

İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Hacim Ölçmede Birim Kullanmaya Yönelik Kavrayışları

Yasemin ESEN^{a1}, Erdinç ÇAKIROĞLU^b

^aKocaeli Üniversitesi

^bOrtadoğu Teknik Üniversitesi

Özet: Bu çalışmada öğretmen adaylarının hacim ölçmede birim kullanmaya yönelik kavrayışları incelenmektedir. Nitel yöntemlerin kullanıldığı bu araştırmanın örneklem uzayı 24 öğretmen adayından oluşmaktadır. Öğretmen adaylarının hacim ölçmede standart olmayan birim kullanmaya yönelik kavramsal yapıları görüşmeler yoluyla belirlenerek betimlenmeye çalışılmıştır. Bu amaçla dikdörtgenler prizması şeklindeki bir cismin standart olmayan ölçme birimi ile ölçülmesi sırasında bir öğrencinin geliştirebileceği çözümlerden birisi öğretmen adaylarına verilmiştir. 24 öğretmen adayından senaryoda verilen çözümü incelemeleri, öğrencinin geliştirdiği yaklaşımın doğruluğunu değerlendirmeleri istenmiştir. Bu esnada hacim ölçmeyle ilgili düşünceleri ile standart olmayan birimlerle hacim ölçmeye yönelik yaklaşımları sorgulanmıştır. Öğrenci cevabı olarak kurgulanan yanlış yaklaşım öğretmen adaylarının bazıları tarafından fark edilmiş ve hatta öğrenci yaklaşımındaki yanlışlığın öğretmen adayları tarafından da tekrar edildiği gözlemlenmiştir.

Anahtar Kelimeler: Öğretmen adayları, matematik öğretimi, hacim ölçme, standart olmayan birim, somut bilgi, işlemsel bilgi, kavramsal bilgi

GİRİŞ

Öğretimin niteliğindeki en belirleyici unsur öğretmenlerdir. Bu nedenle öğretmenlerin hangi özelliklerinin öğretim sürecine daha fazla katkı sağladığını anlamak önem kazanmaktadır. 1960'lı yıllardan bu yana araştırmacıların ilgisini çeken öğretmenlik bilgisi kavramı yıllar boyunca hem kuramsal açıdan hem de araştırma yöntemleri açısından çok fazla değişiklik geçirmiştir. Önceleri öğretmenlerin sahip olmaları gereken yeterlilikler teknik ayrıntılarıyla davranışlar olarak ifade edilmiştir (TED, 2009). Fakat Shulman (1986) çalışmasında o döneme kadar yapılan çalışmaların öğretmenlerin gözlenebilir özellikleri üzerine kurulu olmasına karşı çıkmış ve öğretmenlik üzerine yapılan çalışmaların öğretmenlerin düşünme yapılarından bağımsız olmasını eleştirmiştir. Aynı şekilde Leinhardt (1990) öğretmenlik bilgisini öğretmenlerin gözlemlenebilir belli davranışlarına, alan bilgisine yönelik sınavlardan aldıkları puanlara veya öğrencilerinin başarı puanlarına göre değerlendirilmesinin hatalı sonuçlar üretebileceğine vurgu yapmıştır. Bu doğrultuda Shulman, 1987 yılındaki çalışmasında öğretmenlik bilgisini tanımladığı ve alt alanlarını sınıflandırdığı yeni bir model sunmuştur. Shulman'ın çalışmaları ile birlikte, öğretmenlik bilgisi üzerinde çalışan araştırmacıların vardıkları ortak sonuç mühendislik, tıp doktorluğu gibi mesleklere benzer şekilde öğretmenlik mesleğinin kendine has bilgi alanının olduğu ve bu bilgi alanının her disiplin için farklı özellikler taşıması gerektiği yönündedir (Ball, Hill ve Bass, 2005; Ball, Lubienski ve Mewborn, 2001; Shulman, 1986 ve 1987). Öğretmenlik Bilgisi çok genel anlamı ile öğretmenlerin konu hakkında bilgi sahibi diğer yetişkinlerden farklı olarak, sahip olmaları gereken bilgi alanları ile tanımlanmaya ve sınırlandırılmaya çalışılmaktadır. Öğretmenlik bilgisinin en temel bileşenlerinden birisi alan bilgisidir. Shulman (1986) alan bilgisini, ilgili disiplindeki temel doğruları, algoritmaları, kavramaların anlamları ve birbirleri ile ilişkilerini, kısacası ilgili alana dair bilgiler ve bu bilgilerin organizasyon şemasının tümü olarak tanımlamıştır.

Matematik öğretmenliği için tanımlanan öğretmenlik bilgisinin de en temel bileşenlerinden birisi matematik alan bilgisidir (Ball, 1988; Ball, Hill ve Bass, 2005) ve matematik öğretiminin etkili olabilmesi için öğretmenlerin sahip oldukları matematik bilgilerinin hem ilişkisel hem de derinlemesine bir yapı göstermesi gerektiği vurgulanmaktadır (Ball, 1988; Ball ve Bass, 2003; Ball, Lubienski ve Mewborn, 2001; Hill, Rowan ve Ball, 2005; Even, 1993; Ponte ve Chapman, 2006). Matematik öğretiminde kilit rol oynayan matematik alan bilgisinin, öğretmen adayları tarafından nasıl anlamlandırıldığı gereken önemli

¹ İletişim: yesen@metu.edu.tr
MED Sayı 1

konulardandır (Adler, Ball, Krainer, Lin ve Novatna, 2005). Matematik alan bilgisinin temel olarak *içeriksel bilgi ve sözdizimsel bilgi* yapılarından oluştuğu ifade edilmektedir (Rowland ve Turner, 2008). *İçeriksel Bilgi* alana özgü kavramlar, prensipler, kilit noktalar ve genel olarak alandaki bilginin doğruluğunu açıklamaya yarayan bilgilerin tümünü içermekte iken; *Sözdizimsel Bilgi* kavramların doğası, yeni bilgilerin nasıl oluştuğu, yeni bilgilerin toplum tarafından kabul edilme süreçlerinin tümünü içermektedir. İçeriksel Bilgi kapsamında öğretmenlerden ‘matematik yapmalarının’ yanı sıra karşılaştıkları bir bilginin doğruluğunu test edebilmeleri, bir işlemin altında yatan matematiksel algoritmayı, bir kavramın diğer kavramlarla olan ilişkisini açıklayabilmeleri beklenmektedir (Ball, 1988).

İlköğretim matematik öğretim programında yer alan ölçme öğrenme alanı doğası gereği matematiksel pek çok kavramla–kesirler, ondalık kesirler, geometri ve sayılarla işlemler vs– ilişkilidir. Ayrıca gerçek hayattaki modellerin birebir gözlenebildiği ve bu modeller üzerinde incelemeler yapılabildiği için matematiğin gerçek hayat ile ilişkilendirilmesine olanak sağlaması bakımından önemlidir (Lehrer, 2003). Battista (2007) hacim kavramının öğretimi sırasında matematiksel kavramların anlamlandırılması, içselleştirilmesi ve kavramların ilişkilendirilmesinin önemine vurgu yapmaktadır. Bu noktada özellikle hacim kavramının doğrudan “*en x boy x yükseklik*” formülü ile bağdaştırılmasının öğrenciler için hacmin kavramsallaşmasının önüne geçtiğine dikkat çekmektedir (Battista ve Clements, 1996). Zembat (2010) ilköğretim öğrencilerinin hacim ölçme ile ilgili sadece “*en x boy x yükseklik*” formülüne bağlı kaldıklarını ve kavramsal olarak hacim hesabında yanlış genellemeler ve hatalar yaptıklarına dikkat çekmektedir.

Ölçmeyle ilgili kavramların içselleştirilmesi ve anlamlı öğrenmenin sağlanması için birim kavramı önemlidir (Wilson ve Rowland, 1993). Birim kavramı ölçülecek nesne veya olgu ile ölçüm arasında doğrudan bir köprü kurmaktadır (Hiebert, 1981). Bu anlamı ile, birim kavramı ölçme kavramının altında yatan temel düşünceyi temsil etmektedir. Hiebert’e (1981) göre ölçme kavramının anlamlı olarak öğrenilmesi ve içselleştirilmesi büyük oranda birim kavramının anlaşılması ile ilişkilidir.

Bu noktadan hareketle çalışmamızda öğretmen adaylarının hacim kavramı ile ilgili yaklaşımları araştırmaya değer bulunmuştur. Bu kapsamda öğretmen adaylarının hacim ölçmede standart olmayan birim kullanmaya yönelik kavramsal yapılarının görüşmeler yoluyla belirlenmesi amaçlanmıştır ve çalışmada aşağıdaki sorulara cevap aranmıştır.

- 1) İlköğretim matematik öğretmen adaylarının hacim ölçmede birim kullanmaya yönelik kavrayışları nasıldır?
- 2) İlköğretim matematik öğretmen adaylarının hacim ölçme işlemi ile ilgili somut, işlemsel ve kavramsal bilgi düzeyleri nasıldır?

YÖNTEM

Yapılan bu çalışma esasında daha kapsamlı bir test geliştirme çalışmasının alt parçası olarak tasarlanmıştır. Görüşmelerdeki esas amaç çoktan seçmeli olarak düzenlenmiş soruların nasıl çalıştıklarını görmek, sınavı alan kişilerce soruların nasıl anlamlandırıldıklarını ortaya çıkarmaktır. Bu sürecin bir parçası olarak öğretmen adaylarına daha önce almış oldukları test tekrar verilmiş ve belirli bir süre içinde tekrar gözden geçirmeleri istenmiştir. Görüşmeler sırasında katılımcılara sorulan sorulardan bir tanesinin detaylı analizi bu çalışmanın kapsamını oluşturmaktadır. Bu çalışmada nitel araştırma teknikleri kullanılmış, öğretmen adaylarının hacim ölçmede standart olmayan birim kullanmaya yönelik kavramsal yapıları görüşmeler yoluyla belirlenerek betimlenmeye çalışılmıştır.

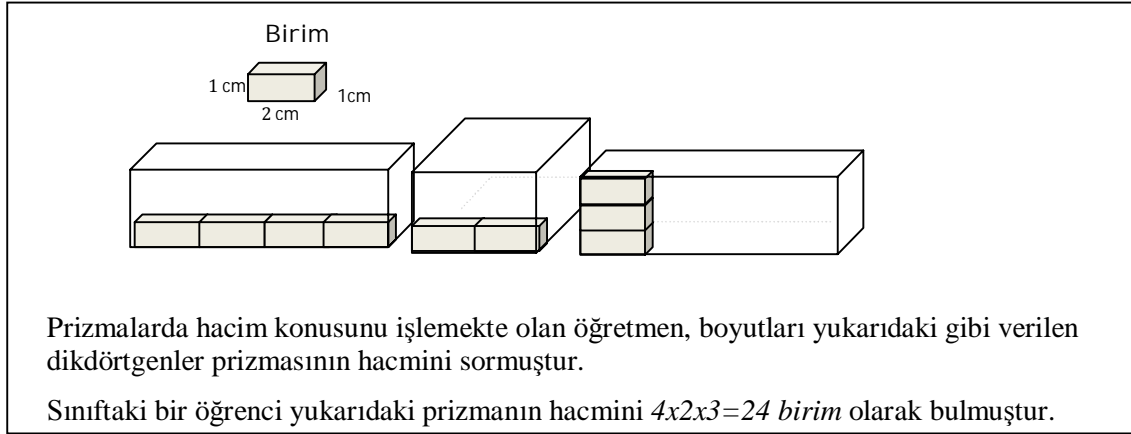
1. Çalışma Grubu:

Bu çalışmaya 2010-2011 Eğitim Öğretim yılı güz döneminde Ankara’da bir devlet üniversitesinde 4. sınıfa devam eden 24 (8 erkek, 16 kız) ilköğretim matematik öğretmen adayı katılmıştır. Öğretmenlik programının son senesinde olan öğretmen adayları bu araştırma için uygun bir çalışma grubunu oluşturmaktadır, çünkü verilerin toplandığı zamana kadar almaları gereken matematik öğretimi ile ilgili derslerini (Özel Öğretim Yöntemleri I- II) tamamlamışlar ve bu çalışmanın yapıldığı dönemde okul deneyimi dersine devam etmekteydiler. Katılımcıların genel not ortalamaları 2.03 ve 3.50 arasındadır (Medyan=2.69). Çalışmanın gerçekleştirildiği üniversitede özel öğretim yöntemleri dersinde ilköğretimde ölçme kavramının öğretimiyle ilgili bir ünite işlenmektedir. Bu derste genel olarak çeşitli matematik kavramlarında olası öğrenci düşünceleri ve kavram yanlışlıkları üzerinde durulmaktadır. Dolayısıyla

çalışma katılımcıların özel öğretim yöntemleri dersinden edinmiş olabilecekleri bilgi birikimlerini kullanma şansına sahip oldukları varsayılmıştır.

2. Veri Toplama Araçları:

Öğretmen adaylarının hacim ölçme konusundaki birim kullanmaya yönelik kavrayışlarını ortaya çıkarmak amacı ile Şekil 1’de sunulan örnek durum kullanılmıştır. Şekil 1’de sunulan örnek durumda herhangi bir öğrencinin standart olmayan ölçme birimi ile hacim ölçümü için geliştirebileceği bir çözüm yaklaşımı örneklendirilmiştir. Soruda dikdörtgenler prizması şeklindeki bir cismin üç ayrı açıdan görüntüsü verilmiş ve bu cismin ayrıtlarının verilen birim cinsinden ölçüleri şekil üzerinde gösterilmiştir. Aynı zamanda birim tanımlanırken birimin ayrıt uzunluklarının metrik değerleri de belirtilmiştir.



Şekil 1: Görüşmelerde Kullanılan Örnek Durum

Verilen soruda üç ayrı yönden görüntüsü verilen cismin hacmi 24 Birim olarak belirtilmiştir. Fakat ayrıtları 1 cm x 2 cm x 1 cm olan birimin, cisim içindeki konumlandırılması 1. ve 2. durum arasında tutarlı değildir. İlk yerleştirmeye göre ikinci durumda prizmanın küçük yüzüne aynı konumda 4 tane birim yerleşmesi beklenirken farklı konumlandırılarak 2 tane birimin yerleştiği görülmektedir. Soruda verilen öğrenci yanıtında öğrenci birimlerin bu şekilde bu konumlandırılmasını dikkate almadan formül kullanma alışkanlığı ile doğrudan hesaplama yapmıştır. Şekil 1’de sunulan örnek durum Battista’nın (2003) çalışmasından uyarlanmıştır.

Bu çalışma kapsamında öğretmen adaylarından Şekil 1’de verilen örnek durum üzerinde düşünceleri, öğrencinin geliştirdiği çözüm yöntemini incelemeleri, öğrencinin yaklaşımının doğruluğunu değerlendirmeleri istenmiştir. Birebir görüşmeye başlamadan önce örnek durumu anlamaları ve öğrenci yaklaşımını değerlendirmeleri için gerekli süre sağlanmıştır. Belirli bir süre içinde daha önceden yanıtlamış olduğu soruyu inceleyen adaylar ile yarı yapılandırılmış görüşme protokolü çerçevesinde birebir görüşmeler yapılmıştır.

Görüşme protokolü çerçevesinde adaylardan öncelikle örnek durumda verilen öğrencinin herhangi bir hatası olup olmadığı sorgulanmıştır ve yüksek sesli düşünceleri istenmiştir. Gelen cevapların yönlendirmesi ile hatanın varlığını teyit eden öğretmen adayları ile hatanın kapsamı ve olası kaynakları sorgulanmıştır. Bu sorgulamalar sonucunda ilköğretim matematik öğretmen adaylarının hacim ölçme konusundaki birim kullanmaya yönelik kavrayışlarının ortaya çıkarılmasına çalışılmıştır. Görüşmeler her bir öğretmen adayı ile aynı düzen içerisinde yapılmıştır.

3. Veri Analizi:

Yapılan bu çalışmada öğretmen adaylarının hacim ölçme ile ilgili matematiksel alan bilgilerinin ortaya çıkarılması hedeflenmiştir. Daha özeldir görüşmeler sırasında verilen hacim ölçme yaklaşımının doğruluğunu test etmeleri istenmiştir. Hacim ölçme ve hacim ölçme birimlerinin doğası, hacim ölçme işlemi ve hacim ölçme ile ilgili içeriksel bilgileri betimlenmeye çalışılmıştır.

Verilerin analizinde Leinhardt’ın (1990) ortaya koyduğu Anlama Teorisi’nden faydalanılmıştır. Leinhardt (1990) Teorisini; *sezgisel bilgi*, *somut bilgi*, *işlemsel bilgi* ve *kavramsal bilgi* olmak üzere 4 farklı bilgi tanımı üzerinde kurmaktadır. Çalışmanın sonuçları incelenirken öğretmen adaylarının ifadeleri bu bilgi tanımları kapsamında kodlanmıştır. Fakat, çalışmada yer alan katılımcıların üniversite öğrencileri olmaları nedeniyle sezgisel bilginin ayrıştırılmasına çalışma kapsamında gerek görülmemiştir. Sezgisel

bilgi dışındaki kalan somut, işlemsel ve kavramsal bilgi tanımları veri analizinin genel çerçevesini oluşturmaktadır.

Somut Bilgi: Leinhardt'a (1988) göre bu bilgi matematiksel kavramlarla ilgili görseller dahil somut materyaller yardımı ile edinilmektedir. Bahsi geçen somut materyaller, birim küpler ya da onluk taban blokları gibi ders ortamlarında kullanılan akademik amaçlı malzemeler olabileceği gibi küp şeker, tuğla, eşya paketleri gibi günlük hayatta karşılaşılan materyaller de olabilmektedir.

İşlemsel Bilgi: İşlemsel bilgi öğretim sürecinde elde edilen formel bilgi alanlarından birisidir ve matematiksel algoritmalar, işlem becerileri ve formül bilgilerini içermektedir (Leinhardt, 1990). Eksikliğinde her ne kadar kavramsal bilgi eksikliğine dair çıkarımlar yapıyor olsa da, bu bilginin varlığı kavramsal bilginin varlığını gerektirmemektedir (Leinhardt, 1988).

Kavramsal Bilgi: Leinhardt (1990) kavramsal bilgiyi öğretilen bir bilgidен çok, kişiye özel ve kişinin kendisinin oluşturduğu, doğru, yanlış ya da eksik bilgilerin bütünü olarak tanımlanmaktadır. Leinhardt, bilgi alanlarının hepsinin yapısal olarak hiyerarşik bir düzende olmasa bile birbirleri ile yakından ilişkili olduğunu ifade etmiştir.

Daha önce belirtildiği üzere yapılan bu çalışmanın veri analizinde Leinhardt'ın ortaya koyduğu bilgi tanımları genel çerçeve olarak belirlenmiştir. Tablo 1'de bu bilgi alanları kapsamında hangilerinin kodlandığı özetlenmektedir. Örnek durum üzerinde yapılan görüşme kayıtları deşifre edilerek, iki araştırmacı tarafından araştırma sorularına yönelik olarak fikir birliğine varılarak kodlanmıştır.

Tablo 1: Analiz sırasında kodlanan bilgi tanımları ve içerikleri

<i>Bilgi</i>	<i>İçerik</i>
Somut Bilgi	Hacim ölçümünün birimlerin birbiri ile çakışmadan ve birbirleri arasında boşluk kalmadan ardışık dizilerek ölçülmesi Birimlerin arasında boşluk kalmadan ve çakışmadan yerleştirilmesinin hacim ölçmeyle ilişkisi Hacmi ölçmede standart ve standart olmayan birimlerin kullanımı
İşlemsel Bilgi	Dikdörtgenler prizmasında hacim hesaplama formülü ($H= e \times b \times y$) Hacim ölçme birimleri arasındaki ilişki
Kavramsal Bilgi	Hacim ölçümünün hangi fiziksel özelliğe karşılık geldiği Standart olmayan birimlerle yapılan ölçümlerde toplam birim sayısının anlamı Hacim hesaplama formülünün anlamı

BULGULAR

Bu bölümde yapılan çalışmanın bulguları öğretmen adaylarıyla yapılan görüşmelerin kesitleriyle örneklendirilecektir. Bu bölümde verilen isimler katılımcıların gerçek isimleri değildir, cinsiyet bilgisi gözetilerek katılımcılar farklı isimlerle belirtilmiştir.

Yapılan bu çalışmanın sonucunda öğrenci cevabı olarak kurgulanan yanlış yaklaşım, öğretmen adaylarının bazıları tarafından fark edilmemiş ve öğrenci yaklaşımındaki yanlışlığın bu katılımcılar tarafından tekrar edildiği gözlenmiştir. Görüşme yapılan 24 öğretmen adayı arasında örnek durumda verilen öğrenci hatasını tespit edebilen öğretmen adayı sayısı sadece 7'dir. Verilen öğrenci durumundaki hatayı tespit edebilen öğretmen adaylarının sadece 2 tanesi hatanın kaynağı hakkında geçerli bir yorum yapabilmektedir.

Öğretmen adaylarına hacim ölçme işlemi ile ilgili Şekil 1'deki durum yöneltildiğinde 24 adayın yarıdan fazlası aşağıda görüşme kesiti verilen Ayşe ile benzer şekilde ayrıt uzunluklarını gösteren birim sayılarını çarparak sonuca ulaşmak istedikleri gözlemlenmiştir. Diğer bir deyişle, öğretmen adayları ayrıt uzunluklarını gösteren birim sayılarını çarparak, sonucun $4 \times 2 \times 3 = 24$ birim olarak bulunabileceğini düşünmektedir.

Ayşe: eğer ben birimi bu şekilde kabul ediyorsam sonuç doğru. Birimiz her zaman birim küplerden oluşmak zorunda değil. Yani dikdörtgenler prizması da olabilir ama bulduğum sonucu birim cinsinden ifade etmem gerekiyor[verilen örnek durumdaki hacim bulma işlemi yapıyor] 4, 8 ; 8 kere 3, 24 ..[sonucu bu şekilde] bulabilirim..

Ayşe örneğinde olduğu gibi hacim bulmaya işlem odaklı yaklaşan adayların hemen hepsi hatanın kaynağının hacim ölçümünde kullanılan birim ile sonucun ifade edilmesinde kullanılan birim arasındaki tutarsızlıkta olabileceğini belirtmiştir. Tuba'nın ifade ettiği gibi işlemsel yaklaşan adayların tümü sonucu belirten birimle, ölçüm yapılan birim arasında tutarlılık olması gerektiğini vurgulamışlardır. Buna bağlı olarak Şekil 1'deki öğrenci yaklaşımında var olan hali ile hata olmadığını, eğer bir hata var ise muhtemel hata kaynağının bu tutarsızlık olabileceğini ifade etmişlerdir.

Tuba: Sonuçta [kullanılan birim ile sonucu ifade eden birim] arasında tutarlılık olması gerekir. Mesela sonucu 24 bulup sen cm^3 dediysen çok yanlış bir şey yapmış olursun ama birim³ dediği için yaptığı şey doğru bunu birim küp kabul ederek yapmış olabilir, ama soru kökünde eğer ki cm^3 [olarak] istediye tabi ki de sonucu cm^3 olarak bulmak gerekir.

Soruyu işlemsel açıdan inceleyen öğretmen adaylarından 2 tanesi örnek durumdaki öğrenci sonucunda bir hata olduğunu fark etmelerine rağmen hata kaynağını belirleme noktasında güçlük yaşamışlardır. Bu şekilde düşünen öğretmen adaylarından Gül'ün yaklaşımı aşağıda bir kesit olarak verilmiştir. Gül öğrencinin birim sayılarını çarparak bulmuş olduğu sonuç ile kendisinin cismin metrik ölçüleri ile hesapladığı sonuç arasında bir tutarsızlık olduğunu fark etmiştir. Fakat öğrencinin sonucu ile kendi sonucu arasındaki tutarsızlığın kaynağını belirlemek için ısrarlı davranmasına rağmen belirleyememiştir.

Gül: 24 birim³. Yani birim küp olarak doğru ama yani cm^3 olarak yani nasıl diyeyim. Yani cm^3 olarak hesaplayınca yanlış çıkıyor. İşte mesela [ayrıt uzunluklarını cm cinsine çeviriyor ve işlem yapıyor] 96 [cm^3] çıkıyor. Şu 24 birim demiş ya, şunu mesela birim de buymuş. Yani, mesela, cm olarak sorsaydı, yani bunun hacmi ne olurdu?[kullanılan birimin hacmini işaret ediyor] İki [cm^3] olurdu... Yani iki çarpı 24 dersin 48 [cm^3] çıkar ama hacmi 96 cm^3 .. Şey diyecektim öğrenci cevabi birim küp olarak bulduğu sonuç doğrudur diyecektim ama sonra böyle hesaplayınca 48 [cm^3] çıkıyor... Sonra yanıltır dedim. Yani bundan ikilemede kaldım.

Araştırmacı: Peki sence neden yanlış yapmış?

Gül: İşte bunu bilemiyorum. Doğru mu? İlk başta, doğru diye düşünmüştüm ama ... İşte birim küp cinsinden burada tek tek hesaplamış bunları ama. Şimdi şu an doğrudur dediğime yanıltır diyorum. İşte mesela 24 birim küp dedi. Bir tane birim küpün hacmi nedir, 2 [cm^3] çıkıyor buradan. O zaman ben 2 ile 24'ü çarparsam 48 [cm^3] çıkıyor. Yani böyle mi olmalı? Normalde 96 cm^3 çıkması lazım hacminin.

Gül standart olmayan birimlerle hacim ölçülebileceğini ve cismin ayrıt uzunluklarını gösteren birim sayıları ile hacim bulma işlemi yapılabileceğini düşünmesine rağmen, hacim ölçme kavramına işlemsel bir yaklaşım kullandığından hatanın kaynağını görüşme sırasında belirleyememiştir. Benzer şekilde katılımcıların büyük bir çoğunluğu verilen örnek duruma formül temelli yaklaşmışlar ve ayrıt uzunluklarının gösterimindeki hatayı gözden kaçırmışlardır.

Öte yandan çalışmaya katılan 24 öğretmen adayından sadece 2 tanesi verilen örnek duruma kavramsal yaklaşmıştır. Bu yaklaşımı gösteren öğretmen adaylarından Didem hacim ölçmeye birimlerin tekrarlı toplanması şeklinde bir yaklaşım sergilemiştir.

Didem: 4 tane burada var, 2 tane burada var, 3 tane de burada var... taneden 4 aldığına göre burada 4 sıra olacak.. 3 sırada yukarı doğru alacak .. 16 çarpı 3; 48 [birim] tane alır. [Görüşmede kullanılan örnek durumdaki sonuçla kendi bulmuş olduğu sonuç arasındaki çelişki yüzünden kısa bir süre bekledi.] Aaa şeyler farklı .. birim olarak alsa bile hani bu bir birim .. Şu diğer tabandaki birimle aynı değil.. aynıymış gibi düşünüyor burada birimleri.. yani şu iki cm olan kısmı burada bir birim alıyor.... [birimlerin farklı yönlerde yerleştirildiğini işaret ediyor.]

Didem hacim hesaplamasını birim dizilerinin tekrarlı toplanması şeklinde yaklaştığı için örnek durumdaki öğrenci yaklaşımındaki hatayı tespit edip, hatanın kaynağını belirleyebilmişlerdir.

Genel olarak öğretmen adayları hacim ölçerken standart olmayan birimler de kullanılabileceğini ifade ederek kavramsal bir yaklaşım sergilemelerine rağmen, hacim bulmayı ağırlıklı olarak işlem temelli yapmayı tercih etmişlerdir. Yapılan görüşmelerde öğretmen adaylarının hacim ölçme birimlerinin doğası

hakkında farklı kavrayışlarının olduğu gözlemlenmiştir. Neredeyse bütün adayların somut materyal kullanarak hacim ölçümü yaparken sorun yaşamadıkları gözlenmiştir. Katılımcılar hacim ölçerken farklı somut materyallerin kullanılabilmesi konusunda hemfikirdir. Fakat öğretmen adaylarının bir kısmı ölçümün ifade edilmesiyle ilgili farklı görüşler dile getirmişlerdir. Örneğin Esra, hacim ölçümünün cm^3 şeklinde ifade edilmesi gerektiğini düşünmektedir.

Esra: *Evet... birim küp deyince onun çevrilmesi gerektiğini düşünüyorum ben hemen... Aslında şimdi şu da mantıklı geldi... Çocuk birim küp cinsinden bulunduğu için sonuç doğru... Şunu [örnek durumda referans gösterilen birimi işaret ediyor] referans olarak yapmış. Sonuç doğru. Prizmaların hacimlerini verilen birim küp cinsinden de bulabiliriz ama cm^3 cinsinden bulmak daha mantıklı.*

Esra ile yapılan görüşmede standart olmayan birimler kullanarak hacim bulmaya yönelik bir sıkıntısı gözlemlenmemiştir. Fakat adayın hacim ölçümünün ifade edilmesi ile ilgili standart ölçme birimlerine doğru bir eğilim göstermesi dikkate değer bir noktadır. Esra ile benzer şekilde düşünen öğretmen adayları soruda kullanılan birimin metrik değerleri verildiği için cismin hacminin metrik değerler cinsinden bulunması gerektiğini ifade etmişlerdir. Örneğin Merve, öğrenci yaklaşımındaki hatayı standart ölçü birimleri yerine sonucun “birim” cinsinden ifade edilmesine bağlamıştır.

Merve: *[öğrenci] 4 çarpı 2 çarpı 3 hepsini birbiri ile çarpıyor 24 birim küp olarak buluyor. Ama burada [birim üzerindeki metrik değerleri göstererek] birimler verilmiş sonucu cm^3 olarak bulmalıydı.*

Araştırmacı: *Hacmi soruyor ama 24 birim buluyor çocuk. [Sence yanlış mı?]*

Merve: *Ama sadece cm^3 bulması gerekiyor işte.*

Araştırmacı: *Hacim sadece cm^3 mi ölçülür?*

Merve: *Evet... Değil mi?*

Bu çalışmada gözlenen ilginç bulgulardan bir tanesi de, sayısı az olmakla birlikte, bazı katılımcıların hacim ölçme kavramı ile cismin içine sığdırılabilen toplam birim sayısını farklı ele almalarıdır. Örneğin, Ali ve Zehra Şekil 1’de sunulan cismin içine 24 tane birim yerleştirilebileceğini ifade etmekte, fakat elde edilen bu sayıyı hacim kavramı ile ilişkilendirmede güçlük çekmektedirler. Hatta Ali’nin hacim hesaplamasını sadece standart ölçme birimleriyle ilişkilendirdiği aşağıdaki ifadelerinden anlaşılmaktadır.

Ali: *[birim ayrıtlarının uzunlukları] cm cinsinden verdiği için, öğretmen hacmi de herhalde cm^3 cinsinden ister. Çünkü ona göre cevap vermesi lazım.*

Araştırmacı: *Peki [hacmi] 24 birim bulması yanlış mı?*

Ali: *Aslında yanlış sonuç değil. Yani 24 birimden oluştuğunu buluyor sadece eksik olan şey hacim sorduğu zaman kaç cm^3 olduğunu sorduğu için, yani 24 le birde şeyi çarpacaktır yani normal şu cismin [birimin] hacmini çarpacaktır.*

Araştırmacı: *Çocuğun hacmi 24 birim bulması yanlış mıdır?*

Zehra: *24 birim yanlış değil. Hacmini doldurması için 24 birime ihtiyacımız var ama...Hacim ölçü birimi var sonuçta [standart birimleri kastediyor] onu kullanması gerekiyor.*

Hem Ali hem de Zehra cismin kapasitesinin 24 birim olduğunu teyit etmelerine rağmen hacim ölçümünün cm^3 birimi kullanılarak ifade edilmesi gerektiğini belirtmiştir.

Yapılan bu çalışmada gözlenen bulgulardan bir diğeri ise öğretmen adaylarının hacim ölçme sırasında kullanılan birimlere yönelik görüşleridir. Örneğin öğretmen adaylarından birisi hacim ölçümü sırasında kullanılacak birimin boyutuna dikkat çekmektedir. Mustafa görüşme sırasında birim kavramının kullanımına yönelik endişesini dile getirmiştir. Katılımcıya göre ölçüm ifade edilirken sayıların sonuna konulan “birim” ifadesi genel olarak tek boyutlu özellikleri, örneğin uzunlukları, ifade etmede kullanılmaktadır. Buna bağlı olarak hacim ölçme birimlerinin üç boyutlu olacak biçimde ifade edilmesi, yani “birim küp” biçiminden belirtilmesi gerekir..

Mustafa: *Prizmanın hacmini birim olarak bulursa yanlış olur.*

Araştırmacı: *Neden?*

Mustafa: Hacim şu kadar birim....24 ... yani burada birimden [ne] kastettiğini şey yapması gerekiyor. Yani 24 tane bu küçük tuğlacıklardandır diyorsa, doğru olur. Ama birim olarak düşündüğümüz [şey] uzunluk birimi ise yanlış olur. [Sayı örneğinden yola çıkarak birim kullanımındaki boyut kavramı ile ilgili düşüncesini açıklamaya çalışıyor,] sayının başında '+' yoksa sayı pozitifdir, yani birim dediyse uzunluk [tek boyutlu] olarak düşünülür genelde...

Bu kaygıyı her ne kadar Mustafa açık bir şekilde ifade etmiş olsa da, adayların pek çoğunun benzer şekilde bir düşünüyor olması muhtemeldir. Çünkü görüşme yapılan hemen hemen bütün öğretmen adayları Şekil 1'de hacim ölçme birimi "birim" olarak verilmesine rağmen yukarıda kesitleri verilen –örn, Esra, Merve, Tuba – katılımcılar görüşmeler sırasında sürekli "birim küp" ifadesini kullanmışlardır.

Hacim ölçme birimlerinin doğasına yönelik bir diğer dikkat çekici bulgu ise bir adayın hacim ölçme birimlerinin tamamını "birim küp" olarak algılamasıdır. Aşağıda görüşme kesiti verilen Zeynep, birim küp ifadesini hacim ölçme birimlerine verilen genel bir isim olarak algılamakta, fakat "birim küp" ifadesinin ayrıt uzunlukları birbirine eşit üç boyutlu bir şekle karşılık geleceğini göz ardı etmektedir.

Zeynep: Çocuk der ki; 2 cm^3 benim için bir birim küptür diyebilir. Sonra der ki, 12 tane sığıyor bunun içine 12 birim küptür. Onu da çevirmek istersek 2 ile çarparız 24 cm^3 tür deriz.

Araştırmacı: Birim küp ne demek?

Zeynep: Yani hacim olarak şu cismin[sorudaki birimi gösteriyor] hacmi. Verilen o cismin hacmi olarak alıyorum.

Araştırmacı: Peki, cm^3 ne demek?

Zeynep: cm^3 , 3 tane cm 'nin çarpımı [demek].. Genişlik, en ve yüksekliğin çarpımı [demek]....

Araştırmacı: Birim küp ne demek o zaman?

Zeynep: Birim küp de bir hacim demek aslında..

Araştırmacı: Nasıl?

Zeynep: Birim küp de aslında hacim yani şöyle söyleyeyim hocam. Birbirine dönüştürülebiliyor yani. Dedim ya birim küpü, cm^3 'e çevirebilirsin [ayrıt uzunlukları verildiği zaman..]

Araştırmacı: Mesela boyutları 3-4-5 olan bir birim küp olur mu?

Zeynep: Olur. Yani der ki, benim birim küpüme boyutları 3-4-5 olan bir şeydir. Atıyorum kare prizmadır .. Ya da ne bileyim dikdörtgenler prizmasıdır der.. Ve ben bunu 3-4-5 çarpımı 60, 60 cm^3 olarak alıyorum der mesela.

Araştırmacı: Birim ile birim küp arasında nasıl bir fark var?

Zeynep: Birim tek boyutlu mesela.. Birim küp hacim olarak veriyor yani üç boyutlu bir şey...

Araştırmacı: Birim küp deyince ayrıtları farklı uzunlukta olabilir o zaman?

Zeynep: Tabi yani.

Zeynep de yukarıda Mustafa'nın belirtmiş olduğu kaygıyı dile getirmektedir. Birim tek boyutlu bir kavramdır ve hacim ölçmek için üç boyutlu olan birim küp kavramına ihtiyaç olduğunu ifade etmektedirler.

Son olarak çalışmadaki ilgi çeken bir diğer bulgu ise, bir öğretmen adayı diğer 23 adayın aksine hacim ölçme birimi olarak kullanılacak materyallerin mutlaka küp şeklinde olması gerektiğini ifade etmiştir. Hatta örnek durumda verilen öğrenci yaklaşımındaki muhtemel hatanın kaynağının da $1\text{ cm} \times 1\text{ cm} \times 2\text{ cm}$ olarak verilen kare prizmanın hacim ölçme birimi olarak kullanılmak istenmesine bağlamıştır.

Ömer: Ha birim... cm düşünmemiş burada. Birim olarak almış. Bu mantıksız. Birim olarak baktığı yerin bir kenarı 2 cm bir kenarı 1 cm .

Araştırmacı: Kare prizma şeklindeki birimler kullanarak hacim bulabilir miyim?

Ömer: Birim olarak bulunmaz.

Araştırmacı: Neden?

Ömer: Eğer küp konsaydı her kenarı aynı olan.. O zaman birim olarak, [o zaman hacim] bulunabilirdi. Sonuçta sen ona dersin ki, bir birim 2 cm ise gerçek hayatta cm^3 cinsinden de bulabilirsin.

Araştırmacı: Küp[şekli] dışında başka[şekildeki] bir birimlerle hacim bulamaz mıyız?

Ömer: [Hayır] Sonuçta aynı kenarlara [ayrıt uzunluklarına] ihtiyacımız var öyle değil mi?

Ömer'e birimin şekline dair ifade ettiği düşüncelerinden sonra Şekil 1'de verilen birimin ayrıt uzunluklarının metrik ölçüleri cinsinden değerlerinin olduğu hatırlatılıp, bu şekilde hacim ölçme birimi olarak kullanılıp kullanılamayacağı sorulduğunda; hacim ölçme birimi olarak küp şeklindeki birimlerin kullanılması gerektiğinde ısrar ettiği gözlemlenmiştir.

Araştırmacı: Birimin boyutlarını da $2\text{ cm} \times 1\text{ cm} \times 1\text{ cm}$ olarak vermiş. Peki, bunlar verildiği zaman kare prizma şeklindeki birimlerle hacim bulunabilir mi?

Ömer: Neden böyle bir şey yapalım ki? Ne gerek var küp varken. Küpü koyalım hemen bulalım. Öğrencilerin kafası çok karışır bence böyle.

Araştırmacı: [Şekil 1'deki cisimden farklı olarak başka bir cisim çizildi ve o şekil üzerinde konuşmaya devam edildi, birim küpün ayrıt uzunlukları 2 cm alındı. Yeni çizilen durumda Şekil 1'e benzer şekilde ayrıtı 2 cm olan birim küpler, farklı yönlerden görünimleri $4 \times 2 \times 3$ olarak şekilde seçildi.] $2\text{ cm} \times 2\text{ cm} \times 2\text{ cm}$ bunlar buraya 4 buraya 2 buraya da 3 küp gelseydi. Sonucu benzer şekilde 24 [birim] buldum. Hacmi 24 birim midir?

Ömer: 24 birim...doğru...

Araştırmacı: Tamam, kare prizma olsaydı, hacmi bulabilir miydin?

Ömer: Yo gene aynı şey olurdu kare prizma ile... Olmazdı... Küp [Hacim] küple bulunur sadece bence.

SONUÇLAR

Elde edilen bulguları özetlemek gerekirse, bu çalışmada öğretmen adaylarının hacmi ölçme, hacim ölçme kavramı ve hacim birimlerinin doğası ile ilgili içeriksel bilgileri ele alınmıştır, hacim ölçme ile ilgili matematiksel alan bilgilerinin ortaya çıkarılması hedeflenmiştir. Öğretmen adayları ile yapılan görüşmelerin analizleri Leinhardt'ın (1988) yapmış olduğu somut, işlemsel ve kavramsal bilgi tanımları dikkate alınarak yapılmıştır.

1. Adayların Hacim Ölçme Kavramına Yönelik Somut Bilgileri

Görüşmelerde tartışılan örnek durumda hacim ölçme işlemi sırasında ayrıtları 1 cm, 1 cm ve 2 cm olan bir kare prizma kullanılmıştır. Öğretmen adaylarına standart olmayan bu birimin hacim ölçmede kullanılıp kullanılamayacağı sorulmuştur. Görüşmeler sonucunda öğretmen adaylarının standart olmayan somut modeller ile hacmi ölçmede sorun yaşamadıkları gözlemlenmiştir. Fakat iki öğretmen adayının ifadeleri somut modellerle cismin içini boşluk kalmadan ve çakışmadan doldurma eylemi ile cismin hacmini ölçme eylemini ilişkilendirmekte güçlük çektiklerine işaret etmektedir. Bir aday ise hacim ölçme işlemi için mutlaka küp şeklindeki somut modellerin kullanılabilceğini iddia etmiştir.

2. Adayların Hacim Ölçme Kavramına Yönelik İşlemsel Bilgileri

Görüşmelerde tartışılan örnek durumda hacim ölçme işlemi sırasında ayrıt uzunluklarını ifade eden birim sayıları çarpılarak hacim bulma işlemi yapılmıştır. Öğretmen adaylarından hacim bulma işleminin doğruluğunu test etmeleri istenmiştir. Görüşmeler sonucunda öğretmen adaylarının hacim formülünün kullanımına dair herhangi bir sorun yaşamadıkları gözlemlenmiştir. Öğretmen adaylarının hepsi hacim formülünü doğru şekilde hatırlamakta ve kullanmaktadır.

Öğretmen adaylarının işlemsel bilgileri ile ilgili bir diğer gözlem ise, ağırlıklı olarak formül temelli bir yaklaşım sergilemeleri, hatta hacim kavramını işlemsel bir sonuç olarak algılamalarıdır. Bu yaklaşımın örnek durumda verilen öğrencinin hatasını fark etmelerini güçleştirdiği, bazı katılımcılar için hatayı belirleyebilmelerine rağmen kaynağı hakkında kabul edilebilir yorum yapmalarının önüne geçtiği gözlemlenmiştir. Hatta sayısı az olmakla birlikte öğretmen adaylarının bir cismin içini seçilen birim ile doldurma eyleminin, hacim ölçme işlemiyle ilgili olmadığı yönünde bir algı geliştirmelerine neden olduğu tespit edilmiştir.

3. Adayların Hacim Ölçme Kavramına Yönelik Kavramsal Bilgileri

Kavramsal olarak, öğretmen adaylarının hemen hepsi elde edilen 24 sayısının cismin hacmine eşit olduğunu ifade etmiş, hacim kavramının ölçülmesi ile nesnelerin hangi özelliklerinin ölçüldüğünün farkında oldukları gözlemlenmiştir.

Hacim ölçme işlemine daha kavramsal yaklaşan öğretmen adayları öğrenci yaklaşımındaki hatayı fark edebilmişlerdir. Onun dışında adaylar hacim bulmaya ağırlıklı olarak işlemsel yaklaşmayı tercih etmişlerdir. Fakat bu yaklaşım örnek durumdaki öğrenci hatasını fark etmelerinin önüne geçmiştir. Hatta öğrenci cevabı olarak kurgulanan yanlış yaklaşımın öğretmen adaylarının bazıları tarafından tekrar edildiği gözlemlenmiştir.

Bu noktada hacim ölçme kavramına daha kavramsal yaklaşan ve tekrarlı toplama yaparak hacim hesaplayan adayların yanlış yaklaşımı fark etmeleri ve doğru sonuca ulaşmaları çok daha kolay olmuştur. Zaten Battista (1996) çalışmasında hacim ölçme kavramında sadece formül kullanmanın ezber yaklaşımı ön plana çıkardığını, kavramsal yaklaşımın önüne geçmesi halinde hacim kavramı ile ilgili zorluklar yaşanabileceğine dikkat çekmiştir.

Yine öğretmen adaylarında formüle bağlı kalmanın getirdiği bir diğer zorluk ise hacim hesaplamada birimlerin ayrıt uzunlukları ile ilgili düşünceleridir. Kare prizma ya da dikdörtgenler prizması şeklinde birimlerin kullanılmayacağına dair düşüncelerini formülü kullanamama ile gerekçelendirmişlerdir.

Bunun dışında hacim ölçme noktasında formül kullanımının ön planda olması öğretmen adaylarının birim kavramını daha önceden hiç sorgulamadıklarını ortaya çıkarmıştır. Ayrıca öğretmen adayları hacmin metrik ölçülerle ölçülmesi gerektiğini düşünmektedirler. Bunun da hacim ölçmeyi kavramsal açıdan ele almaktan kaynaklanan bir yargı olduğu söylenebilir. Öte yandan, sayıları az da olsa bazı adayların somut modellerle cismin içini seçilen bir birimle boşluk kalmadan ve çakışmadan doldurma eylemi ile cismin hacmini ölçme eylemini farklı algılaması, bu adayların hacim kavramını içselleştirmede sorun yaşadıklarına işaret etmektedir.

Sonuç olarak birim kavramının kullanımı ve hacim ölçme birimlerinin doğasına yönelik katılımcılar farklı kavrayışlarını ifade etmişlerdir. Katılımcıların birim kavramını tek boyutlu varsayması, buna bağlı olarak hacim ölçme birimlerini ifade ederken birim küp ifadesinin kullanılması gerektiğine vurgu yapmaları, hacim ölçme birimlerinin mutlaka küp şeklinde olması gerektiğini ifade etmeleri, özellikle hacim ölçme kavramının daha özelden hacim ölçme birimlerinin öğretimi sırasında dikkate alınması gereken unsurlardan birisidir.

TARTIŞMA ve ÖNERİLER

Milli Eğitim Bakanlığı matematik öğretim programlarının tamamında matematik öğretiminin kavramsal şekilde olması gerektiğine ve kavramsal öğretimin anlamlı öğrenmedeki önemine vurgu yapmaktadır. Öğretmen adayları ile yapılmış olan bu çalışmada öğretmen adaylarının çok büyük bir çoğunluğunun hacim kavramını “ $en \times boy \times yükseklik$ ” formülü ile bağdaştırmış olması, hacmin metrik ölçü birimleri ile ölçülmesinde ısrar etmelerinin temelinde yer almaktadır. Bunun dışında öğretmen adaylarının birim kavramını daha önceden sorgulamamış olmaları hacim kavramını kavramsal açıdan ele almalarına engel oluşturmaktadır.

Matematik öğretmenlerinin sahip oldukları matematik bilgilerinin hem ilişkisel hem de derinlemesine bir yapıda olması gerektiğini vurgulayan çalışmalar öğretmenin sahip olduğu bilginin niteliğine dikkat çekmektedir (Ball, 1988, Ball ve diğer, 2001, Ball ve diğer, 2005). Bu niteliği ortaya koyabilmek adına öğretmen ve öğretmen adayları ile düşünme yapılarının incelendiği çalışmalara ihtiyaç duyulmaktadır.

Bu çalışmada öğretmen adaylarının ifade ettikleri düşüncelerinin ders anlatımlarını nasıl etkilediğine dair bir çalışmaya yer verilmemiştir. Ancak öğretmenlerin sahip oldukları bilgilerin öğretmenlik becerileri etkileyen temel faktörlerden biri olduğu düşünülürse öğretmen ve öğretmen adayları ile temel kavramlar üzerine yapılacak çalışmaların önemi bir kez daha ortaya çıkmaktadır.

KAYNAKÇA

- Adler, J., Ball, D., Krainer, K., Lin, F., & Novotna, J. (2005). Reflections on an emerging field: Researching mathematics teacher education. *Educational Studies in Mathematics*, 60, 359-381.
- Ball, D. L. (1988). *Knowledge and Reasoning in Mathematical Pedagogy: Examining What Prospective Teachers Bring to Teacher Education*. Yayınlanmamış doktora tezi. Michigan State University, East Lansing.
- Ball, D. L., & Bass, H. (2003). Making mathematics reasonable in school. J. Kilpatrick, W. G. Martin, & D. Schifter (Ed.), *A Research Companion to Principles and Standards for School Mathematics* içinde (s. 27-44). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Ball, D.L., Hill, H.H., & Bass, H. (2005). Knowing mathematics for teaching: Who knows mathematics well enough to teach third grade, and how can we decide? *American Educator*, 29, 14-46.
- Ball, D. L., Lubienski, S., & Mewborn, D. (2001). Research on teaching mathematics: The unsolved problem of teachers' mathematical knowledge. V. Richardson (Ed.), *Handbook of research on teaching (4th ed.)* içinde (s. 433-456) New York: Macmillan.
- Battista, M. T., & Clements, D. H. (1996). Students' understanding of three-dimensional rectangular arrays of cubes. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(3), 258-292.
- Battista, M. T. (2003). Understanding students' thinking about area and volume measurement. D. H. Clements & G. Bright (Ed.), *Learning and teaching measurement içinde* (s. 122-142). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Battista, M. T. (2007). The development of geometric and spatial thinking. F. K. Lester, Jr. (Ed.) *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning içinde* (s. 843-908), Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- Even, R. (1993). Subject-matter knowledge and pedagogical content knowledge: prospective secondary teachers and the function concept. *Journal for Research in Mathematics Education*, 24(2), 94-116.
- Hill, H. C., Rowan, B., & Ball, D. L. (2005). Effects of mathematical knowledge for teaching on student achievement. *American Educational Research Journal*, 42(2), 371-406.
- Kaput, J. J. (1987). Representation systems and mathematics. C. Janvier (ed.), *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics içinde* (s. 19-26), Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Leinhardt, G. (1988). Getting to know: Tracing students' mathematical knowledge from intuition to competence, *Educational Psychologist*, 23(2), 119-144.
- Leinhardt, G. (1990). Capturing craft knowledge in teaching. *Educational Researcher*, 19(2), 18-25.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1-22.
- Ponte, J. P., & Chapman, O. (2008). Preservice mathematics teachers' knowledge and development. L. English (Ed.), *Handbook of international research in mathematics education (2nd ed)* içinde (s. 225-263). New York, NY: Routledge.
- Wilson, P. S., & Rowland, R. (1993) Teaching measurement. R. Jensen (Ed), *Research ideas for the classroom: Early childhood mathematics (NCTM Research Innovation Project)* içinde (s. 171-194). New York: Macmillan.
- Zembat, İ. Ö. (2010) Ölçme Temel Bileşenleri ve Sık Karşılaşılan Kavram Yanılgıları. Bingölbali, E., & Özmantar, M.,F.(Ed.) *İlköğretimde Karşılaşılan Matematiksel Zorluklar ve Çözüm Önerileri içinde* (s.127-154). Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.