Türk Tarım ve Doğa Bilimleri Dergisi 7(2): 471–479, 2020
https://doi.org/10.30910/turkjans.725889

TÜRK
TARIM ve DOĞA BİLİMLERİ
DERGİSİ

TURKISH
JOURNAL of AGRICULTURAL
and NATURAL SCIENCES

www.dergipark.gov.tr/turkjans

Araştırma Makalesi

Arı Sütü Miktarının Tahminine Yönelik Olarak Elde Edilen Kategorik Verilerin Bulanık Aralık Regresyon Modeli İle Analizi

Derviş TOPUZ[1]*, Nuray ŞAHİNLER[2]

[1]Niğde Ömer Halisdemir Üniversitesi, Niğde Zübeyde Hanım Sağlık Hizmetleri Meslek Yüksekokulu, Niğde
[2] Uşak Üniversitesi Ziraat ve Doğa Bilimleri Fakültesi, Uşak
Sorumlu yazar*: topuz@ohu.edu.tr

Geliş Tarihi: 19.11.2019 Düzeltme Geliş Tarihi: 05.03.2020 Kabul Tarihi: 05.03.2020

Özet

Bu çalışmada, literatürde var olan bulanık mantık yaklaşımı ile oluşturulan aralık regresyon modeline ait bulanık katsayı değerlerinin ve sapmaların hesaplanması ve yorumlanması aşamalarının kategorik veri kümeleri üzerinde sistematik olarak gösterimleri amaçlanmıştır. Örnek veri kümesine ait Kafkas ana arı (*Apis mellifera caucasica*) ırkının, ana arı yüksüğü başına ortalama arı sütü miktarına, kovan (analı-anasız)(1,2), beslenme yöntemi (1-2), ana arı yaşı (1, 2, 3) ve yüksük sayısı(1,2,..,9)'nın etkisi bulanık aralık regresyon modeli ile modellenmiştir. Modelin uyum iyiliği test ölçüt kriterleri; ortalama mutlak yüzde hata (Mean Absolute Percantage Error; MAPE), hataların karelerinin ortalaması (Mean squared error, MSE), hata kareler ortalamasının kare kökü (Root Mean squared error ,RMS) ve belirtme katsayısı (R^2) hesaplanmıştır. Örnek veri kümesine ait hesaplanan değerler, sırasıyla ana arı yüksüğü başına ortalama arı sütü miktarı 191,50 (mg), sapması ise 44,68 (mg) olarak, tahmin edilen ortalama arı sütü miktarı değeri 184.38 (mg) ve sapması ise 20.98 (mg) hesaplanmıştır. 27 iterasyonda oluşturulan bulanık aralık regresyon modelinin bulanıklığı 2197.882, olarak hesaplanmıştır. Üzerinde inceleme yapılan veri kümesi ile tahmin edilen değerler arasında oluşturulan bulanık aralık regresyon modelinin uyumluluğunu gösteren uyum iyiliği test ölçütleri; MAPE = 13.056, MSE = 1481.045, hata RMS = 38.484 ve belirtme katsayısı R^2 = 0.9465 değeri (r = 0.9728) hesaplanmıştır.

Anahtar kelimeler: Bulanık tolerans seviyesi, Yayılım, Kategorik, Arı sütü.

Analysis of Categorical Data Obtained for Estimation of Royal Jelly Amount with Fuzzy Range Regression Model

Abstract

In this study, it is aimed to systematically show the fuzzy coefficient values and deviation calculation and interpretation stages of the interval regression model created by the fuzzy logic approach in the literature on categorical data sets. Sample queen of Caucasian queen (Apis Mellifera Caucasica) breed, average amount of royal jelly per queen thimble, beehive (mother and mother) (1,2), feeding method (1-2), queen bee age (1, 2 The effect of, 3) and the number of ferrules (1,2, .., 9) was modeled by the fuzzy range regression model. Goodness of fit of the model test criteria criteria; Mean absolute percent error (Mean Absolute Percantage Error; MAPE), mean squared error, MSE), square root of mean square mean (Root Mean squared error, RMS) and coefficient of determination (R^2) were calculated. The calculated values of the sample dataset were calculated as average royal jelly amount per queen thimble 191,50 (mg), deviation 44.68 (mg) respectively, estimated average royal jelly amount value 184.38 (mg) and deviation 20.98 (mg). The fuzzy gap regression model created in 27 iterations was calculated as the fuzzy 2197.882. Goodness of fit test criteria showing the compatibility of the fuzzy range regression model created between the data set analyzed and the predicted values; MAPE = 13.056, MSE = 1481.045, error RMS = 38.484 and designation coefficient R^2 = 0.9465 value (r = 0.9728).

Key words: Fuzzy tolerance level, Spread, Categorical, Royal jelly

Giriş

Hayvansal ürün üretiminde hayvan başına ekonomik verim elde etme öncelikli konular arasındadır. Ancak her bir hayvandan elde edilen arı sütü, bal, polen gibi arı ürünlerinin üretiminde verime etki eden birçok faktör dikkate alınmaktadır. Bu faktörler arasındaki sebep sonuç ilişkisini tanımlayan ve ilgili tahminleri yapabilmek için kullanılan istatistiksel yöntemlere, regresyon analiz yöntemleri denir (Kaps ve Lamberson, 2004; Alpar, 2011). Birçok alanda yapılan çalışmalarda bağımlı ve bağımsız değişkenlere ait veri kümelerinin tür ve yapıları çoğu zaman klasik modellere uymamaktadır (Agresti, 2002). Bağımlı değişkenin sürekli ve kesin olmayan gözlem değerlerinden olduğu veri kümeleri ile her türlü kategorik bağımsız değişkenler kümeleri ile sık sık karşılaşılmaktadır. (Long, 1997; Agresti, 2002). Bazen de uygun ve gelişmiş ölçüm cihazlarının eksikliğine bağlı olarak, değişkenlerin kesin değerleri ölçülemememektedir. Ölçümler yaklaşık bir değer olarak kayıt edilirler. Bu durumlarda araştırmacıların kararları tartışmalı hale gelmektedir. Yada üzerinde inceleme yapılan değişkenleri, etkileyen faktörlerin kesin olarak belirlenememesinden dolayı yapılan ölçüm değerlerinde sapmalar ortaya çıkabilmektedir. Bu durum bilgi kirliliğine neden olmaktadır.

Üzerinde inceleme yapılan veri kümelerine uygulanacak klasik yöntemlerin varsayımları sağlanamadığında, kullanılmaları sapmalara sebep olacağından dolayı mantıklı sonuçlar elde edilememektedir. Ayrıca, uzmanlar genellikle kendi fikirlerini sayısal olarak değil, sözel ifadelerle rapor etmelerinden dolayı klasik yöntemlerin kullanılmasının doğru olup olmadığı sorgulanabilmektedir. Bu ve buna benzer birçok kesin olarak sınırları belirlenememiş durumlar için klasik çözümleme yöntemleri ile çözümler üretilememektedir. Bunların dışındaki varsayımların gerçekleşmesi durumlarında çözümlemelerin, çok sayıdaki matematik modellerle çözümleneceği varsayılır (Yalaz ve ark., 2015). Bu modellerden bulanık mantık yaklaşımı ile oluşturulan bulanık aralık regresyon çözümleme modeli, tahmin edilen bağımlı değişken değerlerinin alt ve üst sınır değerlerini (güven aralığı) belirleyerek, bu aralıklarda en uygun değerlerin olma olasılıklarını hesaplamaktadır (Ishibuchi, 1992). Kısaca klasik regresyon analiz yöntemi olasılık teorisine dayanırken, bulanık aralık regresyon çözümleme yaklaşımı olabilirlik (Possibilistic) ve fuzzy küme teorisine (fuzzy set theory) dayanmaktadır (Ross, 2004; Kacprzyk ve Fedrizzi, 1992).

Bu çalışmada, bağımlı değişkenin sürekli ve belirsiz olarak ifade edildiği bağımsız değişkenlerin ise kategorik değişkenlerden oluştuğu gerçek durumlar için bulanık aralık regresyon (Interval regressıon) yaklaşımının teorik temellerinden ve süreçlerinden bahsedilerek uygulama aşamalarının sistematik olarak gösterimi yapılmıştır. Ayrıca modele ait katsayıların daha güvenilir ve tutarlı nasıl hesaplandığı teorik olarak açıklanmıştır. Yaklaşımla Kafkas (*Apis mellifera caucasica*) arı ırkının, ana arı yüksüğü başına ortalama süt miktarını etkilediği düşünülen, kovan (analı-anasız)(1,2) beslenme yöntemi (1-2), ana arı yaşı (1, 2, 3) ve yüksük sayısı(1,2,..,9)'nın etkilerinin olup olmadığının belirlenmesi amaçlanmıştır.

Materyal ve Yöntem

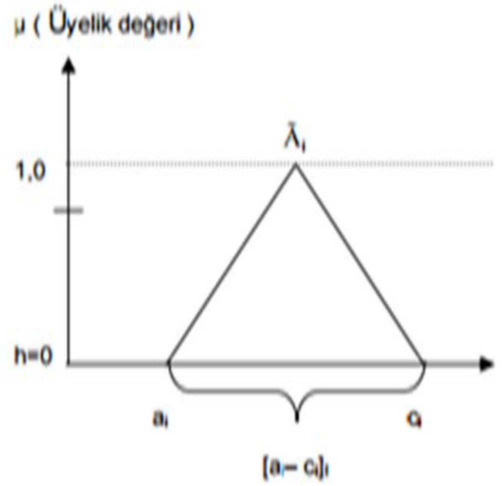
Materyal

Çalışma 2017 yılı bahar aylarında, Uşak ilinde özel bir işletmeden alınan izinle, işletmeye ait 80 adet koloni içerisinden rastgele seçilen 50 adet Kafkas (*Apis mellifera caucasica*) arı kolonisinden elde edilen arı sütü verimleri ile ilgili ana arı yüksüğü başına ortalama arı sütü miktarı (Y_i) (mg), kovan (analı-anasız)(1,2) (X_1), beslenme yöntemi (1-2) (X_2), ana arı yaşı (1, 2, 3) (X_3) ve yüksük sayısı (1,2,..,9) (X_4) gibi değişkenlere ait veriler kullanılmıştır. Araştırmada ayrıca arıcılıkta kullanılan (ana arı yüksüğü, el demiri, körük, maske vb.) malzemeler materyal olarak kullanılmıştır. Bu verilerin analizi için, LİNGO 16.0 ve TURCOSA Analitik Çözümlemeler Version 1.0 paket programları kullanılmıştır.

Yöntem

Bulanık Aralık (Fuzzy Interval Regression) regresyon Çözümleme modeli

Bulanık mantık yaklaşımı ile oluşturulan regresyon çözümleme yaklaşımlarından biri olan aralık regresyon çözümleme yaklaşımı olabilirlik (Possibilistic) regresyon çözümleme yönteminin en basit şeklidir (İshibuschi, 2000). Yaklaşımın temel özelliği; bulanık modele ait katsayıların aralık sayı türünde hesaplanmasıdır. Aralık sayı türünde hesaplanan katsayı değerlerinden dolayı, bağımlı $\widetilde{Y}_i$ değişkenin tahmin edilen tüm bulanık değerleri maksimum yayılım (bulanıklık) düzeyine sahip bir aralıktaki en uygun değerleri alması sağlanacak şekilde hesaplanmaktadır. Yani bulanıklık tolerans seviyesi değerinin h = 0.0 olması durumunda oluşturulan regresyon çözümleme modeline ***aralık regresyon çözümleme modeli*** denilmektedir (Peters, 1994; Redden ve Woodall, 1994). Aralık regresyon çözümleme modeli için aralık katsayısı ve bileşenleri Şekil 1.de verilmiştir.



Şekil 1. Aralık katsayının bileşenleri

Aralık regresyon çözümleme yaklaşımının, kesin değerlerden oluşan veri kümelerinde uygulanabilmesi için aşağıdaki sistematik yolun takip edilmesi gerekmektedir (Inuiguchi, 1993; Slowinski,1998);

i) Kesin veri kümeleri (y_i, x_i), i=1,…,n şeklinde düzenlenir,

ii) Amaç fonksiyonu *J* değerini minimize eden aralık sayı türündeki katsayı $\widetilde{A}_i$, i=1,2,..,n, değerlerinin eşitlik (2.1) deki kısıtlar altında hesaplanması için veriler, doğrusal programlama problemine dönüştürülür(Abdalla, 2012). Modele ait katsayı değerlerinin bulanıklığını belirli değerler arasında sınırlandırılabilmesi için amaç fonksiyonu ile kısıt değerlerinin birlikte çözümlenmesi gerekmektedir (Tanaka ve ark., 1989; Hojati ve ark., 2005).

$$\min_{a_c, a_s} J = \min_{c,s} \left[s_0 + \sum_{j=1}^{n} a_S^t \left|X_{ij}\right| \right] \tag{2.1}$$

$$\min_{c,s} J = c_1, c_2, \ldots, c_n\,,\; c_j \geq 0,\ \forall i;\ i = 1,2,.,m$$

$$\min_{c,s} J = s_1, s_2, \ldots, s_n, s_j \geq 0\ \ \forall i;\ j = 0,1,2,\ldots,n$$

$$c_o + \sum_{j=0}^{n} c_j X_{ij} + (1-h)\left[c_0 + \sum_{j=0}^{n} c_j \left|X_{ij}\right| \right] \geq \widetilde{Y}_i + (1-h)\widetilde{Y}_s\ \ \forall i;\ i = 1,2,.,n \tag{2.2}$$

$$c_o + \sum_{j=0}^{n} c_j X_{ij} - (1-h)\left[c_0 + \sum_{j=0}^{n} c_j \left|X_{ij}\right| \right] \leq \widetilde{Y}_i - (1-h)\widetilde{Y}_s\ \ \forall i;\ i = 1,2,.,n \tag{2.3}$$

Doğrusal programlama probleminin çözümlenmesi için amaç fonksiyonu "J"; Eşitlik (2.1) $a_{si} \geq 0,\ a_{ci}\ \ i = 0,1,2,\ldots,n$ deki kısıtlar altında, h = 0.0 bulanıklık tolerans seviyesinde ve 100 (50 gözlem x 2) kısıt altında hesaplanmaktadır (Slowinski, 1998)

$$\min_{a_c, a_s} J = \begin{bmatrix} c0\ + X_{i1} * c1 + X_{i2} * c2 + X_{i3} * c3 + X_{i4} * c4 - s0 - X_{i1} * s1 - X_{i2} * s2 - X_{i3} * s3 - X_{i4} * s4 <= Y_1 - 5 \\ c0\ + X_{i1} * c1 + X_{i2} * c2 + X_{i3} * c3 + X_{i4} * c4 - s0 + X_{i1} * s1 + X_{i2} * s2 + X_{i3} * s3 + X_{i4} * s4 >= Y_1 + 5 \end{bmatrix}$$

$$.\qquad\qquad\qquad .\qquad\qquad\qquad .$$

$$\min_{a_c, a_s} J = \begin{bmatrix} c0\ + X_{i50} * c1 + X_{i50} * c2 + X_{i50} * c3 + X_{i50} * c4 - s0 - X_i * s1 - X_i * s2 - X_i * s3 - X_i * s4 <= Y_{50} - 5 \\ c0\ + X_{i50} * c1 + X_{i50} * c2 + X_{i50} * c3 + X_{i50} * c4 - s0 + X_i * s1 + X_i * s2 + X_i * s3 + X_i * s4 >= Y_{50} + 5 \end{bmatrix}$$

şeklinde oluşturulur.

iii) Oluşturulan kısıtlar, LİNGO 16.0 paket programında çözümlenerek katsayı değerleri $\widetilde{A}_i = (a_{ci}, a_{si})$ şeklinde gösterilir ve $j = 0, \ldots, n$.

$$\widetilde{A}_i = \{a | a_{ci} - a_{si} \leq a \leq a_{ci} + a_{si}\} \tag{2.4}$$

ile ifade edilmektedir (Slowinski, 1998; Yen ve ark., 1999). Yani aralık işlemleri bulanık regresyon eşitliğine eklenerek katsayılar aralık sayı türünde hesaplanır (Chang ve Ayyub, 2001).

Burada a_{ci}, $a_{c0} + a_{c1} X_{i1} + \cdots + a_{c(p-1)} X_{i(p-1)}$ şeklindeki değerlerden oluşan katsayı değerlerinin orta (merkez) değerini ve a_{si} ; $a_{s0} + a_{s1}|X_{i1}| + \cdots + a_{s(p-1)}|X_{i(p-1)}|$ şeklindeki değerler ise katsayı değerlerinin yarı yayılım değerini göstermektedir (Slowinski, 1998; Tanaka ve ark., 1982);

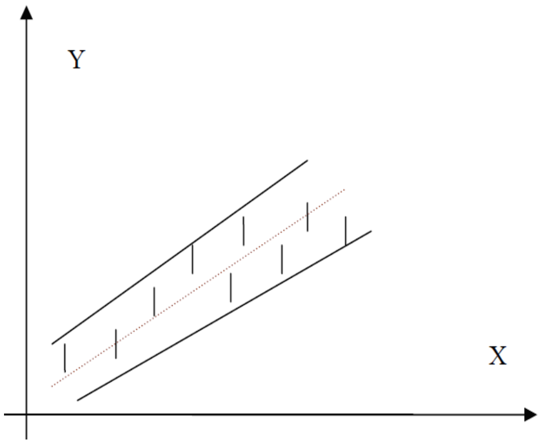
ıv) Belirli kısıtlar altında hesaplanan katsayı değerleri kullanılarak oluşturulacak aralık regresyon çözümleme modeli,

$$\widetilde{Y}_i = \widetilde{A}_0 + +\widetilde{A}_1 X_{i1} +.. + \widetilde{A}_{p-1} X_{i(p-1)} = \widetilde{A}_i X_i \tag{2.5}$$

$$\widetilde{Y}_i = \{a_{c0}, a_{s0}\} + \{a_{c1}, a_{s1}\} X_{i1} \{a_{c2}, a_{s2}\} X_{i2} + \cdots + \{a_{c(p-1)}, a_{s(p-1)}\} X_{i(p-1)} \tag{2.5.a}$$

$\widetilde{Y}_i = \{a_{c0}, a_{s0}\} + \{a_{c1}\, X_{i1}\, , a_{s1}|X_{i1}|\} + \cdots +$
$\{a_{c(p-1)}X_{i(p-1)}, a_{s(p-1)}|X_{i(p-1)}|\}$ (2.5.b)
$\widetilde{Y}_i = \{a_{c0} + a_{c1}\, X_{i1},\ a_{s0} + a_{s1}|X_{i1}|\} + \cdots +$
$\{a_{c(p-1)}X_{i(p-1)}, a_{s(p-1)}|X_{i(p-1)}|\}$ (2.5.c)

Şeklindedir (Slowinski, 1998). Modele ait aralık sayı türündeki katsayıların olasılık dağılımları, normal dağılıma benzer üstel bir olasılık dağılımı göstermektedir (Moore, 1966). Bağımlı ve bağımsız değişkenler arasındaki ilişkinin değerleri ise olasılık dağılımlarına uyan bulanık fonksiyonlar ile hesaplanmaktadır (Moore, 1979; Chang ve Ayyub, 2001). Y_i nin tahmin edilen aralıkları Şekil 2. de verildiği gibidir (Tanaka ve ark., 1982).



Şekil 2. Kesin bağımsız X değişkenleri, bulanık katsayılar $\widetilde{A}_i$ ve bulanık $\widetilde{Y}_i$ değerleri için aralık regresyon (Yongshen, 2005).

v) Üzerinde inceleme yapılan özelliklere ait verileri temsil edebilecek X_{ij} bağımsız (girdi) değişkenler ile aralık sayı türündeki model katsayılarının $\widetilde{A}_i$ çarpılması sonucunda, hesaplanan aralık sayı türündeki bulanık bağımlı değişken $\widetilde{Y}_i$ değerleri,

$\widetilde{Y}_i = \left(a_c^t x_j, a_s^t|x_j|\right),$ (2.6)
şeklinde ifade edilmektedir (Chang, 1994).
Burada; $a_c = (a_{c1}, a_{c2}, a_{c3}, \dots, a_{cn})^t$,
$a_s = (a_{s1}, a_{s2}, a_{s3}, \dots, a_{sn})^t$ ve
$|X_i| = \left(|X_1|, |X_2|, \dots, |X_{ij}|\right)^t$ şeklindedir.
Eşitlik(2.6) şeklinde ifade edilen bağımlı değişken (Y_i) için üyelik fonksiyonu;

$$\mu_{\widetilde{Y}}(Y) = \begin{cases} \left\{\widetilde{A}_i \middle| Y = \max_f(\widetilde{A}, x)\right\} \min_f \mu_{\widetilde{A}_i}(x_i), \{\widetilde{A}_i | Y = f(\widetilde{A}, x)\} \neq \emptyset \\ 0, \qquad \text{aksi durumda} \end{cases} \quad (2.7)$$

ile ifade edilecek şekilde hesaplanmaktadır(Moskowitz ve Kim, 1993; Yen ve ark., 1999; Namdari ve ark., 2014). Hesaplanan tüm bulanık çıktı $\widetilde{Y}_i$ değerleri için, oluşturulan alt ve üst sınır değerleri ise,

$a_c^t x_j - a_s^t|x_j| \leq \widetilde{Y}_i \leq a_c^t x_j + a_s^t|x_j|, j = 1,2,.,n$(2.8)

şeklinde düzenlenerek tahmin aralığına dahil edilmektedir (Alefelt ve Herzberger, 1983).

Genişleme (extension) ilkesine göre, her bir gözlenen bağımlı değişkenin Y_i değeri, simetrik üçgensel bulanık bir sayı $\widetilde{Y}_i = (\widetilde{Y}_c, \widetilde{Y}_s)$ olarak tahmin edilir (Pourahmad, 2013). Bulanık aralık regresyon çözümleme yaklaşımına ait kısıtlamalar araştırmacının belirleyeceği herhangi bir h_i seviyesinde yapılmaktadır (Tanaka ve ark., 1982). Bulanık aralık regresyon çözümleme yaklaşımı ile geçerli ve güvenilir sonuçların hesaplanması için üzerinde inceleme yapılan bağımlı Y_i değişkene ait gözlem değerleri, bulanık aralık sayı olarak tahmin edilen $\widetilde{Y}_i$ bağımlı değişken değerlerinin sahip olduğu aralık sınırları $Y_i \in |\widetilde{Y}_i|_h$ koşulu içinde olması gerekliliği varsayımını sağlaması gereklidir (Arnold, 1990; Yurtçu ve İçağa, 2007; Topuz;2018).

vı) Aralık regresyon yöntemi ile oluşturulan modellerin geçerliliğini ve güvenilirliğini kontrol etmek amacıyla kullanılan uyum iyiliği test ölçütlerine ait eşitlikler ise aşağıda verilmiştir;

✓ Ortalama mutlak yüzde hata (Mean Absolute Percantage Error; MAPE) ;

$$MAPE = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left|\frac{y_i - \widetilde{Y}_i}{y_i}\right|}{n} x100 \quad (2.9)$$

✓ Hataların karelerinin ortalaması (Mean squared error, MSE),

$$MSE = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(y_i - \widetilde{Y}_i)^2 \quad (2.10)$$

✓ Hata kareler ortalamasının kare kökü (Root Mean squared error, RMS) ,

$$RMS = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \widetilde{Y}_i)^2}{n}} \quad (2.11)$$

✓ Belirtme katsayısı (R^2),

$$R^2 = 1 - \left(\frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \widetilde{Y}_i)^2}{\sum_{i=1}^{n}(\widetilde{Y}_i)^2}\right) \quad (2.12)$$

Burada;

$\widetilde{Y}_i$**:** nx1 boyutlu tahmin edilen değerler vektörünü göstermektedir.

n: gözlem sayısını, m: giriş değişkenlerinin sayısını, y_i: Gözlenen değerleri göstermektedir(Chang, 1994; Tanaka ve Lee, 1998; Tansu, 2011; Armutlu ve Yazıcı, 2012).

Söz konusu eşitliklerdeki test ölçüt kriterleri ile geçerli ve güvenilir modellerin belirlenmesi gerçekleştirilmiştir

Bulgular ve Tartışma

Yapılan bu çalışmada, ana arı yüksüğü başına ortalama arı sütü miktarı $\widetilde{Y}_i$ (mg)'nın bulanık aralık regresyon modeli ile tahmin edilebildiğini göstermek için Kafkas (Apis Mellifera Caucasica) arısına ait 50 adet kovandan alınan (Çizelge 1), kovan (analı-anasız)(1,2)(X_1), beslenme yöntemi (1-2)(X_2), ana arı yaşı (1, 2, 3)(X_3) ve yüksük sayısı (1,2,..,9)(X_4) gibi değişkenlere ait değerler üzerinde uygulamaları yapılarak, Çizelge 2 deki değerler elde edilmiştir. Çizelge 2 deki değerler kullanılarak aralık regresyon çözümleme modeli oluşturulmuştur (Eşitlik 3.2). Oluşturulan eşitlikte her bir kovana ait Çizelge 1 deki değerler uygulanarak, Çizelge 3 deki yaygın olarak kullanılan ortalama, yayılım, ile bu değerlere ait güven aralıkları gibi bulanık istatistik değerleri hesaplanmıştır.

i- Yöntem kısmında bahsedilen sistematik yolun takip edilmesi sonucunda veriler Çizelge 1 deki gibi düzenlenmiştir.

Çizelge 1. Ana arı yüksüğü başına ortalama arı sütü miktarının (mg) tahmin edilmesi için her bir kovana ait örnek veri kümesi

No	ASM(mg)	K	BESY	AAY	YS
1	165	1	1	1	1
2	155	1	1	1	2
3	113	1	1	1	2
4	172	1	1	1	3
…	…	…	…		
48	215	2	2	3	4
49	160	2	2	3	6
50	238	2	2	3	9
Toplam	9799	75	75	96	261

ASM: arı sütü miktarı (mg), K: kovan(Analı/Anasız), BY: beslenme yöntemi(1-2), AAY: ana arı yaşı(1,2,3), YS: Yüksük sayısı(1,2,..,9)

ii) Eşitlik (3.2) deki modelin katsayı ve yayılım değerlerinin minimum bulanıklık seviyesinde olması için eşitlik (2.1) deki amaç fonksiyonu kullanılarak Çizelge 1 deki 50 adet kovana ait veriler kullanılarak h = 0.0 bulanıklık tolerans seviyesinde 100 (50 gözlem x 2) adet kısıtlar oluşturuldu;

$$\min_{a_c, a_s} J = \begin{bmatrix} c0 \ + 1.0 * c1 + 1.0 * c2 + 1.0 * c3 + 1.0 * c4 - s0 - 1.0 * s1 - 1.0 * s2 - 1.0 * s3 - 1.0 * s4 <= 165.0 - 5 \\ c0 \ + 1.0 * c1 + 1.0 * c2 + 1.0 * c3 + 1.0 * c4 - s0 + 1.0 * s1 + 1.0 * s2 + 1.0 * s3 + 1.0 * s4 >= 165.0 + 5 \end{bmatrix}$$
$$. \qquad\qquad . \qquad\qquad . \qquad (3.1)$$
$$\min_{a_c, a_s} J = \begin{bmatrix} c0 \ + 2.0 * c1 + 2.0 * c2 + 3.0 * c3 + 9.0 * c4 - s0 - 2.0 * s1 - 2.0 * s2 - 3.0 * s3 - 9.0 * s4 <= 238.0 - 5 \\ c0 \ + 2.0 * c1 + 2.0 * c2 + 3.0 * c3 + 9.0 * c4 + s0 + 2.0 * s1 + 2.0 * s2 + 3.0 * s3 + 9.0 * s4 >= 238.0 + 5 \end{bmatrix}$$

@FREE(c0); @FREE(c1); @FREE(c2); @FREE(c3); @FREE(c4); END

iii) Her bir kovan için h = 0.0 bulanıklık tolerans seviyesinde oluşturulan kısıtlar, LİNGO 16.0 paket programında analiz edilerek eşitlik (3.2)'e ait katsayı değerleri $\widetilde{A}_j$, $j = 0, \dots, 4$ Çizelge 2 deki gibi hesaplanmıştır.

Çizelge 2. h = 0.0 bulanıklık tolerans seviyesinde hesaplanan Aralık regresyon çözümleme yaklaşımına ait katsayı değerlerinin merkez ve yayılım değerleri.

Değişkenler	$\widetilde{A}_j = (a_{cj}\,; a_{sj})$		
	h = 0.0		
	Katsayılar	Merkez değeri (a_{cj})	Yayılım (a_{sj})
Sabit	$\widetilde{A}_0$	169.777	0.000
X_1	$\widetilde{A}_1$	20.360	12.640
X_2	$\widetilde{A}_2$	9.291	5.957
X_3	$\widetilde{A}_3$	-19.275	0.000
X_4	$\widetilde{A}_4$	1.522	3.077

ıv) Çizelge 2 deki katsayı değerleri kullanılarak oluşturulan Eşitlik 3.2 deki bulanık aralık regresyon çözümleme modeli;

$$\widetilde{Y}_i = \widetilde{A}_0 + +\widetilde{A}_1 X_{i1} + \widetilde{A}_2 X_{i2} + \widetilde{A}_3 X_{i3} + \cdots + \widetilde{A}_4 X_{i(4)} = \widetilde{A}_4 X_4 \qquad (3.2)$$
$$\widetilde{Y}_i = \{169.777; 0.000\} + \{20.360; 12.640\} X_{i1} + \{9.291; 5.957\} X_{i2} + \{-19{,}275; 0.000\} X_{i3} + \{1.522; 3.077\} X_{i(4)}$$

şeklindedir. Modelde kovanın analı anasız oluşu ile beslenme yöntemi arı sütü verimini olumlu yönde etkilerken, ana arının yaşı arı sütü verimini olumsuz yönde etkilemektedir. Ayrıca yüksük sayısının da bir miktar artıcı etkiye sahip olduğu bu çalışmayla da tespit edilmiştir.

v) Eşitlik 3.2'in bulanıklık seviyesini temsil eden amaç fonksiyonu J(x) nin değeri, Çizelge 1 deki toplam değerler ile Çizelge 2 deki hesaplanan yayılım değerlerinin Eşitlik (3.3) deki gibi uygulaması sonucu,

$$J = \left[50\text{x } a_0^S + a_1^S \sum_{i=1}^{50} x_{1i} + a_2^S \sum_{i=1}^{50} x_{2i} + a_3^S \sum_{i=1}^{50} x_{3i} + a_4^S \sum_{i=1}^{50} x_{4i}\right] \tag{3.3}$$

$$J = \left[50 \text{ x } a_0^S + 75\text{x } a_1^S + 75\text{x } a_2^S + 96\text{x } a_3^S + 261\text{x } a_4^S\right]$$

$$J = [50 \text{ x } 0.000 + 75 \text{ x } 12.640 + 75 \text{ x } 5.957 + 96 \text{ x } 0.000 + 261 \text{ x } 3.077\ ]$$

$J = 2197.882$ olarak hesaplandı.

vı) Eşitlik (3.2) kullanılarak, 50 kovan için tahmin edilen ortalama $(\tilde{Y}_c)$ ASM değerleri ile bu değerlere ait alt bulanıklık sınır değerleri ve üst bulanıklık sınır değerleri EXCEL 2016 paket programında hesaplanarak Çizelge 3 deki değerler elde edilmiştir. Çizelge 3 deki gözlenen ve tahmin edilen ortalama arı sütü miktarı(mg) ölçümlerinin ortalamaları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık bulunmazken, değişkenler arasında pozitif yönlü, R^2 = 0.9465 (r = 0.9728) düzeyinde ve istatistiksel olarak anlamlı bir ilişki olduğu *J* = 2197.882 bulanıklık düzeyinde hesaplanmıştır. Ayrıca ölçümler arasındaki ortak varyasyon katsayısı 18.574 olarak bulunmuştur. Çizelge 3 deki hesaplanan bu değerlere göre ortalama arı sütü miktarı değerlerinin minimum sapma ile tahmin edildiği görülmektedir.

Eşitlik (3.2) ile hesaplanan Ana arı yüksüğü başına ortalama $(\tilde{Y}_c)$ (mg) arı sütü miktarı değerlerinin (mg), gözlemlenen değerlere ne kadar uyumlu olduğunu belirlemek için hesaplanan test ölçüt değerleri, MAPE = 13.056, MSE = 1481.045, RMS = 38.484 gibi hesaplanmıştır. Düşük MAPE, MSE ve RMS, değerleri ile yüksek R^2 değerleri modelin uyumlu olup olmadığını belirlemektedir. Ana arı yüksüğü başına gözlemlenen ve tahmin edilen ortalama $(\tilde{Y}_c)$ (mg) arı sütü miktarı değerlerinin kovanın analı-anasız K(Analı/anasız)(1,2) oluşu, beslenme yöntemi (BESY(1,2)), ana arı yaşı (AAY(1,2,3)) ve yüksük sayısı (YS(1,2,..,9)) değişkenleri tarafından % 94.65 oranında açıklanabildiği görülmüştür.

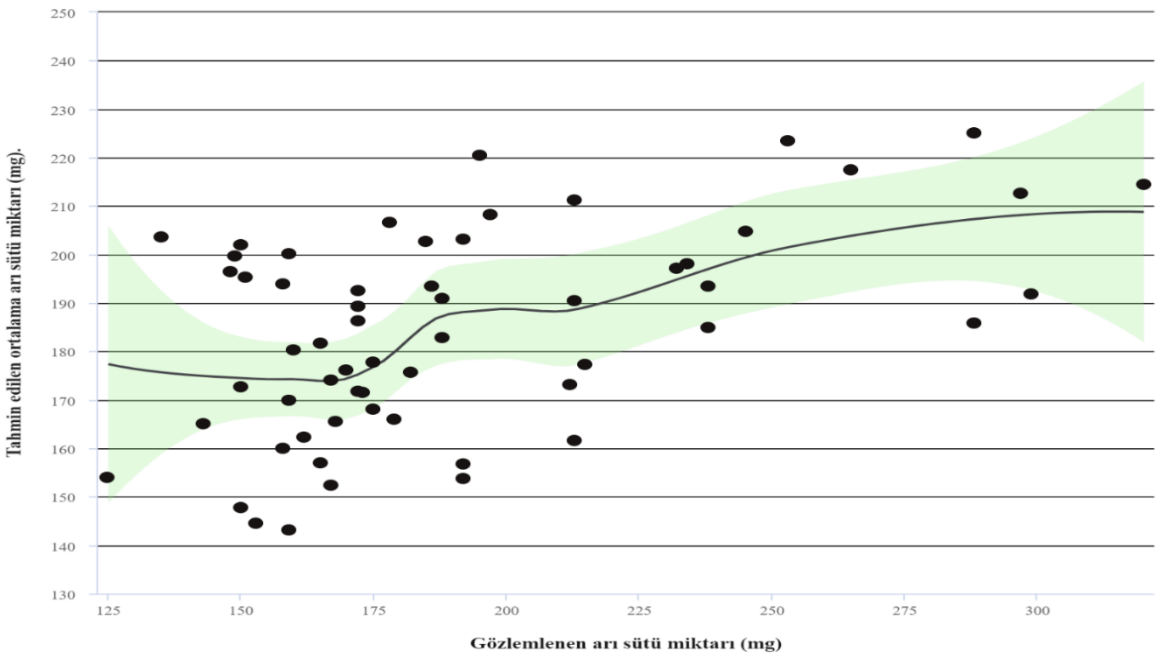
Çizelge 3. Her bir ana arı yüksüğü için tahmin edilen ortalama $(\tilde{Y}_c)$ arı sütü miktarına (mg) ait istatistikler

No	Gözlenen arı sütü miktarı (mg) (Y_i)	Her bir kovan için tahmin edilen Ortalama arı sütü miktarı $(\tilde{Y}_i)$			
		$\tilde{Y}_c$(mg)	$\tilde{Y}_s$(mg)	Alt bulanıklık sınır değerleri	Üst bulanıklık sınır değerleri
1	165.0	181,675	21,674	160,001	203,349
2	172.0	186,241	30,905	155,336	217,146
3	172.0	189,285	37,059	152,226	226,344
.	.	.	.	.	.
49	160.0	180,386	55,656	124,730	236,042
50	238.0	184,952	64,887	120,065	249,839
Ortalama	191.50	184.38	5.01	141	229
S.Sapma	44.68	20.98			
S.Hata	5.82	2.73			
Alt limit	179.86	178.91			
Üst limit	203.16	189.85			

Farkların ortalaması	**t istatistiği**	**p değeri**	**VKo**
7.128	1.4226	0.160	18.574

Pearson korelasyon katsayısı(r)	**P değeri**	**t statistics**	**Alt limit**	**Üst limit**
0.9728	<0.0001	4.471	0.692	0.9820

Çizelge 3 de gözlenen (Y_i) ASM değerleri ile tahmin edilen ortalama ($\widetilde{Y}_c$) ASM değerlerinin birlikte grafik yardımıyla gösterimi Şekil 3'deki gibidir. Bulanık mantık yaklaşımı ile oluşturulan modellerin birçok alanda uygulamaları önem kazanmıştır. Tanaka ve ark.(1982) yaptıkları çalışmada, klasik regresyon çözümleme yöntemlerine ilişkin varsayımları esneterek, bulanık doğrusal regresyon çözümleme yaklaşımı ile ilgili verilerin analizinde doğrusal programlama yöntemini kullanarak, bağımlı değişkenin hesaplanan değerinin yayılımının (sapmasını) en aza indirgendiğini belirtmişlerdir. Moskowitz ve Kim (1993) Bulanık doğrusal regresyon çözümleme yaklaşımına ait bulanık katsayıların yayılmalarını ve hesapladıkları katsayılara ait üyelik fonksiyonlarının aldığı şekiller ile h tolerans düzeyi arasındaki ilişkiyi belirtmişlerdir. Kim ve Bishu, (1998) gözlenen ve tahmin edilen bulanık veri kümeleri arasındaki farkları en aza indirgemek için gerekli en uygun sınırlamalar kullanarak bulanık regresyon çözümleme yaklaşımları ile araştırmacının alacağı risklerin azaltılacağını belirtmişlerdir. Wang ve Tsaur (2000) bağımsız değişkenlerin herhangi bir ölçüm sonucunda elde edilen değerlerden olduğu ve bağımlı değişkeninde bulanık değerlerden olduğu durumlardaki problem çözümleri için Tanaka tarafın dan önerilmiş olan Tanaka'nın revize edilmiş bulanık en küçük kareler yaklaşımının kullanılmasının daha uygun olduğunu belirtmişlerdir. Chang ve Ayyub, (2001) klasik regresyon analizi yöntemi ile bulanık regresyon çözümleme yaklaşımı arasındaki en önemli farklılıkları karşılaştırmalı olarak değerlendirmek için sayısal örnekler ve grafiksel sunumlar kullanmışlar.



Şekil 3. Ana arı yüksüğü başına gözlemlenen ve tahmin edilen ortalama ($\widetilde{Y}_c$) (mg) arı sütü miktarı değerlerinin birlikte grafikle gösterimi.

Nasrabadi ve Nasrabadi, (2004) bağımlı ve bağımsız değişkenlerin bulanık ve bulanık olmadığı durumlarda bulanık doğrusal regresyon çözümleme yaklaşımının kullanılmasının faydalı olduğunu önermişlerdir. Bu tahmin yaklaşımın programlama ve hesaplamadaki avantajlarını değerlendirerek, gözlenen değerler ile beklenen değerler arasındaki toplam yayılımın minimize edildiğini belirtmişlerdir. Memmedova ve Keskin (2009) ülkemizde hayvancılık alanında bugüne kadar uygulaması yapılmayan bulanık mantığın temellerini açıklamaya çalışmış, daha sonra da hayvancılık alanında yapılan çalışmalardan örnekler vererek araştırmacıların yaklaşımı kullanmalarını önermişlerdir.

Sonuç ve Öneriler

Hayvancılıktaki belirsizlik durumlarının çözümlemelerinde bulanık aralık regresyon modelinin uygulanmasına yönelik yürütülen çalışma sonucunda yaklaşımın minimum sapmayla başarılı tahmini değerler hesapladığı görülmüştür. Uygulanacak analiz yönteminin doğru bir şekilde belirlenmesinin önemli olduğu bir kez daha ortaya çıkarılmıştır.

Çizelge 3 deki gözlenen ve tahmin edilen ortalama arı sütü miktarı(mg) ölçümlerinin ortalamaları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık bulunmamıştır. Ancak değişkenler arasında pozitif yönlü, yüksek derecede ve istatistiksel olarak anlamlı bir ilişki bulunmuştur. Analiz sonuçlarına ve hesaplanan uyum ölçütlerine göre, ana arı yüksüğü başına ortalama hangi aralıklarda ne kadar bir ürün elde edilebileceği gösterilmeye çalışılmıştır. Çalışmamız sonucunda, kovanlarda genç ana arı bulundurulması, beslenme yönteminin çevre koşullarına göre doğru bir şekilde seçilmesi ve yüksük sayısının artırılmasının arı sütü verimini artırıcı yönde etkilediği, ana arının yaşlanması ve kovanın anasız olması ise arı sütü verimini azaltıcı yönde etkilediği tespit edilmiştir.

Hayvancılıktaki belirsiz durumlarının çözümlemelerinde bulanık aralık regresyon analizinin uygulanması ile ilgili henüz yok denecek kadar az sayıda araştırma bulunmaktadır. Bu ve buna benzer çalışmalar yapan araştırmacılara bulanık aralık (Fuzzy Interval) regresyon analizinin hayvancılıktaki belirsizlik içeren durumlar ile kategorik veri kümelerinin olduğu durumların analizinde kullanılmasının alternatif bir yaklaşım olabileceği önerilebilir.

Kaynaklar

Arnold, S.F. 1990. Mathematical Statistics, Prentice Hall, New Jersey.

Agresti, A. 2002. Categorical Data Analysis, Second Edition, USA John Wiley&Sons.

Alpar, R. 2011. Çok Değişkenli İstatistiksel Yöntemler, Ankara, Detay Yayıncılık, pp.853.

Abdalla, H.A. 2012. Possibilistic logistic regression in fuzzy environment, Saarbrücken, Germany; 99.

Armutlu, İ.H., Yazıcı, M. 2012. Fuzzy Robust Regresyon'un Diğer Regresyon Teknikleriyle Karşılaştırılması Ve Bir Uygulama pp.33-51.

Alefeld, G., Herzberger, J. 1983. Introduction to Interval Computations, Academic Press, New York, 1983.

Chang, P.T. 1994. Lee Fuzzy linear regression with spreads unrestricted in sign Comput. Math. Appl., 28(4), pp. 61-71.

Chang, Y.H.O., Ayyub, B.M. 2001. Fuzyy regression methotds-a comparative assessment, Fuzzy Sets and Systems, 119 (2): pp.187-203.

Hojati, M., Bector, C. R., Smimou, K. 2005. A Simple Method For Computation Of Fuzzy Linear Regression, European Journal of Operational Research, 166(1), pp.172-184.

Kaps, M., Lamberson, W. 2004. Biostatistics for Animal Science.USA. pp.1-445.

Kacprzyk, J., Fedrizzi, M. 1992.Possibilistic regression analysis based on linear programming, Fuzzy Regression Analysis, pp. 47-60.

Kim, B., Bishu, R.R. 1998. Evaluation of Fuzzy Linear Regression Models by Comparing Membership Functions, *Fuzzy Set and Systems*, 100, pp.342-352.

Lingo 16.0. 2017. Linear programming, Integer programming, Optimizatation Modeling with LINGO, and Quadratic programmingproducts, LINDO Systems Inc.1415 North Dayton Street,Chicago.

Long, J. S. 1997. Regression Models for Categorical and Limited Dependent Variables. Thousand Oaks, CA: Sage Publications.

Memmedova, N., Keskin, İ. 2009. Hayvancılıkta Bulanık Mantık Uygulamaları., Selçuk tarım ve gıda bilimleri dergisi 23(47), pp.89-95.

Moskowitz, H., Kim, K. 1993. On Assesing The H Value İn Fuzzy Linear Regression, Fuzzy Sets and Systems, pp.303-327.

Moore, R.E. 1966. Interval Analysis, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ.

Moore, R.E. 1979. Methods and Applications of Interval Analysis, SIAM, Philadelphia.

Namdari, M., Yoon, J.H., Abadi, A., Thari. S.M., Chai, S.H. 2014. Fuzzy Logistic Regression With Least Absolute Deviations Estimators, Soft computers (19).p.909-917. Berlin.

Nasrabadi, M. M. ve Nasrabadi, E. 2004, A Mathematical-Programming Approach to Fuzzy linear regression analysis, Applied Mathematics And Computation, 155 (3), p. 873-881.

Peters, G. 1994. Fuzzy linear regression with fuzzy intervals, Fuzzy Sets Syst., vol. 63, pp. 45-55.

Pourahmad, S. 2013. Fuzzy Logistik Regression Models With Their Application İn Medicine, Germany, Saarbrücken, p.176.

Redden, D. T., Woodall. W. H. 1994. Properties of certain fuzzy linear regression methods, Fuzzy Sets Syst., vol. 64, pp. 361-375.

Ross, T.J. 2004. Fuzyy sets, Logic With Engineering Applications, John Willey and Sons Inc New York.

Slowinski, H. 1998. Fuzzy sets in Decision Analysis, Operations Research And Statistics.Boston/Dordrecht/London p.453.

Tanaka, H., Uejima, S., Asai, K. 1982. Linear regression analysis with fuzzy model. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics. 12(6).

Tanaka, H., Hayashi, I., Watada, J. 1989. Possibilistic linear regression analysis for fuzzy data European Journal of Operational Research, 40, pp. 389-396.

Tanaka, H.,Lee,H. 1998. Interval regression analysis by quadratic programming approach, IEEE 7 kans. on Fuzzy Systems 6, 473-481.

Tansu, A. 2011. Fuzzy Linear Regression, Germany. , Saarbrücken, pp.196.

Topuz, D.2018. Süt sığırcılığında Bulanık regresyon modellerinin kullanımı. Doktora Tezi, Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüs,.p.196. Konya.

Ishibuchi, H. 1992. Fuzzy regression analysis Japan. J. Fuzzy Theory and Systems, 4, pp. 137-148.

Inuiguchi,M.,Ichihash, H., Kume, Y. 1993. Modality constrained programming Problemes:A unnified approach to fuzzy mathematical programing problems in the setting of Possibility Theory, ınformation sciences, 67;93-126.

Ishibuschi H., Murata T., 2000. Scheduling with Fuzzy Duedate and Fuzzy Processing Time, Scheduling Under Fuzziness, edited Słowiński R.,Hapke M., Springer-Verlag, pp. 113-143.

Wang, H. F., Tsaur, R. C. 2000. Insight of A Fuzzy Regression Model, Fuzzy Sets and Systems,112,p.355-369.

Yalaz, S., Atay, A., Toprak, Z.F. 2015. Smrgt Yöntemi İle Bulanıklaştırılmış Veriler İçin Bulanık Doğrusal Regresyon, Erciyes Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi, 31(3), 152-158, ISSN. p.1012-2354

Yen, K.K., Ghoshray, S., Roig, G., 1999. A Linear Regression Model Using Triangular Fuzzy Number Coefficients, fuzzy sets and Sytems (106).p. 167-177.

Yurtçu, Ş., İçağa, Y. 2007. Bulanık Doğrusal Regresyona Genel Bir Bakış, Yapı teknolojileri elektronik dergisi, 2, p.37-43.

Yongshen, NI. 2005. Fuzzy Corelation and Regression Analaysis. Doctor of Philosophy. Norman, Oklahoma.