



Developing the Mathematical Thinking Scale: Validity and Reliability

Ayten Pinar BAL^{a*} (ORCID ID - 0000-0003-1695-9876)
Perihan DİNÇ ARTUT^a (ORCID ID - 0000-0002-1585-0222)

^aÇukurova Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Adana/Türkiye



Article Info

DOI: 10.14812/cufej.597204

Article history:

Received 26.03.2019
Revised 24.07.2019
Accepted 15.10.2019

Keywords:

Mathematical thinking,
Scale development,
Mathematics teacher

Abstract

This is a quantitative study to develop a valid and reliable scale in order to determine mathematical thinking skills of mathematics teachers and to investigate the thinking skills of mathematics teachers in terms of various variables by means of the developed scale. In this context, the study was conducted on two different sample groups. The first study was conducted with 469 mathematics teachers during the development of the scale, and the second study was conducted with 190 teachers to test the developed scale. In the development process of the scale, exploratory factor analysis, confirmatory factor analysis and Cronbach Alpha internal consistency coefficient and Guttman Split Half values reliability calculations were performed. As a result of the analysis, the total variance percentage of the 17 items, which was composed of four factors, was 56.90%. The model obtained as a result of confirmatory factor analysis was acceptable. The Cronbach Alpha internal consistency coefficient for the whole scale was .79. The results of this study show that a valid and reliable scale was developed to determine mathematical teachers' mathematical thinking skills. In addition, through the developed scale, it was obtained that mathematics teachers' thinking skills differed according to the type of school they graduated and professional seniority.

Matematiksel Düşünme Ölçeğinin geliştirilmesi: Geçerlik ve Güvenirlik

Makale Bilgisi

DOI: 10.14812/cufej.597204

Makale Geçmişi:

Geliş 26.03.2019
Düzeltilme 24.07.2019
Kabul 15.10.2019

Anahtar Kelimeler:

Matematiksel Düşünme
Ölçek geliştirme
Matematik Öğretmeni

Öz

Bu çalışma matematik öğretmenlerinin matematiksel düşünme becerisini belirlemek amacıyla geçerli ve güvenilir bir ölçek geliştirmek ve geliştirilen ölçek aracılığı ile matematik öğretmenlerinin düşünme becerilerini çeşitli değişkenler açısından incelemek amacıyla yapılan nicel bir araştırmadır. Bu kapsamda araştırma iki farklı çalışma grubu üzerinde yürütülmüştür. İlk çalışma ölçeğin geliştirilmesi sürecinde 469 matematik öğretmeni üzerinde, ikinci çalışma ise geliştirilen ölçeğin sınanması için 190 öğretmen üzerinde yürütülmüştür. Ölçeğin geliştirilme sürecinde açıklayıcı faktör analizi, doğrulayıcı faktör analizi ve Cronbach Alpha iç tutarlık katsayısı ile Guttman Split Half değerleri güvenilirlik hesaplamaları yapılmıştır. Analizler sonucunda, 17 madde dört faktörden oluşan ölçeğin açıklanan toplam varyans yüzdesi %56.90 olarak elde edilmiştir. Uygulanan doğrulayıcı faktör analizden elde edilen model kabul edilebilir düzeyde olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Ölçeğin tümü için Cronbach Alpha iç tutarlık katsayı değeri 79 olarak belirlenmiştir. Bu çalışmanın sonucunda matematik öğretmenlerinin matematiksel düşünme becerilerini belirlemeye yönelik geçerli ve güvenilir bir ölçek geliştirilmiştir. Ayrıca geliştirilen ölçek aracılığı ile matematik öğretmenlerinin düşünme becerilerinin mezun olunan okul türü ve mesleki kıdeme göre farklılıklar gösterdiği sonucuna ulaşılmıştır.

* Author: apinar@cu.edu.tr

Introduction

One of the main differences which distinguish human beings from other living beings is the ability to think. The words “thinking” and “thought” are the most commonly used words in our daily lives. Although they are used so often, it is not so easy to define them. Taking the typical situations in which these terms are used into consideration might help to define them. Thought is used in a broad sense. Every single thing that comes into our mind or passes through our mind is called thought. The term thought is directly related with what is served (Dewey, 1910, p. 2). Thought becomes important as it makes one’s life meaningful and effective and contributes to its positive improvement (Alkan and Bukova Güzel, 2005).

We think of the things which we do not directly see, hear, smell and taste. Thinking of something means to be aware of it in a way and take steps by noticing what is going to happen (Dewey, 1910, p. 2-15). Human beings do activities such as evaluating others, solving problems, making decisions, predictions, interpretations and building cause and result relationships throughout their lives (Hughes and Lavery, 2015). In other words, human beings make assumptions, develop hypothesis about these assumptions and try to come up with a solution by focusing on the causes and results in the thinking process (Ersoy and Başer, 2013).

The responses that students give to a sentence or a text, the solution that they offer for a problem or the justification and interpretation that they use to confirm or refuse a claim constitute the implicit or explicit basis their general theories. These kinds of actions are the ways of thinking (Harel and Sowder, 2005). Mathematics is one of the fields in which the action of thinking is used effectively.

Mathematical Thinking

The main purpose of mathematics teaching is to improve thinking (Ayllón, Isabel and Ballesta-Claver, 2106). There are two traditional references in the field of research on mathematics education to define mathematical thinking. One of these is the perspective which focuses on the mathematical process (Burton, 1984; Isoda and Katagiri, 2012; Liu, 2003; Liu and Niess, 2006; Mason, Burton and Stacey, 2010; Polya, 1962, 1985; Schoenfeld, 1992). This perspective focuses on the problem of how mathematical thinking is realised. The other perspective grounds on the conceptual improvement (Dreyfus, 1991; Fruendental, 1973; Tall, 1995). This view deals with how the individual constructs the mathematical concepts in his mind.

Process-oriented mathematical thinking approach

Mathematical thinking is significant as it is one of the ways of learning mathematics. Mathematical thinking is vital for mathematics teaching. Mathematical thinking is a quite complex activity and there are lots of researches and writings on it. The process couples in which mathematical thinking is realized very often are specializing-generalising and conjecturing-convincing. Being able to use mathematical thinking in problem solving is one of the main purposes of education and it is also one of the most difficult objectives (Stacey, 2006). In this context, Polya (1985, p. ix) expressed that problem solving was a special achievement for intelligence and intelligence was a precious gift given to human beings. He also stated that problem solving could be accepted as the most characteristic human activity.

Mathematical thinking is related with mathematical process. Practising in mathematics and verbalizing mathematical data might improve mathematical thinking. Working on contradictory and perplexing situations provoke mathematical thinking. Furthermore, challenging and reflecting learning environments also support mathematical thinking (Mason, Burton and Stacey, 1994, p. xi). Schoenfeld (1992) indicated that the tools of mathematics were abstracting, symbolic representation and symbolic manipulation. In addition to this, being educated on how to use these tools means thinking mathematically rather than just knowing how to use the tools. Learning how to think mathematically means developing a mathematical perspective evaluating the mathematical and abstracting processes and making a preference on practising these. Burton (1984) made the definition of mathematical thinking by grounding on the definition of tool which the individual use to understand and control his environment and the tool that he used to control the environment. He explained the mathematical

thinking as using unique methods to understand and control the environment. These methods are the operations, processes and dynamics of mathematical thinking. Devlin (2012) claimed that mathematical thinking was not the same thing as doing mathematics. Doing mathematics usually includes the implementations of procedures and making some difficult symbolic manipulations. Mathematical thinking, on the other hand, is a special way of thinking about the things in the universe. Mathematical thinking does not necessarily need to be related with mathematics. Some parts of mathematics; however, provide ideal contexts to learn mathematical thinking.

Mathematics’ concept development-oriented mathematical thinking approach

The term ‘mathematization’ was used by Freudenthal (1973) to evaluate the process of objectification of mathematical activities. Freudenthal explained the mathematical thinking as the process that started with real experiences and resulted in mathematics. Mathematization here functions as a component which provides the transition from general thinking into mathematical thinking. Tall (1995) pointed out that mathematical thinking was realized by building a relationship between concrete world, symbolic world and formal world. Isoda and Katagiri (2012) mentioned this relationship as it was given in Figure 1 below.

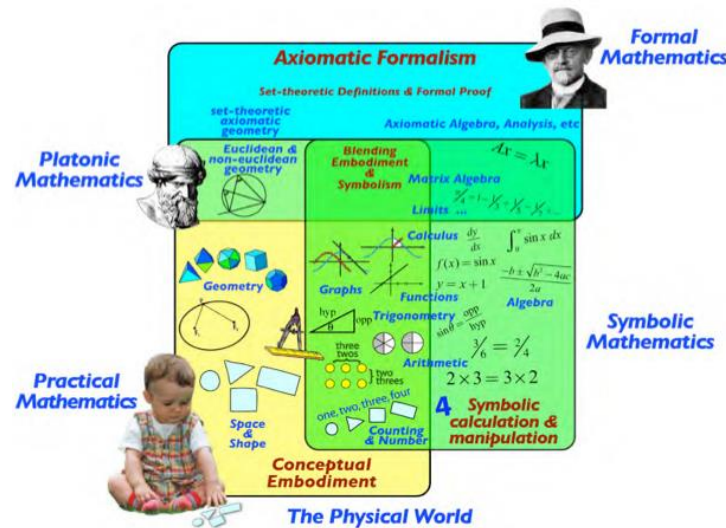


Figure 1: World of Mathematics (taken from Isoda and Katagiri (2012, 25))

When Figure 1 was considered, it was seen that the world of mathematics consisted of three titles as axiomatic formalism, conceptual embodiment, symbolic calculation and manipulation. The world of axiomatic formalism includes the mathematical fields such as theoretical axiomatic geometry, set axiomatic geometry and analysis. Symbolic calculation and manipulation include matrix algebra, limits, analysis, functions, algebra, graphs, trigonometry, counting and number. Conceptual embodiment is made up of geometry, space and shape matters. These three worlds that figure in the world of mathematics are stated as the explanation focused on the conceptual development of mathematical thinking.

When the explanations made so as to define mathematical thinking were considered, it was seen that there were various definitions and components in this context. Liu (2003) dealt with mathematical thinking as a union of the predictive, inductive, deductive, description, generalization, sampling, formal and informal reasoning, verification and similar complex processes on the basis of the definitions and explanations which had been made about mathematical thinking.

Mathematics Education and Mathematical Thinking

Cimbricz, Stoll and Wilkens (2015) stated that the future would not be predicted but it would be logical to reach the conclusion that mathematical thinking would be valuable in the 21st century and beyond and its importance would continue. Stacey (2006) explained the importance of mathematics by emphasizing three titles; i. Mathematical thinking's being an important objective of schooling, ii. Mathematical thinking's being a way of learning mathematics, iii. Mathematical thinking's being important for mathematics education. These views of Cimbricz, Stoll and Wilkens (2015) and Stacey (2006) and the explanations above about mathematical thinking propound the importance of mathematical thinking.

In today's education process, the mathematical thinking aspect of mathematics has been started to get more attention to be emphasized. It was expressed by Ayllón, Isabel and Ballesta-Claver (2016) that the main purpose of mathematics teaching was to improve thinking. It is seen that basic skills related with mathematical thinking are paid more attention in the mathematics curriculum that is currently in effect (Ministry of National Education [MoNE], 2018). When it is considered that one of the most important basic components in mathematics teaching is the mathematics teachers, determining the mathematical thinking skills of teachers is of critical importance.

When the related literature was reviewed, it was seen that there were some studies which were carried out on mathematical thinking. In a study of Jacobs, Lamb and Philipp (2010), 131 teachers and pre-service teachers were investigated in terms of their perception manners of the children's mathematical thinking. Lim and Hwa (2007) emphasized how mathematical thinking was defined in the context of Malaysia school program and to what extent mathematical thinking was applied in the mathematics class. They also focused on the problems that the Malaysian mathematics teachers faced while they were trying to improve mathematical thinking. Steinberg, Empson and Carpenter (2004) stated that continuous learning based on practice is a requirement in the setting of U.S. and across worldwide reforms, reinforcing to comprehend and answer students' thinking about mathematics in terms of novel ways. The study in which Steinberg, Empson and Carpenter (2004) conducted on a teacher was about pedagogical applications that created opportunities for students to reflect their opinions and to participate fully in the dialogue. Kargar, Tarmizi and Bayat (2010) investigated the students' mathematical anxieties and the relationship between the attitudes towards mathematics and mathematical thinking and they concluded that there was a positive relationship between mathematical thinking and the attitudes towards mathematics while there was a negative relationship between mathematical anxiety and the attitudes towards mathematics. Furthermore, it was seen that the students who had positive attitudes made more efforts in mathematical thinking and understanding the lesson content than the ones who had negative attitudes. They determined mathematical thinking with mathematical thinking grading scale in their study. Fernandez, Linares and Valls (2013) carried out their studies on elementary school pre-service teachers. This study was about the pre-service teachers' noticing their students' mathematical thinking styles while they were studying on the problems which required proportional and non-proportional reasoning.

Studies in Turkey have also been started to focus on mathematical thinking in parallel with the emergence of mathematical thinking in international research studies. When the related literature was reviewed, plenty of studies on mathematical thinking were observed (Bukova Güzel, 2008, Canbazoğlu and Artut, 2018; Coşkun, 2012, Tataroğlu Taşdan, Çelik and Erduran, 2017). It was found out that some of these studies were conducted on secondary and high school students (Arslan and Yıldız, 2010; Katrancı, 2019; Yeşildere, 2006; Yeşildere and Türnüklü, 2008), some of them were conducted on pre-service teachers of mathematics (Artut and Bal, 2017; Bukova Güzel, 2008; Coşkun, 2012; Ersoy and Başer, 2013; Tataroğlu Taşdan, Çelik and Erduran, 2017) and some of them were conducted on elementary school pre-service teachers (Artut and Bal, 2017, Canbazoğlu and Artut, 2018). The thinking skills of elementary school pre-service teachers were evaluated by the mathematical thinking scale developed by Ersoy ve Başer (2013) in the study of Artut and Bal (2017). This scale consisted of the sub-dimensions of "high level thinking tendency", "reasoning" and "problem solving". In the study Canbazoğlu and Artut, (2018), the mathematical thinking skills of elementary school pre-service teachers

were measured by the problems of evaluating mathematical thinking. However; it was seen that the number of the studies conducted on mathematics teachers was limited (Ünveren Bilgiç and Azak, 2019) when the available studies were considered.

The related literature about the studies which aimed to determine the level of mathematical thinking was reviewed and it was seen that there were several studies (Ersoy and Başer, 2013; Harel and Sowder, 2005; Hernandez, 2002; Lincoln, 2008; Lipman, 2003; Liu and Niess, 2006; Liu, 2003; Liu and Niess, 2006; 1994; Umay, 1992). On the other hand, it is emphasized that the number of the studies which are about developing scale to determine the level of mathematical thinking was insufficient. Besides, it was observed that there was not scale validity and reliability of which had not been tested for the mathematics teachers. In line with the explanations, it was thought that it was necessary to develop a mathematical thinking scale for mathematics teachers. The scale which was developed within this framework is expected to contribute to the literature.

The Purpose of the Study

The primary purpose of this study is to develop a mathematical thinking scale for mathematics teachers. The secondary purpose of the research is to compare the mathematical thinking skills of mathematics teachers according to some variables (occupational seniority and the type of school being graduated from).

In parallel with these purposes, the following questions were formulated.

A) In the scope of content validity;

1a. Can the items that constitute the mathematical thinking scale represent the mathematical thinking according to the field experts?

B) In the scope of structural validity;

1b. Is the structure of the mathematical thinking scale simple and constant?

C) In the scope of reliability;

1c. What are the Cronbach Alpha and Guttman Split Half values of the mathematical thinking scale?

1d. What is the correlation of item-total score for each item in the mathematical thinking scale?

D) In the scope of discrimination;

1e. Can the mathematical thinking scale discriminate the individuals in the lower and upper groups?

E) In the scope of some variables;

1f. Do the scores that the mathematics teachers get from the mathematical thinking scale differ significantly according to their occupational seniority and the type of the school being graduated from?

Method

This is a quantitative research which was conducted in order to develop both a valid and reliable mathematical thinking scale for determining the mathematical thinking skills of mathematics teachers and to investigate the thinking skills of mathematics teachers through this scale according to some variables (occupational seniority and the type of school being graduated from).

Population and Sample of the Study

The population of the study consisted of the mathematics teachers working in the province of Adana. The teachers who were in the sample were selected by typical case sampling, one of purposive sampling methods. Typical case sampling is picking a typical and average case out of plenty of cases in the related population with the issue of the research (Fraenkel, Wallen and Hyun, 2012). In this sense, the research was carried out with two different sample groups during the processes of developing the scale and testing the developed scale. Accordingly, the first sample group consisted of 504 mathematics teachers who were working in Aladag, Ceyhan, İmamoğlu, Tufanbeyli, Karaisalı, Kozan, Pozantı, Sarıçam and Yüreğir districts of Adana in 2017-2018 school year. 35 scale data; however, were excluded due to some imperfect information and the exclusion of the extreme values and 469 data sets were analysed. The second sample group consisted of 190 mathematics teachers working in Seyhan and Çukurova

districts of Adana in 2018-2019 school year. The personal information of the teachers in the first and second sample groups were presented in the table below.

Table 1.
Frequency and Percentage Distribution of Mathematics Teachers According to Their Personal Information

Variables		First sample group		Second sample group	
		N	%	N	%
Gender	Female	308	65.7	136	71.6
	Male	161	34.3	54	28.4
	Total	469	100	190	100
Occupational Seniority	0-5 years	155	33.0	-	-
	6-10 years	107	22.8	30	15.8
	11-15 years	94	20.0	23	12.1
	16-20 years	59	12.6	70	36.8
	21 years or more	54	11.5	67	35.3
	Total	469	100.0	190	100
Type of school being graduated from	Faculty of Education	381	81.2	160	84.2
	Faculty of Arts and Sciences	88	18.8	30	15.8
	Total	469	100	190	100
Working region	City Centre	154	32.8	190	100
	District	249	53.1	-	-
	Village	66	14.1	-	-
	Total	469	100.0	190	100

When Table 1 was considered, it was seen that 66 % of the mathematics teachers in the first sample group were female and 34 % of them were male. One third of the mathematics teachers had occupational seniority of between 0 and 5 years, one fourth of them occupational seniority of between 6 and 15 years and the rest of them had occupational seniority of 16 or more years. Most of the teachers in the sample of this research (81%) graduated from a faculty of education. When the regions in which the teachers were working were taken into consideration, it was observed that nearly half of them were working in the districts and the rest of them were working in the city centers (33%) and in the villages (14%). On the other hand, 72% of the teachers in the second sample group were female and 28% of them were male. 16 % of the teachers had occupational seniority of between 6 and 10 years, 12% of them had occupational seniority of between 11 and 16 years, 35% of them had occupational seniority of between 16 and 20 years and 35% of them had occupational seniority of 21 years or more. Most of the teachers (84%) in the second sample group were graduated from faculties of education. When the regions in which the teachers were working were taken into consideration, it was observed that all of the teachers were working in the city centers.

Data Collection Tools

In this part, first, the process of developing the mathematical thinking scale was presented and secondly, the alteration of the developed scale according to the demographical information of the teachers (type of school being graduated from and occupational seniority) in the second sample group was investigated.

The process of developing mathematical thinking scale

The mathematical thinking scale, which constituted the first part of the research, was developed by following the steps below (Balci, 2001; Devellis, 2016). In this context, the steps of the formation of an item pool, content validity and pilot study, structural validity, reliability study and final form of the scale were summarized as in Figure 1.

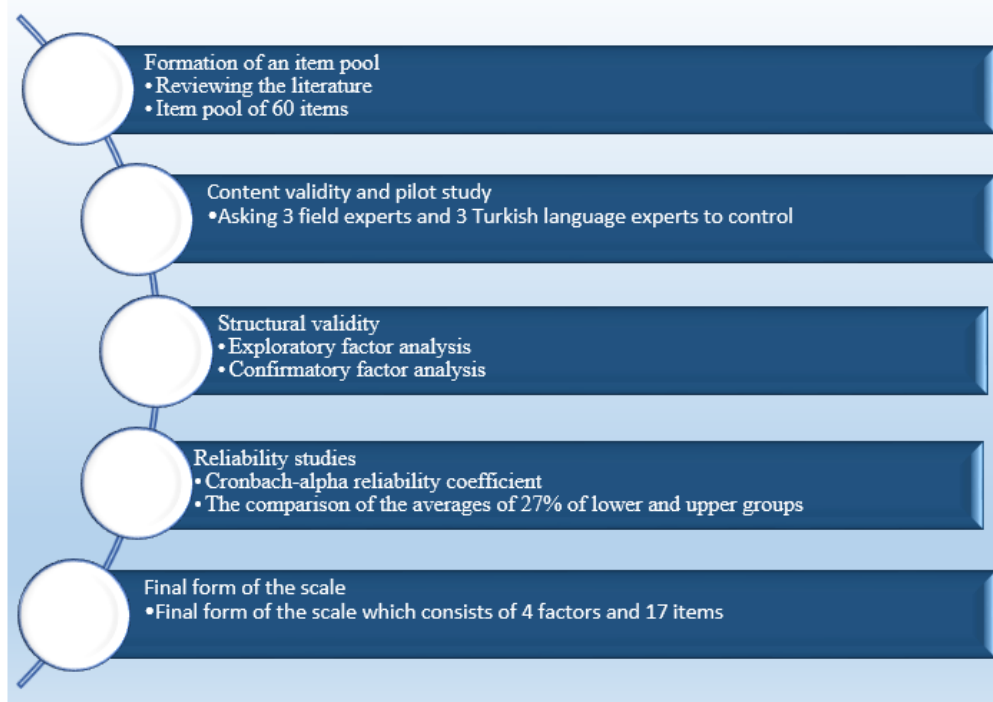


Figure 2: *The Process of Developing Mathematical Thinking Scale*

When Figure 1 was considered, it was seen that a pool of 58 items was formed by reviewing the literature during the process of developing an assessment tool. In the second stage, a pilot study was applied by making use of the opinions of 12 experts ((Mathematics education (3), Assessment and evaluation (3), program development in education (4) and language teaching (2)). In the third stage, exploratory and confirmatory factor analyses were made within the content validity process. In the fourth stage, Cronbach alpha and Guttman Split Half analysis were made and the averages of 27% of lower and upper groups were compared within the reliability studies of the data collection tool. In the last stage, the scale consisting of 17 items and 4 factors was finalized.

Formation of item pool

First, the related literature was reviewed in the process of setting the items of mathematical thinking scale. In this context, the definition of mathematical thinking and the dimensions that constitute the mathematical thinking were investigated. The studies which had been conducted on this field were investigated (Burton, 1984; Dreyfus, 1991; Ersoy and Başer, 2013; Fruendental, 1973; Harel and Sowder, 2005; Hernandez, 2002; Lincoln, 2008; Lipman, 2003; Liu and Niess, 2006; Liu, 2003; Liu and Niess, 2006; Mason, Burton and Stacey, 2010; Polya, 1962, 1985; Schoenfeld, 1992; Tall, 1995; Umay, 1992) and first draft items were formed by taking both process and conceptual development dimensions of mathematical thinking. Besides, in this process, five mathematics teachers who were completing their postgraduate education were interviewed and they were asked for their opinions about mathematical thinking. The teachers were asked which behaviours in the classroom environment would be considered

in the scope of mathematical thinking, which skills were included in mathematical thinking, what the components of mathematical thinking were and what the characteristics of mathematical thinking were. In this sense, an item pool of 58 items was formed in line with the teacher interviews and the revision of the related literature.

Content validity

Presenting the item pool for the opinions of expert:

The draft form of 58 items was presented for expert opinion and the content validity of the form was questioned. The content validity assessment tool should be able to assess one feature without intermingling with the other ones (Balci, 2001; Çepni, Baki, Demircioğlu and Akyıldız, 2009). Within this context, the items in the pool were presented for the confirmation of 3 experts in the field of mathematics teaching, 3 experts in the field of assessment and evaluation, 4 experts in program development and 2 experts in the field of language teaching. The experts in the field of mathematics, assessment and evaluation and program development assessed each item in the draft form as “appropriate”, “should be reorganized” and “inappropriate” by considering if they served for the purpose of the scale. Then, the experts in the field of language went over each item in terms of language structure, grammatical structure and being clear. Three items were reorganized after the opinions of the experts. The items of “40. I try to reach the truth by evidences.” and “41. I try to reach the truth by proving.” were considered that they had the same meaning and it was asked for excluding one of these items. Furthermore, it was considered by the experts that the item of “22. I do not approve the rules and generalizations being questioned.” were carrying two meanings and it was asked to be reorganized as two separate items. Therefore, the item of 22 was reorganized as “I do not find it right to question the rules.” and “I do not find it right to question the generalizations.”.

Pilot study

The draft form of 58 items which was designed in line with the opinions of the experts was given to 15 mathematics teachers working in three different secondary schools and it was reviewed in terms of language and clarity. Moreover, the draft form was also viewed in terms of appearance validity, page layout, font size and usefulness. Each item was arranged in conformity with five-point gradation. The scale form of 58 items which was formed as a result of these arrangements was given to the mathematics teachers who were working in all districts of Adana.

Data analysis

First, data were enumerated and transferred into computers before the analysis. Then, 49 (35+14) forms were excluded from the study due to some missing information and extreme point values which were determined by Mahalanobis Distance. In the first step, 469 data which were obtained from the first sample group were evaluated in the process of developing the scale. Within this context, Exploratory Factor Analysis (EFA) of the data set which was obtained with IBM SPSS 22.0 was made and its content validity was calculated. In addition, Cronbach Alpha Analysis and Guttman Split Half values were implemented to calculate the reliability of the data. Moreover, arithmetic mean and standard deviation values and item-total score correlations of the expressions in the scale were studied and item discrimination strength was calculated by independent groups t-test analysis. After that, Confirmatory Factor Analysis (CFA) was calculated. The mathematical thinking scale validity and reliability studies of which were completed was implemented on 190 mathematics teachers who were working in Seyhan and Cukurova districts of Adana in 2018-2019 spring semester. The analysis was made on the data obtained from this sample group by using IBM SPSS 22.0. In the process of analysis, Kolmogorov-Smirnov test was primarily implemented as the number of the samples was more than 50 so as to define the normality of the scores. It was concluded as a result of the analysis of group largeness that data set displayed normal distribution. In this context, independent groups t-test was implemented while comparing two groups such as the school types the teachers graduated from and one-way variance analysis (ANOVA) implemented while comparing more than three groups such as occupational seniority.

Scheffe test was implemented while comparing the groups. However, the homogeneity of the variances was checked before the variance analysis. The significance level was accepted as $p=.05$ and $p=.01$ in all statistical analysis in this process.

Findings

The findings were presented in two parts here. In the first part, the findings about validity and reliability which were applied in the process of developing “Mathematical Thinking Scale” were investigated. In the second part, the findings about the change of the scale which was developed according to the type of school the teachers graduated and their occupational seniorities were investigated.

Findings about the Construct Validity of the Mathematical Thinking Scale

Factor analysis was made in order to constitute the construct validity of the mathematical thinking scale. EFA (Sharma, 2006) is administered to obtain information about the number of the factors which the assessment tool assesses and CFA (Tabachnick and Fidell, 2001) is applied to test the hypothesis which the researcher develops in accordance with a theory. In this sense, exploratory factor analysis was primarily administered to obtain information about the number of factors in this study. Secondly, the appropriateness of the structure was tested via confirmatory factor analysis.

Findings about the exploratory factor analysis of the Mathematical Thinking Scale

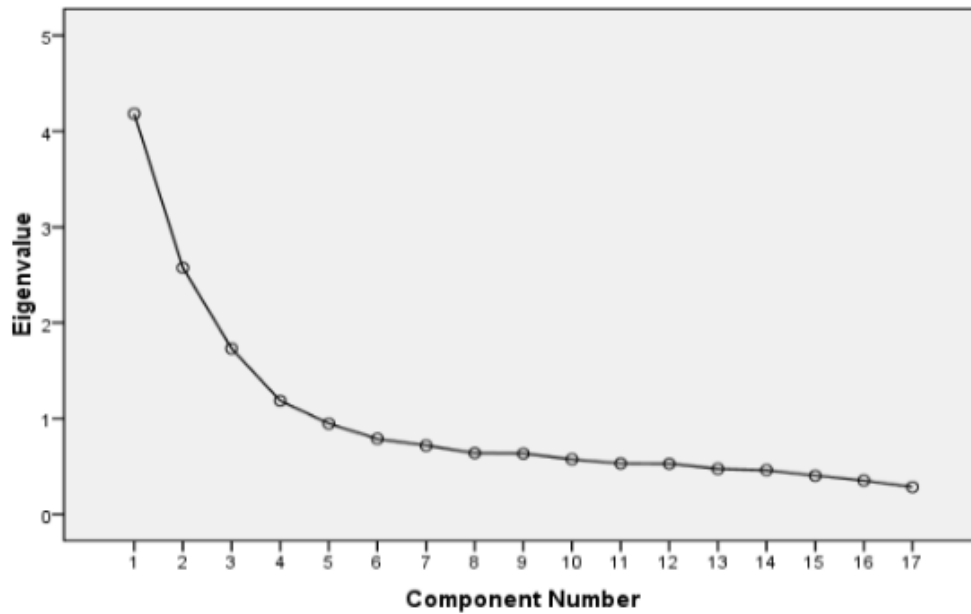
Kaiser-Meyer-Olkin (KMO) test and Bartlett’s test of sphericity were implemented to find the appropriateness of the obtained data for both factor analysis and competency of the number of samples for the EFA which was adapted into the mathematical thinking scale (Büyüköztürk 2011). The results of the analysis are seen in Table 2.

Table 2.
Kaiser-Meyer-Olkin and Bartlett’s Test of Sphericity Values

Kaiser-Meyer-Olkin		0.81
Bartlett’s Test of Sphericity	χ^2	2307.967
	p	.000

As it is seen in Table 2, KMO value was determined as .81. In line with this result, it was concluded that the appropriateness of sampling was “meritorious” (Sharma, 1996). Besides, the result of Bartlett’s test of sphericity was calculated as $\chi^2=3997.751$ and the significance level was found as .01. These results showed that it is appropriate for factor analysis.

While administering EFA on the mathematical thinking scale, varimax maximum variability rotation, one of principal components analysis, was implemented (Tabachnick and Fidell, 2001). This analysis presented that four factors whose eigenvalue were over 1 were obtained for 17 items. A factor whose eigenvalue is 1 or over is accepted to be structurally determined (Büyüköztürk, 2002, Köklü, 2002; Tabachnick and Fidell, 2001). The scree plot graph (De Vellis, 2016), which is one of mostly used criterion while deciding on the number of factors, is presented in Figure 2.

Scree Plot**Figure 3: Screen Plot Graph**

As it is seen in Figure2, the scree plot graph takes a horizontal shape after the fourth factor. Therefore, it is observed that the scale is grouped under four factors. As a result of the analysis, a four-factor structure was obtained in four iterations. Item factor loadings, eigenvalues, and variance values for each factor are shown in Table 3.

Table 3.
Factor Analysis Results of Mathematical Thinking Scale

Item No	Inductive and Deductive Thinking	Problem-solving-based Thinking	Planned Thinking	Rule-based Thinking	\bar{x}	S
Item 57	.79				4.21	.678
Item 56	.74				4.12	.729
Item 13	.67				4.31	.671
Item 55	.65				4.10	.790
Item 8	.64				4.36	.619
Item 3	.58				4.57	.541
Item 48		.79			1.99	1.130
Item 44		.77			2.16	1.175
Item 54		.71			2.10	1.121
Item 9		.68			2.01	1.145
Item 40		.64		.352	2.41	1.196
Item 29			.78		4.30	.680
Item 27			.77		4.39	.678
Item 30			.72		3.94	.801
Item 34				.79	3.48	.964
Item 31				.76	3.57	1.035
Item 37				.65	2.85	1.030
Eigenvalue	4.18	2.58	1.73	1.19		

Variance percentage %	24.60	15.14	10.18	6.98
Range	.54-.79	.64-.79	.72-.78	.65-.79
Number of items	6	5	3	3

Note: The factor loadings of the items below .32 were not written

According to Table 3, the total variance percentage of the scale, which consists of 17 items and four factors, is 56.90%. 24.60% of this variance is inductive and deductive thinking sub-factor, 15.14% is problem-solving based thinking sub-factor, 10.18% is planned thinking sub-factor, and 6.98% is a regular thinking sub-factor. Factor loadings of the scale ranged from .54 to .79. While determining the items measuring the same sub-factor; attention was paid on the item factor loadings took place on a single value and they had high load value. Besides, it was considered that the item factor loadings were at least .30. (Kline, 2005; Tabachnick and Fidell, 2001). It was seen that the arithmetic means of the items constituting the mathematical thinking scale ranged between 1.99 and 4.57. The correlation values, arithmetic mean and standard deviation values of the mathematical thinking scale are shown in Table 4.

Table 4.

Correlation Coefficients, Arithmetic Mean and Standard Deviation Values of Total Scores and Sub-factors of Mathematical Thinking Scale

Sub-factors of MTS	F1	F2	F3	F4	\bar{x}	S
Inductive and deductive thinking (F1)	-				4.28	.47
Problem-solving-based thinking (F2)	.25**	1			2.14	.85
Planned thinking (F3)	.44**	.14**	1		4.21	.58
Rule-based thinking (F4)	.18**	.15**	.31**	1	3.30	.78
Total	.48**	.57**	.51**	.60**	3.46	.35

N=469, **p<0.01

When Table 4 is regarded, it is concluded that there were statistically significant relationships (**p < 0.01) between the total score of the mathematical thinking scale and the sub-factor scores. A positive significant relationship was observed between inductive and deductive thinking sub-factor and other sub-factors at .25, .44, and .19, respectively and total scores at .48. A positive significant relationship was observed between the problem-solving-based thinking sub-factor and other sub-factors at .14, .15, respectively, total scores at .57. It was also observed that there was a positive significant relationship between the planned thinking sub-factor and other sub-factors at .31, respectively and the total score at .51. The rule-based thinking sub-factor also showed a significant positive correlation with total scores at .60. Büyüköztürk (2011) supported that there was a low degree correlation if the correlation value lay below .30 and there was a moderate degree correlation if the correlation value lay between .30 and .70. Accordingly, it can be said that the sub-factors of the scale had a positive low degree and moderate degree statistically significant relationship between each other. Moreover, it can be seen in Table 4 that the arithmetic means of sub-factors and total scores ranged between 2.14 and 4.28 and standard deviations ranged between .35 and .85.

Both the content of the item and the related literature were taken into consideration while naming the sub-factors of the mathematical thinking scale. Therefore, the factors were named "Inductive and Deductive Thinking", "Problem-solving-based Thinking", "Planned Thinking" and "Rule-based Thinking". The first factor was named "*Inductive and Deductive Thinking*" as it involved six items which contained both deductive and inductive thinking. The example items in this factor were "I reach the general rule on the basis of examples" and "I can determine an example appropriate for a mathematical rule". The

second factor was named “*problem-solving-based thinking*” as it consisted of five items including statements which assessed problem-solving-based thinking skills. Some example items of this factor were “When I face with a difficulty, I first try to understand it”, “I try to overcome the difficulties with which I face”. The third factor was named “*planned thinking*” as it contained four items about planned living. Some example items of this factor were “I like planning the things that I would do in advance” and “I easily administer the plans that I make in my daily life”. The last factor was named “*rule-based thinking*” as it contained three items about being obedient to the rules. Some example items of this factor were “I like obeying the rules which were established before”, “Following the rules facilitates my life” and “I follow the existing rules as they are”.

Findings about the confirmatory factor analysis of the mathematical thinking scale

CFA was administered to find out whether four-factor structure which was obtained from EFA implemented to the mathematical thinking scale was appropriate or not. Fit indices values and limit values which were obtained during the process of analysis are seen in Table 5.

Table 5.
Calculated Values and Limit Values of the Mathematical Thinking Scale Model

Fit Indices	Calculated Value	Limit Values	References
χ^2/df	1.53	$\leq 3 =$ perfect fit	Hooper, Coughlan and Mullen (2008), Kline (2005)
RMSEA	.055	$\leq 0.8 =$ good fit	Brown (2006), Hooper et al. (2008)
SRMR	.078	$\leq 0.8 =$ good fit	Brown (2006), Hu and Bentler (1999), Kline (2011)
NNFI (Non-Normed Fit Index	.96	$\geq .95 =$ perfect fit	Hu and Bentler (1999), Kline (2005), Tabachnick and Fidell (2001)
GFI Goodness of Fit Index	.85	$>.90 =$ good fit	Cole (1987), Hooper et al. (2008)
CFI Comparative Fit Index	.97	$\geq .95 =$ perfect fit	Brown (2006), Hu and Bentler (1999), Kline (2005), Tabachnick and Fidell (2001)
IFI	.97	$\geq .95 =$ perfect fit	Hu and Bentler (1999)

When Table 5 was regarded, it was seen that the fit indices were determined as $\chi^2/sd=1.53$; RMSEA=0.055; SRMR=0.078; GFI=0.85; CFI=0.97; IFI=.97. The results showed that these values were between good fit and perfect fit. In other words, this verifies the factorial structure of the mathematical thinking scale consisting of four factors. T values about four-factor model which were obtained from CFA were presented in Table 6.

Table 6.
T-test Results obtained from the Confirmatory Factor Analysis for the Mathematical Thinking Scale

Item No	T	Item No	t
Item 57	3.69**	Item 9	5.85**
Item 56	4.71**	Item 40	3.56**
Item 13	3.71**	Item 29	7.93**
Item 55	5.92**	Item 27	7.57**
Item 8	6.01**	Item 30	5.87**
Item 3	6.78**	Item 34	6.54**
Item 48	6.24**	Item 31	8.00**
Item 44	4.92**	Item 37	9.23**
Item 54	6.90**		

*<0.01

When Table 6 is considered, it is seen that t-test values of the mathematical thinking scale ranged between 3.56 and 9.23. This is considered significant at 0.5 level when t values are over 1.96 and

significant at .01 level when t values are over 2.58 (Kline, 2005; Çokluk, Şekercioğlu, and Büyüköztürk, 2014). Accordingly, it was concluded by the results of the analysis that t values for all items were significant at .01 level. These findings affirm the factorial structure of the mathematical thinking scale. The standardized values of the recommended mathematical thinking scale were presented in Figure 3 below.

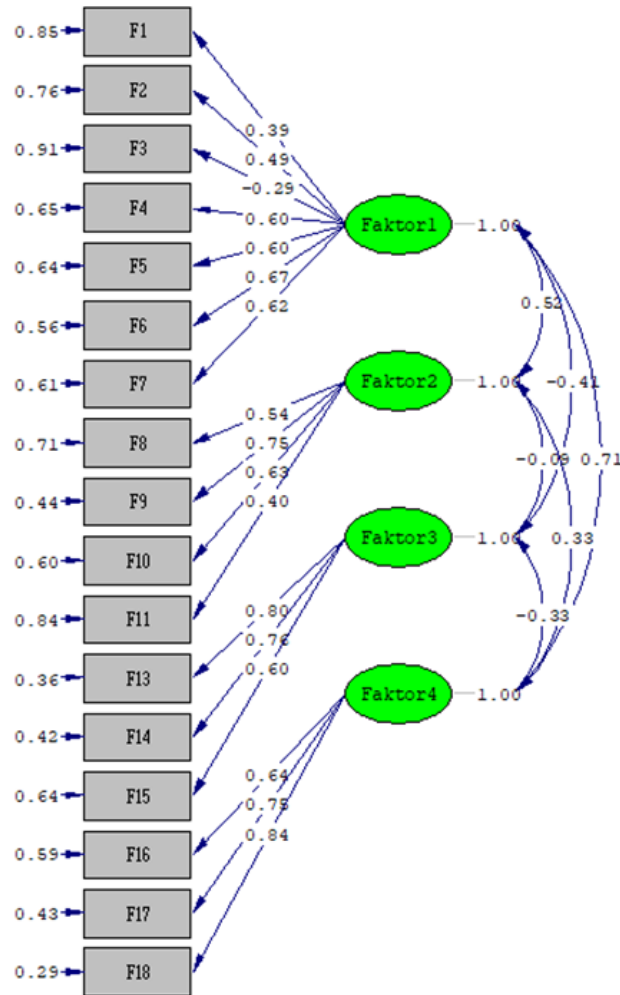


Figure 4: The standardized values of the mathematical thinking scale which was recommended as a result of CFA

Figure 3 shows that the factor loadings of the recommended mathematical thinking scale were between .39 and .84. Accordingly, it was seen that the values which were observed between implicit variable and observed variable were below .90. Therefore, it can be said that correlation values observed between the observed variables were appropriate. (Çokluk et al., 2014).

Findings about the reliability of the mathematical thinking scale

In order to determine the reliability of the mathematical thinking scale, Cronbach Alpha internal consistency value and Guttman Split Half test were calculated and the results of the analysis were presented in Table 7.

Table 7.

Cronbach Alpha and Guttman Split Half Values of Total scores and Sub-factor Scores of the Mathematical Thinking Scale

Sub-factors	Cronbach Alpha	Guttman Split Half
Inductive and Deductive thinking	.84	.75
Problem-solving-based thinking	.86	.79
Planned thinking	.86	.83
Rule-based thinking	.81	.81
Total score	.78	.75

As seen in Table 7, Cronbach Alpha internal consistency coefficients were calculated as .84 in inductive and deductive thinking sub-factor, .86 in problem-solving-based thinking sub-factor, .86 in planned thinking sub-factor and .81 in rule-based thinking. The internal consistency value for the whole scale was .79. In addition to this, Guttman split half test was administered so as to determine the consistency of the scale. Accordingly, Guttman Split Half value was calculated as .74 for inductive and deductive thinking sub-factor, .79 for problem-solving-based thinking sub-factor, .83 for planned thinking sub-factor and .81 for rule-based thinking and .75 for the whole scale. These values were over .70 and the scale is considered reliable (Fraenkel, Wallen and Hyun, 2012; Tavşancıl, 2010; Özdamar, 1999). Furthermore, modified item total correlation values and Cronbach Alpha values which were calculated after the items were deleted were presented in Table 8.

Table 8.

Modified Item Total Correlations and Cronbach Alpha Value after deleting items of the Mathematical Thinking Scale

Item Number	Modified Item Total Correlation Value	Cronbach Alpha Value after deleting items
Item 1	.423	.767
Item 2	.319	.773
Item 3	.314	.773
Item 4	.362	.771
Item 5	.310	.773
Item 6	.313	.774
Item 7	.429	.772
Item 8	.446	.771
Item 9	.356	.778
Item 10	.355	.779
Item 11	.491	.767
Item 12	.405	.767
Item 13	.354	.770
Item 14	.453	.764
Item 15	.402	.768
Item 16	.426	.767
Item 17	.556	.757

As seen in Table 8, item total correlation coefficient ranged between .31 and .36 according to the results of item analysis. These values are expected not to negative and to be at least .30 or over (Büyükoztürk, 2002). Accordingly, it can be said that the scale meets the criteria. It was also observed that Cronbach Alpha coefficient was between .76 and .78 after the items were deleted. This coefficient is adequate to be .70 or over for the test scores to be reliable (Fraenkel, Wallen and Hyun, 2012; Tavşancıl, 2010; Özdamar, 1999).

The Discrimination Characteristics of the Items of Mathematical Thinking Scale

A developed assessment tool is expected to discriminate the ones who exhibits desired behaviours and the ones who do not (Can, 2013). For this purpose, independent groups t test was administered to determine the discriminating strength of the items in the mathematical thinking scale (Balci, 2001). The total scores of the data obtained from 469 teachers were ranked and 27% of upper and lower groups and their independent groups t-test scores were calculated. The results of the analysis were shown in Table 9.

Table 9.

T-test Results about Upper and Lower Groups Scores of the Mathematical Thinking Scale

Item Number	Lower groups			Upper groups		t
	N	\bar{X}	S	\bar{X}	S	
Item 1	126	3.88	.677	4.57	.586	8.66**
Item 2	126	3.93	.706	4.43	.662	5.79**
Item 3	126	4.10	.709	4.56	.626	5.55**
Item 4	126	3.80	.877	4.43	.709	6.24**
Item 5	126	4.13	.674	4.63	.533	6.43**
Item 6	126	4.38	.578	4.76	.446	5.86**
Item 7	126	1.59	.803	2.58	1.482	6.61**
Item 8	126	1.70	.851	2.79	1.484	7.14**
Item 9	126	1.74	.887	2.70	1.358	6.65**
Item 10	126	1.67	.727	2.62	1.569	6.18**
Item 11	126	1.82	.983	3.24	1.255	10.00**
Item 12	126	3.94	.654	4.63	.603	8.71**
Item 13	126	4.14	.734	4.69	.544	6.73**
Item 14	126	3.51	.767	4.41	.719	9.67**
Item 15	126	2.87	.842	3.87	1.027	8.51**
Item 16	126	2.88	.917	4.03	1.073	9.15**
Item 17	126	2.12	.806	3.52	1.010	12.21**

**p<0.01

According to Table 9, it was concluded that there was a statistically significant difference ($p<.01$) between the mean scores of upper group and of lower group. Hereunder, it can be said that the items of the mathematical thinking scale were distinctive.

Answering and scoring the mathematical thinking scale

A valid and reliable assessment tool which aims to measure thinking skills of mathematics teachers was developed. The scale consisting of four factors has 17 items. The scores to be received from the Likert type 5- pointed scale can be between 17 and 85 ($17*5=85$). In order to facilitate the interpretation of the mathematical thinking scale, total score or the scores from sub-factors can be divided by the total number of items. High scores from this scale mean that the perceptions of the teachers towards the related dimension. The scale can be administered to both mathematics teachers and pre-service teachers.

The Findings about the Mathematical Thinking Levels of the Teachers according to the type of school being graduated

The results of the analysis, conducted to determine whether there was a significant difference between the scores of the sub-factors of the mathematical thinking scale and total scores according to the type of school being graduated, were shown in Table 10.

Table 10.

T-test Results about Sub-factors and Total Scores of the Mathematical Thinking Scale according to the Type of School Being Graduated From

Sub-factors of Mathematical Thinking Scale	Type of School	N	\bar{x}	Sd	Sd	t	p
Inductive and Deductive Thinking	Faculty of Science/Arts and Science	30	4.31	.39	188	.823	.412
	Faculty of Education	160	4.24	.36			
Problem-solving-based Thinking	Faculty of Science/Arts and Science	30	2.32	.98	188	3.544	.000
	Faculty of Education	160	1.86	.56			
Planned Thinking	Faculty of Science/Arts and Science	30	4.20	.55	188	.440	.660
	Faculty of Education	160	4.16	.45			
Rule-based Thinking	Faculty of Science/Arts and Science	30	3.21	.78	188	-.246	.806
	Faculty of Education	160	3.24	.64			
Total Score	Faculty of Science/Arts and Science	30	3.51	.23	188	4.159	.000
	Faculty of Education	160	3.35	.18			

When Table 10 is considered, it is seen that there is a significant difference between the scores of problem-solving-based sub-factor according to the type of school being graduated ($t[188-3.544]$, $p<.01$; ($t[188-4.159]$, $p<.01$), respectively). The difference was in favour of the teachers who were graduates of a Faculty of Science/Arts and Sciences in terms of arithmetic means of both problem-solving-based sub-factor and total scores ($X_{\text{Faculty of Science/Arts and Sciences}}=2.32$; $X_{\text{Faculty of Education}}=1.86$; $X_{\text{Faculty of Science/Arts and Sciences}}=3.51$ and $X_{\text{Faculty of Education}}=3.35$, respectively). Hereunder, it can be said that the perceptions of the teachers who graduated from Faculty of Science/Arts and Sciences towards problem-solving-based thinking and mathematical thinking were higher than of the teachers who graduated from the Faculty of Education.

The Findings about the Mathematical Thinking Levels of the Teachers according to their occupational seniorities

One-way variance analysis was carried out to find out whether there was a difference between the mathematical thinking levels of the teachers according to occupational seniority. The results of this analysis were presented in Table 11.

Table 11.

One-way Variance Analysis Results about Sub-factors and Total Scores of the Mathematical Thinking Scale according to Occupational Seniority

Sub-factors of Mathematical Thinking Scale	Occupational Seniority	N	\bar{x}	S	sd	F	P	Significant Difference Scheffe Analysis
Inductive and Deductive Thinking	6-10 years	30	.43556	.38589	3	1.215	.306	
	11-15 years	23	.42319	.35083				
	16-20 years	70	.42667	.37900				
	21 years or more	67	.42040	.35983				
Problem-solving-based Thinking	6-10 years	30	.20133	.75919	3	.980	.403	
	11-15 years	23	.18000	.74346				
	16-20 years	70	.20114	.70104				

	21 years or more	67	.18687	.54889				
Planned Thinking	6-10 years	30	.42444	.48686	3	.566	.638	
	11-15 years	23	.41159	.42174				
	16-20 years	70	.41857	.51275				
	21 years or more	67	.41244	.44885				
Rule-based Thinking	6-10 years	30	.33667	.79919	3	2.160	.094	
	11-15 years	23	.34493	.54688				
	16-20 years	70	.32476	.68026				
	21 years or more	67	.30995	.60027				
Total Score	6-10 years	30	.34725	.18310	3	6.185	.000	6-10 years, 16-20 years > 21 years or more
	11-15 years	23	.33581	.19341				
	16-20 years	70	.34092	.21513				
	21 years or more	67	.33082	.16290				

When Table 11 is considered, it is clear that there are differences between the mathematical thinking levels of the teachers according to occupational seniority ($F_{[2-6,185]}$, $p < .01$). According to the results of Scheffe analysis, the difference between the teachers with seniority of 6-10 years, 16-20 years and 21 years or more was in favour of the teachers with seniority of 6-10 years and 16-20 years.

Discussion, Conclusion and Recommendations

This study was carried out to develop a valid and reliable mathematical thinking scale to determine the mathematical thinking skills of mathematics teachers and to investigate the mathematical thinking skills of mathematics teachers according to some variables by using the developed scale.

First, an item pool of 58 items was formed after reviewing the related literature in the process of developing the scale and content validity studies were conducted by asking for the opinions of experts. 56.90 % of the total variance was explained as a result of EFA which was administered to form the construct validity of the scale. Four factors in the scale were named inductive and deductive thinking, problem-solving-based thinking, planned thinking and rule-based thinking. Factor loadings of the items in the scale ranged between .54 and .79. When the fit indices which were obtained as a result of CFA administered to test the suitability of the construct of mathematical thinking scale were regarded ($\chi^2/sd=1.53$; $RMSEA=0.055$; $SRMR=0.078$; $GFI=0.85$; $CFI=0.97$; $IFI=.97$), it was concluded that the construct was within the good fit values. It was revealed by the analysis conducted for the reliability of the mathematical thinking scale (Cronbach Alpha and Guttman Split Half) that the values were at .75 or over. This shows that the scale is really reliable (Fraenkel, Wallen and Hyun, 2012; Tavşancıl, 2010; Özdamar, 1999). On the other hand, it was found by the studies to determine the discriminating strength of the scale that there was a significant difference between the score of the upper group of 27% and the score of the lower group ($p < .01$) within the studies of the scale's reliability and the items of the scale were discriminative. According to these results, it can be said that the scale can be applied as a valid and reliable data collection tool that can measure the thinking skills of mathematics teachers and pre-service teachers.

Secondly, the effectiveness of the scale was tested after being developed in terms of the type of school being graduated from and occupational seniorities. Accordingly, it was observed that the teachers who graduated from Faculty of Science/Arts and Sciences had higher perceptions towards problem solving and mathematical thinking. This can be resulted by the contents of the courses which they take in the programs they are studying. The course contents of Faculties of Science/Arts and Sciences are based on improving the students to think abstract, form theorems and hypothesis and prove these by high level thinking skills such as inductive and deductive thinking. However, the courses in the Departments of Mathematics Education of Faculties of Education are not based on intensive subject matter knowledge compared to the courses in the Faculties of Science/Arts and Sciences. The courses in the Faculties of Education are presented in three main categories. These categories also include subject matter knowledge, professional teaching knowledge and general knowledge. Another reason of this result is that doing more practices about mathematics and expressing mathematical knowledge improve mathematical thinking (Mason, Burton and Stacey, 1994; Schoenfeld, 1992).

Finally, the mathematical thinking levels of the teachers were investigated by considering their occupational seniorities and it was concluded that the teachers with high seniority (21 years or more) had lower mathematical thinking skills than the teachers with low seniority. This result shows partially similarity with the studies in the literature (Korkmaz, Dündar and Yaman, 2018). This can be causing from the implementation of behavioural approach-based curriculum in our country for long years. In this approach, the focus was on the behaviours of the individual rather than his mind and the skills such as thinking, questioning, criticizing and interpreting on the causes and results were ignored (Güneş, 2012).

In conclusion, a valid and reliable scale was developed to determine the mathematical thinking skills of mathematics teachers. It was concluded by the developed scale that the thinking skills of mathematics teachers show differences according to the type of school they graduated from and occupational seniorities. This scale was only designed to determine the mathematical thinking skills of mathematics teachers. Besides, it can be recommended to conduct validity and reliability studies of the developed scale again by taking different sample groups (elementary school teachers or pre-service teachers) into consideration. Furthermore, the significance between the mathematical thinking skills of the teachers was investigated in the scope of this study only in terms of the variables of type of school being graduated from and occupational seniorities. The significance between the mathematical thinking skills of the teachers in terms of being able to implement these skills in the classroom atmosphere and the type of school being worked in (secondary school, high school) can be investigated in further studies.

Türkçe Sürümü

Giriş

İnsanı diğer canlı varlıklardan ayıran en temel farklarından biri düşünebiliyor olmasıdır. Günlük hayat içinde düşünme ve düşünce en sık kullanılan sözcüklerdir. Bu kadar sıklıkla kullanılmakla birlikte tanımlanmaları o kadar kolay değildir. Bu terimlerin kullanıldığı tipik durumların göz önünde bulundurulması tanımlanmalarına yardımcı olabilir. Düşünce geniş anlamda kullanılır. Akla gelen, “kafamızdan geçen” her şeye düşünce denir. Düşünce terimi, doğrudan sunulanlar ile ilgilidir (Dewey, 1910, s. 2). Düşünceyi, kişinin yaşantısının anlamlı ve etkili olmasını, olumlu gelişme göstermesine katkı sağlaması önemli kılar (Alkan ve Bukova Güzel, 2005).

Doğrudan görmediğimiz, duymadığımız, koklamadığımız veya tat almadığımız şeyleri düşünürüz. Bir şeyi düşünmek herhangi bir şekilde onun bilincinde olmak ve gelecekte olup bitecekleri fark edip ona göre adım atmaktır (Dewey, 1910, s. 2-15). İnsanlar yaşamları süresince kişileri değerlendirme, problem çözme, karar verme, tahmin etme, yorumlama, neden sonuç ilişkisi kurma gibi düşünme ilgili etkinlikler yapar (Hughes ve Lavery, 2015). Bir başka deyişle insanlar düşünme sürecinde varsayımlarda bulunur, bununla ilgili hipotez ortaya koyar, neden ve sonuçları üzerine odaklanarak istenilen çözüme ulaşmaya çalışır (Ersoy ve Başer, 2013).

Öğrencilerin bir terime, cümleye veya metne verdikleri, bir soruna sundukları çözümü veya bir iddiayı doğrulamak veya reddetmek için kullandıkları gerekçelendirme, anlamlandırma, öğrencilerin genel teorilerinin örtük veya açık temelinin oluşturur. Bu tür eylemler düşünme biçimleridir (Harel ve Sowder, 2005). Düşünme eyleminin en etkin olarak kullanıldığı alanlardan biri matematiktir.

Matematiksel Düşünme

Matematik öğretiminin temel amacı, düşünmeyi geliştirmektir (Ayllón, Isabel ve Ballesta-Claver, 2106). Matematik eğitimi araştırmalarında matematiksel düşünceyi tanımlamak için iki geleneksel referans vardır. Bunlardan biri matematiksel sürece (Burton, 1984; Isoda ve Katagiri, 2012; Liu, 2003; Liu ve Niess, 2006; Mason, Burton ve Stacey, 2010; Polya, 1962, 1985; Schoenfeld, 1992) odaklanan perspektiftir. Bu perspektif matematiksel düşünme nasıl gerçekleşir sorununa odaklanmaktadır. Diğer perspektif ise kavramsal gelişimi (Dreyfus, 1991; Fruendental, 1973; Tall, 1995;) temel almaktadır. Bu görüş bireyin matematiksel kavramları zihinde nasıl yapılandığı ile ilgilidir.

Süreç odaklı matematiksel düşünme yaklaşımı

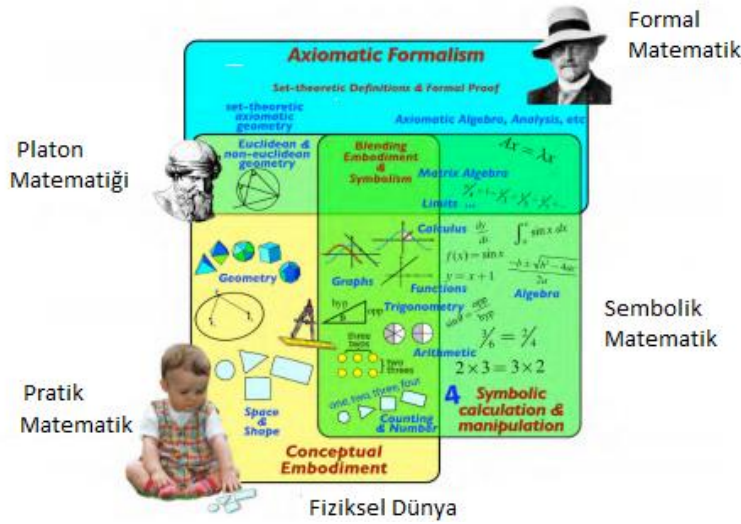
Matematiksel düşünme, matematik öğrenmenin bir yolu olması nedeniyle önemlidir. Matematiksel düşünme matematik öğretimi için önemlidir. Matematiksel düşünme oldukça karmaşık bir aktivitedir ve çok fazla hakkında yazılmış ve çalışılmıştır. Matematiksel düşüncenin çok sık gerçekleştiği süreç çiftleri; uzmanlaşma–genelleme ve tahmin etme–ikna etmedir. Matematiksel düşünceyi problem çözmeye kullanabilmek, öğretimin en temel amaçlarından biridir ve ama aynı zamanda en zor hedeflerinden biridir (Stacey, 2006). Bu bağlamda Polya, (1985, s. ix) problem çözmenin, zeka için özel bir başarı olduğunu, zekanın ise insana verilmiş çok değerli bir armağan olduğunu ifade etmiştir. Problem çözmenin ise en karakteristik insan etkinliği olarak kabul edilebileceğini belirtmektedir.

Matematiksel düşünme, matematiksel süreçle ilgilidir. Matematikle ilgili pratikler yapmak ve matematiksel bilgileri ifade etmek matematiksel düşünmeyi geliştirebilir. Çelişkili, şaşırtıcı durumlar üzerinde çalışmak matematiksel düşünmeyi provoke eder. Bunun yanı sıra meydan okuyucu, yansıtıcı düşünme ortamları da matematiksel düşünmeyi destekler (Mason, Burton ve Stacey, 1994, s. xi). Schoenfeld (1992) matematiğin araçlarının soyutlama, sembolik temsil ve sembolik manipülasyon olduğunu belirtmektedir. Bununla birlikte, bu araçların kullanımı konusunda eğitilmiş olmak bireyin araçların nasıl kullanılacağını bilmekten ziyade matematiksel olarak düşünmesi anlamına gelmektedir. Matematiksel olarak düşünmeyi öğrenmek, matematiksel ve soyutlama süreçlerini değerlendiren matematiksel bir bakış açısı geliştirmek ve bunları uygulama konusunda tercihte bulunmak anlamına

gelir. Burton (1984) da matematiksel düşünme tanımını, düşünmenin insanın çevresini anlamak ve kontrol etmek için kullandığı araç tanımını üzerine kurgulayarak yapmıştır. Matematiksel düşünmeyi ise çevreyi anlamak ve kontrol etmek için kendine özgü yöntemleri kullanmak olarak açıklamaktadır. Bu yöntemler, matematiksel düşünmenin işlemleri, süreçleri ve dinamikleridir. Devlin, (2012) ise matematiksel düşünmenin, matematik yapma ile aynı şey olmadığını belirtmektedir. Matematik yapma genellikle prosedürlerin uygulanmasını ve bazı zor sembolik manipülasyonlar yapmayı içerir. Matematiksel düşünme ise, dünyadaki şeyler hakkında düşünmenin özel bir yoludur. Matematiksel düşünme sadece matematikle ilgili olmak zorunda değildir. Ancak matematiğin bazı bölümleri matematiksel düşünmeyi öğrenmek için ideal bağlamlar sağlar.

Matematiğin kavramsal gelişimi odaklı matematiksel düşünme yaklaşımı

Matematikleştirme ifadesi, Freudenthal (1973) tarafından matematiksel aktiviteleri nesnelleştirme sürecini değerlendirmek için kullanılmıştır. Freudenthal, matematiksel düşünmeyi gerçek deneyimlerden başlayan ve matematik ile sonuçlanan bir süreç olarak açıklamıştır. Matematikleştirme, bu süreçte genel düşünmeden matematiksel düşünmeye geçişi sağlayan bir bileşen olarak işlev görmektedir. Tall (1995), matematiksel düşünmenin somut dünya, sembolik dünya ve formal dünya arasında ilişki kurularak gerçekleştiğini ifade etmektedir. Isoda ve Katagiri (2012) de bu ilişki Şekil 1'deki gibi verilmiştir.



Şekil 1: Matematik Dünyası (Isoda ve Katagiri (2012, 25) den alınmıştır)

Şekil 1 incelendiğinde matematik dünyası; aksiyomatik formalizm, kavramsal düzenleme, sembolik hesaplama ve manüplasyon biçiminde üç başlıktan oluştuğu görülmektedir. Aksiyomatik formalizm (Axiomatic formalizm) dünyası, teorik aksiyomatik geometri, küme aksiyomatik cebir ve analiz gibi matematik alanlarını kapsamaktadır. Sembolik hesaplama ve manüplasyon (Symbolic calculation & manipulation) ise matris cebiri, limit, analiz, fonksiyonlar, cebir, grafikler, trigonometri, aritmetik, sayı ve sayma konularını kapsamaktadır. Kavramsal düzenleme (conceptual embodiment) de geometri, uzay ve düzlem konularından oluşmaktadır. Matematik dünyasında yer alan bu üç dünya matematiksel düşünmenin kavramsal gelişimine odaklı açıklaması olarak belirtilmektedir.

Matematiksel düşünmenin tanımlanması amacıyla yapılan açıklamalar değerlendirildiğinde çeşitli tanımlar ve bu bağlamda da bileşenler bulunmaktadır. Liu, (2003) matematiksel düşünme ilgili yapılmış tanımlar ve açıklamalardan yola çıkarak matematiksel düşünmeyi, tahmin edebilme, tümevarım, tündengelem, betimleme, genelleme, örnekleme, biçimsel ve biçimsel olmayan usa vurma, doğrulama ve benzeri karmaşık süreçlerin bir birleşim kümesi olarak ele almıştır.

Matematik Eğitimi ve Matematiksel Düşünme

Cimbricz, Stoll ve Wilkens (2015) geleceğin kesin olarak tahmin edilemeyeceğini ancak, matematiksel düşünmenin 21. yüzyıla ve ötesinde de değerli olacağı ve öneminin devam edeceği sonucuna varmanın mantıklı olduğunu belirtmektedir. Stacey (2006), matematiksel düşünmenin önemini; i. Matematiksel düşünmenin okullaşmanın önemli bir hedefi olması, ii. Matematiksel düşünmenin matematik öğrenmenin bir yolu olarak önemli olması, iii. Matematiksel düşünmenin matematik öğretimi için önemli olması olarak üç başlığa vurgu yaparak açıklamıştır. Cimbricz, Stoll and Wilkens' ın (2015), Stacey' nin (2006) bu düşünceleri ve matematiksel düşünme ile ilgili yukarıda yapılan açıklamalar matematiksel düşünmenin önemini ortaya koymaktadır.

Günümüz eğitim öğretim sürecinde matematiğin matematiksel düşünme ile ilgili yönün öne çıkarılmasına daha çok dikkat edilmeye başlanmıştır. Ayllón, Isabel ve Ballesta-Claver, (2106) tarafından matematik öğretiminin temel amacının, düşünmeyi geliştirmek olduğu ifade edilmektedir. Türkiye' de de yürürlükte olan matematik öğretim programında matematiksel düşünme ilgili temel becerilere daha fazla önem verildiği görülmektedir (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2018). Matematik eğitiminde etkili en önemli temel bileşenlerden birinin matematik öğretmenleri olduğu göz önünde bulundurulduğunda öğretmenlerin matematiksel düşünme becerilerinin belirlenmesi önem taşımaktadır.

İlgili alan yazın incelendiğinde matematiksel düşünme ile ilgili çalışmaların yapıldığı görülmektedir. Jacobs, Lamb ve Philipp (2010) tarafından yapılan çalışmada, 131 öğretmen ve öğretmen adayının çocukların matematiksel düşüncelerini algılama biçimleri araştırılmıştır. Lim ve Hwa (2007), tarafından yapılan çalışmada, matematiksel düşünmenin Malezya okul programı bağlamında nasıl tanımlandığı, matematik dersinde matematiksel düşünmenin ne ölçüde uygulandığı ve Malezya matematik öğretmenlerinin matematiksel düşünceyi geliştirme çabalarında karşılaştığı bazı sorunlar vurgulanmaktadır. Steinberg, Empson ve Carpenter (2004), ABD ve öğretmenlerin öğrencilere matematik hakkındaki düşüncelerini yeni yollarla anlamalarını ve bunlara cevap vermelerini gerektiren dünya çapında eğitim reformları bağlamında, uygulamadan sürekli öğrenme bir zorunluluktur. Bu bağlamda Steinberg, Empson ve Carpenter (2004), bir öğretmen üzerinde yürüttükleri çalışma, öğrencilerine düşüncelerini ve diyaloga tam anlamıyla katılmalarını sağlayan fırsatlar yaratan pedagojik uygulamalar hakkındadır. Kargar, Tarmizi ve Bayat (2010), üniversite öğrencilerinin matematik kaygısı, matematiğe yönelik tutum ve matematiksel düşünme arasındaki ilişkiyi inceledikleri çalışmada matematiksel düşünme ve matematik tutumu arasında pozitif bir ilişki, matematik kaygısı ile matematik tutumu arasında ise negatif bir ilişki olduğunu ortaya koymuşlardır. Bunun yanı sıra olumlu tutuma sahip olan öğrencilerin, olumsuz tutumları olan öğrencilere göre matematiksel düşünme, ders içeriğini anlamaya yönelik daha fazla çaba gösterdikleri daha fazla motive oldukları görülmüştür. Çalışmalarında matematiksel düşünmeyi matematiksel düşünme derecelendirme ölçeği ile belirlemişlerdir. Fernandez, Linares ve Valls (2013) çalışmalarını ilkökul öğretmen adayları üzerinde gerçekleştirmişlerdir. Bu çalışma, öğrencilerin orantısız ve orantısız olmayan akıl yürütmeyi gerektiren problemler üzerinde çalışırken öğretmen adaylarının öğrencilerin matematiksel düşünme biçimlerini fark etmeleri ile ilgilidir.

Uluslararası araştırmalarda matematiksel düşünmenin gündeme gelmesine paralel olarak Türkiye' de de matematiksel düşünme üzerine çalışmalar yapılmaya başlanmıştır. İlgili alan yazın incelendiğinde matematiksel düşünme ile ilgili yapılmış çalışmalar (Bukova Güzel, 2008, Canbazoglu ve Artut, 2018; Coşkun, 2012, Tataroğlu Taşdan, Çelik ve Erduran, 2017) olduğu görülmektedir. Bu çalışmalar incelendiğinde ortaokul ve lise öğrenciler üzerinde yürütülen (Arslan ve Yıldız, 2010; Katrancı, 2019; Yeşildere, 2006; Yeşildere ve Türnüklü, 2008), matematik öğretmen adayları üzerinde (Artut ve Bal, 2017; Bukova Güzel, 2008; Coşkun, 2012; Ersoy ve Başer, 2013; Tataroğlu Taşdan, Çelik ve Erduran, 2017) ve sınıf öğretmen adayları üzerinde yürütülen (Artut ve Bal, 2017, Canbazoglu ve Artut, 2018) çalışmalar olduğu görülmektedir. Sınıf öğretmen adayları üzerinde yapılan çalışmalar değerlendirildiğinde Artut ve Bal (2017) tarafından yapılan çalışmada, sınıf öğretmen adaylarının düşünme becerileri Ersoy ve Başer (2013) tarafından geliştirilen matematiksel düşünme ölçeği ile incelenmiştir. Bu ölçek "üst düzey düşünme eğilimi", "akıl yürütme", "problem çözme" alt boyutlarını kapsamaktadır. Canbazoglu ve Artut, (2018) tarafından yapılan çalışma ise sınıf öğretmen adaylarının matematiksel düşünme becerileri matematiksel düşünmeyi ölçme problemleri ile incelenmiştir. Ancak

ulaşılabilen çalışmaları incelendiğinde matematik öğretmenleri ile yapılan çalışmaların sınırlı sayıda (Ünveren Bilgiç ve Azak, 2019) olduğu görülmektedir.

Matematiksel düşünme düzeyinin belirlenmesine yönelik çalışmalar ile ilgili alan yazın incelendiğinde bazı çalışmaların (Ersoy ve Başer, 2013; Harel ve Sowder, 2005; Hernandez, 2002; Lincoln, 2008; Lipman, 2003; Liu ve Niess, 2006; Liu, 2003; Liu ve Niess, 2006; 1994; Umay, 1992) olduğu görülmektedir. Bununla birlikte bu çalışmalarda matematiksel düşünme düzeyinin belirlenmesine yönelik ölçek geliştirme ile ilgili çalışmalarının yetersiz olduğu vurgulanmaktadır. Bunun yanı sıra bu çalışmalarda matematik öğretmenlerine yönelik geçerliği ve güvenilirliği sınanan bir ölçeğin olmadığı da görülmüştür. Yapılan açıklamalar doğrultusunda matematik öğretmenlerine yönelik matematiksel düşünme ölçeğinin geliştirilmesine ihtiyaç olduğu düşünülmüştür. Bu kapsamda geliştirilen ölçeğin alan yazına katkı sağlayacağı beklenmektedir.

Araştırmanın Amacı

Bu çalışmanın ilk amacı; matematik öğretmenlerine yönelik bir matematiksel düşünme ölçeği geliştirmektir. Araştırmanın ikinci amacı ise matematik öğretmenlerinin bazı değişkenlere (mesleki kıdem ve mezun olunan okul türü) göre matematiksel düşünme becerilerini karşılaştırmaktır.

Bu amaçlar doğrultusunda aşağıda yer alan sorulara çözüm aranmıştır.

A) Kapsam geçerliği kapsamında;

1a. Matematiksel düşünme ölçeğini oluşturan maddeler konu alanı uzmanlarının görüşlerine göre matematiksel düşünmeyi temsil edebilmekte midir?

B) Yapı geçerliği kapsamında;

1b. Matematiksel düşünme ölçeğinin yapısı basit ve kararlı mıdır?

C) Güvenirlik kapsamında;

1c. Matematiksel düşünme ölçeğinin Cronbach Alpha ve Guttman Split Half değerleri nedir?

1d. Matematiksel düşünme ölçeğinde yer alan her madde için madde-toplam puan korelasyonu nedir?

D) Ayırt edicilik için;

1e. Matematiksel düşünme ölçeği alt üst grup bireylerini ayırt edebilmekte midir?

E) Bazı değişkenler için;

1f. Matematik öğretmenlerinin matematiksel düşünme ölçeğinden aldıkları puanlar mesleki kıdem ve mezun olunan okul türü açısından anlamlı farklılık göstermekte midir?

Yöntem

Bu çalışma matematik öğretmenlerinin matematiksel düşünme becerinin belirlemek amacıyla hem geçerli hem de güvenilir bir ölçek geliştirmek ve bu ölçek aracılığı ile matematik öğretmenlerinin düşünme becerilerini çeşitli değişkenler (mesleki kıdem ve mezun olunan okul türü) açısından incelemek amacıyla yapılan nicel bir araştırmadır.

Evren ve Çalışma Grubu

Çalışmanın evreni, Adana ilinde görev yapan matematik öğretmenleri oluşturmaktadır. Çalışma grubunu oluşturan öğretmenler amaçlı örneklem yöntemlerinden tipik durum örneklemesine göre belirlenmiştir. Tipik durum örnekleme araştırma durumuyla ilgili olarak evrende yer alan çok sayıda durumdan sıra dışı olmayan ortalama, tipik durumun seçilmesidir (Fraenkel, Wallen ve Hyun, 2012). Bu kapsamda, ölçeğin geliştirilmesi sürecinde ve geliştirilen ölçeğin sınanması sürecinde iki farklı çalışma grubu ile araştırma yürütülmüştür. Buna göre ilk çalışma grubu 2017-2018 öğretim döneminde Adana ilinin Aladağ, Ceyhan, İmamoğlu, Tufanbeyli, Karaisalı, Kozan, Pozantı, Sarıçam ve Yüreğir ilçelerinde görev yapan 504 matematik öğretmeni araştırmaya dahil edilmiştir. Ancak birinci çalışma grubu ölçeğin doldurulması sürecinde eksik bilgilerin olması ve uç değerlerin çıkarılma işlemelerinden dolayı 35 ölçek verileri örneklem dışında tutularak 469 veri seti üzerinden analizler değerlendirilmiştir. İkinci çalışma grubu ise 2018-2019 öğretim döneminde Adana ili Seyhan ve Çukurova ilçelerinde görev yapan 190

matematik öğretmeni araştırmada yer almıştır. Araştırmaya katılan birinci ve ikinci çalışma grubunda yer alan öğretmenlerin kişisel bilgileri Tablo 1’de görülmektedir.

Tablo 1.
Matematik Öğretmenlerinin Kişisel Bilgilerine Göre Frekans ve Yüzde Dağılımı

Değişkenler		Birinci çalışma grubu		İkinci çalışma grubu	
		N	%	N	%
Cinsiyet	Kadın	308	65.7	136	71.6
	Erkek	161	34.3	54	28.4
	Toplam	469	100	190	100
Mesleki Kıdem	0-5 yıl	155	33.0	-	-
	6-10 yıl	107	22.8	30	15.8
	11-15 yıl	94	20.0	23	12.1
	16-20 yıl	59	12.6	70	36.8
	21 ve üssü	54	11.5	67	35.3
	Toplam	469	100.0	190	100
Mezun Olunan Okul Türü	Eğitim Fakültesi	381	81.2	160	84.2
	Fen / Fen Edebiyat Fakültesi	88	18.8	30	15.8
	Toplam	469	100	190	100
Çalışılan bölge	Merkez	154	32.8	190	100
	İlçe	249	53.1	-	-
	Köy	66	14.1	-	-
	Toplam	469	100.0	190	100

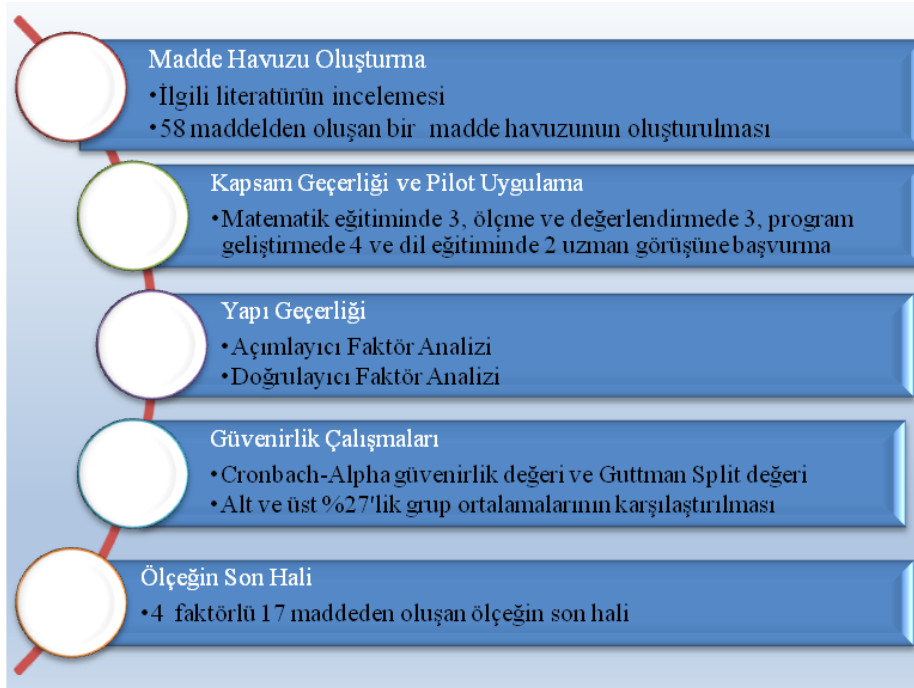
Tablo 1 incelendiğinde araştırmaya katılan birinci çalışma grubundaki matematik öğretmenlerinin %66’sı kadın, %34’ü erkektir. Mesleki kıdem olarak üçte biri 0-5 yıl kıdeme, dörtte biri 6-15 yıl kıdeme diğerleri ise 16 yıl ve daha fazla kıdeme sahiptir. Örneklem kapsamındaki öğretmenlerin çoğu (%81) eğitim fakültesi mezunudur. Öğretmenlerin çalıştıkları bölgeler incelendiğinde, yaklaşık yarısının ilçelerde ve diğerlerinin ise merkez (%33) ve köylerde (%14) görev yaptıkları görülmektedir. Bunun yanı sıra ikinci çalışma grubundaki öğretmenlerin %72’i kadın, %28’i erkektir. Öğretmenlerin, %16’sının 6-10 yıl kıdeme, %12’inin 11-16 yıl kıdeme, %37’sinin 16-20 yıl kıdeme, %35’inin 21 yıl ve daha fazla kıdeme sahip olduğu da görülmektedir. Çalışma grubundaki öğretmenlerin çoğu (%84) eğitim fakültesi mezunudur. Çalıştıkları bölgeler incelendiğinde ise öğretmenlerin hepsinin merkez ilçelerde görev yaptıkları görülmektedir.

Veri Toplama Araçları

Bu bölümde öncelikle matematiksel düşünme ölçeğinin geliştirilme süreci yer almakta daha sonra da geliştirilen ölçeğin ikinci çalışma grubundaki öğretmenlerin demografik özelliklerine (mezun olunan okul türü ve mesleki kıdem) göre değişimleri incelenmiştir.

Matematiksel düşünme ölçeğinin hazırlanma süreci

Araştırmanın ilk bölümünü oluşturan matematiksel düşünme ölçeği aşağıdaki adımlar izlenerek hazırlanmıştır (Balci, 2001; Devellis, 2016). Bu kapsamda öncelikle madde havuzunun oluşturulması, kapsam geçerliği ve pilot uygulama, yapı geçerliği, güvenilirlik çalışmaları ve ölçeğin son halinin verilmesinden oluşan işlem basamakları Şekil 1’deki gibi özetlenmiştir.



Şekil 2: Matematiksel Düşünme Ölçeğinin Geliştirilme Süreci

Şekil 1 incelendiğinde ölçme aracının hazırlanmasında madde havuzunun oluşturulması sürecinde alan yazın taranarak 58 maddelik bir madde havuzu oluşturulmuştur. İkinci aşmada ölçme aracının kapsam geçerliği sürecinde 12 uzman (Matematik eğitimi (3), ölçme değerlendirme (3), eğitimde program geliştirme (4) ve dil eğitimi (2)) görüşünden yararlanılarak pilot uygulama yapılmıştır. Üçüncü aşamada olarak yapı geçerliği sürecinde açımlayıcı ve doğrulayıcı faktör analizleri uygulanmıştır. Dördüncü aşamada veri toplama aracının güvenirlilik çalışmalarında Cronbach Alpha, Guttman Split Half analizi ve %27'lik alt üst grup ortalamalarının karşılaştırılmıştır. Son aşamada ise 17 madde ve dört faktörden oluşan ölçeğe son şekli verilmiştir.

Madde Havuzunun Oluşturulması

Matematiksel düşünme ölçeğiyle ilgili maddelerin hazırlanması sürecinde öncelikle ilgili alan yazında taraması yapılmıştır. Bu kapsamda matematiksel düşünmenin tanımı, matematiksel düşünmeyi oluşturan boyutlar incelenmiştir. Bu kapsamda yapılan çalışmalar incelenmiş (Burton, 1984; Dreyfus,1991; Ersoy ve Başer, 2013; Fruendental, 1973; Harel ve Sowder, 2005; Hernandez, 2002; Lincoln, 2008; Lipman, 2003; Liu ve Niess, 2006; Liu, 2003; Liu ve Niess, 2006; Mason, Burton ve Stacey,2010; Polya, 1962, 1985; Schoenfeld, 1992; Tall, 1995; Umay, 1992) ve matematiksel düşünmenin hem süreç boyutu hem de kavramsal gelişim boyutlarını göz önüne alarak ilk taslak maddeler hazırlanmıştır. Bu süreçte ayrıca matematik eğitiminde lisansüstü eğitime devam eden beş matematik öğretmeniyle de görüşmeler yaparak matematiksel düşünme konusundaki görüşleri alınmıştır. Öğretmenlere sınıf ortamında hangi davranışların matematiksel düşünmeye kapsamında değerlendirdikleri, matematiksel düşünmenin hangi becerileri kapsadığı ve matematiksel düşünmeyi oluşturan bileşenlerin neler olduğu ve matematiksel düşünmenin özellikleri konusunda görüşleri sorulmuştur. Bu bağlamda öğretmenlerle yapılan görüşmeler ve alan yazın taraması sonucunda elde edilen bilgiler doğrultusunda 58 maddelik bir madde havuzu hazırlanmıştır.

Kapsam Geçerliği

Madde havuzunun uzman görüşü çalışmaları:

Hazırlanan 58 maddelik taslak form uzman görüşüne başvurularak kapsam geçerliğine sahip olma durumu incelenmiştir. Kapsam geçerliği ölçme aracının ölçeceği özelliği başka özelliklere karıştırmadan ölçülebilmelidir (Balcı, 2001; Çepni, Baki, Demircioğlu ve Akyıldız, 2009). Bu kapsamda önce madde havuzundaki maddeler matematik eğitimi alanında 3, ölçme değerlendirme alanında 3, eğitimde program geliştirme alanında 4 ve dil eğitimi alanında 2 uzmanın görüşüne sunulmuştur. Matematik, ölçme değerlendirme ve eğitimde program geliştirme alanındaki uzmanlar taslak formda yer alan her maddeyi ölçeğin amaca hizmet etme durumuna göre “uygun”, “düzeltmeli” ve “uygun değil” olarak değerlendirmişlerdir. Daha sonra dil uzmanları ise her bir maddenin dil yapısı, gramer yapısı ve anlaşılır olmasını incelemişlerdir. Uzmanlardan gelen görüşler doğrultusunda üç madde de düzeltmeler yapılmıştır. Bu düzeltmeler şöyledir; “40. Kanıtlarla doğruya ulaşmaya çalışırım.” madde ile “41. İspat yaparak doğruya ulaşmaya çalışırım.” maddeleri aynı anlamda olduğundan bu maddelerden birinin çıkartılması istenmiştir. Bunun yanı sıra “22. Kuralların ve genellemelerin sorgulanmasını doğru bulmam.” ifadesinde uzman görüşleri doğrultusunda iki farklı anlamda olduğu ve ayrı ayrı madde biçiminde yazılması önerilmiştir. Bu nedenle 22. Madde “Kuralların sorgulanmasını doğru bulmam.” ve “Genellemelerin sorgulanmasını doğru bulmam.” biçimde düzenlenmiştir.

Pilot Uygulama

Uzman görüşleri doğrultusunda düzenlenen 58 maddelik taslak form, üç farklı ortaokulda görev yapan 15 matematik öğretmenine uygulanarak dil ve anlaşılabilirlik açısından kontrol edilmiştir. Ayrıca, taslak formun görünüş geçerliği açısından sayfa düzeni, yazı puntolarının büyüklüğü ve kullanışlı olması bakımından da incelenmiştir. Her madde beşli derecelendirmeye uygun olarak düzenlenmiştir. Bu düzenlemeler sonucunda elde edilen 58 maddelik ölçek formu, Adana iline bağlı tüm ilçelerde görev yapan matematik öğretmenine uygulanmıştır.

Verilerin Analizi

Analiz sürecine geçmeden önce veriler numaralandırılarak bilgisayar ortamına aktarılmıştır. Sonra veri toplama aracında eksik bilgilerin olması ve uç nokta değerler Mahalanobis Distance ile belirlenmiş toplam 49 (35+14) form değerlendirme dışında tutulmuştur. İlk aşamada ölçeğin geliştirilmesi sürecinde birinci çalışma grubundan elde edilen 469 veri değerlendirilmiştir. Bu bağlamda elde edilen veri setinin IBM SPSS 22.0 programında Açıklayıcı Faktör Analizi (AFA) uygulanarak yapı geçerliği, aynı programda Cronbach Alpha analizi ile Guttman Split Half değerleri toplanan verilerin güvenilirliği hesaplanmıştır. Ayrıca, ölçekte yer alan ifadelerin aritmetik ortalama değerleri ve standart sapma değerleri ile madde-toplam puan korelasyonları incelenmiş, bağımsız gruplar t-testi analiziyle de madde ayrıricılık güçleri hesaplanmıştır. Daha sonra da Doğrulayıcı Faktör Analizi (DFA) hesaplanmıştır. Geçerlik ve güvenilirlik çalışmaları tamamlanan matematiksel düşünme ölçeği 2018-2019 bahar yarıyılında Adana ili Seyhan ve Çukurova İlçelerinde görev yapan 190 matematik öğretmenine uygulanmıştır. Bu çalışma grubundan elde edilen veriler üzerinden de IBM SPSS 22.0 programı kullanılarak analiz yapılmıştır. Analiz sürecinde öncelikle puanların normalliğini belirlemek amacıyla çalışma grubunun 50’den büyük olduğu için Kolmogorov-Smirnov testi uygulanmıştır. Grup büyüklüğünün, yapılan analizler sonucunda veri setinin normal dağılım sergilediği sonucuna ulaşılmıştır. Bu kapsamda öğretmenlerin mezun oldukları okul türü gibi iki grubun karşılaştırılması durumunda bağımsız gruplar t-testi; mesleki kıdeme gibi üçten fazla grubun karşılaştığı durumlarda tek yönlü varyans analizi (ANOVA) yapılmıştır. Grupların karşılaştırılması sürecinde ise Scheffe testi yapılmıştır. Ancak, varyans analizine geçilmeden önce varyansların homojenliği kontrol edilmiştir. Bu süreçte tüm istatistiksel analizlerin çözümlenmesi sürecinde anlamlılık değeri için $p=.05$ ve $p=.01$ kabul edilmiştir.

Bulgular

Bu bölümde bulgular iki bölüm halinde verilmiştir. İlk bölümde “Matematiksel Düşünme Ölçeği”nin geliştirilme sürecinde uygulanan geçerliliğine ve güvenilirliğe ilişkin bulgular yer almaktadır. İkinci bölümde ise geliştirilen ölçeğin öğretmenlerin mezun oldukları okul türü ve mesleki kıdeme göre değişimlerine ilişkin bulgular incelenmiştir.

Matematiksel Düşünme Ölçeğinin Yapı Geçerliliğine İlişkin Bulgular

Matematiksel düşünme ölçeğinin yapı geçerliliğini oluşturmak amacıyla faktör analizi uygulanmıştır. Araştırmacının ölçme aracının ölçtüğü faktörlerin sayısı hakkında bilgi edinmek AFA, (Sharma, 2006) ve araştırmacının kuram doğrultusunda geliştirdiği bir hipotezi test etmeye yönelik DFA uygulanır (Tabachnick ve Fidell, 2001). Bu bağlamda öncelikle açımlayıcı faktör analizi uygulanarak faktör sayısı hakkında bilgi edinilmiş daha sonra da doğrulayıcı faktör analizi yardımıyla da oluşan yapının uygunluğu sınımlanmıştır.

Matematiksel düşünme ölçeğinin açımlayıcı faktör analizine ilişkin bulgular

Matematiksel düşünme ölçeğine uygulanan AFA için, öncelikle elde edilen verilerin hem faktör analizine uygunluğu hem de örneklem sayısının yeterliği açısından uygunluğu Kaiser- Meyer-Olkin (KMO) testi ve Bartlett Küresellik testi ile yapılmıştır (Büyüköztürk 2011). Uygulanan analiz sonuçları Tablo 2’de görülmektedir.

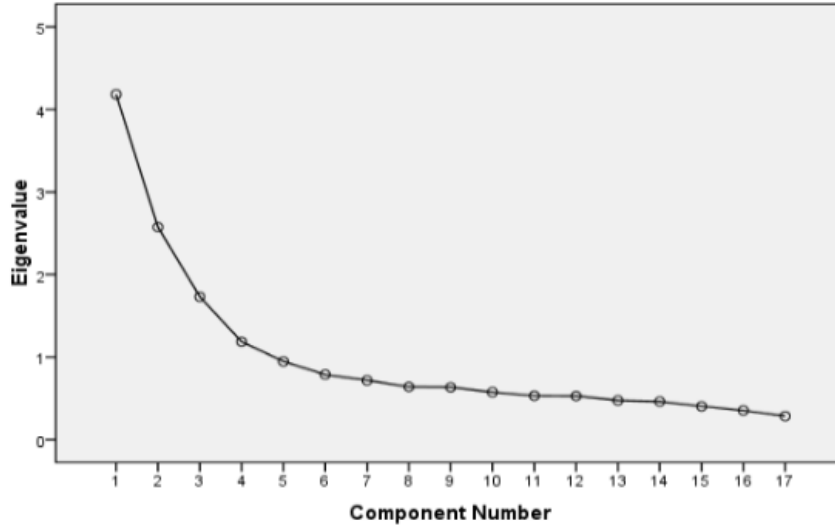
Tablo 2.
Kaiser-Meyer- Olkin ve Bartlett Küresellik Test Değerleri

Kaiser-Meyer- Olkin		0.81
Bartlett Küresellik Testi	χ^2	2307.967
	p	.000

Tablo 2’de görüldüğü üzere KMO değeri .81 olarak belirlenmiştir. Bu sonuç doğrultusunda örneklem uygunluğunun AFA için “çok iyi” olduğu sonucuna ulaşılmıştır (Sharma, 1996). Ayrıca Bartlett küresellik testi sonucu $\chi^2=3997.751$ olarak hesaplanmış ve .01 düzeyinde anlamlı olduğu görülmüştür. Elde edilen bu sonuçlar faktör analizi için uygunluğunu göstermektedir.

Matematiksel düşünme ölçeğine AFA uygulanırken temel bileşenler analizinden (principal components analysis) varimax maksimum değişkenlik döndürme işlemi uygulanmıştır (Tabachnick ve Fidell, 2001). Bu analize göre, 17 madde için özdeğeri 1’in üzerinde olan dört faktör elde edilmiştir. Bir faktörün öz değeri bir ve üzerinde olan faktörlerin yapısının kararlı olduğu kabul edilir (Büyüköztürk, 2002, Köklü, 2002; Tabachnick ve Fidell, 2001). Faktör sayısına karar verirken en sık kullanılan ölçütlerden olan yamaç birikinti grafiği (De Vellis, 2016) Şekil 2’de görülmektedir.

Scree Plot



Şekil 3. Yamaç ve Birikinti Grafiği

Şekil 2’de görüldüğü gibi dördüncü faktörden sonra yamaç birikinti grafiği yatay şekil almaktadır. Bundan dolayı ölçek dört faktör altında toplandığı görülmektedir. Analiz sonucunda dört iterasyonda ulaşılan dört faktörlü bir yapı elde edilmiştir. Her faktöre ilişkin madde faktör yükleri, özdeğerleri, varyans değerleri Tablo 3’te görülmektedir.

Tablo 3.

Matematiksel Düşünme Ölçeğine Ait Faktör Analizi Sonuçları

Madde No	Tümevarım ve Tümden Gelimli Düşünme	Problem çözmeye dayalı düşünme	Planlı Düşünme	Kurallı düşünme	\bar{X}	S
Madde 57	.79				4.21	.678
Madde 56	.74				4.12	.729
Madde 13	.67				4.31	.671
Madde 55	.65				4.10	.790
Madde 8	.64				4.36	.619
Madde 3	.58				4.57	.541
Madde 48		.79			1.99	1.130
Madde 44		.77			2.16	1.175
Madde 54		.71			2.10	1.121
Madde 9		.68			2.01	1.145
Madde 40		.64		.352	2.41	1.196
Madde 29			.78		4.30	.680
Madde 27			.77		4.39	.678
Madde 30			.72		3.94	.801
Madde 34				.79	3.48	.964
Madde 31				.76	3.57	1.035
Madde 37		.355		.65	2.85	1.030
Özdeğer	4.18	2.58	1.73	1.19		
Açıklanan Varyans	24.60	15.14	10.18	6.98		
Yüzdesi %						
Ranj	.54-.79	.64-.79	.72-.78	.65-.79		
Madde sayısı	6	5	3	3		

Not: .32 değerinin altındaki maddelerin faktör yükleri yazılmamıştır.

Tablo 3 incelendiğinde, uygulanan analiz sonucunda 17 madde dört faktörden oluşan ölçeğin açıklanan toplam varyans yüzdesi %56.90’dır. Bu varyansın %24.60’ını tümevarım ve tümdengelimli

düşünme alt faktörü, %15.14'ü problem çözmeye dayalı düşünme alt faktörü, %10.18'ini planlı düşünme alt faktörü ve %6.98'ini kurallı düşünme alt faktörü açıklamaktadır. Ölçeğin faktör yükleri .54 ile .79 arasında değişmektedir. Aynı alt faktörü ölçen maddelerin belirlenmesinde; madde faktör yüklerinin tek bir değerde yer alması, yüksek yük değerine sahip olmasına dikkat edilmiştir. Ayrıca madde faktör yüklerinin en az .30 olması dikkate alınmıştır. (Seçer, 2013; Kline, 2005; Tabachnick ve Fidell, 2001). Matematiksel düşünme ölçeğini oluşturan maddelerin aritmetik ortalamalarının 1.99 ile 4.57 arasında değiştiği görülmektedir.

Matematiksel düşünme ölçeğine ait korelasyon değerleri aritmetik ortalama ile standart sapma değerleri Tablo 4'te görülmektedir.

Tablo 4.

Matematiksel Düşünme Ölçeğinin Toplam Puan ve Alt Faktörlerine Ait Korelasyon Katsayıları, Aritmetik Ortalama ve Standart Sapma Değerleri

MDÖ Alt Faktörleri	F1	F2	F3	F4	\bar{X}	S
Tümevarım ve tümden gelimli düşünme (F1)	-				4.28	.47
Problem çözmeye dayalı düşünme (F2)	.25**	1			2.14	.85
Planlı düşünme (F3)	.44**	.14**	1		4.21	.58
Kurallı düşünme (F4)	.18**	.15**	.31**	1	3.30	.78
Toplam	.48**	.57**	.51**	.60**	3.46	.35

N= 469, **p<0.01

Tablo 4 incelendiğinde, matematiksel düşünme ölçeğinin toplam puanı ile alt faktör puanları arasında birbiriyle istatistiksel olarak anlamlı ilişkiler (**p<0.01) olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Tümevarım ve tümdengelimli düşünme alt faktörü diğer alt faktörlerle sırasıyla .25, .44, .19 ve toplam puanlarda .48; problem çözmeye dayalı düşünme alt faktörü diğer alt faktörlerle sırasıyla .14, .15 ve toplam puanla da .57; planlı düşünme alt faktörü diğer alt faktörler sırasıyla .31 ve toplam puanla da .51; Kurallı düşünme alt faktörü toplam puan açısından da .60 değerinde pozitif yönde anlamlı ilişki göstermiştir. Büyüköztürk'e (2011) göre korelasyon değeri .30'dan küçük ise düşük ilişki ve .30 ile .70 arasında ise orta düzeyde bir ilişki vardır. Buna göre ölçeğin alt faktörleri kendi aralarında pozitif düşük ve orta düzeyde istatistiksel olarak anlamlı iken alt faktörlerle toplam puan arasında orta düzeyde, pozitif ve istatistiksel olarak anlamlı bir ilişki olduğu söylenebilir. Ayrıca alt faktörle ve toplam puanın aritmetik ortalamalarının 2.14 ile 4.28, standart sapmaların ise .35 ile .85 arasında değiştiği Tablo 4'de görülmektedir.

Matematiksel düşünme ölçeğinin alt faktörlerine isim verme sürecinde hem madde içerikleri ve hem de ilgili alan yazın dikkate alınmıştır. Buna göre faktörlerin isimleri "Tümevarım ve Tümdengelimli Düşünme", "Problem çözmeye dayalı düşünme", "Planlı düşünme", "Kurallı düşünme" olarak belirlenmiştir. İlk olarak birinci faktör hem tümdengelim hem de tümevarımsal düşünmeyi içeren altı maddeyi kapsadığından "tümevarım ve tümdengelimli düşünme" boyutu olarak isimlendirilmiştir. Bu boyutta yer alan örnek maddeler "Örneklerden yola çıkarak genel kurala ulaşırım.", "Bir matematiksel kurala uygun bir örnek belirleyebilirim." biçimindedir. İkinci faktör olarak beş maddeden oluşan ve problem çözmeye dayalı düşünme becerisini içeren ifadelerden oluştuğundan "problem çözmeye dayalı düşünme" boyutu olarak isimlendirilmiştir. Bu boyuta ilişkin örnek maddeler ise şöyledir; "Bir güçlük karşılaştığım zaman öncelikle onu anlamaya çalışırım.", "Karşılaştığım problemlerin üstesinden gelmeye çalışırım". Üçüncü faktör olarak planlı yaşamla ilişkin dört maddeden oluştuğundan "planlı düşünme" olarak adlandırılmıştır. Bu faktörde yer alan örnek maddeler ise "Yapacağım işleri önceden planlamayı severim.", "Yaptığım planları günlük hayatımda rahatlıkla uygularım." şeklindedir. Son faktör olarak da kurallara bağlı olmakla ilgili üç maddeden oluştuğundan "kurallı düşünme" olarak adlandırılmıştır. Bu faktörde yer alan örnek maddeler ise "Daha önceden belirlenen kurallara uymaya severim.", "Kurallara bağlı kalmak hayatımı kolaylaştırır." ve "Var olan kuralları olduğu gibi uygularım." şeklindedir.

Matematiksel düşünme ölçeğinin doğrulayıcı faktör analizine ilişkin bulgular

Matematiksel düşünme ölçeğine uygulanan AFA sonucunda elde edilen dört faktörlü yapının uygun olup olmadığının belirlenmesi amacıyla DFA uygulanmıştır. Analiz sürecinde elde edilen uyum indeks değerleri ve sınır değerleri Tablo 5'te görülmektedir.

Tablo 5.*Matematiksel Düşünme Ölçek Modelinin Hesaplanan Değerleri Ve Sınır Değerleri*

Uyum İndeksleri	Hesaplanan Değer	Sınır Değerler	Kaynaklar
χ^2/df	1.53	$\leq 3 =$ mükemmel uyum	Hooper, Coughlan and Mullen (2008), Kline (2005)
RMSEA	.055	$\leq .08 =$ iyi uyum	Brown (2006), Hooper ve arkadaşları (2008),
SRMR	.078	$\leq .08 =$ iyi uyum	Brown (2006), Hu ve Bentler (1999), Kline (2011)
NNFI Non-Normed Fit Index)	.96	$\geq .95 =$ Mükemmel Uyum	Hu ve Bentler (1999), Kline (2005), Tabachnick ve Fidell (2001)
GFI Goodness of Fit Index)	.85	$<.90 =$ İyi uyum	Cole (1987), Hooper ve arkadaşları (2008),
CFI Comparative Fit Index	.97	$\geq .95 =$ mükemmel uyum	Brown (2006); Hu ve Bentler (1999), Kline, (2005), Tabachnick ve Fidell, (2001)
IFI	.97	$\geq .95 =$ Mükemmel uyum	Hu ve Bentler (1999),

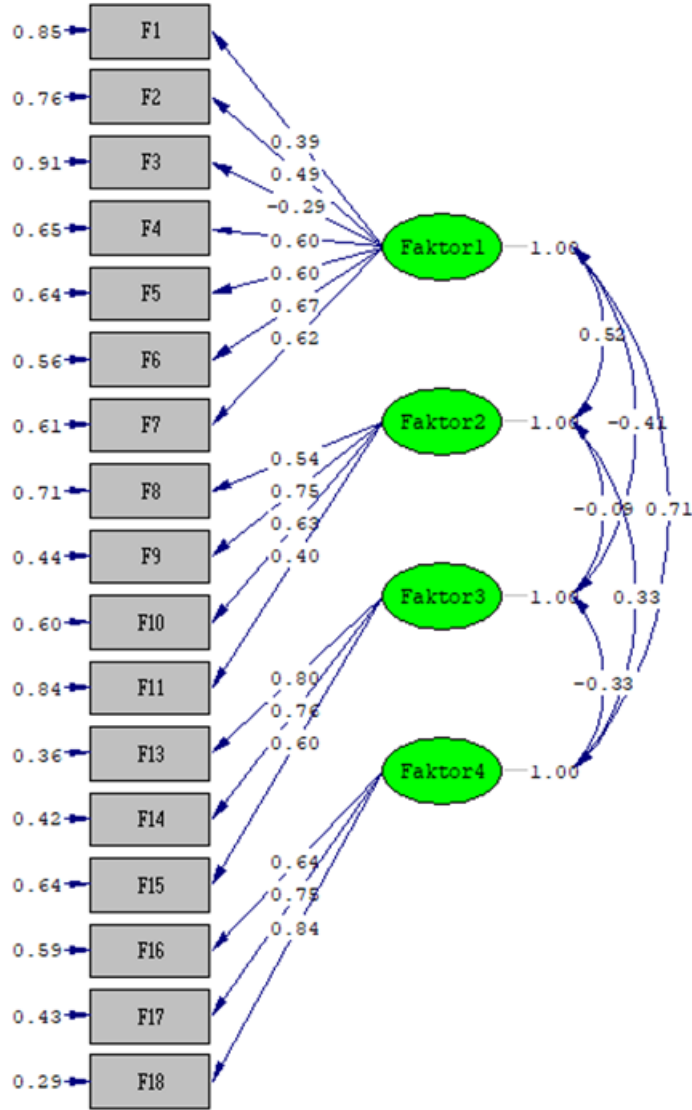
Tablo 5 incelendiğinde, uyum indeksleri $\chi^2/sd=1.53$; RMSEA=0.055; SRMR=0.078; GFI=0.85; CFI=0.97; IFI=.97 olarak belirlenmiştir. Buna göre elde edilen sonuçlara göre bu değerlerin iyi uyum ile mükemmel uyum arasında yer aldığı gözlenmektedir. Başka bir ifade ile dört faktörden oluşan matematiksel düşünme ölçeğinin faktör yapısını doğrular niteliktedir. DFA sonucunda dört faktörlü modele ilişkin t değerleri ise Tablo 6'da görülmektedir.

Tablo 6.*Matematiksel Düşünme Ölçeği için Doğrulayıcı Faktör Analizinden Elde Edilen t-testi Sonuçlar*

Madde No	t	Madde No	t
Madde 57	3.69**	Madde 9	5.85**
Madde 56	4.71**	Madde 40	3.56**
Madde 13	3.71**	Madde 29	7.93**
Madde 55	5.92**	Madde 27	7.57**
Madde 8	6.01**	Madde 30	5.87**
Madde 3	6.78**	Madde 34	6.54**
Madde 48	6.24**	Madde 31	8.00**
Madde 44	4.92**	Madde 37	9.23**
Madde 54	6.90**		

*p<0.01

Tablo 6 incelendiğinde matematiksel düşünme ölçeğinin maddelerin t testi değerlerinin 3.56 ile 9.23 arasında değer almaktadır. Bu t değerlerinin 1.96'dan büyük ise .05 düzeyinde; 2.58'den büyük ise .01 düzeyinde anlamlıdır biçiminde yorumlanmaktadır (Kline, 2005; Çokluk, Şekercioğlu, ve Büyüköztürk, 2014). Buna göre, yapılan analiz sonucunda tüm maddeler için t değerleri incelendiğinde anlamlılık düzeyinin .01 olduğu görülmektedir. Bu bulgular, matematiksel düşünme ölçeğinin faktör yapısını doğrular niteliktedir. Önerilen matematiksel düşünme ölçeğinin standardize edilmiş değerleri Şekil 3'te yer almaktadır.



Şekil 4. DFA Sonucunda Önerilen Modelin Standardize Edilmiş Değerleri

Şekil 3 incelendiğinde, önerilen modele ilişkin faktör yüklerinin .39 ile .84 arasındadır. Buna göre örtük ve gözlenen değişkenler arasında yer alan değerlerin .90'den küçük olduğu görülmektedir. Buna göre gözlenen değişkenler arasındaki korelasyon değerlerinin uygun olduğu söylenebilir. (Çokluk vd., 2014).

Matematiksel Düşünme Ölçeğinin Güvenirliliğe İlişkin Bulgular

Matematiksel düşünme ölçeğinin güvenirliliği belirlemek amacıyla Cronbach Alpha iç tutarlılık değeri ile Guttman Split Half testi hesaplanmıştır. Analizler sonuçları Tablo 7'de sunulmuştur.

Tablo 7.

Matematiksel Düşünme Ölçeğinin Toplam Puanlarının ve Alt Faktör Puanlarının Cronbach Alpha ve Guttman Split Half Değerleri

Alt Faktörler	Cronbach Alpha	Guttman Split Half
Tümevarım ve tümden gelimli düşünme	.84	.75
Problem çözmeye dayalı düşünme	.86	.79
Planlı düşünme	.86	.83
Kurallı düşünme	.81	.81
Toplam Puan	.78	.75

Tablo 7’de görüldüğü gibi Cronbach Alpha iç tutarlık katsayıları incelendiğinde, tümevarım ve tümdengelimli düşünme alt faktöründe .84; problem çözmeye dayalı düşünme alt faktöründe .86; planlı düşünme alt faktöründe .86 ve kurallı düşünme alt faktöründe .81 olarak hesaplanmıştır. Ölçeğin tamamı için iç tutarlık değeri .79’dur. Bunun yanı sıra ölçeğin tutarlılığını belirlemek amacıyla Guttman Split Half testi hesaplanmıştır. Buna göre tümevarım ve tümdengelimli düşünme alt faktörü için .74, problem çözmeye dayalı düşünme alt faktörü için .79; planlı düşünme alt faktörü için .83 ve kurallı düşünme alt faktörü için .81 ve ölçeğin tamamı için .75’dir. Buna göre elde edilen değerlerin .70’den büyük olması ölçeğin güvenilir olduğu göstermektedir (Fraenkel, Wallen ve Hyun, 2012; Tavşancıl , 2010; Özdamar, 1999). Ayrıca, matematiksel düşünme ölçeğinin güvenilirliğini belirlemek üzere yapılan analiz sonucunda düzeltilmiş madde toplam korelasyon değerleri ve madde atıldığında Cronbach Alpha değerleri Tablo 8’de yer almaktadır.

Tablo 8.

Matematiksel Düşünme Ölçeğinin Düzeltilmiş Madde Toplam Korelasyonları ve Madde Atıldığında Cronbach Alpha Değeri

Madde Sayısı	Düzeltilmiş Madde Toplam Korelasyon Değeri	Madde Atıldığında Cronbach Alpha Değeri
Madde 1	.423	.767
Madde 2	.319	.773
Madde 3	.314	.773
Madde 4	.362	.771
Madde 5	.310	.773
Madde 6	.313	.774
Madde 7	.429	.772
Madde 8	.446	.771
Madde 9	.356	.778
Madde 10	.355	.779
Madde 11	.491	.767
Madde 12	.405	.767
Madde 13	.354	.770
Madde 14	.453	.764
Madde 15	.402	.768
Madde 16	.426	.767
Madde 17	.556	.757

Tablo 8’de görüldüğü gibi uygulanan madde analizi sonuçlarına göre madde toplam korelasyon katsayısının .31 ile .56 arasında değişmektedir. Bu değerlerin negatif olmaması ve en az .30 ve üzerinde bir değer alması beklenir (Büyüköztürk, 2002). Buna göre ölçeğin bu kriterleri karşıladığı söylenebilir. Ayrıca maddeler atıldığında elde edilen Cronbach Alpha değeri .76 ile .78 arasında değer aldığı görülmektedir. Bu değer .70 ve üzerinde olması test puanlarının güvenilirliği için yeterlidir (Fraenkel, Wallen ve Hyun, 2012; Tavşancıl , 2010; Özdamar, 1999).

Matematiksel Düşünme Ölçeğine Ait Maddelerin Ayırt Edicilik Özellikler

Geliştirilen ölçme aracının istenilen davranışı sergileyip sergilemediğini ayırt etmesi beklenir (Can, 2013). Bu amaçla matematiksel düşünme ölçeğindeki maddelerin ayırt edicilik gücünü belirlemek için bağımsız gruplar t testi uygulanmıştır (Balci, 2001). 469 öğretmenden alınan verilerin toplam puanları sıralanarak üst ve alt %27'lik gruplar belirlenmiştir ve gruplara ait puanlara bağımsız gruplar t-testi hesaplanmıştır. Analiz sonuçları Tablo 9'da gösterilmektedir.

Tablo 9.*Matematiksel Düşünme Ölçeğine Ait Madde Analizi Sonuçları*

Madde No	N	Alt grup		Üst grup		t
		\bar{X}	S	\bar{X}	S	
Madde 1	126	3.88	.677	4.57	.586	8.66**
Madde 2	126	3.93	.706	4.43	.662	5.79**
Madde 3	126	4.10	.709	4.56	.626	5.55**
Madde 4	126	3.80	.877	4.43	.709	6.24**
Madde 5	126	4.13	.674	4.63	.533	6.43**
Madde 6	126	4.38	.578	4.76	.446	5.86**
Madde 7	126	1.59	.803	2.58	1.482	6.61**
Madde 8	126	1.70	.851	2.79	1.484	7.14**
Madde 9	126	1.74	.887	2.70	1.358	6.65**
Madde 10	126	1.67	.727	2.62	1.569	6.18**
Madde 11	126	1.82	.983	3.24	1.255	10.00**
Madde 12	126	3.94	.654	4.63	.603	8.71**
Madde 13	126	4.14	.734	4.69	.544	6.73**
Madde 14	126	3.51	.767	4.41	.719	9.67**
Madde 15	126	2.87	.842	3.87	1.027	8.51**
Madde 16	126	2.88	.917	4.03	1.073	9.15**
Madde 17	126	2.12	.806	3.52	1.010	12.21**

**p<0.01

Tablo 9'da görüldüğü gibi üst grubun aldığı puan ortalamaları ile alt grubun aldığı puan ortalamaları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark ($p<.01$) olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Buna göre matematiksel düşünme ölçeğine ait maddelerin ayırt edici olduğu söylenebilir.

Matematiksel Düşünme Ölçeğinin Cevaplanması ve Puanlanması

Matematik öğretmenlerinin düşünme becerilerini ölçmeyi amaçlayan, geçerli ve güvenilir bir ölçme aracı geliştirilmiştir. Dört faktörden oluşan ölçeğin toplam 17 maddesi vardır. Beşli likert tipindeki ölçekten alınabilecek puanlar 17 ile 85 ($17*5=85$) arasında değişmektedir. Matematiksel düşünme ölçeğinin yorumlanmasını kolaylaştırmak için toplam puan ya da alt faktörlerden alınan puanlar, toplam madde sayısına bölünebilir. Bu ölçekten elde edilen alınan yüksek puanlar, öğretmenlerin ilgili boyuta yönelik algılarının yüksek olduğu anlamına gelmektedir. Ölçek, hem matematik öğretmenleri ve hem de öğretmen adaylarına uygulanabilmektedir.

Mezun Olunan Okul Türüne Göre Öğretmenlerin Matematiksel Düşünme Düzeylerine İlişkin Bulguları

Araştırmaya katılan öğretmenlerinin matematiksel düşünme ölçeğinin alt faktörleri ve toplam puanları açısından mezun oldukları okul türüne göre anlamlı bir farkı işaret edip etmediğini belirlemek üzere yapılan analiz sonucu Tablo 10'da gösterilmiştir.

Tablo 10.

Mezun Olunan Okul Türüne Göre Öğretmenlerin Matematiksel Düşünme Ölçeğinin Alt Faktörlerine ve Toplam Puanlarına İlişkin t Testi Sonuçları

Matematiksel Düşünme Ölçeğinin Alt Faktörleri	Okul Türü	N	\bar{X}	Ss	sd	t	p
Tümevarım ve Tümünden Gelimli Düşünme	Fen /Fen Edebiyat Fakültesi	30	4.31	.39	188	.823	.412
	Eğitim Fakültesi	160	4.24	.36			
Problem Çözmeye Dayalı Düşünme	Fen /Fen Edebiyat Fakültesi	30	2.32	.98	188	3.544	.000
	Eğitim Fakültesi	160	1.86	.56			
Planlı Düşünme	Fen /Fen Edebiyat Fakültesi	30	4.20	.55	188	.440	.660
	Eğitim Fakültesi	160	4.16	.45			
Kurallı Düşünme	Fen /Fen Edebiyat Fakültesi	30	3.21	.78	188	-.246	.806
	Eğitim Fakültesi	160	3.24	.64			
Toplam Puan	Fen /Fen Edebiyat Fakültesi	30	3.51	.23	188	4.159	.000
	Eğitim Fakültesi	160	3.35	.18			

Tablo 10 incelendiğinde, mezun olunan okul türüne göre problem çözmeye dayalı düşünme alt faktörü ile toplam puan arasında anlamlı farklılık olduğu görülmektedir (Sırasıyla $t[188-3.544]$, $p<.01$; ($t[188-4.159]$, $p<.01$)). Aritmetik ortalamalar açısından ise hem problem çözmeye dayalı düşünme alt faktörü hem de toplam puan için fark Fen/Fen Edebiyat Fakültesinden mezun olan öğretmenler lehinedir (Sırasıyla $X_{Fen/Fen Edebiyat Fakültesi}=2.32$ ve $X_{Eğitim Fakültesi}=1.86$; $X_{Fen/Fen Edebiyat Fakültesi}=3.51$ Ve $X_{Eğitim Fakültesi}=3.35$). Buradan Fen/Fen Edebiyat Fakültelerinden mezun olan öğretmenlerin problem çözmeye dayalı düşünmeye ve matematiksel düşünmeye yönelik algılarının eğitim fakültesinden mezun olan öğretmenlere göre daha yüksek olduğu söylenebilir.

Mesleki Kıdemlerine Göre Öğretmenlerin Matematiksel Düşünme Düzeylerine İlişkin Bulguları

Mesleki kıdeme göre öğretmenlerin matematiksel düşünme düzeyleri arasında farklılaşma olup olmadığı tek yönlü varyans analizi ile sınanmıştır. Bu sonuçlar Tablo 11’de yer almaktadır.

Tablo 11.

Mesleki Kıdeme Göre Öğretmenlerin Matematiksel Düşünme Ölçeğinin Alt Faktörlerine ve Toplam Puanlarına İlişkin Tek Yönlü Varyans Değerleri

Matematiksel Düşünme Ölçeğinin Alt Faktörleri	Mesleki Kıdem	N	\bar{X}	Ss	sd	F	p	Anlamlı Fark Scheffe Analizi
Tümevarım ve Tümden Gelimli Düşünme	6-10 yıl	30	4.3556	.38589	3	1.215	.306	
	11-15 yıl	23	4.2319	.35083				
	16-20 yıl	70	4.2667	.37900				
	21 ve üstü	67	4.2040	.35983				
Problem Çözmeye Dayalı Düşünme	6-10 yıl	30	2.0133	.75919	3	.980	.403	
	11-15 yıl	23	1.8000	.74346				
	16-20 yıl	70	2.0114	.70104				
	21 ve üstü	67	1.8687	.54889				
Planlı Düşünme	6-10 yıl	30	4.2444	.48686	3	.566	.638	
	11-15 yıl	23	4.1159	.42174				
	16-20 yıl	70	4.1857	.51275				
	21 ve üstü	67	4.1244	.44885				
Kurallı düşünme	6-10 yıl	30	3.3667	.79919	3	2.160	.094	
	11-15 yıl	23	3.4493	.54688				
	16-20 yıl	70	3.2476	.68026				
	21 ve üstü	67	3.0995	.60027				
Toplam Puan	6-10 yıl	30	3.4725	.18310	3	6.185	.000	6-10 yıl, 16-20 yıl > 21 yıl ve üstü
	11-15 yıl	23	3.3581	.19341				
	16-20 yıl	70	3.4092	.21513				
	21 ve üstü	67	3.3082	.16290				

Tablo 11 incelendiğinde, mesleki kıdemlerine göre öğretmenlerin matematiksel düşüncelerinde farklılıklar olduğu görülmektedir. ($F_{[2-6,185]}$, $p<.01$). Uygulanan Scheffe analizi sonuçlarına göre; 6-10 yıl, 16-20 yıl ve 21 yıl ve üstü kıdeme sahip olan öğretmenler arasındaki fark 6-10 yıl ve 16-20 yıl kıdem yılına sahip öğretmenler lehinedir.

Tartışma, Sonuç ve Öneriler

Bu çalışma, matematik öğretmenlerinin matematiksel düşünme becerilerini belirlemeye yönelik geçerli ve güvenilir bir ölçek geliştirmek ve geliştirilen ölçek aracılığı ile matematik öğretmenlerinin düşünme becerilerini çeşitli değişkenlere açısından incelemek amacıyla yapılmıştır.

İlk aşamada ölçeğin geliştirilme sürecinde öncelikle alan yazın taranarak 58 maddelik bir madde havuzu oluşturulmuştur ve uzman görüşlerine sunularak kapsam geçerliği sağlanmıştır. Ölçeğin yapı geçerliğini oluşturmak amacıyla uygulanan AFA sonucunda toplam varyansın % 56,90 açıklanmaktadır. Ölçekte yer alan dört faktör; tümevarım ve tümdengelimli düşünme, problem çözmeye dayalı düşünme, planlı düşünme, kurallı düşünme olarak isimlendirilmiştir. Ölçeği oluşturan madde faktör yükleri .54 ile .79 arasında değişmektedir. Matematiksel düşünme ölçeğinin yapısının uygunluğunu test etmek için yapılan DFA sonucunda uyum indeksleri incelendiğinde ($\chi^2/sd=1.53$; RMSEA=0.055; SRMR=0.078; GFI=0.85; CFI=0.97; IFI=.97) elde edilen yapının iyi uyum değerleri arasında olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Matematiksel düşünme ölçeğinin güvenilirliği için yapılan analizler (Cronbach Alpha ve Guttman Split Half) sonucunda elde edilen değerlerin .75 ve üzerinde olduğu ortaya çıkmıştır. Bu değer ölçeğin oldukça güvenilir olduğunun bir göstergesidir (Fraenkel, Wallen ve Hyun, 2012; Tavşancıl, 2010; Özdamar, 1999). Diğer taraftan ölçeğin güvenilirliği kapsamında madde ayırt edicilik gücünü belirlemek için toplam puan üzerinden %27'lik üst grubun aldığı puan ile alt grubun aldığı puan arasında anlamlı bir farklılık olduğu ($p<.01$) ve ölçekte yer alan maddelerin ayırt edici olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Bu sonuçlar doğrultusunda ölçeğin matematik öğretmenlerinin ve öğretmen adaylarının düşünme becerilerini ölçebilecek nitelikte geçerli ve güvenilir bir veri toplama aracı olarak uygulanabileceği söylenebilir.

Araştırmanın ikinci kısmını oluşturan bu bölümde ise ölçeğin geliştirildikten sonraki işlerliği matematik öğretmenlerinin mezun oldukları okul türü ve mesleki kıdem değişkenleri bağlamında

sinanmıştır. Buna göre Fen/Fen-Edebiyat Fakültesinden mezun olan öğretmenlerin problem çözmeye ve matematiksel düşünmeye yönelik algılarının daha yüksek olduğu görülmüştür. Bu durum öğretmenlerin öğrenim gördükleri programlardaki ders içeriklerinden kaynaklanabilir. Fen/Fen Edebiyat Fakültelerinin ders içerikleri, öğrencilerin soyut düşünebilmelerini geliştirmeye, teorem ve hipotezlerin oluşturulmasına ve bunların tümevarım, tümdengelim, gibi çeşitli üst düzey düşünebilme becerileriyle ispat edilmesine dayanmaktadır. Diğer taraftan Eğitim Fakültesi matematik öğretmenliği bölümlerinde ise dersler Fen/Fen Edebiyat Fakültelerindeki kadar yoğun alan bilgisine dayalı olmamasından kaynaklanabilir. Eğitim Fakültelerinde dersler üç ana kategoride işlenmektedir. Bu kategoriler; alan bilgisi, öğretmenlik meslek bilgisi ve genel kültür ile ilgili dersleri de içermektedir. Bu sonucun bir diğer nedeni ise matematik ile ilgili daha pratik yapmanın ve matematiksel bilgileri ifade etmenin matematiksel düşünmeyi geliştiriyor olmasıdır (Mason, Burton ve Stacey, 1994; Schoenfeld, 1992).

Son olarak, araştırmada, öğretmenlerin mesleki kıdemlerine göre matematiksel düşünme düzeyleri incelendiğinde ise yüksek kıdem seviyesine sahip (21 yıl ve üstü) öğretmenlerin düşük kıdem seviyesine sahip öğretmenlere göre matematiksel düşünme becerilerinin daha düşük olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Bu sonuç literatürle (Korkmaz, DüNDAR ve Yaman, 2018) de kısmen benzerlik göstermektedir. Bu durumun nedeni ülkemizde uzun yıllardır davranışçı yaklaşıma dayalı öğretim programının uygulanmasından kaynaklanmış olabilir. Bu yaklaşımda bireyin zihni yerine davranışıyla ilgilenilmiş, düşünme, sorgulama, eleştirme, neden sonuçlar üzerine yorum yapma gibi beceri göz ardı edilmiştir (Güneş, 2012).

Özetle, bu çalışmanın sonucunda matematik öğretmenlerinin matematiksel düşünme becerilerini belirlemeye yönelik geçerli ve güvenilir bir ölçek geliştirilmiştir. Geliştirilen ölçek aracılığı ile matematik öğretmenlerinin düşünme becerilerini mezun olunan okul türü ve mesleki kıdeme göre farklılıklar gösterdiği sonucuna ulaşılmıştır. Bu ölçek sadece matematik öğretmenlerinin matematiksel düşünme becerilerini belirlemek amacıyla yapılmıştır. Bununla birlikte hazırlanan ölçeğin farklı örneklem grupları (sınıf öğretmenleri ya da öğretmen adayları) göz önünde bulundurularak yeniden geçerlik ve güvenilirlik çalışmaları yapılması önerilebilir. Ayrıca çalışma kapsamında öğretmenlerin sadece mezun olunan okul türü ve mesleki kıdem değişkenleri açısından matematiksel düşünme becerine farklılaşma durumu incelenmiştir. İleride yapılacak çalışmalarda öğretmenlerin matematiksel düşünme becerisini sınıf içerisinde uygulayabilme durumları, çalıştıkları okul türüne (ortaokul, lise) göre farklılaşma olma durumu incelenebilir.

References

- Alkan, H. ve Bukova Güzel, E.(2005). Öğretmen adaylarında matematiksel düşünmenin gelişimi. *Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 25(3).
- Arslan, S. ve Yıldız C. (2010). 11. sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünmenin aşamalarındaki yaşantılarından yansımalar. *Eğitim ve Bilim*, 35(156). 1731.
- Artut, P. D. ve Bal, A. P. (2017). Examining Teacher Candidates' Thinking Skills 6th International Eurasian Conference on Mathematical Sciences and Applications (IECMSA-2017, August 15-17, Budapest/Hungary). Retrieved July, 15, 2018 from <http://www.iecmsa.org/upload/dosya/IECMSA2017AbstractProceedingsBook.pdf>
- Ayllón, M., Gómez, I., & Ballesta-Claver, J. (2016). Mathematical thinking and creativity through mathematical problem posing and solving. *Propósitos y Representaciones*, 4(1), 169-218. doi:<http://dx.doi.org/10.20511/pyr2016.v4n1.89>
- Balcı, A. (2001). *Sosyal bilimlerde araştırma, yöntem, teknik ve ilkeler* (3.baskı). Ankara: PegemA Yayıncılık.
- Brown. T. A. (2006). *Confirmatory factor analysis for applied research* (1st ed.). NY: Guilford Publications Inc.
- Bukova Güzel, E. (2008). Yapılandırmacı öğrenme yaklaşımının matematik öğretmen adaylarının matematiksel düşünme süreçlerine olan etkisi. *Education Sciences*, 3(4), 678-688.
- Burton, L. (1984). Mathematical thinking: The struggle for meaning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 15(1), 35-49.
- Büyüköztürk. Ş. (2002). Faktör analizi: Temel kavramlar ve ölçek geliştirmede kullanımı. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Yönetimi Dergisi*. 32.470-483.
- Büyüköztürk. Ş. (2011). *Sosyal bilimler için veri analizi el kitabı: İstatistik araştırma deseni. SPSS uygulamaları ve yorum* (1.baskı). Ankara: Pegem Akademi.
- Can, A. (2013). *SPSS ile nicel veri analizi*. Ankara: Pegem A Yayıncılık.
- Canbazoglu, B. & Artut; P. D. (2018). Sınıf öğretmeni adaylarının matematiksel düşünme süreçlerinin incelenmesi. Çukurova Uluslararası Multi disiplinler Çalışmalar Kongresi (13-16 Aralık 2018). ADANA, Tam Metin Kitabı, İksad Yayınevi.
- Cimbricz, S. K., Stoll, D.M., & Wilkens, C. P. (2015) Developing Mathematical Thinking in the 21st Century. *Educator's Voice*, VIII, 12-21. Retrieved April, 28 2019, from https://www.nysut.org/~media/files/nysut/resources/2015/april/2_edvoiceviii_ch2.pdf?la=en
- Cole. D. A. (1987). Utility of confirmatory factor analysis in test validation research. *Journal of Consulting and Clinical Psychology*. 55(4). 584-594.
- Coşkun, S. (2012). Üst Düzey Matematiksel Düşünme Süreçlerinin Sorgulayıcı Problem Çözme ve Öğrenme Modeline Göre Tasarlanmış Çalışma Yaprakları Yardımıyla İncelenmesi. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Necmettin Erbakan Üniversitesi. Konya.
- Çepni, S., Baki, A., Ayas, A., Demircioğlu, G. ve Akyıldız S. (2009). *Ölçme ve değerlendirme* (1. Baskı). Trabzon: Celepler Matbaacılık.
- Çokluk. Ö., Şekercioğlu. G. ve Büyüköztürk. Ş. (2014). *Sosyal bilimler için çok değişkenli istatistik: SPSS ve LISREL uygulamaları*. Ankara: Pegem Akademi.
- DeVellis. R. F. (2016). *Scale development: Theory and applications* (4th ed.). Sage publications.
- Devlin, K. (2012). Introduction to mathematical thinking. Palo Alto: Keith Devlin.
- Dewey, J. (1910). *How We Think*. Çev. Juliet Sutherland, Cathy Maxam & The Online Distributed Proofreading Team. Project Gutenberg. EBook #37423. 14 Sep. 2011. Web. 5 July. 2019.
- Dreyfus, T. (1991). Advanced Mathematical Thinking Processes. In D. O. Tall (Ed.). *Advanced Mathematical Thinking*. USA: Kluwer Academic Publishers. 25-41.
- Ersoy, E. ve Başer, N. (2013). Matematiksel düşünme ölçeğinin geliştirilmesi. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 21(4), 1471-1486.
- Fernandez, C., Llinares, S. & Valls, J. (2013). Primary school teacher's noticing of students' mathematical thinking in problem solving. *The Mathematics Enthusiast*, 10, 441-468.
- Fraenkel, J. R., Wallen, N. E., & Hyun, H. H. (2012). *How to design and evaluate research in education* (8th ed.). New York: Mc Graw Hill.

- Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task*. The Netherlands: Riedel Publishing Company.
- Güneş, F. (2012). Öğrencilerin düşünme becerilerini geliştirme. *TÜBAR*, XXXII (2012 Güz), 127-146.
- Harel, G. & Sowder, L. (2005). Advanced mathematical thinking at any age: Its nature and its development. *Mathematical Thinking and Learning*, 7(1), 27-50.
- Hernandez, S. A. (2002). Team learning in a marketing principles course cooperative structures that facilitate active learning and higher level thinking. *Journal of Marketing Education*. 24(1), 73-85.
- Hooper, D., Coughlan, J. & Mullen, M. (2008). Structural equation modelling: Guidelines for determining model fit. *Electronic Journal of Business Research Methods*, 6(1), 53-60.
- Hu. L. T. & Bentler. P. M. (1999). Cutoff criteria for fit indexes in covariance structure analysis: Conventional criteria versus new alternatives. *Structural equation modeling: a multidisciplinary journal*. 6(1). 1-55.
- Hughes, W., & Lavery, J. (2015). *Critical Thinking: An introduction to the basic skills* (7th ed). Canada: Broadview Press.
- Isoda, M. & Katagiri, S. (2012). Mathematical thinking How to Develop it in the Classroom. *Monographs on Lesson Study for Teaching Mathematics and Sciences – Vol. 1*, Retrieved April, 24/2019, from <https://doi.org/10.1142/8163>.
- Jacobs, V. R., Lamb, L. L. C., & Philipp, R. A. (2010). Professional noticing of children's mathematical thinking. *Journal of Research in Mathematics Education*, 41(2), 169–202.
- Kargar, M., Tarmizi, R.A., & Bayat, S. (2010). Relationship between mathematical thinking, mathematics anxiety and mathematics attitudes among university students. *Procedia Social and Behavioral Sciences*, 8(1), 537-542.
- Katranç Y. (2019). Matematik ile ilgili düşünceler ölçeğinin geçerlik ve güvenilirlik çalışması. *Journal of Higher Education and Science*, 9(1), 78- 89. <https://doi.org/10.5961/jhes.2019.311>
- Kline. R. B. (2005). *Principles and practice of structural equation modeling*. NY: Guilford publications Inc.
- Korkmaz, S., DüNDAR, S. ve Yaman, H. (2016). Problem çözmede zihnin matematiksel alışkanlıkları. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 7(1), 35-61.
- Köklü. N. (2002). *Açıklamalı istatistik terimleri sözlüğü* (1. Baskı). Ankara: Nobel Yayın Dağıtım.
- Lim, C. S., & Hwa, T. Y. (2007). Promoting mathematical thinking in the Malaysian classroom: Issues and challenges. Centre for Research on International Cooperation in Educational Development (CRICED), University of Tsukuba. Retrieved May 16, 2018, from http://www.criced.tsukuba.ac.jp/math/apec/apec2007/paper_pdf/Lim%20Chap%20Sam.pdf
- Lincoln, M.E. (2008) (2008) Thinking through ICT : What do middle years teachers think really matters? In: AARE 2008 International Education Conference: Changing Climates: Education for Sustainable Futures, 30th November - 4th December 2008, Queensland University of Technology, Brisbane, Queensland. Retrieved May 16, 2018, from <https://eprints.qut.edu.au/29054/1/29054.pdf>
- Lipman, M. (2003) *Thinking in education*. New York: Cambridge University Press.
- Liu, P. H. & Niess, M. (2006). An exploratory study of college students' views of mathematical thinking in a historical approach calculus course. *Mathematical Thinking and Learning*, 8(4), 373–406.
- Liu, P. H. (2003). Do teachers need to incorporate the history of mathematics in their teaching?. *The Mathematics Teacher*, 96(6), 416.
- Mason, J., Burton, L., & Stacey, K. (2010). *Thinking mathematically* (Second Edition). London: Pearson Education Limited.
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB] (2018). *İlkokul matematik dersi öğretim programı*. Ankara: Talim Terbiye Başkanlığı Yayınları.
- Özdamar, K. (1999). *Paket programlar ile istatistiksel veri analizi-I*. Eskişehir: Kaan kitapevi
- Polya, G. (1985). *How to solve it*. USA: Princeton University Press.
- Polya, G., (1962). *Mathematical Discovery: On understanding, learning, and teaching problem solving*, New York: Wiley.
- Punch, K. P. (2005). *Sosyal araştırmalara giriş nicel ve nitel yaklaşımlar* (Çev. D. Bayrak, H. B. Arslan ve Z. Akyüz). Ankara: Siyasal Kitapevi.

- Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to Thinking Mathematically: Problem Solving, Metacognition and Sense-Making in Mathematics. In D. Grouws (Ed), Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning, pp.334 – 370, New York: MacMillan. Burton, 1984;
- Sharma. S. (1996). *Applied multivariate techniques*. New York: John Wiley & Sons Inc.
- Stacey, K. (2006). What is mathematical thinking and why is it important. Progress report of the APEC project: collaborative studies on innovations for teaching and learning mathematics in different cultures (II)—Lesson study focusing on mathematical thinking. Retrieved May 16, 2018, from http://www.criced.tsukuba.ac.jp/math/apec/apec2007/paper_pdf/Kaye%20Stacey.pdf
- Steinberg, R., Empson, S., & Carpenter, T. (2004). Inquiry into children's mathematical thinking as a means to teacher change. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 7, 237–267.
- Tabachnick, B. G. & Fidell, L. S. (2001). *Using multivariate statistics* (4th Ed). Needham MA: Allyn & Bacon
- Tall, D. O. (1995). Cognitive growth in elementary and advanced mathematical thinking, in D. Carraher and L. Miera (eds.), Proceedings of XIX International Conference for the Psychology of Mathematics Education, Recife, Brazil. Vol. 1, pp. 61–75. Retrieved July 16, 2018, from <https://digilander.libero.it/leo723/materiali/algebra/dot1995b-pme-plenary.pdf>
- Tataroğlu Taşdan, B. Çelik, A. ve Erduran, A. (2017). Matematik öğretmenlerinin matematiksel düşünmeyi destekleme bağlamındaki pedagojik alan bilgileri nasıl geliştirilebilir?. *International Journal of New Trends in Arts, Sports & Science Education*, 6(2), 40-55.
- Tavşancıl, E. (2010). *Tutumların ölçülmesi ve SPSS ile veri analizi*. Ankara: Nobel Yayın Dağıtım.
- Umay, U. (1992). *Matematiksel düşünmede süreci ve sonucu yoklayan testler arasında bir karşılaştırma*. Yayınlanmamış doktora tezi, Hacettepe Üniversitesi, Ankara.
- Ünveren Bilgiç, E. N. ve Azak, A. Z. (2019). Mathematics teachers' view on mathematical thinking. *Journal of Computer and Education Research*, 7(3), 109-119.
- Yeşildere, S. (2006). Farklı matematiksel güce sahip ilköğretim 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünme ve bilgiyi oluşturma süreçlerinin incelenmesi. Yayınlanmamış doktora tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.
- Yeşildere, S. ve Türnüklü, E. (2008). Öğrencilerin matematiksel düşünme ve akıl yürütme süreçlerinin incelenmesi. *Ankara Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 40 (1), 181-213.