

KALDIRMA VE ALTBANTMELEZİ BİRFİLTRE BANKASI DÜZENİ

Mehmet Cemil KALE^{1*}

¹Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Eskişehir Meslek Yüksekokulu, Mekatronik Bölümü, Eskişehir
ORCID No : <http://orcid.org/0000-0003-4932-1713>

DOI : <http://dx.doi.org/10.31796/ogummf.568624>

Anahtar Kelimeler	Öz
<i>Kaldırma Dalgacık Düzeni, Altbant Dalgacık Düzeni, Filtre Bankaları.</i>	<i>Altbant ve Kaldırma Dalgacık düzenleri dalgacık dönüşümlerinde kullanılan metotlardır. Altbant dalgacık sistemi yaygın olarak dikgen dalgacık dönüşümlerinde yaygın olarak kullanılırken, çift dikgen dalgacık dönüşümlerinde kaldırma dalgacık düzenleri kullanılmaktadır. Bu dalgacık dönüşümlerinde gerçekleştirilmesi basit kaydırmalar ile yapıldığından, çoğunlukla 2'nin katlarına sahip filtreler tercih edilmektedir. Bu çalışmada iki düzenin melezi bir düzen işlenmektedir.</i>

LIFTING AND SUBBAND HYBRID FILTER BANK SCHEME

Keywords	Abstract
<i>Lifting Wavelet Scheme, Subband Lifting Scheme, Filter Banks.</i>	<i>Subband and lifting wavelet schemes are two methods that are used in wavelet transforms. While subband wavelet scheme is used in orthogonal cases, lifting scheme is used in biorthogonal cases. Filters having coefficients of powers of two are often used in both schemes because they are easy to realize by bitwise shifts and additions. In this research, a hybrid system having both lifting and subband character.</i>
Araştırma Makalesi	Research Article
Başvuru Tarihi : 21.05.2019	Submission Date : 21.05.2019
Kabul Tarihi : 04.09.2019	Accepted Date : 04.09.2019

1. Giriş

Sinyal işleme uygulamalarında, filtre bankaları, bir dizi bant geçiren filtrelerin bir giriş sinyaline uygulanmasına denir. Kuenzle ve Bruton (2006) tarafından geliştirilen Kesikli Fourier dönüşümlü (KFD) çok fazlı filtre bankası kullanan 3 boyutlu sonsuz dürtü tepkili filtreleme çalışması, son zamanlarda yapılan Filtre bankası çalışmalarına bir örnek olarak gösterilebilir. İkinci bir çalışma olarak da tam geçiren çok fazlı filtreler ve yakın mükemmel yeniden yapılandırma içeren bir kritik alt örneklenmiş KFD tasarımı gösterilebilir (Lollmann ve Vary, 2009). Zhang, Shui ve Su (2008) yüksek karmaşıklığa sahip kosinüs ile modüle edilmiş filtre bankaları tasarımı üzerine çalışmıştır. Zahradnik ve Vlcek (2012) mükemmel dekompose dar bantlı sonlu dürtü tepkili filtre bankaları tasarlamıştır. Aach (2007), çok oranlı filtre bankalarında kayan varyansın ve döngü durağanlığının karşılaştırmalı analizini yapmıştır. Filtre bankaları çalışmalarında son olarak, Vouras ve Tran (2007) tarafından tasarlanan türev kısıtlamaları kullanarak yapılan birimsel filtre bankası tasarımı bu alanda yapılmış yeniliklere bir örnek olarak gösterilebilir. Bu makalede irdelenen çalışma, dalgacık dönüşüm

düzenlerinin melezenmesi ile gerçekleştirilen bir filtre bankası tasarımıdır.

Dalgacık dönüşümleri, 2 düzen üzerinde yapılır: Altbant düzeni ve kaldırma düzeni. Kaldırma düzeni, esnek dizayn kabiliyeti sebebiyle, çift dikgen dalgacık dönüşümlerinde yaygın bir şekilde kullanılır (Sweldens, 1996; Sweldens, 1997; Gerek ve Çetin, 2000; Gerek ve Çetin, 2006). Altbant düzeninde aynı sinyale iki ayrı filtre uygulanırken, kaldırma düzeninde işaret bir fermuar gibi ikiye ayrılır ve bir katlama zinciri ile filtrelerden geçirilir.

Altbant ve Kaldırma düzenlerinde bir dönüşüm matrisi olarak da blok dalgacık dönüşüm (BDD) tekniği geliştirilmiştir (Çetin, Gerek ve Ulukuş, 1993; Kale ve Gerek 2014; Kale, Ataç ve Gerek, 2016). Bu teknikte, katlama zincirleri yerine matris çarpımları kullanılmaktadır.

Yazarın ilk çalışması BDD matrislerinin adım adım geliştirilmesi ve satırların birbirlerine dikgen olması formülleri üzerinde yapılmıştır (Kale ve Gerek, 2014; Kale ve diğ., 2016). Aynı çalışmada, herhangi bir görüntünün BDD matrisinin, aynı görüntünün Karhunen Loeve dönüşüm (KLD)' ne yakınsatılması ile oluşan bir dalgacık tasarım tekniği anlatılmıştır. Yalnız

* Sorumlu yazar; e-posta : mckale@gmail.com

bu teknik, işarete bağımlı bir tekniktir. Her test resmi için ayrı bir filtre gerekmektedir. Yazarın ikinci çalışması, bir genel dalgacık tasarımı olarak bu sorunu çözmüştür (Kale, 2016).

Ancak hiçbir çalışma, bugüne kadar altbant düzeni ve kaldırma düzenini melezleştirmeyi başaramamıştır. Bu çalışmanın ana motivasyonu, altbant düzeni ve kaldırma düzeninin melezleştirilmesidir.

Makale öncelikle kaldırma düzeni ve bu düzenin çok fazlı matrisinin tanımlanmasıyla başlamaktadır. Bu bölümü kaldırma düzeninin altbant düzeniyle melezleştirilmesinin anlatıldığı bölüm takip etmektedir. Son olarak da makale sonuç bölümü ile bitirilmektedir.

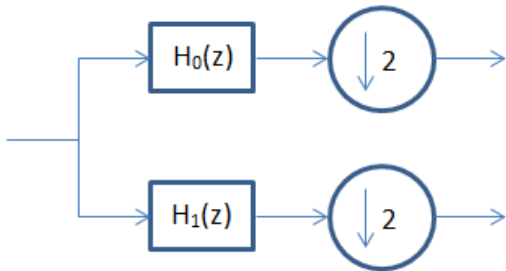
2. Dalgacık Dönüşümü

Matematikte dalgacık serileri, bir dalgacık tarafından üretilen ve karesinin integrali alınabilen gerçek ya da imajiner fonksiyon serileridir (Mallat, 2001). Bu dalgacıklar dikgen ve çift dikgen olurlar.

Dalgacık dönüşümü, bir işaretin zaman ve frekans analizi için kullanılır (Resnikoff ve Wells, 1998). Dalgacık dönüşümü için, Fourier dönüşümünün zaman çerçevesi kullanılarak yapılan versiyonu da denebilir. Bir zaman çerçevesinin işaret üzerinde kaydırılarak her anda işaret ile zaman çerçevesinin çarpımının Fourier dönüşümü bulunur. Elde edilen bu spektral grafik zaman düzlemine bağlı olduğundan dolayı, üç boyutlu çıkacaktır. Seçilen zaman çerçevesinin genişliği değiştirilerek elde edilmek istenen çözünürlük belirlenir.

Verilerin farklı çözünürlüklerde incelenmesine olanak sağladığı için, dalgacık dönüşümü görüntü işleme alanında sıklıkla kullanılmaktadır. Girdi verisi üzerinde belirli filtreler kullanılarak altbantlar elde edilir ve oluşan bu altbantlar orijinal girdi verisini kayıpsız bir şekilde geri oluşturmak için kullanılır.

Dalgacık dönüşümünün sıkıştırma özelliği de vardır. Bu sıkıştırma özelliğinin kaynağı, dalgacık dönüşümünün her bir dönüşüm sırasında dönüşüme giren verinin boyutunu yarı yarıya indirmesinden kaynaklıdır. Tipik bir altbant dalgacık dönüşüm operasyonu Şekil 1' de gösterilmektedir (Strang ve Nguyen, 1997).



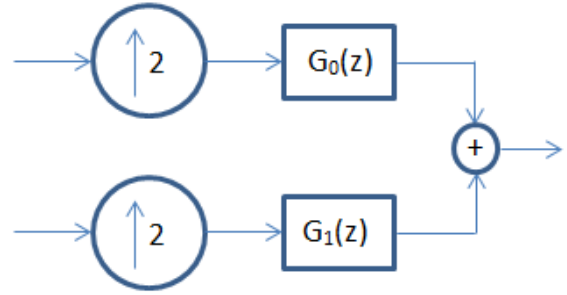
Şekil 1. Altbant Düzeni, Analiz Kısımı

Burada filtreler aşağıda Denklem 1' de gösterildiği gibi tek ve çift parçalardan oluşmaktadır.

$$H_0(z) = H_{0,ev}(z^2) - zH_{0,od}(z^2) \quad (1)$$

$$H_1(z) = H_{1,ev}(z^2) - zH_{1,od}(z^2)$$

Yeniden yapılandırmanın olduğu sentez kısmı ise Şekil 2' de gösterilmektedir.

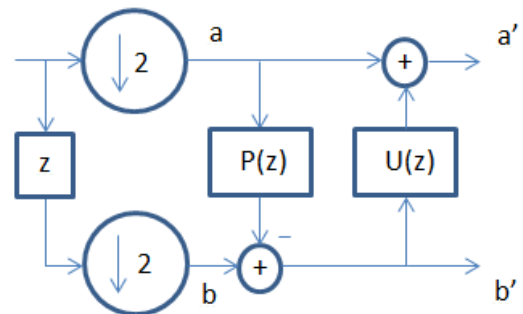


Şekil 2. Altbant Düzeni, Sentez Kısımı

3. Geleneksel Kaldırma Düzeni ve Çok Fazlı Matrisi

Kaldırma düzeni hem bir dalgacık tasarım tekniği, hem de kesikli dalgacık dönüşüm metodudur. Kaldırma düzeni kesikli dalgacık dönüşümünü sonlu filtreler kullanarak basit katlama operatörlerine ayırır. Bu katlama operatörlerine kaldırma basamakları denir.

Altörnekleme operasyonları filtremelerden önce geldiği için, katlama düzeni aritmetik işlemleri yarı yarıya azaltmaktadır. Ayrıca, katlama düzeninin bir başka avantajı da, analiz ve sentez kısımlarının birbirlerine tamamen simetrik olmasıdır. Kaldırma düzeninin analiz kısmı Şekil 3' te gösterilmektedir.



Şekil 3. Kaldırma Düzeni, Analiz Kısımı

Kaldırma düzeni, kesikli dalgacık dönüşümünü gerçekleştirebilmek için çiftlikgen dalgacıklar kullanmaktadır. Kaldırma düzeninde analiz aşamasının çok fazlı matrisi Denklem 2' deki gibi gösterilmektedir.

$$H_p = \begin{bmatrix} H_{0,ev}(z) & H_{0,od}(z) \\ H_{1,ev}(z) & H_{1,od}(z) \end{bmatrix} \quad (2)$$

Analiz aşamasının çok fazlı matrisi, 2x2' lik bir matristir ve düşük bant ve yüksek bant analiz filtrelerini içerir. Tüm bu filtreler çift ve tek polinom katsayılarına ayrılmıştır. Çok fazlı matris Denklem 3 ve 4' teki gibi hesaplanır.

$$\begin{bmatrix} a' \\ b' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - P(z)U(z) & U(z) \\ -P(z) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$H_p = \begin{bmatrix} 1 - P(z)U(z) & U(z) \\ -P(z) & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

Not edilmelidir ki, Denklem 4' teki analiz aşamasının çok fazlı matrisin determinantının 1 olması nedeniyle, bu matris tersi alınabilen bir matristir. Matrisin tersi olduğundan dolayı, tamamen simetrik bir sentez yapılabilmektedir. O halde,

$$H_{0,ev}(z) = 1 - P(z)U(z)$$

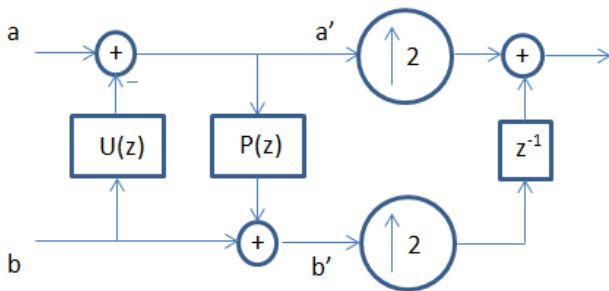
$$H_{0,od}(z) = U(z) \quad (5)$$

$$H_{1,ev}(z) = -P(z)$$

$$H_{1,od}(z) = 1$$

Şekil 4' te gösterilmekte olan sentez aşamasını çok fazlı matrisi ise, analiz aşamasının çok fazlı matrisinin tersidir ve Denklem 6' da gösterilmektedir.

$$G_p = \begin{bmatrix} 1 & -U(z) \\ P(z) & 1 - P(z)U(z) \end{bmatrix} \quad (6)$$

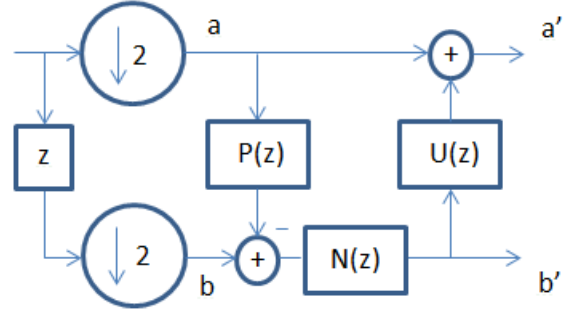


Şekil 4. Kaldırma Düzeni, Sentez Kısmı

4.Kaldırma ve Altbant Melezi Düzeni ve Çok Fazlı Matrisi

A. Düzen 1

Bu çalışmada ana hedef, kaldırma düzeni ile altbant düzeninin bir melezi yaratmaktır. Melez düzenlerden ilki, Şekil 5' te gösterilmektedir.



Şekil 5. Kaldırma ve Altbant Melezi Düzeni - 1, Analiz Kısmı

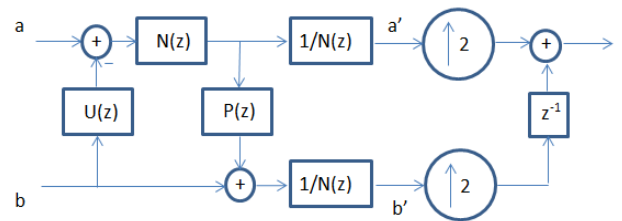
Melez düzende bir N(z) filtresi eklenmiştir. Bu filtre çok fazlı matriste aşağıdaki etkiyi yaratmıştır.

$$\begin{bmatrix} a' \\ b' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - P(z)N(z)U(z) & N(z)U(z) \\ -P(z)N(z) & N(z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$H_p = \begin{bmatrix} 1 - P(z)N(z)U(z) & N(z)U(z) \\ -N(z)P(z) & N(z) \end{bmatrix} \quad (8)$$

Denklem 8' deki çok fazlı matrisin determinantı, N(z)' dir. Bu nedenle sistem kararlılığı için, 1/N(z)' nin kutuplarının yani N(z)' nin sıfırlarının mutlak değerlerinin 1' den küçük olması gerekmektedir. Düzeninsentez (Şekil 6) kısmı ile bu koşullarda mükemmel yeniden yapılanma mümkündür. Sentez çok fazlı matrisi, Denklem 9' da gösterilmektedir.

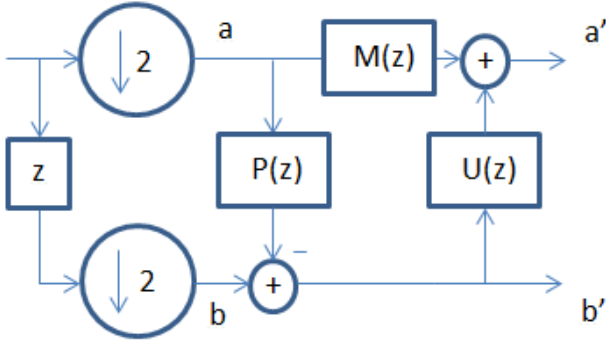
$$G_p = \frac{1}{N(z)} \begin{bmatrix} N(z) & -N(z)U(z) \\ P(z)N(z) & 1 - P(z)N(z)U(z) \end{bmatrix} \quad (9)$$



Şekil 6. Kaldırma ve Altbant Melezi Düzeni - 1, Sentez Kısmı

B. Düzen 2

Şekil 7’ de ise melez düzenlerden ikincisi görülmektedir.



Şekil 7. Kaldırma ve Altbant Melezi Düzeni - 2, Analiz Kısmı

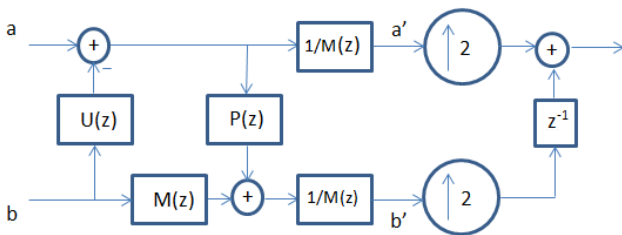
Melez düzende bu sefer de düşük geçiren banda bir $M(z)$ filtresi eklenmiştir. Bu filtre çok fazlı matriste aşağıdaki etkiyi yaratmıştır.

$$\begin{bmatrix} a' \\ b' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M(z) - P(z)U(z) & N(z) \\ -P(z) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$H_p = \begin{bmatrix} M(z) - P(z)U(z) & U(z) \\ -P(z) & 1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

Denklem 11’deki çok fazlı matrisin determinanı $M(z)$ ’dir. Bu nedenle sentez (Şekil 8) çok fazlı matrisine $1/M(z)$ ’lik bir katkı sağlamaktadır.

$$G_p = \frac{1}{M(z)} \begin{bmatrix} 1 & -U(z) \\ P(z) & M(z) - P(z)U(z) \end{bmatrix} \quad (12)$$



Şekil 8. Kaldırma ve Altbant Melezi Düzeni - 2, Sentez Kısmı

Eğer mükemmel yeniden yapılandırmanın fiziksel olarak mümkün olması isteniyorsa, sistemin kararlılığı için $1/M(z)$ ’nin kutuplarının yani $M(z)$ filtresinin sıfırlarının mutlak değerlerinin 1’den küçük olması gerekmektedir.

5. Bulgular

Filtre bankalarında, branşların varyans değerleri önemlidir. Üst branşta, yani düşük bantta, yüksek varyans istenirken; alt branşta (yüksek bantta) düşük varyans istenir. Yüksek bant parçasının varyansının düşürülmesi için Düzen 1 uygunken, düşük bant parçasının varyansının yükseltilmesi için Düzen 2 uygundur.

Bu deneyde yüksek bant varyansının düşürülmesi için $N(z)=0.5$ ’in kullanılması uygun görülmüş ve çeşitli resimler için yüksek bant varyans sonuçları Tablo 1’de listelenmiştir.

Tablo 2’de ise $M(z)=2$ olması durumlarında düşük bant varyans sonuçları listelenmektedir. Deneylerde basit skalar değerler kullanılmıştır. $N(z)$ ve $M(z)$ için geciktirici etkisi olan filtreler de kullanılabilir.

Her iki düzen için yapılan deneylerde de $P(z)$ ve $U(z)$ için $P(z)=0.5+0.5z$ ve $U(z)=0.25+0.25z^{-1}$ olarak kullanılmıştır. Bu filtreler, Daubechies’ in 5-tap/3-tap çift dikgen dalgacık filtreleridir (Cohen, Daubechies, ve Feauveau, 1992).

Tablolarda görüleceği üzere Düzen 1 yüksek bant için daha iyi varyans sonuçları verirken, Düzen 2 düşük bant için geleneksel kaldırma düzenine göre daha iyi varyans sonuçları sunmaktadır.

Tablo 1
Düzen 1 ($N(z) = 0.5$) İçin Yüksek Bant Varyans Değerleri

Resim	Geleneksel Kaldırma Düzeni	Düzen 1
Peppers	49.3	12.3
Mandrill	278.7	69.7
Lenna	72.6	18.1
Elaine	53.5	13.4
Barbara	537.5	134.4

Tablo 2
Düzen 2 ($M(z) = 2$) İçin Düşük Bant Varyans Değerleri

Resim	Geleneksel Kaldırma Düzeni	Düzen 1
Peppers	2995	11942
Mandrill	1939	7675
Lenna	2881	11446
Elaine	2253	8970
Barbara	2958	11932

6.Sonuçlar

Bu araştırmada gerekmesi durumunda, kaldırma düzenine altbant karakter eklenmesinin matematiksel sonuçları irdelenmiştir. Yüksek geçiren banda bir filtre eklenmesi durumunda $N(z)$ ' nin sıfırlarının mutlak değerlerinin 1' den küçük olduğu koşulsuz elde edilip mükemmel yeniden yapılandırma elde edilebilmektedir. Düşük geçiren banda filtre eklenmesi durumunda ise, mükemmel yeniden yapılandırma için benzer belirli koşullar vardır. Bu koşul, sistemin kararlılığı için $M(z)$ ' nin sıfırlarının mutlak değerlerinin 1' den küçük olmasıdır. Kaldırma performansının geliştirilmesi için gereken $N(z)$ ve $M(z)$ filtre seçeneklerinden birer adedi skalar olarak sunulmuş ve melez düzenlerin, kaldırma düzeninden daha iyi performans sağladığını gösteren bulgular paylaşılmıştır. $N(z)$ ve $M(z)$ ' nin skalar elemanlar yanı sıra kaydırma işlemleri yapan elemanlar (z ve z^{-1} in katları) içerdiği durumlar ise, gelecek çalışmalar konusunda bir hedeftir.

Kaynaklar

- Aach, T. (2007). Comparative analysis of shift variance and cyclostationarity in multirate filter banks, *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, 54(5), 1077-1087. doi: <http://dx.doi.org/10.1109/TCSI.2007.890630>
- Çetin, A. E., Gerek, Ö. N. & Ulukus, S. (1993). Block wavelet transforms for image coding. *IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology*, 3(6), 433-435. doi: <http://dx.doi.org/10.1109/76.260200>
- Cohen, A., Daubechies I., & Feauveau J. C. (1992). Biorthogonal bases of compactly supported wavelets. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, 45(5), 485-560. doi: <http://dx.doi.org/10.1002/cpa.3160450502>
- Gerek, Ö. N. & Çetin, A. E. (2000). Adaptive polyphase subband decomposition structures for image compression. *IEEE Transactions on Image Processing*, 9(10), 1649-1660. doi: <http://dx.doi.org/10.1109/83.869176>
- Gerek, Ö. N. & Çetin, A. E. (2006). A 2-D orientation-adaptive prediction filter in lifting structures for image coding. *IEEE Transactions on Image Processing*, 15(1), 106-111. doi: <http://dx.doi.org/10.1109/TIP.2005.859369>
- Kale, M. C., & Gerek, Ö. N. (2014). *Lifting wavelet design by block wavelet transform inversion*, ICASSP, Floransa, İtalya, 2619-2623.
- Kale, M. C., Atac, G., & Gerek, Ö. N. (2016). A biorthogonal wavelet design technique using Karhunen-Loeve transform approximation, *Digital Signal Processing*, 51(4), 202-222. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.dsp.2015.06.002>
- Kale, M. C. (2016). A general biorthogonal wavelet based on Karhunen-Loeve transform approximation, *Signal, Image and Video Processing*, 10(4), 791-794. doi: <http://dx.doi.org/10.1007/s11760-016-0860-2>
- Kuenzle, B. & Bruton, L. T. (2006). 3-D IIR filtering using decimated DFT-polyphase filter bank structures, *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, 53(2), 394-408. doi: <http://dx.doi.org/10.1109/TCSI.2005.856663>
- Lollmann, H. W. & Vary, P. (2009). *Design of critically subsampled DFT filter-banks with all pass polyphase filters and near-perfect reconstruction*, ICASSP, Taipei, Tayvan.
- Mallat S. (2001). *A Wavelet Tour of Signal Processing*. Academic Press.
- Resnikoff, H. L. & Wells, R. O. Jr. (1998). *Wavelet Analysis, The Scalable Structure of Information*. New York: Springer Verlag.
- Strang, G. & Nguyen, T. (1997). *Wavelets and Filter Banks*. Wellesley Cambridge.
- Sweldens, W. (1996). The lifting scheme: a custom-design construction of biorthogonal wavelets. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 3(2), 186-200. doi: <http://dx.doi.org/10.1006/acha.1996.0015>
- Sweldens, W. (1997). The lifting scheme: a construction of second generation wavelets. *SIAM J. Math. Anal.*, 29(2), 511-546. doi: <http://dx.doi.org/10.1137/S0036141095289051>
- Vouras, P. G. & Tran, T. D. (2007). *Paraunitary filter bank design using derivative constraints*, ICASSP, Honolulu, Hawaii, ABD.
- Zahradnik, P. & Vlcek, M. (2012). Perfect decomposition narrow-band FIR filter banks, *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, 59(11), 805-809. doi: <http://dx.doi.org/10.1109/TCSII.2012.2218453>
- Zhang, Z.-J., Shui, P.-L. & Su, T. (2008). Efficient design of high-complexity cosine modulated filter banks using 2Mth band conditions. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 56(11), 5414-5426. doi: <http://dx.doi.org/10.1109/TSP.2008.929672>