



Türkiye demir ve çelik sektöründe bir şirketin yangın risklerinin aktüeryal modeli

Özlem Ceren Gültekin

İskenderun Demir ve Çelik
Fabrikaları A.Ş. 31319-
İskenderun,
Antakya, Türkiye
cergultekin@gmail.com

Cenap Erdemir

Hacettepe Üniversitesi
Aktüerya Bilimleri Bölümü
06800 Beytepe, Ankara,
Türkiye
cenap@hacettepe.edu.tr

Özet

Bu çalışmada demir ve çelik sektöründe faaliyet gösteren bir şirkette gerçekleşmiş olan yangın hasarlarının sıklığı ve hasar büyüklükleri incelenmiş, kolektif risk modeli varsayımı altında toplam hasar dağılımının momentleri elde edilmiştir. Şirketin 2004-2009 yılları arasındaki yangın hasar sıklığının Poisson, hasar büyüklüğünün ise lognormal dağılıma, toplam hasarların ise bileşik Poisson dağılımına sahip olduğu görülmüştür. Mevcut dağılım kullanılarak toplam hasarların gelecek dönemleri için öngörülmesi ve poliçenin prim tahminleri elde edilmiştir.

Anahtar sözcükler : Toplam hasar dağılımı; Demir ve çelik sektörü; Kolektif risk modeli; Yangın sigortası.

Abstract

An actuarial model of fire risks for a corporation in Turkish iron and steel sector

In this study, under the collective risk model assumption, moments of the distribution of aggregate claims are obtained by analysing the numbers and sizes of the fire insurance claims data supplied from a corporation of iron and steel industry in Turkey. The claim numbers and claim sizes shows Poisson and lognormal distributions respectively for the years of between 2004-2009, so aggregate claims shows a compound Poisson distribution for this period. Finally, using the current distribution, the predictions of aggregate claims and the premiums of the policies are computed for a future period.

Keywords: Total loss distributions; Iron and steel sector; Collective risk model; Fire insurance.

1. Giriş

Bir maddenin üzerinde dahilen veya haricen herhangi bir sebep ve şekilde meydana gelecek dumanlı, ateşli ve alevli yanma olayına yangın riski denilmektedir. Yangın veya yangın dolayısıyla çeşitli şekilde ziyana uğrayan malzeme üzerinde, yangını bastırmak için sarf edilen gayretler sırasında o maddenin civarındaki mallarda meydana gelecek yanma, kırılma, dökülme ve bozulmalar ile emsali yangınlı, yangınsız hasarlar, yangın riski kapsamı içindedir. Yangını önleme ve korumanın genel yöntemleri varsa da her riskin özelliği ayrıca önem taşır. Binaların yapı tarzları öncelikli olarak incelemeye tutularak araştırmalar yapılmaktadır. Yapı kullanma şekline bağlı olarak, yapının mimari tasarımı, yapı malzeme ve elemanlarının seçimi, pasif yangın güvenliği önlemlerinin esasını oluşturur [6].

Bireyler ve toplumlar için değer taşıyan herhangi bir mal, gerçekleşmesi yasal bir hakkın ihlaline yol açabilecek veya hukuki bir sorumluluk doğurabilecek herhangi bir olay, sigortanın konusunu oluşturabilir. Bir yangın sigortasının konusu, ev ya da fabrika olabilir [7].

Demir ve çelik sektöründe fabrikalar için düzenlenen yangın sigortası özel veya ticari amaçla kullanılan her türden bina ve bina kapsamı, kendiliğinden meydana gelen yangın, yıldırım, infilak ile bunlardan kaynaklanan buhar, hararet, duman gibi tehlikelerin neden olduğu fiziki hasarlara karşı teminat altına alan sigortadır. Ayrıca, meydana gelmiş olan yangını söndürmek, dolayısıyla muhtemel hasarı azaltmak amacıyla, su veya başka bir kimyevi madde ile yapılan müdahalelerin sonucunda ortaya çıkan fiziki hasarlar da, bu sigortanın kapsamına dahildir. Yangın sigorta riskinin oluşmasında alevin varlığı zorunlu ise de zararın muhakkak alev sonucu oluşması şart değildir. Alevden oluşan yangının meydana getirdiği yüksek ısı ve duman ve olayın çevresindeki eşyaya verdiği hasarlar yangın sigorta teminatı içindedir. TTK'nın 1304/1 ve 1305/1inci maddeleri hükmü bu amaçla konulmuştur [8].

Bu çalışmada demir-çelik sektöründe kullanılabilen risk modelleri, hasar sıklık oranı ve büyüklükleri incelenmiş ve kolektif risk modeliyle toplam hasar dağılımı bulunmuştur.

2. Kolektif risk modeli

$\{X_n, n = 1, 2, \dots\}$ risk büyüklüklerini gösteren ardışık birbirinden bağımsız ve aynı dağılıma sahip pozitif rasgele değişkenleri, N risklerin sabit bir dönem içindeki sayısını gösteren, hasar büyüklüğünden bağımsız, pozitif kesikli rastlantı değişkeni olmak üzere, risklerin toplamını gösteren kolektif risk modeli

$$S = X_1 + X_2 + \dots + X_N \quad (1)$$

ile ifade edilir. Bu bağlamda N , portföyden gelen hasar sayısını (hasar sıklığını)

$\{X_n, n = 1, 2, \dots\}$ birbirini izleyen bireysel hasar miktarlarını (hasar büyüklüklerini), S ise toplam hasarı gösteren rastlantı değişkenleridir. S rastlantı değişkeni bileşik dağılıma sahiptir.

$P(x)$ bağımsız ve aynı dağılımlı X_n 'lerin olasılık dağılımını belirtsin. X rastlantı değişkeni ise, $p_k = E[X^k]$.

Toplam hasar dağılımının beklenen değeri ve varyansı,

$$E[S] = E[E[S|N]] = E[p_1 N] = p_1 E[N] \quad (2)$$

$$\begin{aligned} Var(S) &= E[Var(S|N)] + Var(E[S|N]) \\ &= E[NVar(X)] + Var(p N) \\ &= E[N]Var(X) + p_1^2 Var(N) \end{aligned} \quad (3)$$

olarak elde edilir. Bu sonuçla, toplam hasarın beklenen değerinin, hasar sayılarının beklene değeri ile beklenen hasar büyüklüğünün çarpımından oluştuğu söylenebilmektedir. Toplam hasarın varyansı iki bileşenden oluşmaktadır. Birinci bileşende hasar büyüklüklerinin varyansı beklenen hasar sayısı ile ikincisi bileşende ise hasar sayılarının varyansı hasar büyüklüğünün ikinci momenti ile ağırlıklandırılmaktadır [1].

Hasar sayısı N 'nin dağılımı için ilk seçenek Poisson dağılımıdır. Poisson dağılımı için $E[N] = Var(N) = \lambda$ dır. N toplam hasar sayısı olmak üzere toplam hasar miktarı S 'nin dağılımı "bileşik Poisson dağılımı" olarak adlandırılır. Beklenen değeri ve varyansı

$$E(S) = \lambda p_1 \quad (4)$$

$$Var(S) = \lambda p_2 \quad (5)$$

biçiminde elde edilir. Toplam hasar sayısının varyansının, beklenen değerden büyük olduğu durumlarda Poisson dağılımı yerine negatif binom dağılımının kullanılması daha uygundur. N için negatif binom dağılımı seçildiğinde, toplam hasar miktarının dağılımı "bileşik negatif binom dağılımı" olarak adlandırılır. Dağılımın birinci beklenen değeri ve varyansı aşağıdaki gibidir:

$$E[S] = \frac{rq}{p} p_1 \quad (6)$$

$$Var(S) = \frac{rq}{p} p_2 + \frac{rq^2}{p^2} p_1^2 \quad (7)$$

Uygulamada S 'nin dağılımının, konvülyasyon yöntemiyle sayısal olarak hesaplanmasına çalışılır ya da S 'nin dağılımı doğrudan bileşik poisson veya bileşik negatif binom dağılımı alınarak S 'nin farklı değerleri için olasılık değerleri konvülyasyon yardımıyla bulunabilir [1][2][4][5].

3. Uygulama

Yangın sigortası yaptıran İskenderun Demir ve Çelik Anonim Şirketinden (İSDEMİR) alınan 2004-2009 yılları arasındaki yangın verilerine göre hasar sıklıkları ve büyüklüklerinin dağılımı incelenmiş ve kolektif risk modeli kullanılarak toplam hasar dağılımının beklenen değer ve varyansı bulunmuştur. Hasar tarihleri ve ilgili tarihlerdeki hasar büyüklükleri ABD Doları cinsinden Çizelge 1'de belirtilmektedir.

2004-2009 yılları arasında hasar sıklıkları ve büyüklüklerine ait veriler incelendiğinde 2009 yılına ait hasar sıklığının diğer yıllara göre daha fazla olduğu görülmüştür. Kolektif risk modeli varsayımına göre sabit bir dönem içerisinde ortaya çıkan hasarlar aynı dağılıma sahiptir ve hasar sayıları her dönem aynı kabul edilmektedir. Bu varsayımın geçerli olup olmadığını test etmek amacıyla sabit dönemler bir yıl yerine iki yıl olarak kabul edilmiş ve böylece üç dönem oluşturulmuştur. Hasar sıklıklarının da sabit dönemlerde aynı dağılıma uyduğu varsayılmaktadır. Bu varsayımın test edilemesi için de, dönemlerdeki veri sayısını artırmak ve her dönemde de hasar sıklıklarının aynı dağılıma sahip olduğunu göstermek

Çizelge 1. Hasar büyüklükleri: ABD Doları (ay/yıl).

14.880 (02/04)	12.690 (02/04)	14.069 (04/04)	13.900 (06/04)	1.790 (07/04)
2.330 (08/04)	9.820 (11/04)	8.528 (02/05)	6.950 (04/05)	7.650 (06/05)
5.400 (07/05)	8.850 (10/05)	9.385 (11/05)	3.513 (11/05)	7.530 (12/05)
478.146 (02/06)	5.560 (02/06)	11.047 (14/06)	12.733 (03/06)	497 (03/06)
46200 (04/06)	33 (07/06)	10.793 (07/06)	3.498 (10/06)	268.261 (10/06)
10.057 (04/07)	45.010 (05/07)	4.560 (07/07)	12.342 (08/07)	967 (08/07)
24.500 (10/07)	505.877 (03/08)	14.665 (06/08)	88.451 (08/08)	81.895 (11/08)
72.979 (12/08)	5.186 (01/09)	120.919 (02/09)	192 (02/09)	4.500 (03/09)
2.650 (03/09)	4.289 (04/09)	4.358 (05/09)	5.920 (06/09)	800 (06/09)
4.715 (07/09)	300 (07/09)	15.871 (07/09)	15.912 (08/09)	34.825 (08/09)
13.095 (09/09)	3.295 (09/09)	1.925 (09/09)	2.898 (10/09)	2.295 (10/09)

Çizelge 2. Dönemlere göre üç aylık yangın hasar sıklıkları.

1. Dönem	Yangın sıklığı
Ocak-Şubat-Mart-2004	2
Nisan-Mayıs-Haziran-2004	2
Temmuz-Ağustos-Eylül-2004	2
Ekim -Kasım-Aralık-2004	1
Ocak-Şubat-Mart-2005	1
Nisan-Mayıs-Haziran-2005	2
Temmuz-Ağustos-Eylül-2005	1
Ekim -Kasım- Aralık-2005	4
2. Dönem	Yangın sıklığı
Ocak-Şubat-Mart-2006	2
Nisan-Mayıs-Haziran-2006	2
Temmuz-Ağustos-Eylül-2006	2
Ekim -Kasım-Aralık-2006	2
Ocak-Şubat-Mart-2007	0
Nisan-Mayıs-Haziran-2007	2
Temmuz-Ağustos-Eylül-2007	2
Ekim -Kasım- Aralık-2007	1
3. Dönem	Yangın sıklığı
Ocak-Şubat-Mart-2008	1
Nisan-Mayıs-Haziran-2008	1
Temmuz-Ağustos-Eylül-2008	1
Ekim -Kasım-Aralık-2008	2
Ocak-Şubat-Mart-2009	5
Nisan-Mayıs-Haziran-2009	4
Temmuz-Ağustos-Eylül-2009	8
Ekim -Kasım- Aralık-2009	2

için iki yıllık sabit dönemler daha uygun bir çözümlene yöntemi olarak kabul edilmiştir. Bu sebeple hasar sıklıkları ve büyüklükleri iki yıllık dönemlerde gerçekleşen üçer aylık yangın hasarı oluşma sıklığına göre incelenmiştir (Çizelge 2).

Çizelge 3'ten görüleceği gibi, hasar sıklığı dağılımlarının Poisson dağılımına uygunluk gösterip göstermediği Kolmogorov Smirnov testiyle sınanmış ve $\alpha = 0,05$ hata düzeyinde “dağılımın Poisson dağılımına uyum gösterdiği” hipotezi reddedilememiştir.

Hasar sıklığının üç dönem için de Poisson dağılımına uyduğu, birinci ve ikinci dönem ortalamalarının benzer olmasına karşılık üçüncü dönemin ortalamasının diğer iki dönemdeki seviyenin önemli derecede üstünde gerçekleştiği gözlenmektedir. Bunun sebebinin, bu dönemdeki hasar bildirimlerinin fazlalığından kaynaklandığı söylenebilir. Her üç dönemdeki dağılım aynı kalmasına rağmen son dönemin parametresi farklılık göstermektedir. Şirketteki aynı anlayış ve politikanın devam edeceği varsayımı ile gelecek dönemlerde de, hasar sıklıklarının üçüncü dönemle aynı parametre değerine sahip Poisson dağılımı göstereceğini kabul etmek çok hata taşıyan bir varsayım olmayacaktır.

Çizelge 3. Dönemlere göre hasar sıklıklarının Poisson dağılımına uyum testi

Birinci dönem		
Poisson parametresi	Ortalama= λ	1,8750
En uç farklılıklar	Mutlak	,165
	Pozitif	,165
	Negatif	-,153
Kolmogorov-Smirnov Z testi		,465
İki yanlı sınama testi		,982
İkinci dönem		
Poisson parametresi	Ortalama= λ	1,6250
En uç farklılıklar	Mutlak	,267
	Pozitif	,223
	Negatif	-,267
Kolmogorov-Smirnov Z Testi		,755
İki Yanlı Sınama Testi		,619
Üçüncü dönem		
Poisson parametresi	Ortalama= λ	3,0000
En uç farklılıklar	Mutlak	,202
	Pozitif	,202
	Negatif	-,113
Kolmogorov-Smirnov Z testi		,571
İki yanlı sınama testi		,900

Verilere ait risk modelini oluşturmadan önce her üç dönem için ayrı ayrı hasar sıklığı ve büyüklüklerinin dağılımlarını bulmak için SPSS ve Easyfit paket programlarından yararlanılmıştır[9]. Hasar büyüklüğü dağılımının belirtilen sürekli dağılımlara uygunluk gösterip göstermediği $\alpha = 0,05$ yanılma düzeyinde incelenmiştir (Çizelge 4).

Hasar büyüklüğünün ise üç dönemin herbirinde ters Gaussian, Weibull ve lognormal dağılımlarına uyduğu görülmüştür. Hasar büyüklüğünün dağılımı için bu dağılımlardan hepsinin kullanılabilmesi sonucu çıkmaktadır. Bu dağılımlardan birisi seçilerek analize devam edilebilir. Bu uygulamada lognormal dağılım seçilmiş ve kollektif risk modeliyle toplam hasar dağılımının beklenen değer ve varyansının bulunmasında kullanılmıştır.

Çizelge 4. Dönemlere göre hasar büyüklükleri için incelenen dağılımlar.

Dağılımlar	p değeri	$\alpha = 0,05$ için karar
Birinci dönem		
Burr	0,00976	Red
Üstel	0,12452	Kabul
Gamma	0,87427	Kabul
Weibull	0,59151	Kabul
Pareto	0,03469	Red
Ters Gaussian	0,77935	Kabul
Lognormal	0.48697	Kabul
İkinci dönem		
Burr	0,84302	Kabul
Üstel	0,00043	Red
Gamma	0,20435	Kabul
Weibull	0,72622	Kabul
Pareto	0,0148	Red
Ters Gaussian	0,12709	Kabul
Lognormal	0.81532	Kabul
Üçüncü dönem		
Burr	0,82850	Kabul
Üstel	0,00054	Red
Gamma	0,00263	Red
Weibull	0,52374	Kabul
Pareto	0,00616	Red
Ters Gaussian	0,12709	Kabul
Lognormal	0.64211	Kabul

Birinci dönem hasar büyüklüğü, sırasıyla $\mu = 8,8896$ ve $\sigma = 0,62082$ ile, ikinci dönem hasar büyüklüğü $\mu = 9,1008$ ve $\sigma = 2,2401$ parametreleri ile üçüncü dönem hasar büyüklüğü ise $\mu = 8,9739$ ve $\sigma = 1,8554$ parametreleri ile lognormal dağılıma sahiptir. Bu parametreler dağılımın beklenen değer ve varyansının bulunmasında aşağıdaki eşitlikler kullanılarak bulunmuştur.

$$E[X] = e^{\mu + \sigma^2/2}$$

$$Var(X) = (e^{\sigma^2} - 1)e^{2\mu + \sigma^2}$$

Bu eşitliklere göre hasar büyüklüğünün dönemlerdeki ortalama ve varyansları Çizelge 5' de verilmiştir.

Çizelge 5. Dönemlere göre hasar büyüklüğünün ortalama ve varyansı.

Hasar büyüklüğü	1. Dönem	2. Dönem	3. Dönem
Ortalama(USD)	8.798,25	110.174,86	44.141,25
Varyans(USD)	36.400.017,72	1.822.183.451.274,15	58.970.981.177,01

Kolektif risk modeli altında toplam hasar dağılımının ortalama ve varyansının bulunması için, sıklık dağılımının Poisson göstermesi durumunda elde edilen (3) ve (4) nolu eşitlikler uygulanmış ve sonuçlar Çizelge 6 'da verilmiştir.

Çizelge 6. Toplam hasar dağılımının ortalama ve varyansı.

Üç dönem için toplam hasar dağılımının beklenen değer ve varyansı			
	1. Dönem	2. Dönem	3. Dönem
E[S]	16.496,728	179.034,144	132.424,356
V[S]	213.392.453,82	2,98077E+12	1,82758E+11

Sigortalanan taraf olarak ödenecek iki yıllık primi bulmak için; son iki yıllık dönemin toplam hasarının beklenen değeri ve varyansı esas alınarak, mümkün yükleme faktörleri,

$$\theta = 0,10; 0,20; \dots; 0,90; 1,00$$

olmak üzere,

$$P = (1 + \theta)E(S)$$

$$P = E(S) + \theta Var(S)^{1/2}$$

eşitliklerinden beklenen değer ve standart sapma prim hesaplama prensiplerine göre mümkün olabilecek üç aylık prim miktarları Çizelge 7'de verilmiştir.

Buna göre sigortalanan firma, bu hesap sonuçlarını ve yangın sigortalarının özelliklerini de göz önüne alarak, sigortacı firma ile sözleşme tartışmalarını yürütmesi en akılcı yöntem olacaktır. Bu sonuçlara göre sigortacıya ödenecek üç aylık sigorta primi 559.926 doları geçmemelidir. Yangın sigortaları için farklı prim hesaplama prensiplerini esas alınması halinde hesaplanacak primler toplam hasar dağılımına bağlı olduğundan sigortalanan firma bu primleri de kendi açısından hesaplayacak ve sigortacıya karşı akılcı pazarlık tartışmalarını en iyi biçimde yürütebilecektir.

Çizelge 7. Üç aylık prim miktarları (USD)

Yükleme faktörü	Beklenen değer prensibi	Standart sapma prensibi
0.1	145.666,00	175.174,00
0.2	158.909,00	217.924,00
0.3	172.151,00	260.675,00
0.4	185.394,00	303.425,00
0.5	198.636,00	346.175,00
0.6	211.878,00	388.925,00
0.7	225.121,00	431.675,00
0.8	238.363,00	474.426,00
0.9	251.606,00	517.176,00
1.0	264.848,00	559.926,00

6. Sonuç ve öneriler

Bu çalışmada demir-çelik sektöründeki sigortalanan riskler içinde önemli bir kısmı oluşturan ve meydana gelmesi halinde büyük zararlara sebep olan yangın sigortası teminatları ve kapsamı, risk modelleri, hasar sıklık oranı ve büyüklükleri incelenmiş ve kollektif risk modeliyle toplam hasar dağılımı bulunmuştur.

Demir ve çelik sektöründe faaliyet gösteren bir şirketten alınan altı yıllık veriler ile yapılan uygulama sonucunda, verilerin iki yıllık dönemlerde üç aylık hasar sıklığı ve hasar büyüklükleri olarak incelenerek, 2004-2009 yılları arasında yangın hasar sıklığının Poisson, hasar büyüklüğünün ise lognormal dağılıma uygun olduğu görülmüş ve toplam hasar sıklığı ve büyüklüğünün beklenen değeri ve varyansı bulunmuştur.

Varyans değerlerine bakıldığında çok yüksek olduğu, bunun da her bir dönem içinde gerçekleşen yangın hasarlarının çok farklı değerler taşımasından ve lognormal dağılımın üstel bir dağılım olmasında kaynaklandığı söylenebilir.

Altı yıllık verilerde elde edilen sonuçlara göre iki yıllık hasar sıklığı dağılımının Poisson, hasar büyüklüğünün dağılımının lognormal çıktığı gözönüne alınarak 2010 ve daha sonraki yıllar için olması beklenen hasar sıklığı ve hasar büyüklüğünün benzer dağılım özelliği göstereceği düşünülmektedir. İki yıllık değerler dikkate alınarak yangın hasar büyüklüklerine göre prim hesaplanmış, bu sayede şirketin geçmiş dönemlerde ödemiş olduğu sigorta primleriyle farklarını tespit edilebilmesi ve önümüzdeki yıllar için ödenecek sigorta primlerini yaklaşık olarak tahmin edebilmesi sağlanmıştır.

Bu çalışmanın sonuçlarına dayanarak yapılabilecek bir öneri de şudur: Büyük sigorta primleri ödeyen firmaların kendi risk modellerini kurmaları ve prim hesaplarını kendilerinin yapmaları gerekmektedir. Aksi durumda firmaların gereksiz fazla prim ödemeleri ile karşı karşıya kalma riskleri her zaman mevcuttur. Bunun yanında yangın sigortaları için özel prim prensiplerinin geliştirilmesi konusunda çalışmalar yapılması önerilebilir [3].

Kaynaklar

- [1] N. L. Bowers, H. U. Gerber, J. C. Hickman, D. A. Jones, C. J. Nesbitt, (1997), *Actuarial Mathematics, Society of Actuaries*, Schaumburg, IL, 753p.
- [2] C. D. Daykin, T. Pentikainen, and M. Pesonen, (1994), *Practical Risk Theory for Actuaries*, Chapman & Hall, London, 55, 58, 79-80, 100-103.
- [3] Ö. C. Gültekin, (2010), *Demir ve Çelik Sektöründe Aktüeryal Riskler*, Hacettepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Yüksek Lisans Tezi, Ankara.
- [4] R. Kaas, M. J. Goovaerts, J. Dhaene, M. Denuit, (2001), *Modern Actuarial Risk Theory*, Kluwer Academic Publishers, Boston, 309p.
- [5] S. A. Klugman, H. Panjer, and G. E. Willmot, (1998), *Loss Models*, John Wiley and Sons, New York, 295-297.
- [6] H. Kubilay, (1999), *Uygulamalı Özel Sigorta Hukuku*, Barış Yayınları, İzmir.
- [7] C. Nomer, H. Yunak, (2000), *Sigortanın Genel Prensipleri*, Ceyma Matbaacılık, İstanbul.
- [8] I. Ulaş, (2002), *Uygulamalı Sigorta Hukuku*, Ankara.
- [9] EasyFit-Distribution Fitting Software, www.mathwave.com.