük gözükmektedir. En büyük kara parçası olan Asya, Greenwich Meridyeni ortalandığında harita alanına sığmamakta ve bölünerek gösterilmektedir. Antartika, hemen hemen bütün projeksiyonlarda o kadar fazla bozulur ki, en dipte yırtık ve pürüzlü bir saçak şeklinde durur. Ekvatorial (transversal) konumlu düzlem (azimutal) veya konik izdüşümlerin, kutupları nokta olarak gösteren uygulamaları, harita okuyucusunda yerin şeklinin küre olduğu izlenimi verdiği gerekçesi ile tercih edilmişlerdir. Fakat bu durumda da haritanın üst ve alt kenarlarında şekiller okunaksızlaşır. Ayrıca geometrik bir şekil olarak kürenin, piramide benzer tanımlı bir tepesi veya tabanı yoktur. Meridyenlerin kutup noktalarında keşişiyor olması, bu noktalara yerkürenin tabanı veya tepesi olma sıfatı kazandırmaz. Bir bütünlük içerisinde görülmek istendiğinde, kutup bölgelerinin normal konumlu düzlem projeksiyon uygulamaları ile ayrı haritalar olarak gösterilmesi onlara tanınan bir ayrıcalık değildir. Zira Dünya üzerinde istenilen her bölgenin bu şekilde haritalarının yapılma olanağı vardır (FISHER ve MILLER 1944), (HAKE ve GRÜNREICH 1994).

<sup>1</sup>Doç.Dr., İTÜ İnşaat Fak. Jeodezi ve Fotogrametri Müh.Böl. Kartografya Anabilim Dalı, 34469 Maslak, İstanbul, Tel: 0212 285 65 65, e-posta: buker@itu.edu.tr

Düzlem projeksiyonlar, izdüşüm merkezine olan uzaklıklar ile tanımlanır ve yoğunlukla yerkürenin ancak yarısını veya yarısından biraz daha büyük bir parçasını gösterme olanağı sunarlar. Ülkemizde de haritacılık uygulayıcıları arasında yakından tanınan açı koruyan silindirik bir projeksiyon olan Merkator projeksiyonu, şekilleri korur, fakat gösterimi yapılan nesnelerin oransal boyutlarını bozar. Alan koruyan Peters projeksiyonu ise bunun tam tersini yapar ve Dünyayı bir karikatür şeklinde sunar. Gall projeksiyonu, sanki bu ikisinin bir uzlaşmasıdır. Hammer projeksiyonu, alanları göreceli olarak korur fakat kenarlardaki şekil bozulmaları (distorsiyon) Gall projeksiyonuna nazaran daha fazladır ve enlem daireleri birbirlerine koşut değildir (SNYDER ve VOXLAND 1989). Okuyucuların bu anlamda görsel bir karşılaştırma yapabilmeleri amacıyla Şekil.1'de Peters, Gall, Merkator ve Hammer projeksiyonları toplu halde gösterilmektedir (SNYDER ve VOXLAND 1989). Bu ve buna benzer görsel belgelere <http://mathworld.wolfram.com> adresinden ulaşılabilir.



Şekil 1: (a) Peters Projeksiyonu  
(c) Merkator Projeksiyonu

(b) Gall Projeksiyonu  
(d) Hammer Projeksiyonu

Harita projeksiyonlarında ortaya çıkan bozulmalar, seçilen izdüşüm modelinin doğası gereğidir ve haritacıların (kartograf- ların) "kusuru" değildir. Haritacıların çabası her zaman, haritanın geometrik iskeletinin ilk tasarımı esnasında en az bozulmaya yol açacak modeli yaratmak veya seçmek, sonra parçaları, yerlerine yerleştirirken, kusurları göze en az batacak şekilde yeniden elden geçirmek veya kusurları arka plana itmek ve seçilen modelin zorunlu kıldığı hataların dışında başka hata yapmamak olmuştur (TOBLER 1971).

Kesikli izdüşümler kullanılarak yapılmış çok sayıda Dünya haritası örneğine rastlamak olanaklıdır. Bu izdüşümlerde prensip olarak tek bir orta meridyen yerine, vurgulanmak istenen bölgelerin ortasından geçen bir meridyen başlangıç seçilerek, kulak memesini andıran çok sayıda izdüşüm dilimi oluşturulur.

Bu dilimler haritanın "*eşleği (ekvatoru)*" olarak seçilen bir eksen üzerinde yan yana getirilerek harita bütünleştirilir. Bilinen örneklerden elde edilen bu kesikli izdüşümlerde harita, en az önemdeki yerlerinden kesilir ya da başka bir deyişle kesintiye uğratılır. Kesikli gösterim için temel izdüşüm yöntemi hangi nitelikte ise elde edilen kesikli izdüşüm de aynı nitelikte olur (BİLGİ ve İPBÜKER 2003), (DAHLBERG 1962).

Normalde tüm düzlem haritalar kesiklidir, çünkü bir haritada gösterimin bittiği bir dış sınır mutlaka vardır. Oysaki gösterimi yapılan yüzey yerküre üzerinde kesintisiz devam ediyor olabilir. Eğer yerkürenin ayrı ve küçük kısımlarının o bölgeye en iyi uyan bir izdüşümde bağımsız haritaları hazırlanmış ise, bu parçalar tek bir harita paftasında bir araya getirilebilir, fakat bu durumda bir süreksizlik ortaya çıkar (DAHLBERG 1997). Burada söz konusu olan bağımsız harita parçalarının birbirleri ile en iyi uyumu sağlayacak şekilde tasarımı, izdüşümde kullanılacak aracı yüzeyin geometrik şekline bağlıdır.

Yerkürenin çokyüzlüler (polyhedra) üzerine izdüşümü yıllardan beri bilinmekte ve sıkça olmasada uygulanmaktadır (FISHER 1941), (FISHER 1943), (KASSER 1967), (CLARK 1977). Fuller'in yöntemi çokyüzlüyü önce küre üzerine iz düşürüp daha sonra oluşan bu "*küresel çokyüzlüyü*" birer büyük daire yayı parçası olan kenarları boyunca düzleme açma ilkesine dayanır. Çokyüzlünün kenarları boyunca ölçek korunur. Fuller ilk önce bir "onaltı yüzlü" (cuboctahedron) kullanmıştır. Daha sonra "yirmi yüzlüyü" (icosahedron) seçmiştir. Küresel yirmi yüzlünün yönlendirilmesinde Fuller öyle bir seçim yapmıştır ki; harita resim alanının kenarları yalnızca okyanuslarda yer almaktadır. Yani pafta ağının sınırları (map's sinuses) kara alanlarını hiçbir noktada kesmemektedir ve dolayısıyla yerküre üzerindeki "*ana adalar*" kesintisiz olarak gösterilmektedir. Fuller'in bu gayreti, tüm insanlığa "*Dünya'nın bir bütün olduğunu*" ispatlamaya yönelik olarak, yerküreyi bir bütün halinde göstermek için etkili yollar bulmanın ne kadar önemli olduğunu vurgulamak olmuştur (FULLER 1973).

Aşağıdaki bölümlerde, Buckminster Fuller ve onun Dünya haritası hakkında bilgiler verilmektedir.

## 2. Buckminster Fuller

Richard Buckminster (Bucky) Fuller, Amerikalı bir mucit, mimar, mühendis, düşünür, matematikçi, şair ve evrenbilimcisidir. Temmuz 1895'de Milton, Massachusetts'de doğmuş ve Temmuz 1983'de ölmüştür. Harvard, Milton Akademisi ve Amerikan Deniz Akademisi mezunudur. Yaşamı boyunca 57 kez Dünya turu yapmış, 28 kitap yazmış, bilim, sanat, mühendislik ve insanlık konularında 47 kez onursal doktora ile, 25 kez Amerikan buluş belgesi ile ve Amerikan Mimarlık Enstitüsü ve İngiliz Kraliyet Mimarlık Enstitüsü tarafından altın madalya ile ödüllendirilmiştir (GRAY 1994).

*"Bu ülkede ve dışarıda, eğer politikacılar isteseydi, dünya*

çapında yaygın açlık ve kötü beslenmenin çirkin görüntüsünü bir nesilde ortadan kaldırmak mümkün olabilirdi" söyleminin sahibidir. 2000 yılında açlık ve yoksulluğun Dünyanın hangi bölgelerinde egemen olacağı konusundaki tahminleri, 1959'da Amerikan Newsweek dergisinde yayınlanmıştır. Ancak bundan yirmi yıl sonra, yani 1977'de Amerikan Ulusal Bilimler Akademisi Fuller'in bu öngörüsünü onaylamıştır.

Kartografik bir ürün olarak ilk kez ödüle layık görülen ve buluş belgesi alınan Fuller'in "*Dymaxion Map*" isimli Dünya haritası, kıtaları gözle fark edilecek bir şekil bozulmasına uğratmadan düzleme aktarması ile ünlüdür. Yeryüzü, Fuller'in deyişiyle "*tek bir ada*" ve "*tek bir okyanus*" olarak resmedilmektedir. Fuller'in yarattığı ve "*Dünya Oyunu*" (World Game) ismini verdiği oyunda büyük ölçekli olarak yer alan bu haritada, yeryüzü ve yeraltı kaynakları gösterilmekte ve oyunculara bu kaynaklarla insanlığın ihtiyaçlarını karşılayacak küresel problemlere genel güdümlü çözümler sunma olanağı vermektedir. Bu oyunda ayrıca, Fuller'in insanlığın ihtiyaçları, eğilimleri ve yeryüzü kaynakları konusundaki bilgi bankası oyunculara yardımcı olmaktadır.

### 3. Fuller Projeksiyonu

Fuller, dymaxion harita ile haritacılık alanına da özgün bir katkıda bulunmuştur. Bu onun aynı zamanda, "*dünya bir uzay gemisidir*" düşüncesinin bir ürünüdür. Fuller Projeksiyonunda yerküre, yirmi üçgenden oluşan bir yüzey ile kaplanarak, seçilen üçgenlerin kenarlarından kesilerek açılması ile sunulmaktadır.

Fuller projeksiyonu kesikli projeksiyonlar sınıfında incelenebilir. Kıtaları dev adalar şeklinde gösterme gibi farklı coğrafi ilişkileri vurgulayan bölgesel düzenlemeleri kapsar. Şekil ve boyutta çok az bozulma vardır ve jeodezik bir kareler ağını temel alır. Aynı şekilde evrensel bir bakış açısı da sağlamaktadır. Dünyanın merkezi ve kutuplar, yine her zaman olduğu gibi birbirlerinin üzerinde ve birbirlerine diktirler.

Fuller'in projeksiyonu uluslar arası alanda, Birleşmiş Milletler tarafından hiç bir zaman tercih edilmemiş; bunun yerine Merkator projeksiyonuna karşıt bir seçenek olan Peters projeksiyonu gözde gösterilmiştir. Merkator projeksiyonunda, sanayileşmiş ülkelerin, toplam coğrafi alanda gerçekte kapladıklarından daha fazla bir oranda gözükecekleri şekilde, ana karaların şekilleri yapay olarak değiştirilmektedir.

### 4. Dymaxion Harita

Fuller hakkında yazılmış kitapların hemen hepsinde ve Bucky Fuller'in kendi kitaplarında, onun Dünya Haritası hakkında tanımlamalar ve örnekler bulmak mümkündür. Fuller, yirmi yüzlü üzerine izdüşüm temeline dayanan dünya haritasına

"*Dymaxion Harita*" adını vermiştir (Şekil 2). Bu haritanın tasarımı ilk olarak 1927'de "*dünya tek bir şehir*" (The One-Town World) adı altında taslak bir çizim olarak başlamıştır (FULLER 1943). Haritanın renkli bir baskısı, uydu görüntüleri kullanılarak üretilmiştir (Şekil 3) ve Buckminster Fuller Enstitüsü WEB sayfası (<http://www.bfi.org/map.htm>) de yayınlanmaktadır.

Şekil 3'de görülen, Dymaxion Harita tasarımında kullanılmış, parça parça yanyana yapıştırılarak oluşturulmuş bulutsuz Dünya görüntüsü, 820 km yükseklikteki yörüngeden algılanmış yüzlerce bağımsız NOAA (National Oceanic and Atmospheric Administration) görüntüsünün birleştirilmesi ile elde edilmiştir. Kara alanları, yeryüzü topografyasını gösteren görüntüler ile zenginleştirilmiştir. Okyanuslar ise, WorldSat uydusundan elde edilen deniz yüzeyi ısı verisi (SST: Sea Surface Temperature) kullanılarak okyanus tabanı topografyasını ve ana okyanus akıntılarını resmeden görüntüler ile tamamlanmıştır.

Dymaxion kelimesi İngilizce *dynamic* + *maximum* + *tension* kelimelerinin birleşiminden türetilmiştir. Canlı ve santsal olarak en fazla etkileyici anlamına gelmektedir. Bu isim Buckminster Fuller Enstitüsüne ait tescilli bir isimdir, yani markadır. Fuller, bu deyişi sadece



Şekil 2: Dymaxion Harita<sup>©</sup>



Şekil 3: Dymaxion Harita üzerine giydirilmiş, mozaiklenmiş uydu görüntüsü

Dünya haritası için değil, diğer tasarımları için de kullanmıştır. 1927-29 yılları arasında tasarladığı ve basit, tek direkli, örtülü mimari yapıların ilk çağdaş örneği olan tasarımına "*Dymaxion Ev*" (Dymaxion House) adını vermiştir (EŞSİZ ve ÖZGEN 2003).

Fuller'in haritasının değerini tartışırken, haritanın bir araç olduğu unutulmamalıdır. Bir araç olması nedeniyle harita bir amaç için üretilir. Dolayısıyla, ne amaç için üretildiği göz ardı edilerek bir haritayı "iyi" veya "kötü" olarak yargılamak doğru değildir. Çünkü bir aracın başarısını, o işi görmedeki başarısına göre yargılamak gerekir.

Fuller' e göre haritasının birinci fonksiyonu, ana karaları harita kenarları tarafından kesilmeden göstermektir. Buna ek olarak Fuller, bu düşüncesini ana karaların birbirlerine göre göreceli şekil ve boyutlarını çok fazla bozmadan gerçekleştirmek istemiştir. Yani Fuller, İngiltere ve Grönland'ı, yerküre üzerinde birbirlerine göre büyüklükleri ne ise onu bozmadan göstermeyi amaçlamıştır. Dikkat edilirse burada, kuzey ve güney kutup noktalarının harita üzerinde nerede yer aldığından veya nerede yer alması gerektiğinden söz edilmemektedir. Aynı şekilde her bir kıtanın, harita üzerinde birbirlerine göre konumları hakkında da bir şey söylenmemektedir. Bu nedenle, bu konularda yapılacak eleştirilerin Fuller'in dünya haritasını "iyi" veya "kötü" olarak değerlendirmede de bir rolü yoktur.

Fuller Projeksiyonu veya Dymaxion Harita, küresel veriyi düz bir yüzey üzerinde görüntüleme gibi çok eski bir problemi en az şekil bozulmasına yol açacak bir izdüşüm yöntemi ile çözmektedir. Dymaxion harita, Dünya'yı gerçekte olduğu gibi, okyanusların ortasında bir ada olarak gösteren tek haritadır. Bu özellikleri ile değerlendirildiğinde, Fuller'in yirmi yüzlü temelini dayanan Dünya haritası, dikkate değer bir başarıdır. Ancak burada, harita düzlemini oluşturan üçgenlerin kenarları, karşılık geldiği küresel üçgenin kenarlarının izdüşümleri değildir. Bu nedenle, izdüşümde süreklilik gösteren nesnelerin komşu üçgenlerde, kenarlaşmalarında sorunlar yaşanması kaçınılmazdır.

## 5. Fuller'in Dünya Haritasında Alan Bozulması

Harita üzerinde herhangi bir noktada, alan deformasyonunu sayısal biçimde sunmak için haritacılık (kartografya) literatüründe iki farklı yol önerilmektedir. Bu yöntemlerden bir tanesi, Tissot indicatrix metodu olarak adlandırılır ve diğer bir yol ise Gauss temel büyüklüklerini hesaplamaktır. Bu bağlamda bir değerlendirme yapıldığında, Fuller'in haritasındaki en büyük alan deformasyonu her bir üçgen yüzeyin merkezinde, en küçük alan deformasyonu ise düğüm noktalarında meydana gelmektedir (GRAY 1994).

Fuller'in haritasının, benzer nitelikte yapılmış diğer örnekleri ile karşılaştırıldığında toplamda en az alan bozulması derecesine sahip olduğu görülür. Alışıl gelmiş türden Dünya haritası tasarımlarında, haritanın her yerinde şekilleri hem görüntüleri hem de boyutları anlamında korumak mümkün olmamaktadır. Bozulmaları en uygun (optimal) değerlerde tutması özelliği ile ün yapan Robinson projeksiyonu ile bu anlamda yapılan bir karşılaştırmaya ilişkin değerler Tablo.1'de

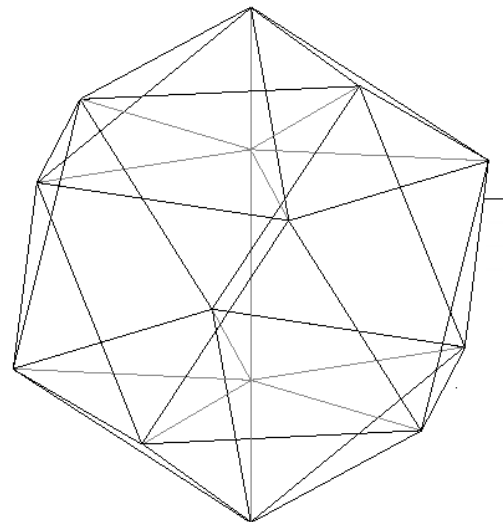
verilmektedir. Burada mutlak bozulma derecesi olarak verilen değer, ilgili harita üzerindeki alan deformasyonu oranlarının maksimum ve minimum değerleri arasındaki mutlak farktır.

## 6. Fuller'in Dünya Haritasının Çizimi

Yerküresi üzerinde bir noktanın enlem boylam değerleri düzlem üzerinde (x, y) koordinatlarına dönüştürülecektir. Öncelikle küreyi tamamen kaplayan bir yirmi yüzlü tasarımı yapılır, yani diğer bir deyişle, yerküre yirmi küresel üçgene ayrılır (Şekil 4). Bu işlem, basit olarak yirmi yüzlünün (ikosaedronun) yerküresi üzerine izdüşümüdür. Fuller, yukarıda sözü edilen temel düşüncelerin ışığında yirmi yüzlüyü özel bir yolla konumlandırmıştır. Fuller'in üç boyutlu koordinat uzayında tanımladığı ve konumlandığı yirmi yüzlünün düğüm noktalarına ait koordinatlar Tablo 2' de verilmektedir.

Tablo 1: Alan bozulması yüzdeleri ve mutlak bozulma derecesi (GRAY 1994)

Kara parçası	Fuller	Robinson
Afrika .....	-19%	-15%
Alaska .....	-17%	+24%
Antarktika .....	-19%	N/A
Avustralya .....	-18%	-12%
Kanada .....	-21%	+21%
Çin .....	-17%	-5%
Grönland .....	-18%	+60%
Güney Amerika .....	-18%	-15%
A.B.D. ....	-19%	-3%
"Eski" S.S.C.B. ....	-20%	+18%
<b>Mutlak bozulma derecesi</b>	<b>4%</b>	<b>75%</b>



Şekil 4: Yirmi yüzlünün geometrik gösterimi

Yirmi küresel üçgenin herbiri aynı şekil ve boyuttur. Bu üçgenler “standart küresel üçgen” olarak isimlendirilir. Yirmi yüzlü şeklin düğüm noktaları, bu “standart üçgenin” köşe noktalarıdır. Birinci adım, noktanın yirmi küresel üçgenden hangisinin içerisine düştüğünün belirlenmesidir. Bu problem, Tablo 2’de verilen 12 düğüm noktasının koordinatları kullanılarak çözülür ve seçilen noktadan her bir düğüm noktasına olan büyük daire yayı uzunlukları hesaplanır. İzdüşüm, bu uzunluklar kullanılarak seçilen noktanın “standart düzlem üçgen” içerisinde kestirimi ile gerçekleştirilir.

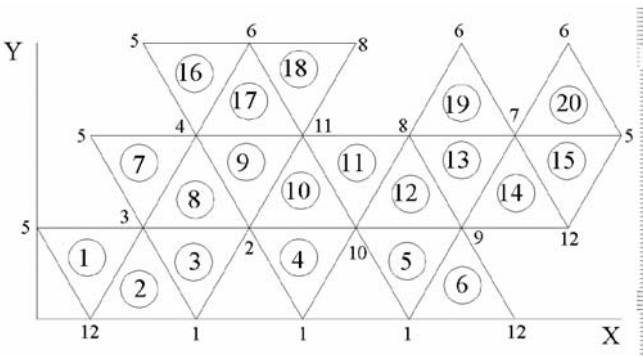
Tablo 2: Fuller’in düğüm noktaları (vertex) koordinatları

No	X	Y	Z	$\varphi^\circ$	$\lambda^\circ$
1	0.420152	0.078145	0.904083	64.70000	10.53620
2	0.995005	-0.091348	0.040147	2.30088	-5.24539
3	0.518837	0.835420	0.181332	10.44735	58.15771
4	-0.414682	0.655962	0.630676	39.10000	122.30000
5	-0.515456	-0.381717	0.767201	50.10320	-143.47849
6	0.355781	-0.843580	0.402234	23.71792	-67.13233
7	0.414682	-0.655962	-0.630676	-39.10000	-57.70000
8	0.515456	0.381717	-0.767201	-50.10320	36.52151
9	-0.355781	0.843580	-0.402234	-23.71792	112.86767
10	-0.995009	0.091348	-0.040147	-2.30088	174.75461
11	-0.518837	-0.835420	-0.181332	-10.44735	-121.84229
12	-0.420152	-0.078145	-0.904083	-64.70000	-169.46380

Genel bir bakış açısı olarak, Fuller’in Dünya haritasının çizimi için öncelikle,

- Küreyi tamamen kaplayan bir yirmi yüzlü tasarımlanması,
- Standart bir küresel üçgen tasarımlanması,
- Standart küresel üçgenin içerisindeki tüm noktaların izdüşürüleceği yine standart, eşkenar bir düzlem üçgen tasarımlanması,
- Bu üçgenler ağı üzerine izdüşürecek bir dünya haritası tasarımlanması

öngörülmektedir (GRAY 1994). Yirmi yüzlünün Fuller’in tariflediği şekilde düzleme açılması ile oluşan ve içerisinde tüm yerkürenin gösteriminin yapıldığı üçgenler ağı Şekil 5’te görülmektedir.



Şekil 5: Yirmi-yüzlünün düzlem harita gösterimi (1 numaralı üçgen iki parçaya bölünmüştür. Parçalardan bir tanesi 15 numaralı üçgene bitişiktir.)

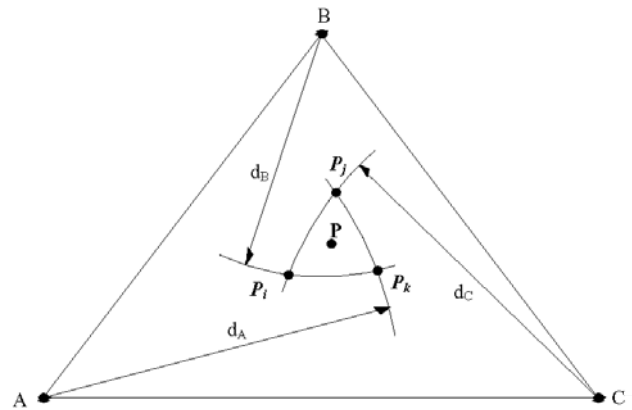
Bu temel öngörü üzerine tesis edilen işlem adımları aşağıdaki sırada tekrar özetlenebilir:

- $(x, y)$  harita düzlemine aktarılacak bir  $P(\varphi, \lambda)$  noktası seçilir.
- Bu  $P$  noktasının 20 küresel üçgenden hangisi içerisine düştüğü belirlenir.
- Standart küresel üçgenin  $A, B$  ve  $C$  köşelerinden  $P$  noktasına olan  $d_A, d_B, d_C$  yay uzunlukları hesaplanır.
- Hesaplanan bu uzunluklarla, düzlemde  $A, B$  ve  $C$  noktalarından yaylar çizilerek bu yayların kesim noktaları ile köşeleri  $P_i, P_j$  ve  $P_k$  olan küçük bir üçgen elde edilir (Şekil.6).

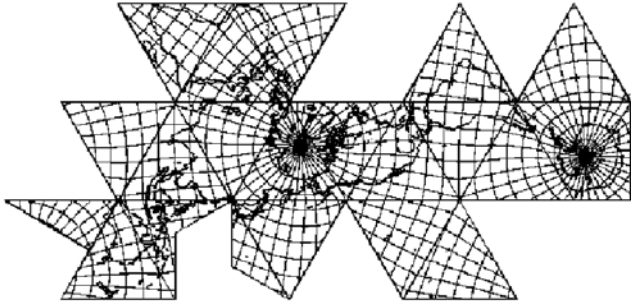
- Bu köşe noktalarının ortalaması veya diğer bir deyişle bu üçgenin merkezi  $P$  noktasının aranan izdüşümü olacaktır.

Gray’in tariflediği bu yöntem, Wellman Chamberlin’in 1946’da Amerikan Coğrafya Birliği (National Geographic Society, NGS) için tasarladığı ve “Trimetrik Projeksiyon” adını verdiği izdüşüm yöntemine çok benzemektedir. Chamberlin, üç daire yayının kesişim prensibine dayanan temel düşüncesini sadece grafik bir tasarım yöntemi olarak yayınlamıştır (CHAMBERLIN 1950). Chamberlin’in çok eski bir ölçme ilkesine dayanan bu yöntemi çok basit bir yaklaşım olması gerekçesi ile fazla önemsenmemiştir (LASKOWSKI 1997). Deformasyon özelliklerinin analizi ile birlikte ilk matematik değerlendirme Bretterbauer tarafından yapılmıştır (BRETTERBAUER 1989).

Robert W. Gray, Fuller projeksiyonu için coğrafi enlem ve boylam değerlerini kullanarak harita koordinatlarını hesaplayan C dilinde bir bilgisayar programı geliştirmiştir. İlgilenen okuyucular programın kaynak koduna, internet üzerinde <http://www.rwgrayprojects.com/rbfnodes> adresinden ulaşılabilir. Fuller projeksiyonunda meridyen ve paralel dairelerin izdüşümleri Şekil 7’de görülmektedir.



Şekil 6: Standart üçgen içerisinde izdüşümün geometrik gösterimi



Şekil 7: Fuller projeksiyonunda meridyen ve paralel dairelerin izdüşümleri

## 7. Sonuç ve Öneriler

Yerkürenin küçük ölçekli harita tasarımlarında, çok yüzlülerin aracı yüzey olarak kullanılması ve uygulama örneklerinin artırılması araştırmacıları ilgi çekici sonuçlara ulaştırabilir. Fuller projeksiyonu bu yazıda tanıtılmaya çalışıldığı kadarıyla bile bu yöndeki çalışmalar için çeşitli açılardan iyi bir örnektir. Fakat projeksiyonda, bozulmaların analitik ifadesini ve bunların sayısal irdelenmesini içeren araştırma çalışması yok denecek kadar azdır. Konunun çok yüzlüler için de genelleştirilerek ele alınması yeni araştırmalara kaynak oluşturabilir.

Robert W. Gray, bu yazıda ağırlıklı olarak alıntı yapılan ve kaynaklarda belirtilen çalışmasında Fuller projeksiyonunun kesin analitik izdüşüm eşitliklerini yakın zamanda yayınlacağından söz etmektedir. Fakat Bilimsel Diziner tarandığında şu ana kadar ortaya konmuş böyle bir çalışmaya rastlanmamaktadır. Bu da, haritacılık problemleri ile uğraşan araştırmacılarımızı bu konuda çalışmaya teşvik edici bir unsur olarak görülebilir.

Çok yüzlüler üzerine Fuller projeksiyonuna benzer izdüşüm uygulamalarında, yeryüzü noktalarını temsil eden küçük üçgenlerin “merkezleri” uygun bir yöntem ile tanımlanmalıdır. Bu tanım, farklı kabullere bağlı olarak farklı şekillerde yapılabilir. Örneğin, Şekil 6’da görülen P noktasının koordinatları, lokal barisentrik koordinatlar yardımı ile hesaplanabilir (SAALFELD 1985), (YANALAK ve İPBÜKER 2002).

## Teşekkür

Yazı metninin kaleme alındığı ilk içeriğinde yer alan yabancı kaynaklı kelimelerin ayıklanarak, yerine Türkçe karşılıklarının yerleştirilmesi konusundaki katkılarından dolayı Turan Erden’e teşekkür ederim.

## Kaynaklar

- BİLGİ S. ve İPBÜKER C.: **Kesikli Dünya Haritaları**, Harita Dergisi, Sayı:129, Ocak 2003, s.64-73, Ankara.
- BRETTBAUER K.: **Die Trimetrische Projektion von W.Chamberlin**, Kartographische Nachrichten, 2/89, 1989, s.51-55, Kirschbaum Verlag Bonn
- CHAMBERLIN W.: **The Round Earth on Flat Paper**, National Geographic Society, Washington, D.C., 1950
- CLARK R.: **Regional and world maps based on an octahedron**, Classroom Geographer, Octs.17-20, 1977
- DAHLBERG R. E.: **Evolution of Interrupted Map Projections**. International Yearbook of Cartography 2, 1962, s.36-54.
- DAHLBERG R. E.: **Interrupting the World Map, Matching the Projection to the Need**, American Congress on Surveying and Mapping (ACSM), 1997
- EŞSİZ Ö. ve ÖZGEN A.: **Direkli/dikmeli Strüktürler**, Yapı-Mimarlık Kültür Sanat Dergisi, Sayı:264, Kasım 2003, s. 96-104, İstanbul
- FISHER D. J. : **A new projection protractor**, Journal of Geology, v.: 49, sayı: 3, 1941), s. 292-323.
- FISHER I.: **A world map on a regular icosahedron by Gnomonic projection** Geographical Review, V.: 33, Sayı:4, 1943, s. 605-619
- FISHER I. ve MILLER, O.M.: **World Maps and Globes**, Chapter 7, Essential Books, NewYork, 1944
- FULLER R. B.: **Dymaxion World**, Life, 14(9), (Mar. 1, 1943), 41-42 FULLER R. B. ve MARKS, R.: **The Dymaxion World of Buckminster Fuller**, Garden City, Anchor Boks, NewYork, 1973
- GRAY R.W.: **Fuller's Dymaxion<sup>TM</sup> Map**, Cartography and Geographic Information Systems, V.:21, Sayı: 4, (1994 ) 243-246
- HAKKE G. and GRÜNREICH, D.: **Kartographie**, 7.Auflage, de Gruyter Lehrbuch, Walter de Gruyter, ISBN 311013398-9, Berlin-NewYork, 1994.
- KASSER J.: **Gnomonische Projektion der Erdkugel auf einen Ikosaeder**, Vermessungstechniker, V. 39, Sayı: 1, s. 1-3. 1967
- LASKOWSKI P.: **The Distorsion Spectrum**, Cartographica, 34(3), 1997
- SAALFELD A.: **A Fast Rubber-Sheeting Transformation Using Simplicial Coordinates**, The American Cartographer, 12, (2), 1985, s.169-173.
- SNYDER J. P. ve VOXLAND P.M.: **An Album of Map Projections**, U.S.Geological Survey Professional Paper 1453, U.S. Government Printing Office, Washington, 1989.
- TOBLER W.: **Numerical Approaches to Map Projections**, I.Kretschmer, Studies in Theoretical Cartography, Vienna, Deuticke, 1971, s.51-66
- YANALAK M. ve İPBÜKER C.: **A Triangle Based Algorithm for Map-to-Map Projection**, International Symposium on Geographic Information Systems-GIS 2002, İstanbul, September 2002, s. 792-802