

## STARTING POINT OF MATHEMATICAL THINKING: *THE ROLE OF MATHEMATICAL CONCEPTS*

**Yüksel DEDE**

Cumhuriyet University, Faculty of Education

**Ziya ARGÜN**

Gazi University, Faculty of Education

*Mathematical concepts must be taught in a sequent order because mathematical concepts are related to each others. Unless students do not comprehend any one of these concepts or unless mastery learning occurs then some difficulties may arise in learning of higher-level mathematics concepts. In this study, it was tried to determine senior student teachers' understanding level of some mathematical concepts. The sample of the study was fourth grade students of Gazi University Education Faculty Elementary School Mathematics Department in 2002-2003 academic year. Data was gathered by means of a test consisting of fifteen open-ended questions. Paired samples t-test was used to determine whether there was a significant difference between the scores of the test which had been used pretest and posttest. As a result of the study, it has been found that students' understanding level is very low and that they could not see the differences between the concepts, particularly according to pretest results. However, the posttest results show that the level increases and therefore there has been found a significant difference between pretest and posttest scores in favor of posttest scores.*

**Keywords:** *mathematical concepts, level of understanding, meaningful learning*

## yüksel dede - ziya argün

Çocuklar, yaşamlarının erken dönemlerinden itibaren temel kavramları öğrenmeye başlarlar. Kavramlar, nesnelerin özelliklerini, niteliklerini ve diğer nesnelere farklılıklarını, benzerliklerini ve ayniliklerini gösterirler. Çocuklar, gelişimlerinin farklı basamaklarında ve günlük hayatlarında, fiziksel ve sosyal dünyayı anlamamıza ve onlarla anlamlı iletişim kurmamıza yardımcı olan, düşünmemizi sağlayan zihinsel araçlar olarak bilinen kavramları (Senemoğlu, 1997), bire-bir eşleme, sayı sayma, sınıflandırma ve ölçme gibi çeşitli şekillerde yapılandırarak kullanmaktadırlar. Ayrıca, öğrencilerin yeni öğrendikleri kavramları uygulamaya, varolan kavramlarını genişletmeye ve yenilerini geliştirmeye imkan tanıyacak yöntemleri keşfetmeye çalıştıkları da belirlenmiştir (Lind, 1998). Bu nedenle, kavramların bu özellikleri ve birbirleriyle olan ilişkileri ortaya çıkarılacak bir tarzda öğretim yapılmalıdır. Bir kavramın öğretiminde aşağıdaki adımların dikkate alınması gerekmektedir:

- a. Kavramın tanımı, öğretimin merkezine alınmalı,
- b. Kavramın kritik özellikleri belirlenmeli,
- c. c)Kavramın alt ve üst kavramlarıyla olan ilişkileri, boyutları belirlenmelidir (Toumasis, 1995).

Kavramların anlamları ise belli bir süreç içerisinde kazanılır. Özellikle de, içerdiği soyut dili itibari ile matematiksel kavramların anlaşılması daha uzun süre alır ve daha fazla çaba gerektirir. Öğrencilere, yeni bir kavramın öğretilmesi iki amaca yönelik olmalıdır. Bunlar, öğretilen kavramın anlaşılması ve öğretilen kavramı tanımlayacak uygun kelimelerin belirlenmesidir.

**1.Kavramın Anlaşılması:** Vygotsky'e göre, kavramlar iki şekilde kazanılmaktadır. O'na göre kavramlar, kendiliğinden-doğal (spontaneous) ve kendiliğinden olmayan-bilimsel şekilde kazanılır. Vygotsky, "doğal" kavramların öğrencilerin zihinsel gelişimi gibi adım adım geliştiğini, "bilimsel" kavramların ise sözel bir tanımlama ve bu tanımlamanın kullanımıyla oluştuğunu belirtmekte ve ikinci tip kavramların, birinci tip kavramların oluşumundan daha sonra geliştiğini söylemektedir. Matematiksel kavramlar ise "bilimsel" kavram tipine girmektedir (Aktaran: Lansdell, 1999)

**2. Kavramı Belirleyecek Uygun Kelimelerin Seçimi:** Öğretmenler, kullandıkları yere göre farklı anlamlar kazanabilen matematiksel ifadelerin öğretimini, öğrencilerin anlayabileceği bir şekilde planlamalıdır. Bunun için, öğretilen kavramın açık bir şekilde ifade edilmesi ve kavramla ilgili belirsiz durumların oluşturulmasından sakınılması gerekmektedir.

## yüksel dede - ziya argün

Öğretmenlerin, matematiksel kavramları kullanırken yanlış anlamalardan sakınmaları için dikkate alması gereken hususlar, Lansdell (1999) tarafından aşağıdaki şekilde verilmiştir:

- a. Matematiksel kavramlar, farklı içeriklerde farklı anlamlara gelebilirler.
- b. Öğretilen kavramın anlaşılıp anlaşılmadığının öğrencilerin kendi ifadelerine bakılarak değerlendirilebilir.
- c. Öğretilecek kavram ile öğrencilerin geçmiş birikimlerinin uyumunu sağlayacak ortamları hazırlama.

Matematiksel kavramlar, temel matematiksel düşüncenin oluşması ve gelişmesinde aktif bir rol üstlendiklerinden (Toumasis, 1995) öğretmenler, matematiksel kavramların bir zincir halkası gibi birbirleriyle bağlantılı olduğunu unutmamalıdır. Öğrenciler açısından bu halkada olabilecek kopmaların, ileri matematiksel kavramların öğreniminde zorluklara neden olabileceği (Swadener ve Soedjadi, 1988) ve bu durumda öğrencilerin matematiğe karşı olumsuz bir tutum geliştirmelerine yol açabileceği gözden kaçırılmamalıdır. Bu noktada, matematiksel kavramların öğretiminde aşağıda verilen iki ilke önem kazanır:

**a. Matematiksel kavramların somutlaştırılarak verilmesi:** Matematiksel kavramların, özellikle ilköğretim kademesindeki öğrencilere olabildiğince somutlaştırılarak verilmesi gerekmektedir. Bu şekilde, hem anlamlı bir öğrenmenin gerçekleşmesi hem de ileri matematiksel kavramların anlaşılması daha kolay olacaktır. Bu konuyla ilgili olarak Damerow'un (1996: 77) aşağıdaki sözleri dikkat çekicidir:

*"Bir kavramın soyut bir tanımı, başlangıç noktasından yine başlangıç noktasına dönülmesine yol açar. Bu yüzden istenilen hedefe ulaşabilmek için ilgili kavramın tanımı, somut ortamlarla ilişkilendirilerek verilmek zorundadır."*

**b. Matematiksel kavramların, kavramsal bilgi düzeyinde öğretilmesi:** Matematik öğretiminin genel amaçlarından birisi, matematiksel kavramların anlamlı öğrenmeyi gerçekleştirecek şekilde öğretilmesidir. Bir matematiksel kavramın alt-üst kavramlarla olan ilişkileri, başka matematiksel kavramlarla arasındaki bağlar ancak bu şekilde anlaşılabilir.

## yüksel dede - ziya argün

Bu ise ancak kavramsal bilgi düzeyinde bir öğrenme ile gerçekleşebilir. Kavramsal bilgi deyimi, alan yazında ilk olarak Hiebert tarafından kazandırılmış (Star, 2002) ve daha sonra da Hiebert ve Lefevre (1986; Akt: Star, 2002:3), kavramsal bilgiyi, "... bağlantılardaki zenginlik bilgisi" olarak tanımlamışlardır. McCormick (1997:143) ise kavramsal bilgiyle ilgili olarak;

*"Kavramsal bilgi, ... bilginin parçaları arasındaki ilişkilerle ilgilenir. Öğrenciler, bu ilişkileri tanımlayabildikleri zaman kavramsal anlamayı gerçekleştirmiş olurlar."*

diyerek bu konunun önemini belirtmiştir. Ayrıca, matematiksel kavramların öğrencilerin zihinlerinde anlamlı bir şekilde yer edebilmesi için öğretimin mutlaka önceden planlanması ve stratejisinin seçilmesi gerekir. Matematiksel kavramların öğretiminde ise farklı planlama ve stratejiler kullanılabilir. Bunlar (Biehler, Scholz, Strasser ve Winkelmann, 1993):

- **Yerel Stratejiler:** Basamak fonksiyonu, sınırlı fonksiyon ve reel değerli fonksiyon gibi standart kavramların öğretilmesinde uygulanabilen bir birim planını gösteren stratejilerdir.
- **Bölgesel Stratejiler:** Bir fonksiyonun limiti, türevi veya integral kavramı gibi ardışık sıralı anahtar kavramların öğretiminde planlanmasına yardım eden stratejilerdir.
- **Global (Kapsamlı) Stratejiler:** Matematik müfredatının tamamını etkileyebilen, başka matematiksel kavramların öğretimine yol açıcı olan kavramların öğretiminde kullanılan stratejiler. Örneğin, fonksiyon kavramı bu tipe uyan bir matematiksel kavramdır.

Bu noktadan hareketle bu çalışmada, öğretmen adayı öğrencilerin matematikteki bazı temel kavramlar ve bu kavramlar arasındaki ilişkileri anlama düzeyleri araştırılmıştır. Çünkü öğretmen adayı öğrenciler, öğretimlerini bilgileri kadar zenginleştirebilirler ve öğrencilerinin öğrenmelerini de o oranda arttırabilirler (Even, 1988, Wilson, 1994). Ayrıca, bu kavramların öğretimine yönelik yapılan bir uygulamanın sonucunda, öğrencilerin öntest-sontest puanlarının aritmetik ortalamaları arasında anlamlı bir farklılığın olup olmadığı da araştırılmıştır.

yüksel dede - ziya argün

## YÖNTEM

## Araştırmanın Örnekleme

Araştırmanın örneklemini, 2002-2003 eğitim-öğretim yılı bahar yarıyılında, Gazi Üniversitesi'nin Gazi Eğitim Fakültesi İlköğretim Bölümü Matematik Eğitimi Anabilim Dalı'nın son sınıfında okuyan öğrenciler oluşturmuştur. Önteste 47, sonteste ise 51 öğrenci katılmıştır.

## Araştırmanın Problemi

Bu araştırmada, aşağıdaki problemlere cevap aranmıştır:

1. Öğretmen adayı öğrencilerin, matematikteki bazı temel kavramları anlama düzeyleri nedir?
2. Öğretmen adayı öğrencilerin, Matematikte Temel Kavramlar Testi'nden aldıkları puanların aritmetik ortalamaları, öntest-sontest sonuçlarına göre anlamlı bir farklılık göstermekte midir?

## Veri Toplama Aracı ve Uygulama

Araştırmacılar tarafından, öğretmen adayı öğrencilerin matematikteki temel kavramlara (küme kavramından integral kavramına kadar) yönelik anlama düzeylerini belirlemek üzere açık uçlu tipte çeşitli sorular hazırlanmıştır. Bu sorularla, öğretmen adayı öğrencilerin matematikteki temel kavramlar ve bu temel kavramlar arasındaki ilişkileri anlama düzeylerinin belirlenmesi hedeflenmiştir. Bu nedenle sorular, öğrencilerin kavramlarla ilgili bilgilerini sorgulayıcı, kavramsal bir anlamının gerçekleşip gerçekleşmediğini ortaya çıkarıcı bir tarzda hazırlanmıştır. Hazırlanan bu sorulara dayalı olarak, İlköğretim Matematik Öğretmenliği son sınıf öğrencilerine "Matematikte Temel Kavramlar" adıyla seçmeli bir ders, 2002-2003 bahar dönemi boyunca okutulmuştur. Dönem başında, temel matematiksel kavramlarla ilgili belirlenen hedefler, açık uçlu sorular haline dönüştürülmüş ve öğrencilere öntest olarak uygulanmıştır. Sınıf içinde altışar kişilik sekiz grup oluşturulmuş ve bu açık uçlu sorular, oluşturulan gruplara paylaştırılmıştır. Gruplardan, kendilerine düşen matematiksel kavramları, tarihçeleri ile birlikte araştırmaları istenmiş ve onlara bu araştırma için dört haftalık süre verilmiştir. Bu dört haftalık sürenin her haftasında, grupların elde ettikleri kaynaklar, araştırmacılar

## yüksel dede - ziya argün

tarafından takip edilmiş, kavramlarla ilgili olan ve olmayan kaynaklar ayrıştırılmış ve ayrıca doğru ve uygun kaynak temini için araştırmacılar, gruplara gerekli rehberliği yapmaya çalışmıştır. Dört haftalık sürecin sonunda, gruplara verilen kavramlar, toplanan kaynakların ışığında sınıfta sunulmuştur. Gruplar, bu kavramları ilkönce kendi aralarında tartışmışlar ve kendi içlerinde anlaşmaya vardıldıktan sonra grup sözcüleri aracılığıyla fikirlerini sınıfla paylaşmışlardır. Daha sonra da, araştırmacı grupların fikirlerinden en uygun olanı (eksiği varsa araştırmacıların rehberliğinde tamamlanmıştır) ortak kararla sınıfça benimsenmiştir. Dönem sonunda da, dönemin başında uygulanan açık uçlu sorular tekrar sonest olarak uygulanmıştır. Yalnız, bu uygulamada sonestteki soru maddeleri ile öntestteki soru maddelerinin aynı olacağı, öğrencilere kesinlikle hissettirilmemiştir.

Bu araştırmanın kapsamı, öğrencilerin hazırlanan bu sorulardan önerme, küme, ispat, kesir, bağıntı ve oran-orantı gibi kavramları anlama düzeylerini belirlemeye çalışan 15 soru ile sınırlı tutulmuştur. Testin güvenilirlik çalışması, aynı üniversitenin aynı anabilim dalında okuyan 93 öğrenciye uygulanarak yapılmıştır. Testin güvenilirliği için Cronbach Alfa Katsayısı hesaplanmış ve .87 olarak bulunmuştur. Test bu şekliyle, öğretmen adayı öğrencilere 2002–2003 öğretim yılı bahar yarıyılında başında ve sonunda olmak üzere iki defa verilmiştir. Öğrencilere, testi cevaplamaları için ise 80 dakika süre verilmiştir. Testteki sorulardan bazıları ise aşağıda Tablo 1’de verilmiştir:

Tablo 1. Matematikte Temel Kavramlar Testi’ndeki Bazı Maddeler

Soru No	Madde
1	$x + 3 = 7$ ifadesi, önerme yerine açık önerme olarak adlandırılmıştır. Bu isimlendirme ile ilgili düşüncelerinizi yazınız
2	Olmayana Ergi Yöntemi’yle bir iddianın (teoremin) ispatından ne anladığınızı yazınız.
4	Dünyanın en büyük üç bankasının oluşturduğu topluluğa küme denilebilir mi? Niçin?
8	“Bir denklemin grafiği” sözcüğünden ne anlıyorsunuz?
10	“Benzerlik” sözcüğünü bir cümle ile açıklamak isteseydiniz bu cümlelerinizi nasıl ifade ederdiniz.
13	Kesir kavramı ile rasyonel sayı kavramı arasında ne gibi bir ilişki vardır? Açıklayınız.
14	Nokta, doğru, doğru parçası ve ışın kavramlarını birbirlerinden ayıran özellikleri belirtiniz.

## yüksel dede - ziya argün

Öğrencilerin, Matematik'te Temel Kavramlar Testi'ndeki soruları anlama düzeyleri ise aşağıda verilen Tablo 2 aracılığı ile belirlenmiştir.

Tablo 2. Matematik'te Temel Kavramlar Testi'ndeki Soruların Anlaşılma Düzeylerinin Betimlenmesi

Düzyey	Betimleme
0	Cevap Yok
1	Tamamen Yanlış
2	Konuya ilişkin başlangıç aşamasında matematiksel bilgiye sahip olma.
3	Matematiksel olarak problemin bazı yönlerini formüle etme, problemin bazı yönlerini anlama.
4	Problemi anlama. Çözüm için gerekli matematiksel bilgiyi kullanma. Problemin sonuçlarının bazı yönlerini gösterme.
5	Problemi tamamen anlama. Çözüm için gerekli matematiksel bilgiyi kullanma. Problemin sonuçlarını ve bağlantılarını gösterme.

### Verilerin İstatiksel Analizi

Araştırma verilerinin çözümlenmesinde, SPSS 10.0 paket programı kullanılmıştır. Öğrencilerin öntestten ve sontestten elde ettikleri puanların aritmetik ortalama ( $\bar{x}$ ) ve standart sapma (s) değerleri hesaplanmıştır. Öğrencilerin, öntest- sontestteki sorulara yönelik anlama düzeyleri ayrı ayrı belirlenmiş, frekans ve yüzde (%) değerleri ile verilmiştir. Öğrencilerin, Matematikte Temel Kavramlar Test'inden aldıkları puanların, öntest-sontest sonuçlarına göre anlamlı bir farklılık gösterip göstermediği de, bağımlı t-testi kullanılarak analiz edilmiştir.

yüksel dede - ziya argün

## BULGULAR ve YORUM

Bu bölümde, bulgular problemler ışığında sunulmuştur:

**Problem 1.** Öğretmen adayı öğrencilerin, matematikteki bazı temel kavramları anlama düzeyleri nedir?

Bu aşamada, öğrencilerin öntest ve sontest olarak kullanılan Matematik'te Temel Kavramlar Testi'nde bulunan sorulara yönelik anlama düzeylerini belirlemeye çalışan sorulardan bazıları detaylı bir şekilde ele alınmıştır. Bunlar, öğrencilerin önerme-açık önerme kavramlarına ve bu kavramlar arasındaki ilişkileri görebilme becerilerini ortaya çıkarmaya yönelik 1. soru, ispat kavramına yönelik bilgilerini ortaya çıkarmaya çalışan 2. soru, küme kavramına yönelik bilgilerini ortaya çıkarmaya çalışan 4. soru ve rasyonel sayı ile kesir kavramı arasındaki ilişkiyi görebilme becerilerini ortaya çıkarmaya çalışan 13. sorudur.

**Soru 1.**  $x+3=7$  ifadesi, önerme yerine açık önerme olarak adlandırılmıştır. Bu isimlendirme ile ilgili düşüncelerinizi yazınız.

Öğrencilerin, 1.soru için öntest-sontest puanlarına göre anlama düzeylerinin frekans dağılımlarını gösteren Tablo 3 aşağıda verilmiştir:

Tablo 3. Öğrencilerin, 1.Soruya Yönelik Öntest-Sontest Puanlarına Göre Anlama Düzeyleri Frekans Tablosu

Anlama Düzeyi	Test			
	Öntest		Sontest	
	f	%	f	%
0	12	25,5	3	5,9
1	27	57,4	-	-
2	3	6,4	1	2,0
3	2	4,3	6	11,8
4	-	-	6	11,8
5	3	6,4	35	68,6
Toplam	47	100	51	100

## yüksel dede - ziya argün

Tablo 3'e bakıldığında, öntestte 12 öğrencinin, sontestte ise 3 öğrencinin soruyu cevapsız bıraktığı görülmektedir. Öntestte, öğrencilerin en fazla dağılım gösterdiği düzey 27 öğrenci ile 1. düzey olurken aksine sontestte 1. düzeyde hiçbir öğrencinin bulunmaması dikkat çekicidir. Yine öntest puanlarına göre, 4. düzeyde hiçbir öğrenci bulunmaz iken 5. düzeyde yalnızca 3 öğrencinin olduğu da görülmektedir. Oysa, sontest puanlarına göre 35 (%68,6) öğrencinin 5. düzeyde olduğu görülmektedir. Bu verilerden öğretmen adayı bu öğrencilerin, matematiğin en temel ve basit kavramlarından birisi olan ve ilköğretim 7. sınıftan itibaren öğrenmeye başladıkları ve öğretmeye de başlayacakları önerme ve açık önerme kavramlarına yönelik anlama düzeylerinin çok düşük olduğu görülmektedir. Ayrıca, öğrencilerin cevaplarından önerme ve açık önerme kavramlarının tanımlarına yönelik kısmi bilgilere sahip oldukları ancak bu kavramlar arasındaki ilişkileri göremedikleri de tespit edilmiştir. Öğrencilerin bu soruya verdikleri cevaplardan (öntest) bazıları aşağıda verilmiştir:

$x + 3 = 7$  doğru yada yanlış olduğu bilinen ifadelerdir. Açık önerme doğru veya yanlış olduğu kesin bilinen ifadelerdir.

$x + 3 = 7$ , açık önerme ifadesi yanlış olarak kullanılmıştır. Çünkü  $x$  yerine gelecek sayı bellidir ve tektir.

İspatı kolay ve açıkça görülebilen bir ifade olduğundan açık önerme olabilir.

$x + 3 = 7$  ifadesi önerme olmadığı halde bir açık önermedir. Çünkü bu ifadeyi gerçekleyen  $x = 4$  gibi bir çözüme sahiptir ve bir denkleme gösterir. Açık önermelerden bir denklem elde edilir.

$x + 3 = 7$ . Bu ifadede  $x$  in değeri açık olduğundan bu ifade açık önermedir. Yani  $x$  herhangi bir ifadenin etkisinde değildir.

Sontest sonuçları ise öntestteki bu olumsuz durumu giderici mahiyettedir. Aşağıda verilen Tablo 4'de ise öğrencilerin 1. sorudan aldıkları puanların önteste ve sonteste göre anlama düzeylerinin ortalaması ve standart sapmaları verilmiştir.

Tablo 4. Öğrencilerin, 1.Soruya Yönelik Öntest-Sontest Puanlarına Göre Anlama Düzeylerinin Ortalaması Tablosu

Test	N	$\bar{x}$	s
Öntest	47	1,15	1,23
Sontest	51	4,29	1,33

Tablo 4' e göre, 1. soru için öğrencilerin son testten aldıkları puanların aritmetik ortalaması ( $\bar{x} = 4,29$ ) iken ön testten aldıkları puanların aritmetik ortalaması ise ( $\bar{x} = 1,15$ ) tir. Bu veriler de, öğrencilerde bu soru için iki test sonucunda meydana gelen gelişmeyi çok açık bir şekilde ortaya koymaktadır.

**Soru 2.** Olmayana Ergi Yöntemiyle bir iddianın (teoremin) ispatından ne anladığınızı yazınız.

Öğrencilerin, 2. soru için öntest-sontest puanlarına göre anlama düzeylerinin frekans dağılımlarını gösteren Tablo 5 aşağıda verilmiştir:

Tablo 5. Öğrencilerin, 2. Soruya Yönelik Öntest-Sontest Puanlarına Göre Anlama Düzeyleri Frekans Tablosu

Anlama Düzeyi	Test			
	Öntest		Sontest	
	f	%	f	%
0	-	-	3	5,9
1	12	25,5	-	-
2	35	74,5	5	9,8
3	-	-	-	-
4	-	-	1	2,0
5	-	-	42	82,4
Toplam	47	100	51	100

Tablo 5'den görüldüğü gibi, öntest sonuçlarına göre öğrencilerden hiç birisi, 0., 3., 4. ve 5. düzeyde değildir. Bu durumda, öğrencilerin hazırbulunuşluk düzeylerinin çok düşük olduğunu göstermektedir. Halbuki, öğretmen adayı bu öğrenciler bir iddianın ispatının Olmayana Ergi Yöntemi'yle yapılabileceğini, üniversite eğitimleri hatta lise eğitimleri süresince

## yüksel dede - ziya argün

görmektedirler. Öğrencilerin bu soruya verdikleri cevaplardan (öntest) bazıları aşağıda verilmiştir:

Olmayan bir ifade varmış gibi göstererek ispat yapmak.

İspat edilecek ifade dışındaki ifadelerin yanlış olduğunu ispat ederek teoremin ispatını yapma.

Olmayana ergi yoluyla bir teoremin ispatından bilinen doğruları kullanarak bilinmeyenlere ulaşılmasını anlıyorum.

Bir teoremin ispatında teoremin tersinin doğruluğunu ya da yanlışlığını ispatlayarak asıl teoremimizi ispatlarız.

Sontest sonuçları sonucunda ise 42 öğrencinin (%82,4) 5. düzeyde olduğu belirlenmiştir. Öğrencilerin sontest puanlarındaki artış, aşağıda verilen Tablo 6'dan da açık bir şekilde görülmektedir.

Tablo 6. Öğrencilerin, 2. Soruya Yönelik Öntest-Sontest Puanlarına Göre Anlama Düzeylerinin Ortalaması Tablosu

Test	N	$\bar{x}$	s
Öntest	47	1,74	0,44
Sontest	51	4,3	1,43

**Soru 4.** Dünyanın en büyük üç bankasının oluşturduğu topluluğa küme denilebilir mi? Niçin?

Öğrencilerin, 4. soru için öntest-sontest puanlarına göre anlama düzeylerinin frekans dağılımlarını gösteren Tablo 7 aşağıda verilmiştir

Tablo 7 den görüldüğü gibi, öntest sonuçlarına göre öğrencilerin, yaklaşık yarısının 4. ve 5. düzeyde oldukları (%46,8) görülmektedir. Diğer yarısının da, 1.ve 2. düzeyde (%53,2) olduğu görülmektedir. Küme kavramının, çok küçük yaşlardan beri öğrenildiği düşünüldüğü zaman bu verilerin beklenenin altında olduğu ortaya çıkmaktadır. Sontest sonuçları sonucunda ise 48 öğrencinin (%94,1) 5.düzeyde olduğu görülmektedir.

## yüksel dede - ziya argün

Öğrencilerin testlerden aldıkları puanlardaki artış, aşağıda verilen Tablo 8'den de açık bir şekilde görülmektedir.

Tablo 7. Öğrencilerin, 4. Soruya Yönelik Öntest-Sontest Puanlarına Göre Anlama Düzeyleri Frekans Tablosu

Anlama Düzeyi	Test			
	Öntest		Sontest	
	f	%	f	%
0	-	-	3	5,9
1	23	48,9	-	-
2	2	4,3	-	-
3	-	-	-	-
4	1	2,1	-	-
5	21	44,7	48	94,1
Toplam	47	100	51	100

Tablo 8. Öğrencilerin, 4. Soruya Yönelik Öntest-Sontest Puanlarına Göre Anlama Düzeylerinin Ortalaması Tablosu

Test	N	$\bar{x}$	s
Öntest	47	2,89	1,97
Sontest	51	4,71	1,19

Öntestten elde edilen veriler, küme kavramının tanımın ve özelliklerinin öğretmen adayları öğrenciler tarafından öğrenilemediğini ve anlaşamadığını göstermektedir. Bu duruma örnek olabilecek öğrenci cevaplarından bazıları aşağıda verilmiştir:

Bu üç bankanın oluşturduğu kümeler evrensel kümenin alt kümesi olduğundan evet kümedir.

Evet. Çünkü küme içinde aynı özelliğe sahip bankaların topluluğu söz konusu.

Dünyanın en büyük 3 bankasının oluşturduğu topluluğa küme diyebiliriz. Çünkü her birini farklı olarak isimlendirerek bir küme elde edebiliriz

## yüksel dede - ziya argün

Evet denilebilir. Çünkü, bu bankaların oluşturduğu topluluk belirli elemanlardan oluşmaktadır. Bir kümenin küme olabilmesi belirli elemanları olması gerekir. Dolayısıyla bu üç bankanın oluşturduğu topluluk bir kümedir.

Yukarıdaki verilen cevaplara bakıldığında, bir kavramın tanımının ne kadar önemli olduğu ortaya çıkmaktadır. Bu noktada, ünlü matematikçi Poincare'nin aşağıdaki sözleri dikkat çekicidir:

*"İyi bir tanım, psikologlar ve bilim adamları için tanımlandığı bütün nesnelere uygulanan ve dayandığı mantıksal kuralları doğrulayan ifadelerdir. Fakat eğitimde bu şekliyle kullanılamaz. Eğitimde kullanılan iyi tanım, öğrencilerin anlayabileceği şekilde ifade edilebilen tanımdır"*(Akt: Tall, 1988:37).

**13. Soru.** Kesir kavramı ile rasyonel sayı kavramı arasında ne gibi bir ilişki vardır? Açıklayınız.

Öğrencilerin, 13. soru için öntest-sontest puanlarına göre anlama düzeylerinin frekans dağılımlarını gösteren Tablo 9 aşağıda verilmiştir:

Tablo 9. Öğrencilerin, 13. Soruya Yönelik Öntest-Sontest Puanlarına Göre Anlama Düzeyleri Frekans Tablosu

Anlama Düzeyi	Test			
	Öntest		Sontest	
	f	%	f	%
0	6	12,8	7	13,7
1	32	68,1	1	2,0
2	9	19,1	7	13,7
3	-	-	11	21,6
4	-	-	10	19,6
5	-	-	15	29,4
Toplam	47	100	51	100

Tablo 9'a bakıldığı zaman, öntest sonuçlarına göre hiç bir öğrencinin 2. düzeyden daha yükseğe çıkamadığı görülmektedir. Bu durum ise bu öğrencilerin hazır bulunuşluk düzeylerinin çok düşük olduğunu göstermektedir. Halbuki, rasyonel sayı ve kesir kavramları, matematik programlarının her seviyesinde (aşağı-yukarı) değişik dozlarda davranış olarak kazanılması gereken kavramlardan biridir. Ayrıca, öğretmen adayı

## yüksel dede - ziya argün

konumunda olan bu öğrenciler, kesir ve rasyonel sayı kavramlarını çok yakın bir gelecekte öğrencilerine öğretmek zorunda da kalacaklardır. Bu ise olayın başka bir boyutudur. Öğrencilerin cevaplarından (öntest), rasyonel sayı ile kesir kavramı arasındaki ilişkiyi oluşturamadıkları hatta bu iki kavram arasında bir ilişkinin olabileceği hakkında bir fikirlerinin dahi olmadığı anlaşılmaktadır. Aşağıda, bu duruma örnek olacak bazı öğrencilerin cevapları verilmiştir:

Kesir ile rasyonel sayı birbiriyle ilişkilidir. Kesir konusu anlatılırken rasyonel sayıya, rasyonel sayı anlatılırken kesir konusuna dönüş yapılarak anlatım yapılır.

Rasyonel sayılar tamsayılar arasındaki sayılardır.  $\frac{a}{b}$  şeklinde ifade edilir. Kesir kavramı da tam olmayan sayıların gösteriminde kullanılır.

Kesir kavramı ile rasyonel sayı kavramı arasındaki ilişki kesrin tam sayılarda kullanılması ve rasyonel sayıların tamsayıları kapsamasıdır.

Kesir bütünün parçalara ayrılmasıdır. Rasyonel sayı ise bütünün ne kadarıyla bizim işimiz olduğunu söyler.

Sontest sonuçlarından ise öğrenci cevaplarının, her bir anlama düzeyine de dağıldığı görülmektedir. Ancak, burada 7 (%13,6) öğrencinin 0. anlama düzeyinde olduğu görülmektedir. Bu durumun, bu öğrencilerin bu kavramların tartışıldığı derse katılmamalarından kaynaklandığı düşünülmektedir.

**Problem 2.** Öğretmen adayı öğrencilerin, Matematikte Temel Kavramlar Testi'nden aldıkları puanların aritmetik ortalamaları, öntest-sontest sonuçlarına göre anlamlı bir farklılık göstermekte midir?

Öğrencilerin, Matematikte Temel Kavramlar Testi'nin tamamı üzerinden aldıkları puanların, öntest-sontest sonuçlarına göre anlamlı bir farklılık gösterip göstermediği bağımlı t-testi kullanılarak analiz edilmiş ve sonuçlar aşağıda Tablo 10'da verilmiştir.

Tablo 10. Matematikte Temel Kavramlar Testi'nin Öntest-Sontest Puanlarının Farklılığı

Test	N	$\bar{x}$	s	t	p
Öntest	47	1,85	,54	14,90	,00
Sontest	47	4,08	,91		

## yüksel dede - ziya argün

Tablo 10'a göre, Matematikte Temel Kavramlar Testi'nin öntest-sontest puanları arasında, sontest lehine anlamlı bir farklılık vardır ( $p < .05$ ). Matematikte Temel Kavramlar Sontesti'nin puanlarının aritmetik ortalaması 4,08 iken, Matematikte Temel Kavramlar Öntesti'nin puanlarının aritmetik ortalaması 1,85 dir. Bu veriler, öğrencilerin 14 haftalık bir eğitim sürecinin sonunda, kendilerine öğretilen bazı matematiksel kavramları (küme kavramından, integral kavramına kadar) daha iyi anladıklarını, kavramlar arası geçişleri ve bağlantıları daha iyi gördüklerini göstermektedir.

## SONUÇ ve ÖNERİLER

Matematik öğretiminin temelinde, matematiksel kavramların öğretimi yatmaktadır. Matematiksel kavramlar ise ardışık ve aşamalı bir sıra takip etmektedir. Bu yüzden, bir kavramın öğrenilememesi veya eksik öğrenilmesi, bir sonraki aşamada öğrenilmesi gereken kavramın öğrenilmesini zorlaştırmaktadır. Bu nedenle, matematiksel kavramların ne olduğu daha önemlisi ne işe yarayacağını mutlaka bilinmesi gerekir. Aksi takdirde, sadece soyut tanımlarının bilinmesi, anlamlı öğrenmenin gerçekleşmesini sağlayamaz. Bu çeşit bir öğrenmenin olabilmesi için, matematiksel kavramların mutlaka alt ve üst kavramlarıyla olan ilişkilerinin ve birbirleriyle olan bağlantılarının ortaya konması gerekir. Bu araştırmanın sonuçlarından (öntest), öğretmen adayı öğrencilerin, matematiğin temel kavramlarından, bağıntı, küme, rasyonel sayılar, denklik sınıfı gibi kavramların soyut tanımlarını bile bilmekte zorlandıkları görülmektedir. Öğrencilerin, bu kavramlara yönelik anlama düzeylerinin düşüklüğü, yukarıda bulgular kısmında tartışılmıştır. Özellikle de, öğrencilerin matematiksel kavramlar arasındaki ilişkileri görme düzeylerini belirlemeye çalışan sorulardaki anlama düzeylerinin çok düşük oluşu dikkat çekmektedir. Örneğin, testteki 13. soru bu tip bir soru örneğidir. Bu soruda, öğrencilere kesir kavramı ile rasyonel sayı kavramı arasında ne gibi bir ilişkinin olduğu sorulmuştur. Verilen cevapların analizi sonucunda (öntest), hiç bir öğrencinin 2.düzyeyden daha yükseğe çıkamadığı görülmüştür. Hatta bu kavramlar arasında bir ilişki olduğundan bile haberdar olmadıkları belirlenmiştir. Hâlbuki öğretmen adayı bu öğrencilerden, rasyonel sayı ve kesir kavramlarını, ilköğretimin en alt kademelerinden başlayarak bugüne kadar değişik düzeylerde davranış olarak kazanmış olmaları beklenmektedir. Ayrıca, yakın bir gelecekte de bu kavramları öğretici konumunda olacaklardır. "Matematik'te Temel Kavramlar" adı altında okutulan seçmeli bir dersin sonucunda yapılan sontest sonuçlarında ise öğrencilerin anlama düzeylerinin yükseldiği görülmektedir. Ayrıca, öntest-sontest puanları arasında da anlamlı bir farklılığın olduğu belirlenmiştir. Gerçi, testler arasında böyle bir anlamlı

## yüksel dede - ziya argün

farklılığın olması beklenen bir gelişmedir. Ancak buradaki amaç, bu öğrencilerin ilköğretimin ilk kademelerinden itibaren bu kavramları görmelerine rağmen, öntest sonuçlarına göre anlama düzeylerinin çok düşük olduğunun ortaya konması ve bu olumsuz durumun giderilmesi için yukarıda bahsedilen seçmeli bir dersin okutulmasının yararlı olacağının gösterilmesidir.

Bu araştırmanın sonucunda ise aşağıdakiler önerilebilir:

- Matematiksel kavramların sadece soyut tanımlarının verilmesi, anlaşılabilirliği için yeterli değildir.
- Öğretilen her matematiksel kavramın, öğretimdeki amacın ne olduğu ve ne işe yarayacağını belirtmesi, anlaşılmasına yardımcı olabilir.
- Öğretilen matematiksel kavramın, alt ve üst kavramlarıyla ve başka kavramlarla olan ilişkileri ortaya konmalıdır.
- Öğretmen adayı öğrencilerin, matematikteki temel kavramlara yönelik eksikliklerinin giderilmesi için, programdaki seçmeli derslerden birinin bu mahiyette olması faydalı olur.

## KAYNAKÇA

- Biehler, R., Scholz, R., Strasser, R. ve Winkelmann, B. (1993). Reflections on mathematical concepts as points for mathematical thinking. *didactic of mathematics as a scientific discipline*, Dordrecht. Boston: London, 61-72.
- Damerow, P. (1986). *Abstraction and representation: essays on the cultural evolution of thinking*: Kluwer: Dordrecht.
- Even, R. (1988). Pre-service teachers' conceptions of the relationships between functions and equations. *PME XII.*, July, Hungary, 20-25.
- Lansdell, J. M. (1999). Introducing young children to mathematical concepts: problem with "new" terminology. *Educational Studies*, vol. 25, no. 3, 327 - 333.

## yüksel dede - ziya argün

- Lind, K. (1998). First experiences in science, mathematics and technology; science in early childhood: developing and acquiring fundamental concept and skills. <<http://www.project2061.org/newsinfo/earlychild/experience/lind.htm>>, (6 Ağustos 2001 tarihinde alınmıştır).
- McCormick, R. (1997). Conceptual and procedural knowledge. *International Journal of Technology and Design Education* 7: 141-159.
- Senemoğlu, N. (1998). *Gelişim, öğrenme ve öğretim kuramdan uygulamaya*. Ankara: Özsen Matbaası.
- Star, J. (2002). Re-"Conceptualizing" procedural knowledge in mathematics. *ED* 472 948.
- Swadener, M. ve Soedjadi, R. (1988). Values, mathematics education and the task of developing pupils' personalities: An Indonesian Perspective. *Educational Studies In Mathematics. Vol. 19*, No: 2, May, 193-208.
- Tall, D. (1988). Concept image and concept definition. *Senior Secondary Mathematics Education. QW&OC Utrecht*, 37 - 41
- Toumasis, C. (1995). Concept worksheet: an important tool for learning. *The Mathematics Teacher*. February, vol. 88, no.2, 98-100.
- Williams, C. (1998). Using concept maps to assess conceptual knowledge of function. *Journal for Research in Mathematics Education, vol. 29*, no 4, 414-421.

## İletişim:

Yrd. Doç. Dr. Yüksel DEDE  
Cumhuriyet Üniversitesi, Eğitim Fakültesi,  
İlköğretim Bölümü, Matematik Eğitimi Anabilim Dalı, Sivas  
Tel: 0346 2191010/1878-1889  
E-posta: ydede@cumhuriyet.edu.tr

Prof. Dr. Ziya ARGÜN  
Gazi Üniversitesi, Gazi Eğitim Fakültesi,  
OFMAE, Matematik Eğitimi Anabilim Dalı, Ankara  
Tel: 0312 2126470/3918  
E-posta: ziya@gazi.edu.tr