Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Özel Eğitim Dergisi

2021, *22*(3), 639-676

ARAŞTIRMA

Gönderim Tarihi: 13.05.20
Kabul Tarihi: 19.01.21
Erken Görünüm: 31.01.21

Öğrenme Güçlüğü Olan Öğrenciler ile Düşük ve Ortalama Başarılı Öğrencilerin Matematik Problemi Çözerken Kullandıkları Bilişsel ve Üstbilişsel Stratejilerinin Belirlenmesi*

Ufuk Özkubat [1]   **Emine Rüya Özmen** [2]

Öz

Giriş: Öğrencilerin matematik problemi çözmede kullandıkları bilişsel ve üstbilişsel stratejilerin belirlenmesi problem çözme öğretiminde yapılacak düzenlemeler açısından önemlidir. Bu araştırmanın amacı altıncı sınıfa devam eden öğrenme güçlüğü olan öğrenciler ile düşük ve ortalama başarılı öğrencilerin matematik problemi çözerken kullandıkları bilişsel ve üstbilişsel stratejileri karşılaştırma ve belirtilen stratejiler arasındaki farklılığın incelenmesidir.

Yöntem: Araştırmaya, kaynaştırma ortamında bulunan ve altıncı sınıfa devam eden 50 öğrenme güçlüğü, 50 düşük başarılı ve 50 ortalama başarılı olmak üzere toplam 150 öğrenci katılmıştır. Öğrenme güçlüğü olan öğrenciler ile düşük ve ortalama başarılı öğrencilerin kullandıkları bilişsel ve üstbilişsel stratejileri belirlemek amacıyla Sesli Düşünme Protokolleri kullanılmıştır. Araştırma sonucunda elde edilen veriler, 'R Programlama Dili' kullanılarak analiz edilmiştir.

Bulgular: Araştırma sonuçlarına göre öğrenme güçlüğü olan öğrenciler farklı zorluk düzeyinde matematik problemleri çözerken düşük ve ortalama başarılı olan akranlarından daha az bilişsel ve üstbilişsel strateji kullandıkları sonucuna ulaşılmıştır.

Tartışma: Araştırmanın sonuçları ilgili alanyazın ve teorik görüşler çerçevesinde tartışılmış, öğretmenlere uygulamaya ve alanda çalışan araştırmacılara da ileride yapılacak araştırmalara yönelik önerilerde bulunulmuştur.

Anahtar sözcükler: Öğrenme güçlüğü, matematik problemi çözme, bilişsel stratejiler, üstbilişsel stratejiler, sesli düşünme protokolleri.

Atıf için: Özkubat, U., & Özmen, E. R. (2021). Öğrenme güçlüğü olan öğrenciler ile düşük ve ortalama başarılı öğrencilerin matematik problemi çözerken kullandıkları bilişsel ve üstbilişsel stratejilerinin belirlenmesi. *Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Özel Eğitim Dergisi, 22*(3), 639-676. https://doi.org/10.21565/ozelegitimdergisi.736761

---

*Bu araştırma Ufuk Özkubat'ın Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Özel Eğitim Anabilim Dalı'nda tamamlanmış doktora tezinden üretilmiştir.

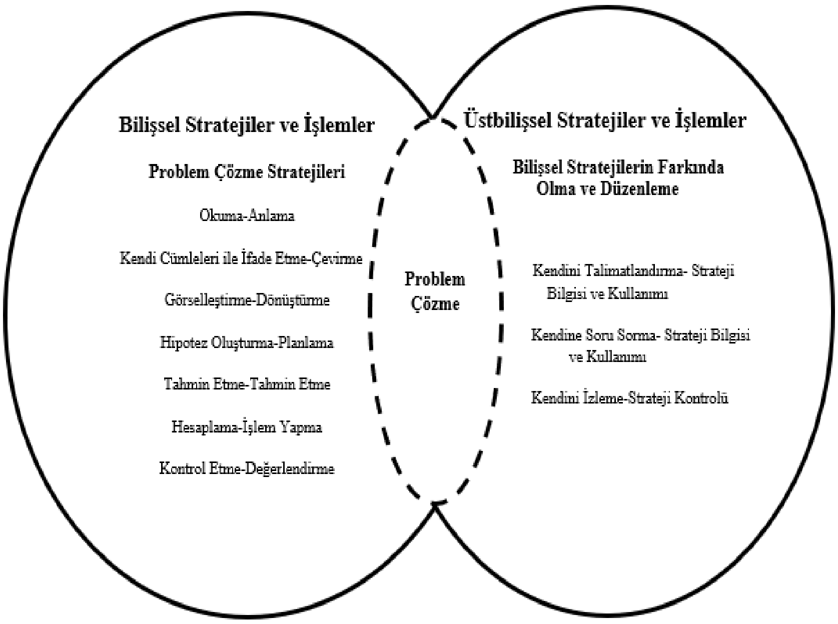
[1]***Sorumlu Yazar:*** Dr., Gazi Üniversitesi, E-posta: ufukozkubat@gazi.edu.tr, https://orcid.org/0000-0002-9626-5112
[2]Prof. Dr., Gazi Üniversitesi, E-posta: eruya@gazi.edu.tr, https://orcid.org/0000-0002-0226-1672

Giriş

Problem çözme matematiğin temel becerilerinden biridir. Matematik problemi çözme sürecine ilişkin birçok tanım bulunmasına rağmen, genellikle matematik problemi çözme; birleştirme ve analiz etme becerilerini içeren (Cawley & Miller, 1986), bir ve/veya daha fazla adımdan oluşan (Fuchs vd., 2004), çözüm sürecinde kullanılacak gerekli hesaplama işlemlerinin ayırt edilmesini gerektiren (Carpenter vd., 1993) ve nadiren ilgisiz veya dikkat dağıtan bilgileri içerebilen (Passolunghi vd., 2005) bir süreç olarak tanımlanmaktadır. Tüm akademik becerilerde olduğu gibi matematik problemi çözme becerileri de bilişsel stratejileri ve işlemleri kullanmayı gerektirir (Montague, 1992; Özkubat vd., 2020; Rosenzweig vd., 2011; Sweeney, 2010). Usta problem çözücülerin bildikleri ve etkili bir şekilde kullandıkları bilişsel ve üstbilişsel stratejiler ile işlemler Montague'nun Matematik Problem Çözme Modeli'nde yer almaktadır (Montague vd., 1993). Montague'nun Matematik Problem Çözme Modeli'nin genel problem çözme, matematik problem çözümü, kendini düzenleme ve başarılı bir şekilde problem çözmeyle ilgili etkili değişkenlerin incelendiği araştırmalardan doğduğu belirtilmektedir (Montague, 1997). Montague (1992), başarılı bir şeklide problemi çözmek için gerekli olan yedi bilişsel işlemi tanımlamış ve bu bilişsel işlemlerin kullanımına olanak tanıyan üstbilişsel işlemleri geliştirmiştir (Montague vd., 2000). Belirtilen bilişsel ve üstbilişsel işlemler ve stratejiler Şekil 1'de gösterilmektedir.

Şekil 1

Montague Matematik Problem Çözme Modeli



Problem çözmede yedi bilişsel strateji, okuma, kendi cümleleri ile ifade etme, görselleştirme, hipotez oluşturma, tahmin etme, hesaplama ve kontrol etme stratejileri olarak tanımlanırken, süreçte kullanılan bilişsel işlemler, anlama, çevirme, dönüştürme, planlama, tahmin etme, işlem yapma ve değerlendirme olarak belirtilmiştir. Problem çözmede bilişsel işlemler ile bilişsel stratejilerin kullanımı, problemi okuma aşamasından başlayarak çözüme ulaşmaya ve çözümün ve sürecin kontrol edilmesine kadar rol oynar (Rosenzweig vd., 2011). Bu süreçte rol oynayan bilişsel işlemlerin doğru bir şekilde gerçekleşmesi bilişsel stratejilerin doğru bir şekilde kullanımıyla söz konusu olmaktadır (Montague, 1992).

Üstbilişsel stratejiler; kendini talimatlandırma, kendine soru sorma ve kendini izleme olarak betimlenirken, üstbilişsel işlemler ise strateji bilgisi, kullanımı ve kontrolü olarak betimlenmektedir (Montague, 1992). Öğrenciler üstbilişsel stratejilere; matematik problem çözmede kullanılan bilişsel işlemleri düzenlenmek, bu işlemleri yönetmek ve kendi problem çözme performanslarını düzenlemek amacıyla başvurmaktadır (Montague, 1992). Bununla birlikte öğrenciler stratejilerin nasıl uygulanacaklarını anlama, etkili stratejiler geliştirme ve bu süreçsel işlemleri yönetme bağlamında da üstbilişsel stratejileri kullanmaktadır (Lucangeli & Cabrele, 2006). Üstbilişsel stratejiler üretici olan üstbilişsel stratejiler olup, üretici olmayan üstbilişsel stratejiler de bulunmaktadır. Hesap makinesi, yorum ve duygu üretici olmayan üstbilişsel stratejilerdir (Montague, 1992).

Matematik problemleri çözmede usta olan öğrencilerin, problem çözme performansını düzenlemek için kullandıkları üstbilişsel stratejilerden ilki kendini talimatlandırmadır (Montague & Dietz, 2009; Özmen, 2017). *Kendini talimatlandırma;* öğrencinin belirli işlemleri, becerileri ve davranışları kullanması için öğrencinin hatırlamasına yardımcı olan problem çözme stratejilerini belirlemeyi ve yönetmeyi sağlayan stratejilerdir (Montague, 1992, 2007). Öğrenme güçlüğü olan öğrencilerin başarısız oldukları görevlerde genellikle olumsuz bir yaklaşım sergiledikleri için görevi başlamada ve sürdürmede kendini talimatlandırmayı kullanmaları ayrı bir öneme sahiptir (Reid & Lienemann, 2006; Özmen, 2017). Öğrenme güçlüğü olan öğrencilerin problem çözme sürecinde olumsuz ifadeler kullanmaları söz konusu problem çözme görevi ile başa çıkamamalarına ya da görevi yarım bırakmalarına neden olur (Özmen, 2017). Dolayısıyla da kendini talimatlandırmanın öğrenme güçlüğü olan öğrencilere kazandırılması, bu öğrencilerin beceriyi gerçekleştirmesi için üzerinde zaman harcamasını, güçlüklerle baş etmesini ve süreci idare etmesini sağlar (Montague, 2007). Matematik problemleri çözmede öğrencilerin kullandıkları stratejilerden bir diğeri kendine soru sormadır (Montague & Dietz, 2009; Özdemir, 2011). *Kendine soru sorma*, problemi ve çözüm basamaklarını düşünme olarak tanımlanmaktadır (Montague, 1992). Örneğin öğrenciler 'Şimdi problemi okudum, tam olarak anladım mı?, problem içinde yer alan en önemli ifadelerin veya sözcüklerin altını çizdim mi?, çizimlerin problemi temsil ediyor mu?, bu planın ilk adımı ne olacak? planın daha sonraki adımı ne olacak?, benim tahminimde problem içinde yer alan hangi sayılar kullanılabilir?, cevabım doğru görünüyor mu?, cevabım tahminime yakın mı?, cevabımdaki her adımı gözden geçirdim mi ve yaptığım işi kontrol ettim mi?' gibi ifadeler kullanarak her bir bilişsel strateji için kendilerine soru sorabilmektedirler. Böylece kendine soru sorma matematik problem çözme sürecinde, öğrencilerin uygun stratejileri seçmelerine ve uygulamalarına yardımcı olmaktadır (Sweeney, 2010). Matematik problemleri çözmede öğrencilerin kullandıkları stratejilerden diğerleri ise kendini izleme ve kendini düzeltmedir (Montague & Dietz, 2009; Özmen, 2017). *Kendini izleme*; genel performansın izlenmesi için öğrenciyi belirli stratejilerin uygun şeklinde kullanılmasına ve öğrencinin cesaretlenmesine katkıda bulunur (Montague, 2008; Özdemir & Pape, 2012). Bu bağlamda, öğrenciler matematik problemi çözerken; 'Problemi anladım ve bir ileri basamağa geçebilirim., problemi çözmeme yardımcı olacak anahtar sözcükleri veya ifadeleri buldum., çizim problemin temel parçalarını içermektedir., planım problemi çözme için doğru adımlara sahiptir., problemi çözmek için tüm işlemleri doğru sırada yaptım., problemi çözmek için tüm adımları doğru sırada yaptım.' gibi ifadeler kullanarak her bir bilişsel strateji için performansı ve ilerlemeyi gözlerler. Öğrenciler matematik problemi çözerken kendini izleme sürecinde ürüne ilişkin süreç hatalarını fark eder ve süreç hatalarını düzeltmeye giderlerse kendini düzeltme stratejisini kullanmış olurlar. *Kendini düzeltme,* ürüne ilişkin süreç hatalarını düzeltme olarak tanımlanmaktadır (Rosenzweig vd., 2011). Örneğin öğrencilerin, 'İşlemleri yanlış yapmışım, siliyorum. , Bu işlemde 5'i aşağı indirmeyi unutmuşum. 5'i indireceğiz. , Önce şunların hepsini çıkartacağım, durun toplayacağım.' gibi ifadeleri ile üründen hareketle süreç hatalarını fark edip düzelttikleri görülmektedir. Böylece öğrenciler kendilerine verilen matematik problemi çözme görevine ilişkin olarak çözüm süreçlerinde izlenecek işlemler dizisini uygun olarak yerine getirirler.

Öğrenme güçlüğü olan öğrencilerin matematik problemi çözmede kullandıkları bilişsel ve üstbilişsel stratejilerin belirlenmesi problem çözme öğretiminde yapılacak düzenlemeler açısından önemlidir. Uluslararası alanyazında öğrenme güçlüğü olan öğrencilerin matematik problemi çözme sırasında kullandıkları bilişsel ve üstbilişsel stratejilerin incelendiği araştırmalar bulunmaktadır (Montague & Applegate, 1993; Ostad & Sorenson, 2007; Rosenzweig vd., 2011; Swanson, 1990). Türkiye'de ise yazarlar tarafından yapılan alanyazın taraması sonucunda öğrenme güçlüğü olan öğrencilerin matematik problemi çözmede kullandıkları bilişsel ve üstbilişsel stratejileri inceleyen bir araştırmaya rastlanmamıştır. Bu nedenle öğrenme güçlüğü olan öğrencilerin matematik problemi çözme sırasında kullandıkları bilişsel ve üstbilişsel stratejilerin belirlenmesi ve düşük ve ortalama başarılı akranlarından farklılaşan yönlerinin ortaya çıkarılması ulusal alanyazına yönelik önemli bulgular sağlayacağı düşünülmektedir. Bunun yanı sıra bu araştırmanın bulguları ulusal alanyazındaki uygulamaya dönük katkılar sunması açısından da önem taşımaktadır. Ülkemizde öğrenme güçlüğü olan öğrencilere matematik problemi çözmede bilişsel ve üstbilişsel stratejilerin öğretimi üzerinde herhangi bir öğretim yönteminin veya müdahale stratejisinin etkisinin incelendiği çalışmaya rastlanmamıştır. Bu nedenle yapılacak olan bu araştırmanın bulgularının ileride ulusal alanyazında yapılacak olan öğretim çalışmalarına temel oluşturacağı ve hazırlanacak müdahale programlarına ışık tutması beklenmektedir.

Araştırma Amacı

Bu araştırmanın genel amacı, öğrenme güçlüğü olan öğrenciler ile düşük ve ortalama başarılı öğrencilerin matematik problemi çözerken kullandıkları bilişsel ve üstbilişsel stratejilerilerin karşılaştırılması, belirtilen stratejiler arasındaki farklılığın incelenmesidir.

Bu genel amaç doğrultusunda aşağıdaki sorulara cevap aranmıştır.

1. Öğrenme güçlüğü olan öğrenciler ile düşük ve ortalama başarılı öğrencilerin farklı zorluk düzeylerinde olan (kolay, orta, zor) matematik problemlerini çözerken kullandıkları bilişsel strateji sıklıkları arasında anlamlı bir farklılık var mıdır?
2. Öğrenme güçlüğü olan öğrenciler ile düşük ve ortalama başarılı öğrencilerin farklı zorluk düzeylerinde olan (kolay, orta, zor) matematik problemlerini çözerken kullandıkları üstbilişsel strateji sıklıkları arasında anlamlı bir farklılık var mıdır?

Yöntem

Araştırma Modeli

Bu araştırmada, altıncı sınıfa devam eden öğrenme güçlüğü olan öğrenciler ile düşük ve ortalama başarılı öğrencilerin farklı zorluk düzeylerinde olan matematik problemlerini çözerken kullandıkları bilişsel ve üstbilişsel stratejilerin incelenmesi amacıyla betimsel tarama modeli kullanılmıştır (Karasar, 2009). Tarama modelleri, geçmişte ya da günümüzde mevcut olan bir durumu var olduğu şekliyle betimlemeyi amaçlayan araştırmalara uygun bir modeldir (Karasar, 2009). Bu araştırmanın yapılmasında etik açıdan bir sakınca bulunmadığına, Gazi Üniversitesi Ölçme Değerlendirme Etik Alt Çalışma Grubu 07.04.2020 tarih ve 04 sayılı toplantısında görüşülerek oybirliği ile karar verilmiştir (Araştırma Kod No: 2020-212).

Çalışma Grubu ve Seçimi

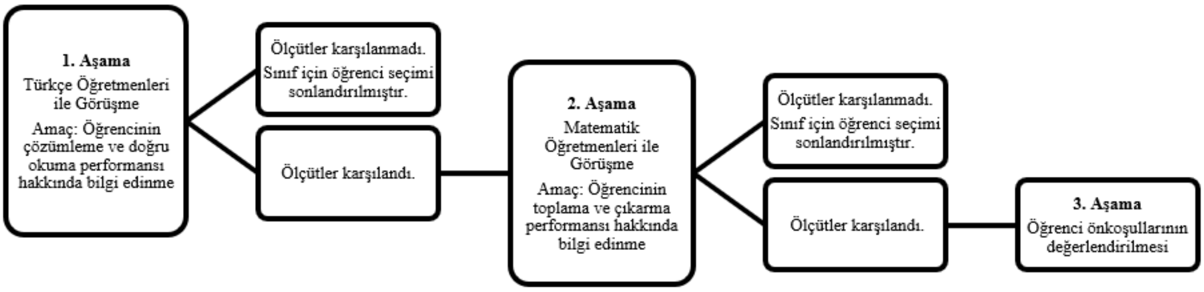
Araştırmanın çalışma grubunu Ankara'nın Çankaya, Yenimahalle, Etimesgut, Sincan, Altındağ ve Mamak merkez ilçelerinde ortaokul altıncı sınıfta devam eden toplam 50 sınıftan seçilen öğrenme güçlüğü olan öğrenciler ile bu öğrenciler ile aynı sınıfta bulunan düşük ve ortalama başarılı öğrenciler oluşturmaktadır. Öğrencilerin altıncı sınıf düzeyinden seçilme nedeni, akademik becerilerde bilişsel ve üstbilişsel stratejiler kullanımının incelendiği çalışmalarda çocukların bilişsel gelişim düzeylerinin de göz önüne alınması gerekliliğidir (Carr vd., 1994). Okul öncesi dönemden başlayarak çocuklarda bilişsel ve üstbilişsel strateji kullanımı gözlenebilmekte ve geliştirilebilmektedir (Mevarech, 1995). Ancak bilişsel gelişim evrelerine göre 7-12 yaş arasını somut işlemler, 12 yaş sonrasını ise soyut işlemler evresidir (Piaget, 1976). Somut işlemler evresinde öğrencilerin kurgulanmış problem durumlarında alternatif çözümler üretebilmekte, soyut işlemler evresinde çok yönlü, soyut ve analitik düşünebilme yeteneğine ulaşmaktadır. Ek olarak, soyut işlemler evresinde, öğrencilerin bir problemi çözmek için farklı denenceler kurabilmekte ve denencelerin her birini test ederek doğru çözüme erişebilmektedirler. Bu bağlamda, ortaokul altıncı sınıf öğrencilerinin 11-12 yaşlar içerisinde bulunacağı ve bu yaşlarda yukarıda belirtilen bilişsel gelişim düzeylerine ulaşmış olacakları beklendiğinden dolayı bu özellik dikkate alınarak çalışma grubu seçimi yapılmıştır. Araştırmanın çalışma grubu ölçüt örnekleme yöntemi ile seçilmiştir.

Araştırmaya katılan öğrenme güçlüğü olan öğrenciler ile düşük ve ortalama başarılı öğrencilerin seçimi ile ilgili olarak önkoşullar belirlenmiştir. *Öğrenme güçlüğü olan öğrenciler için belirlenen önkoşullar*; a) öğrencilerin dosyasında bulunan özürlü sağlık kurulu raporunda öğrenme güçlüğü tanısı almış olmaları, b) ek bir yetersizliklerinin bulunmamasıdır. *Düşük başarılı öğrenciler için belirlenen önkoşullar***;** a) öğretmen görüşmesi sonucu matematik becerileri bakımından sınıfın en düşük %25'lik diliminde yer almaları, b) herhangi bir yetersizlik tanısı almamış olmalarıdır. *Ortalama başarılı öğrenciler için belirlenen önkoşullar;* a) öğretmen görüşmesi sonucu matematik becerileri bakımından sınıfın ortalama %50'lik diliminde yer almalarıdır. *Tüm gruplar için belirlenen ortak ön koşullar ise;* a) öğretimsel seviyede hecelemeden çözümleme becerisine sahip olmaları (%90-%95 doğruluk), b) temel aritmetik işlemler boyutunda belirli kazanımlara sahip olmalarıdır (üç ve dört basamaklı sayılar ile eldeli toplama ve deste bozarak çıkarma işlemlerini %80 doğrulukta yapmalarıdır.

Belirlenen önkoşulları gerçekleştiren öğrencilerin seçimi amacı ile önce Rehberlik ve Araştırma Merkezleri'nden öğrenme güçlüğü tanılı öğrencilerin belirlenmesi için bilgi alınmış, ardından çalışma grubunda yer alabilecek öğrencilerin rehber öğretmenleri, Türkçe ve matematik öğretmenleri ile görüşme gerçekleştirilmiştir. Görüşme sonucunda belirlenen öğrencilerin önkoşul becerileri gerçekleştirme durumları değerlendirilmiştir. Öğrenme güçlüğü olan öğrencilerin araştırma önkoşullarını gerçekleştirme durumlarının belirlenmesinde uygulanan süreçler Şekil 2'de betimlenmiştir.

Şekil 2

Öğrenme Güçlüğü Olan Öğrencilerin Araştırma Önkoşullarını Gerçekleştirme Durumlarının Belirlenmesinde Uygulanan Süreç



Araştırmada öğrenme güçlüğü, düşük başarı ve ortalama başarılı öğrencilerin öğretimsel seviyede hecelemeden çözümleme becerisine sahip olmaları (%90-%95 doğruluk) önkoşul becerilerini değerlendirmek için altıncı sınıf düzeyinde bir adet tanımsal metin kullanılmıştır. Metnin okunabilirlik düzeyi belirlenmiştir. Araştırmacı, metnin okunabilirlik düzeyini belirlemek için Çetinkaya (2010) tarafından geliştirilen okunabilirlik formülünü kullanmıştır. Bu formülde altıncı sınıf düzeyleri için belirlenen eğitsel düzey 35-50 arasındadır. Bu doğrultuda metnin okunabilirlik puanı 39 bulunmuştur. Bulunan bu değer metnin yapısal açıdan sınıf düzeyine uygun olduğunu göstermektedir (Çetinkaya, 2010).

Öğrencilerin hecelemeden okuduğu sözcük yüzdesini ve doğru okuduğu sözcük yüzdesini yani çözümleme performansını belirleyebilmek için metin öğrenciye bir kez sesli olarak okutulmuştur. Okuma doğruluğu öğrencinin tüm metinde yanlış okuduğu sözcüğün metindeki sözcük sayısına göre yüzdesi hesaplanarak bulunmuştur. Hecelemeden okuma yüzdesi, öğrencinin tüm metinde heceleyerek okuduğu sözcüğün metindeki sözcük sayısına göre yüzdesi hesaplanarak bulunmuştur.

Araştırmada hem öğrenme güçlüğü olan öğrencilerin hem de düşük başarılı olan öğrencilerin toplama ve çıkarma işlemlerini içeren matematik işlemlerini %80 doğrulukta çözme becerisine sahip olmaları önkoşul becerisini değerlendirmek için toplama ve çıkarma işlemlerini içeren 'Hesaplama Performans Testi' uygulanmıştır. Hesaplama Performans Testi içerisinde üç ve dört basamaklı sayılar ile yapılan 10 adet eldeli toplama işlemi ve 10 adet deste bozarak çıkarma işlemi olmak üzere toplam 20 adet işlem yer almaktadır. Hesaplama Performans Testi sonuçları için doğruluk oranı yüzdesi, her bir işlem tipi için doğru olarak çözülen işlemler sayısının toplam işlem sayılarına bölünüp yüz ile çarpılması ile hesaplanmıştır.

Önkoşul becerilerin değerlendirilmesi aşamasında öğrenme güçlüğü olan toplam 72 öğrenci değerlendirilmiştir. Bu öğrencilerden on tanesi matematik becerilerine ilişkin önkoşulları sağlamadıklarından, 12 tanesi ise çözümleme becerisine ilişkin önkoşulları sağlamadıklarından çalışma grubuna dahil edilmemişlerdir. Diğer gruplarda öğretmen görüşmesi sonucu ön koşul değerlendirme sürecine alınan tüm öğrenciler araştırmaya katılmıştır. Önkoşul becerilerin değerlendirilmesi sonucunda 50 sınıfta, her sınıftan 50 öğrenme güçlüğü olan (ÖG), 50 düşük başarılı (DB) ve 50 ortalama başarılı (OB) öğrenci olmak üzere toplam 150 öğrenci ile araştırma yürütülmüştür. Tablo 1'de çalışma grubunun özellikleri sunulmuştur.

Araştırmada öğrenme güçlüğü, düşük başarı ve ortalama başarılı öğrencilerin öğretimsel seviyede hecelemeden çözümleme becerisine sahip olmaları (%90-%95 doğruluk) önkoşul becerilerini değerlendirmek için altıncı sınıf düzeyinde bir adet tanımsal metin kullanılmıştır. Metnin okunabilirlik düzeyi belirlenmiştir. Araştırmacı, metnin okunabilirlik düzeyini belirlemek için Çetinkaya (2010) tarafından geliştirilen okunabilirlik formülünü kullanmıştır. Bu formülde altıncı sınıf düzeyleri için belirlenen eğitsel düzey 35-50 arasındadır. Bu doğrultuda metnin okunabilirlik puanı 39 bulunmuştur. Bulunan bu değer metnin yapısal açıdan sınıf düzeyine uygun olduğunu göstermektedir (Çetinkaya, 2010).

Öğrencilerin hecelemeden okuduğu sözcük yüzdesini ve doğru okuduğu sözcük yüzdesini yani çözümleme performansını belirleyebilmek için metin öğrenciye bir kez sesli olarak okutulmuştur. Okuma doğruluğu öğrencinin tüm metinde yanlış okuduğu sözcüğün metindeki sözcük sayısına göre yüzdesi hesaplanarak bulunmuştur. Hecelemeden okuma yüzdesi, öğrencinin tüm metinde heceleyerek okuduğu sözcüğün metindeki sözcük sayısına göre yüzdesi hesaplanarak bulunmuştur.

Araştırmada hem öğrenme güçlüğü olan öğrencilerin hem de düşük başarılı olan öğrencilerin toplama ve

çıkarma işlemlerini içeren matematik işlemlerini %80 doğrulukta çözme becerisine sahip olmaları önkoşul becerisini değerlendirmek için toplama ve çıkarma işlemlerini içeren 'Hesaplama Performans Testi' uygulanmıştır. Hesaplama Performans Testi içerisinde üç ve dört basamaklı sayılar ile yapılan 10 adet eldeli toplama işlemi ve 10 adet deste bozarak çıkarma işlemi olmak üzere toplam 20 adet işlem yer almaktadır. Hesaplama Performans Testi sonuçları için doğruluk oranı yüzdesi, her bir işlem tipi için doğru olarak çözülen işlemler sayısının toplam işlem sayılarına bölünüp yüz ile çarpılması ile hesaplanmıştır.

Önkoşul becerilerin değerlendirilmesi aşamasında öğrenme güçlüğü olan toplam 72 öğrenci değerlendirilmiştir. Bu öğrencilerden on tanesi matematik becerilerine ilişkin önkoşulları sağlamadıklarından, 12 tanesi ise çözümleme becerisine ilişkin önkoşulları sağlamadıklarından çalışma grubuna dahil edilmemişlerdir. Diğer gruplarda öğretmen görüşmesi sonucu ön koşul değerlendirme sürecine alınan tüm öğrenciler araştırmaya katılmıştır. Önkoşul becerilerin değerlendirilmesi sonucunda 50 sınıfta, her sınıftan 50 öğrenme güçlüğü olan (ÖG), 50 düşük başarılı (DB) ve 50 ortalama başarılı (OB) öğrenci olmak üzere toplam 150 öğrenci ile araştırma yürütülmüştür. Tablo 1'de çalışma grubunun özellikleri sunulmuştur.

Tablo 1

Çalışma Grubunun Demografik Özelliklerine Göre Dağılımı

Değişkenler	Kategoriler	ÖG		DB		OB	
		N	%	*N*	%	*N*	%
Cinsiyet	Kız	16	32	22	44	24	48
	Erkek	34	68	28	56	26	52
Öğrenim gördükleri ilçe	Çankaya	7	14	7	14	7	14
	Yenimahalle	8	16	8	16	8	16
	Etimesgut	10	20	10	20	10	20
	Sincan	10	20	10	20	10	20
	Altındağ	6	12	6	12	6	12
	Mamak	9	18	9	18	9	18
	Toplam	50	100	50	100	50	100

Not: ÖG = öğrenme güçlüğü olan; DB = düşük başarılı; OB = ortalama başarılı.

Tablo 1'de yer alan bilgiler incelendiğinde, araştırmaya katılan ve öğrenme güçlüğü olan öğrencilerin %32'si (*n* = 16) kız, % 68'i (*n* = 34) erkek; düşük başarılı olan öğrencilerin % 44'ü (*n* = 22) kız, % 56'sı (*n* = 28) erkek; ortalama başarılı olan öğrencilerin ise % 48'i (*n* = 24) kız, % 52'si (*n* = 26) erkektir. Araştırmaya katılan öğrencilerin % 14'ü (*n* = 21) Çankaya, % 16'sı (*n* = 24) Yenimahalle, % 20'si (*n* = 30) Etimesgut, % 20'si (*n* = 30) Sincan, % 12'si (*n* = 18) Altındağ ve % 18'i (*n* = 27) ise Mamak ilçelerinde öğrenim görmektedir.

Veri Toplama Araçları ve Geliştirilmesi

Araştırmada katılımcıların bilişsel ve üstbilişsel stratejilerini ölçmek amacıyla sesli düşünme protokolleri kullanılmıştır. Sesli düşünme protokollerine ilişkin verilerin toplanması için sesli düşünme sırasında kullanılacak matematik problemleri hazırlanmış ve kodlama formu geliştirilmiştir.

Sesli düşünme protokolleri. Sesli düşünme protokolleri, katılımcıların sözel performanslarına dayanan, katılımcıların kendilerine verilen bir metin okuma ya da matematik problemi çözme gibi görevler sırasında düşündükleri ve yaptıkları her şeyi sesli olarak belirttikleri bir değerlendirme sistemidir (Montague & Applegate, 1993; Ostad & Sorenson, 2007; Özkubat & Özmen, 2018; Rosenzweig vd., 2011; Swanson, 1990; Sweeney, 2010). Bu araştırmada öğrencilerin matematik problemi çözdüğü sırada sesli düşünme protokolü çerçevesinde düşündüklerini ve yaptıklarını yüksek sesle söylemeleri istenmiştir. Aşağıda sesli düşünme protokollerinde kullanılan matematik problemleri ve kodlama formlarının hazılanma sürecine yer verilmiştir.

Matematik problemlerinin hazırlanması. Bu araştırmada Özkubat (2019) araştırmasında kullanılan matematik problemlemlerinden yararlanılmıştır. Özkubat'ın çalışmasında matematik problemlerinin hazırlanması dört aşamada gerçekleştirilmiştir. Bu aşamalar; a) kaynaklardan elde edilen matematik problemlerinden problem havuzunun oluşturulması, b) problem havuzu içerisinde yer alan problemlerin zorluk düzeylerine göre sınıflandırılması (kolay, orta ve zor), c) problemlerin zorluk düzeylerine ilişkin uzman görüşlerinin alınması ve d) matematik problemlerinin geçerlik güvenirlik çalışmasının yapılmasıdır. Belirtilen aşamalar sonucunda kolay, orta zorluk düzeyinde olan ve zor problemlerin madde güçlük indekslerinin sırası ile .66, .54 ve .36; madde ayırıcılık indekslerinin .76, .70 ve .34; nokta çift serili korelasyonlarının ise .66, .58 ve .33 olduğu bulunmuştur. Sesli düşünme protokolü uygulanmadan önce yapılan eğitimde üç orta zorluk düzeyinde problem ve uygulamada üç problem (kolay orta zor) kullanılmıştır. Tablo 2'de uygulamada kullanılan problemler verilmiştir.

Tablo 2

Sesli Düşünme Protokolü Uygulama Aşamasında Kullanılan Problemler ve Problemlerin Zorluk Düzeyleri

Problem zorluk düzeyleri	Problem
Kolay	Raşit'in 45, Çetin'in 35 ve Yunus'un 55 tane cevizi vardır. Raşit 7, Çetin 8 ve Yunus 12 ceviz yedikten sonra üçü de kalan cevizlerini arkadaşları Ahmet'e veriyorlar. Buna göre Ahmet'in kaç cevizi olur?
Orta	Üç arkadaş lokantada yemek yedikten sonra hesap geliyor. Herkes 20 TL verdiğinde hesap ödenecekken aralarından birinin parası az geldiğinden diğer iki kişi 2'şer TL daha fazla ödemek zorunda kalıyor. Buna göre, parası az gelen kişinin kaç TL'si vardır?
Zor	Bir akvaryumda 18 küçük balık, 4 büyük balık bulunmaktadır. Her gün 1 adet büyük balık 1 adet küçük balığı yediğine göre, 3 gün sonra akvaryumda bulunan balık sayısı kaç olur?

Kodlama formunun geliştirilmesi. Öğrencilerin matematik problemi çözme sırasında kullanmış oldukları bilişsel ve üstbilişsel stratejilerinin kayıt edilmesi amacıyla sesli düşünme protokolü kodlama formu kullanılmıştır. Bu formun birinci bölümünde; öğrencinin kimlik bilgilerine (adı, soyadı, doğum tarihi, okulu, sınıfı) uygulama tarihi ve süresi (uygulamanın başlama ve bitiş saati) bulunmakta; ikinci bölümde, öğrencinin matematik problemi çözme süresince kullandığı bilişsel stratejiler; üçüncü bölümde ise öğrencinin matematik problemi çözme süresince kullandığı üstbilişsel stratejiler yer almaktadır. Sesli düşünme protokolü kodlama sistemi, Montague (1992) tarafından geliştirilen matematik problem çözme modelinin temel alınması ile geliştirilmiştir. Kodlama formu yedi bilişsel ve yedi üstbilişsel stratejinin kodlanmasını içermektedir (Ek A).

Verilerinin Toplanması

Araştırmada uygulama sürecine geçilmeden önce karşılaşılabilecek sorunları belirlemek ve gereken düzenlemeleri yapabilmek için önkoşulları sağlayan ve uygulama sürecinde yer almayan öğrenme güçlüğü olan, düşük başarılı ve ortalama başarılı toplam üç öğrenciyle ön uygulama yapılmıştır. Ön uygulama sonucunda bir düzenlemeye gidilmemiştir. Araştırmanın tüm verileri araştırmacı tarafından öğrenciler ile bire bir çalışılarak toplanmıştır.

Sesli düşünme protokolleri uygulaması, Özkubat ve Özmen (2018) araştırmasında belirtilen aşamalar dikkate alınarak iki aşamada gerçekleştirilmiştir. Bu doğrultuda ilk aşamada sesli düşünme protokolü eğitimi yapılmış, ikinci aşamada ise sesli düşünme protokolü uygulaması gerçekleştirilmiştir. Eğitim aşamasında, çalışmanın amacı açıklanmış, Johnstone ve diğerleri (2006) uyarlanan yönerge okunmuş (Ben öğrencilerin matematik problemlerini nasıl çözdükleri ile ilgileniyorum, bu nedenle sana çözmen için üç tane matematik problemi vereceğim ve senin bu soruları nasıl çözdüğünü dinleyeceğim. Bu süreçte ben problemin sonucu ile değil senin problem hakkında nasıl düşündüğün ile ilgileneceğim. Sana verilen matematik problemlerini çözerken neler söylediğin benim için çok önemli, bu nedenle söylediğin hiçbir şeyi unutmadığımdan emin olmak için bu ses kayıt cihazını kullanacağım), araştırmacı tarafından bir problem üzerinden model olunmuş ve öğrencinin iki farklı problemi sesli düşünerek çözmesi sağlanmıştır. Sesli düşünme protokolü uygulanması aşamasında ise eğitim aşamasında olduğu gibi yönerge okunmuş ve ardından öğrenci sırası ile kolay, orta zorluk düzeyinde olan ve zor problemi sesli düşünerek çözmüştür. Sesli düşünme protokolü eğitimi ve uygulaması 30'ar dakikalık iki farklı oturumda gerçekleştirilmiştir.

Verilerin Puanlanması

Sesli düşünme protokolü sırasında ses kayıt cihazı ile kayıt edilen sözel veriler, öğrenciler ile görüşmelerin tamamlanmasının ardından, üzerlerinde hiçbir düzeltme yapılmadan, öğrenciler tarafından ifade edilenler aynen duyulduğu şekilde dökümü hazırlanmıştır. Çalışma grubunda yer alan tüm öğrencinin sesli düşünme protokolü nitel olarak analiz edildikten sonra nitel verilerin nicel veriye dönüştürülmesi yapılmıştır. Bilişsel stratejilerin, üretici olan üstbilişsel stratejilerin ve üretici olmayan üstbilişsel stratejilerin farklı zorluk düzeyinde olan problemler için ayrı ayrı sıklıkları hesaplanmıştır. Öğrenme güçlüğü olan öğrenciler ile düşük ve ortalama başarılı öğrencilerin orta zorluk düzeyindeki probleme ilişkin kodlamaları Ek B, Ek C ve Ek D'de yer almaktadır.

Verilerin Güvenirliği

Bu araştırmada sesli düşünme protokolü eğitimi ve uygulaması için uygulama güvenirliği; ses kayıtlarının dökümü ve kodlama formlarında yapılan işaretlemeler için kodlayıcılar arası güvenirlik hesaplanmıştır. Bu araştırma için sesli düşünme protokolleri eğitim ve uygulama aşamaları için güvenirlik %100 olarak hesaplanmıştır (Billingsley vd., 1980). Kodlayıcılar arası güvenirlik ise hem ses kayıtlarının dökümü için hem de sesli düşünme protokolü kodlama formu için gerçekleştirilmiştir. Kodlayıcıya teslim edilen sesli düşünme protokolü uygulaması ses kayıtları dökümünde toplam 13.689 kelime yer almaktadır. Kodlayıcı orijinal ses kayıtları ve dökümleri incelemesi sonucu kendisine teslim edilen dökümde yer almayan 53 kelime eklemiştir. Bu araştırma için, sesli düşünme protokolü uygulaması ses kayıtları dökümünün güvenirliği '13.689 / (13.689 + 53) X 100' formülü kullanılarak %99.6 olarak hesaplanmıştır (House vd., 1981). Ardından sesli düşünme protokolü kodlama formları güvenirliği hesaplanmıştır. 45 kitapçığa ait ses kayıt dökümleri kodlayıcıya verilmiştir ve öğrencilerin kullandıkları bilişsel ve üstbilişsel stratejileri kodlaması istenmiştir (House vd., 1981). Bu araştırma için, sesli düşünme protokolü uygulaması kodlayıcılar arası güvenirlik değeri en az %97 en fazla %100 olmak üzere ortalama % 98.4 olarak hesaplanmıştır.

Verilerin Analizi

Araştırma sonucunda elde edilen veriler, 'R Programlama Dili' kullanılarak analiz edilmiştir. Araştırma amaçlarına yönelik olarak, öğrenme güçlüğü olan öğrenciler ile düşük ve ortalama başarılı öğrencilerin matematik problemi çözerken kullandıkları bilişsel ve üstbilişsel strateji verilerinin Shapiro-Wilk testi ile normallik gösterip göstermediği belirlenmiştir. Ardından farklı zorluk düzeyinde olan problemlerde öğrencilerin bilişsel ve üstbilişsel strateji kullanımları arasındaki farklılıklar Kruskal Wallis-H testi ile belirlenmiştir. Değişkenler bağlamında anlamlı farklılık çıkması durumunda gruplar arası çoklu karşılaştırma (Post Hoc) testlerinden Dunn testi kullanılmıştır.

Bulgular

Bulguların sunumunda, öğrenme güçlüğü olan öğrenciler ile düşük ve ortalama başarılı öğrencilerin farklı zorluk düzeylerinde olan matematik problemlerini çözerken kullandıkları bilişsel ve üstbilişsel strateji sıklıklarına ilişkin betimsel analiz sonuçları ve gruplar arası farklılıklar problem zorluk düzeylerine göre başlıklandırılarak incelenmiştir.

Kolay Probleme İlişkin Bilişsel ve Üstbilişsel Strateji Bulguları

Öğrenme güçlüğü olan öğrenciler ile düşük ve ortalama başarılı olan öğrencilerin kolay problemi çözerken kullandıkları bilişsel strateji sıklıkları Tablo 3'te yer almaktadır.

Tablo 3

Öğrencilerin Kolay Problem Değişkenine Göre Bilişsel Strateji Kullanma Sıklıkları

Bilişsel stratejiler	ÖG			DB			OB		
	Kolay			Kolay			Kolay		
	Min.	Max.	$\bar{X}$	Min.	Max.	$\bar{X}$	Min.	Max.	$\bar{X}$
Okuma	1.00	2.00	1.08	1.00	5.00	1.22	1.00	3.00	1.16
Kendi cümleleri ile ifade etme	.00	3.00	0.20	.00	2.00	0.20	.00	2.00	0.24
Görselleştirme	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	1.00	0.02
Hipotez oluşturma	.00	5.00	2.44	1.00	9.00	3.10	.00	7.00	3.70
Tahminde bulunma	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00
Hesaplama	.00	6.00	2.76	1.00	8.00	3.08	1.00	6.00	3.74
Kontrol etme	.00	1.00	0.08	.00	2.00	0.14	.00	1.00	0.12
Bilişsel strateji toplam	1.00	12.00	6.56	3.00	18.00	7.74	6.00	15.00	8.98

Not: ÖG = öğrenme güçlüğü olan; DB = düşük başarılı; OB = ortalama başarılı.

Tablo 3 incelendiğinde, kolay problemde ortalama başarılı olan öğrencilerin düşük başarılı ve öğrenme güçlüğü olan öğrencilerden daha fazla; düşük başarılı olan öğrencilerin de öğrenme güçlüğü olan öğrencilerden daha fazla bilişsel strateji kullandıkları görülmektedir. Öğrenme güçlüğü olan öğrenciler ile düşük ve ortalama başarılı olan öğrencilerin kolay problemi çözerken en fazla sıklıkta kullandıkları bilişsel stratejilerin sırası ile; hesaplama, hipotez oluşturma ve okuma olduğu en az sıklıkta kullandıkları stratejilerin ise; görselleştirme ve tahminde bulunma stratejisi olduğu görülmektedir. Öğrencilerin kolay problemi çözerken kullandıkları üstbilişsel strateji sıklıkları da Tablo 4'te yer almaktadır.

Tablo 4

Öğrencilerin Kolay Problem Değişkenine Göre Üstbilişsel Strateji Kullanma Sıklıkları

Üretici üstbilişsel stratejiler	ÖG			DB			OB		
	Kolay			Kolay			Kolay		
	Min.	Max.	$\bar{X}$	Min.	Max.	$\bar{X}$	Min.	Max.	$\bar{X}$
Kendini düzeltme	.00	2.00	0.10	.00	2.00	0.26	.00	2.00	0.24
Kendini talimatlandırma	.00	3.00	0.06	.00	1.00	0.04	.00	2.00	0.16
Kendini izleme	.00	3.00	0.08	.00	3.00	0.18	.00	3.00	0.34
Kendine soru sorma	.00	2.00	0.12	.00	1.00	0.08	.00	1.00	0.04
Üretici üstbilişsel stratejiler toplam	.00	4.00	0.36	.00	4.00	0.56	.00	4.00	0.78
Üretici olmayan üstbilişsel stratejiler	Min.	Max.	$\bar{X}$	Min.	Max.	$\bar{X}$	Min.	Max.	$\bar{X}$
Hesap makinası	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00
Yorum	.00	3.00	0.10	.00	4.00	0.26	.00	1.00	0.06
Duygu	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00
Üretici olmayan üstbilişsel stratejiler toplam	.00	3.00	0.10	.00	4.00	0.26	.00	1.00	0.06

Not: ÖG = öğrenme güçlüğü olan; DB = düşük başarılı; OB = ortalama başarılı.

Tablo 4 incelendiğinde, kolay problemde ortalama başarılı olan öğrencilerin düşük başarılı ve öğrenme güçlüğü olan öğrencilerden daha fazla; düşük başarılı olan öğrencilerin de öğrenme güçlüğü olan öğrencilerden daha fazla üretici olan üstbilişsel strateji kullandıkları görülmektedir. Üretici olmayan üstbilişsel stratejiler bağlamında ise düşük başarılı olan öğrencilerin öğrenme güçlüğü olan öğrencilerden daha fazla; öğrenme güçlüğü olan öğrencilerin de ortalama başarılı olan öğrencilerden daha fazla strateji kullandıkları görülmektedir. Öğrenme güçlüğü olan öğrencilerin kolay problemi çözerken en fazla sıklıkta kullandıkları üstbilişsel stratejinin kendine soru sorma, düşük başarılı olan öğrencilerin kendini düzeltme, ortalama başarılı olan öğrencilerde ise kendini izleme olduğu görülmektedir.

Öğrenme güçlüğü olan öğrenciler ile düşük ve ortalama başarılı olan öğrencilerin kolay problemi çözerken kullandıkları bilişsel ve üstbilişsel strateji verilerinin normallik gösterip göstermediği Shapiro Wilk normallik testi ile belirlenmiştir. Kolay problemde Shapiro Wilk *p* değeri 0.97 olarak bulunmuş ve verilerin normal dağılıma uygun olmadığı belirlenmiştir. Ardından strateji değişkeni bağlamında gruplar arası farklılığı belirlemek amacıyla Kruskal Wallis H testi uygulanmış ve gruplar arasında anlamlı farklılıklar olduğu bulunmuştur (X^2 = 15.34, p = .000). Hangi gruplar arasında farklılığın olduğunu belirlemek amacıyla da Dunn testi yapılarak sonuçlar Tablo 5'te verilmiştir.

Tablo 5

Öğrencilerin Grup Değişkenine Göre Kolay Problemi Çözerken Kullandıkları Bilişsel Strateji Sıklıkları Arasındaki Anlamlı Farklılığa İlişkin Kruskal Wallis H Testi Sonuçları

Bilişsel strateji	Grup	*N*	$\bar{X}$	*sd*	X^2	*p*	Post Hoc (Dunn)
Okuma	ÖG	50	1.08	2	1.21	.543	-
	DB	50	1.22				
	OB	50	1.16				
Kendi cümleleri ile ifade etme	ÖG	50	0.20	2	0.91	.633	-
	DB	50	0.20				
	OB	50	0.24				
Görselleştirme	ÖG	50	.00	2	2	.367	-
	DB	50	.00				
	OB	50	0.02				
Hipotez oluşturma	ÖG	50	2.44	2	14.31	.000	OB > ÖG, OB > DB
	DB	50	3.10				
	OB	50	3.70				

Tablo 5 *(devamı)*

Bilişsel strateji	Grup	*N*	$\bar{X}$	*sd*	X^2	*p*	Post Hoc (Dunn)
Tahminde bulunma	ÖG	50	.00	2	-	-	-
	DB	50	.00				
	OB	50	.00				
Hesaplama	ÖG	50	2.76	2	13.37	.001	OB > ÖG, OB > DB
	DB	50	3.08				
	OB	50	3.74				
Kontrol etme	ÖG	50	0.08	2	0.57	.748	-
	DB	50	0.14				
	OB	50	0.12				

Not: ÖG = öğrenme güçlüğü olan; DB = düşük başarılı; OB = ortalama başarılı.

Tablo 5'te, öğrencilerin hipotez oluşturma ve hesaplama bilişsel stratejileri kullanma sıklıkları arasında anlamlı farklılık olduğu görülmektedir. Bu anlamlı farklılık ortalama başarılı olan öğrencilerin düşük başarılı ve öğrenme güçlüğü olan öğrencilerden daha fazla sıklıkta hipotez oluşturma ve hesaplama stratejilerini kullanmasından kaynaklanmaktadır.

Öğrencilerin kolay problemi çözerken kullandıkları üretici olan üstbilişsel strateji sıklıkları arasında anlamlı farklılık olduğu ($X^2 = 6.84$, $p = .032$), üretici olmayan üstbilişsel stratejileri sıklıkları arasında ise anlamlı farklılık olmadığı belirlenmiştir ($X^2 = 4.04$, $p = .132$). Üretici olan üstbilişsel strateji sıklıkları arasındaki anlamlı farklılığa ilişkin sonuçlar Tablo 6'da yer almaktadır.

Tablo 6

Öğrencilerin Grup Değişkenine Göre Kolay Problemi Çözerken Kullandıkları Üretici Üstbilişsel Strateji Sıklıkları Arasındaki Anlamlı Farklılığa İlişkin Kruskal Wallis H Testi Sonuçları

Bilişsel strateji	Grup	*N*	$\bar{X}$	*sd*	X^2	*p*	Post Hoc (Dunn)
Kendini düzeltme	ÖG	50	0.10	2	3.52	.171	-
	DB	50	0.26				
	OB	50	0.24				
Kendini talimatlandırma	ÖG	50	0.06	2	6.45	.039	OB > ÖG, OB > DB
	DB	50	0.04				
	OB	50	0.16				
Kendini izleme	ÖG	50	0.08	2	7.36	.025	OB > ÖG, OB > DB
	DB	50	0.18				
	OB	50	0.34				
Kendine soru sorma	ÖG	50	0.12	2	1.40	.595	-
	DB	50	0.08				
	OB	50	0.04				

Not: ÖG = öğrenme güçlüğü olan; DB = düşük başarılı; OB = ortalama başarılı.

Tablo 6'da öğrencilerin kendini talimatlandırma ve kendini izleme üstbilişsel stratejileri kullanma sıklıkları arasında anlamlı farklılık olduğu görülmektedir. Bu anlamlı farklılık ortalama başarılı olan öğrencilerin düşük başarılı ve öğrenme güçlüğü olan öğrencilerden daha fazla sıklıkta kendini talimatlandırma ve kendini izleme stratejilerini kullanmasından kaynaklanmaktadır.

Orta Zorluk Düzeyinde Olan Probleme İlişkin Bilişsel ve Üstbilişsel Strateji Bulguları

Öğrenme güçlüğü olan öğrenciler ile düşük ve ortalama başarılı olan öğrencilerin orta zorluk düzeyinde olan problemi çözerken kullandıkları bilişsel strateji sıklıkları Tablo 7'de yer almaktadır.

Tablo 7

Öğrencilerin Orta Zorluk Düzeyinde Olan Problem Değişkenine Göre Bilişsel Strateji Kullanma Sıklıkları

Bilişsel stratejiler	ÖG			DB			OB		
	Orta			Orta			Orta		
	Min.	Max.	$\bar{X}$	Min.	Max.	$\bar{X}$	Min.	Max.	$\bar{X}$
Okuma	1.00	3.00	1.16	1.00	3.00	1.34	1.00	3.00	1.22
Kendi cümleleri ile ifade etme	.00	1.00	0.12	.00	2.00	0.36	.00	2.00	0.46
Görselleştirme	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00
Hipotez oluşturma	.00	3.00	1.30	.00	3.00	1.40	.00	5.00	1.76
Tahminde bulunma	.00	1.00	0.04	.00	6.00	0.18	.00	1.00	0.04
Hesaplama	.00	4.00	1.36	.00	5.00	1.68	.00	9.00	2.30
Kontrol etme	.00	.00	.00	.00	1.00	0.04	.00	2.00	0.08
Bilişsel strateji toplam	1.00	8.00	3.98	2.00	12.00	5.00	2.00	16.00	5.86

Not: ÖG = öğrenme güçlüğü olan; DB = düşük başarılı; OB = ortalama başarılı.

Tablo 7 incelendiğinde, orta zorluk düzeyinde olan problemde ortalama başarılı olan öğrencilerin düşük başarılı ve öğrenme güçlüğü olan öğrencilerden daha fazla; düşük başarılı olan öğrencilerin de öğrenme güçlüğü olan öğrencilerden daha fazla bilişsel strateji kullandıkları görülmektedir. Öğrenme güçlüğü olan öğrenciler ile düşük ve ortalama başarılı olan öğrencilerin orta zorluk düzeyinde olan problemi çözerken en fazla sıklıkta kullandıkları bilişsel stratejilerin sırası ile hesaplama, hipotez oluşturma ve okuma olduğu en az sıklıkta kullandıkları stratejilerin ise; görselleştirme ve tahminde bulunma stratejisi olduğu görülmektedir. Öğrencilerin orta zorluk düzeyinde olan problemi çözerken kullandıkları üstbilişsel strateji sıklıkları da Tablo 8'de yer almaktadır.

Tablo 8

Öğrencilerin Orta Zorluk Düzeyinde Olan Problem Değişkenine Göre Üstbilişsel Strateji Kullanma Sıklıkları

Üretici üstbilişsel stratejiler	ÖG			DB			OB		
	Orta			Orta			Orta		
	Min.	Max.	$\bar{X}$	Min.	Max.	$\bar{X}$	Min.	Max.	$\bar{X}$
Kendini düzeltme	.00	2.00	0.06	.00	2.00	0.14	.00	4.00	0.26
Kendini talimatlandırma	.00	.00	.00	.00	1.00	0.02	.00	1.00	0.02
Kendini izleme	.00	1.00	0.06	.00	1.00	0.08	.00	1.00	0.16
Kendine soru sorma	.00	.00	.00	.00	1.00	0.08	.00	5.00	0.44
Üretici üstbilişsel stratejiler toplam	.00	2.00	0.12	.00	2.00	0.32	.00	6.00	0.88
Üretici olmayan üstbilişsel stratejiler	Min.	Max.	$\bar{X}$	Min.	Max.	$\bar{X}$	Min.	Max.	$\bar{X}$
Hesap makinası	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00
Yorum	.00	2.00	0.12	.00	2.00	0.28	.00	4.00	0.26
Duygu	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00
Üretici olmayan üstbilişsel stratejiler toplam	.00	2.00	0.12	.00	2.00	0.28	.00	4.00	0.26

Not: ÖG = öğrenme güçlüğü olan; DB = düşük başarılı; OB = ortalama başarılı.

Tablo 8 incelendiğinde, orta zorluk düzeyinde olan problemde ortalama başarılı olan öğrencilerin düşük başarılı ve öğrenme güçlüğü olan öğrencilerden daha fazla; düşük başarılı olan öğrencilerin de öğrenme güçlüğü olan öğrencilerden daha fazla üretici olan üstbilişsel strateji kullandıkları görülmektedir. Üretici olmayan üstbilişsel stratejiler bağlamında ise düşük başarılı olan öğrencilerin ortalama başarılı olan öğrencilerden daha fazla; ortalama başarılı olan öğrencilerin de öğrenme güçlüğü olan öğrencilerden daha fazla strateji kullandıkları görülmektedir. Öğrenme güçlüğü olan öğrenciler ile düşük başarılı olan öğrencilerin orta zorluk düzeyinde olan problemi çözerken en fazla sıklıkta kullandıkları üstbilişsel stratejinin yorum, ortalama başarılı olan öğrencilerde ise kendine soru sorma olduğu görülmektedir.

Öğrenme güçlüğü olan öğrenciler ile düşük ve ortalama başarılı olan öğrencilerin orta zorluk düzeyinde olan problemi çözerken kullandıkları bilişsel ve üstbilişsel strateji verilerinin normallik gösterip göstermediği Shapiro Wilk normallik testi ile belirlenmiştir. Orta zorluk düzeyinde olan problemde Shapiro Wilk *p* değeri 5.43

olarak bulunmuş ve verilerin normal dağılıma uygun olmadığı belirlenmiştir. Ardından strateji değişkeni bağlamında gruplar arası farklılığı belirlemek amacıyla Kruskal Wallis H testi uygulanmış ve gruplar arasında anlamlı farklılıklar olduğu bulunmuştur (X^2 = 17.17, p = .000). Hangi gruplar arasında farklılığın olduğunu belirlemek amacıyla da Dunn testi yapılarak sonuçlar Tablo 9'da verilmiştir.

Tablo 9

Öğrencilerin Grup Değişkenine Göre Orta Zorluk Düzeyinde Olan Problemi Çözerken Kullandıkları Bilişsel Strateji Sıklıkları Arasındaki Anlamlı Farklılığa İlişkin Kruskal Wallis H Testi Sonuçları

Bilişsel strateji	Grup	N	$\bar{X}$	sd	X^2	p	Post Hoc (Dunn)
Okuma	ÖG	50	1.16	2	3.25	.196	-
	DB	50	1.34				
	OB	50	1.22				
Kendi cümleleri ile ifade etme	ÖG	50	0.12	2	10.20	.006	OB > ÖG
	DB	50	0.36				
	OB	50	0.46				
Görselleştirme	ÖG	50	.00	2	-	-	-
	DB	50	.00				
	OB	50	.00				
Hipotez oluşturma	ÖG	50	1.30	2	4.34	.113	-
	DB	50	1.40				
	OB	50	1.76				
Tahminde bulunma	ÖG	50	0.04	2	1.09	.579	-
	DB	50	0.18				
	OB	50	0.04				
Hesaplama	ÖG	50	1.36	2	13.31	.001	OB > ÖG, OB > DB
	DB	50	1.68				
	OB	50	2.30				
Kontrol etme	ÖG	50	.00	2	2.89	.235	-
	DB	50	0.04				
	OB	50	0.08				

Not: ÖG = öğrenme güçlüğü olan; DB = düşük başarılı; OB = ortalama başarılı.

Tablo 9'da öğrencilerin kendi cümleleri ile ifade etme ve hesaplama bilişsel stratejileri kullanma sıklıkları arasında anlamlı farklılık olduğu görülmektedir. Bu anlamlı farklılık ortalama başarılı olan öğrencilerin düşük başarılı ve öğrenme güçlüğü olan öğrencilerden daha fazla sıklıkta kendi cümleleri ile ifade etme ve hesaplama stratejilerini kullanmasından kaynaklanmaktadır.

Öğrencilerin orta zorluk düzeyinde olan problemi çözerken kullandıkları üretici olan üstbilişsel strateji sıklıkları arasında anlamlı farklılık olduğu (X^2 = 17.27, p = .000), üretici olmayan üstbilişsel stratejileri sıklıkları arasında ise anlamlı farklılık olmadığı belirlenmiştir (X^2 = 3.59, p = .166). Üretici olan üstbilişsel strateji sıklıkları arasındaki anlamlı farklılığa ilişkin sonuçlar Tablo 10'da yer almaktadır.

Tablo 10

Öğrencilerin Grup Değişkenine Göre Orta Zorluk Düzeyinde Olan Problemi Çözerken Kullandıkları Üretici Üstbilişsel Strateji Sıklıkları Arasındaki Anlamlı Farklılığa İlişkin Kruskal Wallis H Testi Sonuçları

Bilişsel strateji	Grup	N	$\bar{X}$	sd	X^2	p	Post Hoc (Dunn)
Kendini düzeltme	ÖG	50	0.06	2	5.79	.055	-
	DB	50	0.14				
	OB	50	0.26				

Tablo 10 (*devamı*)

Bilişsel strateji	Grup	*N*	$\bar{X}$	*sd*	X^2	*p*	Post Hoc (Dunn)
Kendini talimatlandırma	ÖG	50	.00	2	1.00	.604	-
	DB	50	0.02				
	OB	50	0.02				
Kendini izleme	ÖG	50	0.06	2	3.09	.213	-
	DB	50	0.08				
	OB	50	0.16				
Kendine soru sorma	ÖG	50	.00	2	15.88	.000	OB > ÖG, OB > DB
	DB	50	0.08				
	OB	50	0.44				

Not: ÖG = öğrenme güçlüğü olan; DB = düşük başarılı; OB = ortalama başarılı.

Tablo 10'da öğrencilerin kendine soru sorma üstbilişsel stratejileri kullanma sıklıkları arasında anlamlı farklılık olduğu görülmektedir. Bu anlamlı farklılık ortalama başarılı olan öğrencilerin düşük başarılı ve öğrenme güçlüğü olan öğrencilerden daha fazla sıklıkta kendine soru sorma stratejisini kullanmasından kaynaklanmaktadır.

Tablo 10'da öğrencilerin kendine soru sorma üstbilişsel stratejileri kullanma sıklıkları arasında anlamlı farklılık olduğu görülmektedir. Bu anlamlı farklılık ortalama başarılı olan öğrencilerin düşük başarılı ve öğrenme güçlüğü olan öğrencilerden daha fazla sıklıkta kendine soru sorma stratejisini kullanmasından kaynaklanmaktadır.

Zor Probleme İlişkin Bilişsel ve Üstbilişsel Strateji Bulguları

Öğrenme güçlüğü olan öğrenciler ile düşük ve ortalama başarılı olan öğrencilerin zor problemi çözerken kullandıkları bilişsel strateji sıklıkları Tablo 11'de yer almaktadır.

Tablo 11

Öğrencilerin Zor Olan Problem Değişkenine Göre Bilişsel Strateji Kullanma Sıklıkları

Bilişsel stratejiler	ÖG			DB			OB		
	Zor			Zor			Zor		
	Min.	Max.	$\bar{X}$	Min.	Max.	$\bar{X}$	Min.	Max.	$\bar{X}$
Okuma	1.00	3.00	1.14	1.00	3.00	1.26	1.00	2.00	1.12
Kendi cümleleri ile ifade etme	.00	1.00	0.18	.00	1.00	0.30	.00	3.00	0.46
Görselleştirme	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	1.00	0.02
Hipotez oluşturma	.00	6.00	1.74	.00	5.00	1.36	.00	6.00	1.78
Tahminde bulunma	.00	.00	.00	.00	0.00	.00	.00	.00	.00
Hesaplama	.00	5.00	1.94	.00	4.00	1.74	.00	5.00	2.18
Kontrol etme	.00	1.00	0.12	.00	1.00	0.02	.00	2.00	0.12
Bilişsel strateji toplam	2.00	13.00	5.12	1.00	10.00	4.68	3.00	12.00	5.68

Not: ÖG = öğrenme güçlüğü olan; DB = düşük başarılı; OB = ortalama başarılı.

Tablo 11 incelendiğinde, zor problemde ortalama başarılı olan öğrencilerin düşük başarılı ve öğrenme güçlüğü olan öğrencilerden daha fazla; öğrenme güçlüğü olan öğrencilerin de düşük başarılı olan öğrencilerden daha fazla bilişsel strateji kullandıkları görülmektedir. Öğrenme güçlüğü olan öğrenciler ile düşük ve ortalama başarılı olan öğrencilerin zor problemi çözerken en fazla sıklıkta kullandıkları bilişsel stratejilerin sırası ile hesaplama, hipotez oluşturma ve okuma olduğu en az sıklıkta kullandıkları stratejilerin ise; görselleştirme ve tahminde bulunma stratejisi olduğu görülmektedir. Öğrencilerin zor problemi çözerken kullandıkları üstbilişsel strateji sıklıkları da Tablo 12'de yer almaktadır.

Tablo 12

Öğrencilerin Zor Olan Problem Değişkenine Göre Üstbilişsel Strateji Kullanma Sıklıkları

Üretici üstbilişsel stratejiler	ÖG			DB			OB		
	Zor			Zor			Zor		
	Min.	Max.	$\bar{X}$	Min.	Max.	$\bar{X}$	Min.	Max.	$\bar{X}$
Kendini düzeltme	.00	2.00	0.14	.00	1.00	0.06	.00	2.00	0.24
Kendini talimatlandırma	.00	1.00	0.04	.00	.00	.00	.00	1.00	0.08
Kendini izleme	.00	1.00	0.08	.00	2.00	0.04	.00	1.00	0.18
Kendine soru sorma	.00	1.00	0.02	.00	1.00	0.02	.00	3.00	0.20
Üretici üstbilişsel stratejiler toplam	.00	4.00	0.28	.00	3.00	0.12	.00	4.00	0.70
Üretici olmayan üstbilişsel stratejiler	Min.	Max.	$\bar{X}$	Min.	Max.	$\bar{X}$	Min.	Max.	$\bar{X}$
Hesap makinası	.00	1.00	0.02	.00	.00	.00	.00	1.00	0.02
Yorum	.00	1.00	0.08	.00	0.08	0.28	.00	1.00	0.02
Duygu	.00	1.00	0.02	.00	.00	.00	.00	.00	.00
Üretici olmayan üstbilişsel stratejiler toplam	.00	3.00	0.12	.00	2.00	0.08	.00	2.00	0.04

Not: ÖG = öğrenme güçlüğü olan; DB = düşük başarılı; OB = ortalama başarılı.

Tablo 12 incelendiğinde, zor problemde ortalama başarılı olan öğrencilerin öğrenme güçlüğü ve düşük başarılı olan öğrencilerden daha fazla; öğrenme güçlüğü olan öğrencilerin de düşük başarılı olan öğrencilerden daha fazla üretici olan üstbilişsel strateji kullandıkları görülmektedir. Üretici olmayan üstbilişsel stratejiler bağlamında ise öğrenme güçlüğü olan öğrencilerin düşük ve ortalama başarılı olan öğrencilerden daha fazla; düşük başarılı olan öğrencilerin de ortalama başarılı olan öğrencilerden daha fazla strateji kullandıkları görülmektedir. Öğrenme güçlüğü olan öğrenciler ile ortalama başarılı olan öğrencilerin zor problemi çözerken en fazla sıklıkta kullandıkları üstbilişsel stratejinin kendini düzeltme, düşük başarılı olan öğrencilerde ise yorum olduğu görülmektedir.

Öğrenme güçlüğü olan öğrenciler ile düşük ve ortalama başarılı olan öğrencilerin zor problemi çözerken kullandıkları bilişsel ve üstbilişsel strateji verilerinin normallik gösterip göstermediği Shapiro Wilk normallik testi ile belirlenmiştir. Zor problemde Shapiro Wilk *p* değeri 5.17 olarak bulunmuş ve verilerin normal dağılıma uygun olmadığı belirlenmiştir. Ardından strateji değişkeni bağlamında gruplar arası farklılığı belirlemek amacıyla Kruskal Wallis H testi uygulanmış ve gruplar arasında anlamlı farklılık olmadığı bulunmuştur (X^2 = 5.73, p = .056).

Öğrencilerin zor problemi çözerken kullandıkları üretici olan üstbilişsel strateji sıklıkları arasında anlamlı farklılık olduğu (X^2 = 19.87, p = .000), üretici olmayan üstbilişsel stratejileri sıklıkları arasında ise anlamlı farklılık olmadığı belirlenmiştir (X^2 = 1.78, p = .410). Üretici olan üstbilişsel strateji sıklıkları arasındaki anlamlı farklılığa ilişkin sonuçlar Tablo 13'te yer almaktadır.

Tablo 13

Öğrencilerin Grup Değişkenine Göre Zor Problemi Çözerken Kullandıkları Üretici Üstbilişsel Strateji Sıklıkları Arasındaki Anlamlı Farklılığa İlişkin Kruskal Wallis H Testi Sonuçları

Üretici üstbilişsel strateji	Grup	*N*	$\bar{X}$	*sd*	X^2	*p*	Post Hoc (Dunn)
Kendini düzeltme	ÖG	50	0.14	2	5.62	.060	-
	DB	50	0.06				
	OB	50	0.24				
Kendini talimatlandırma	ÖG	50	0.04	2	4.13	.126	-
	DB	50	.00				
	OB	50	0.08				
Kendini izleme	ÖG	50	0.08	2	7.40	.024	OB > DB
	DB	50	0.04				
	OB	50	0.18				

Tablo 13 *(devamı)*

Üretici üstbilişsel strateji	Grup	*N*	$\bar{X}$	*sd*	X^2	*p*	Post Hoc (Dunn)
Kendine soru sorma	ÖG	50	0.02	2	8.56	.013	OB > ÖG, OB > DB
	DB	50	0.02				
	OB	50	0.20				

Not: ÖG = öğrenme güçlüğü olan; DB = düşük başarılı; OB = ortalama başarılı.

Tablo 13'te, öğrencilerin kendini izleme ve kendine soru sorma üstbilişsel stratejileri kullanma sıklıkları arasında anlamlı farklılık olduğu görülmektedir. Bu anlamlı farklılık ortalama başarılı olan öğrencilerin düşük başarılı öğrencilerden daha fazla sıklıkta kendini izleme stratejisi kullanmasından; düşük başarılı ve öğrenme güçlüğü olan öğrencilerden daha fazla sıklıkta kendine soru sorma stratejisi kullanmasından kaynaklanmaktadır.

Araştırma bulguları genel olarak özetlendiğinde; ortalama başarılı olan öğrenciler düşük başarılı ve öğrenme güçlüğü olan öğrencilerden daha fazla; düşük başarılı olan öğrencilerin de öğrenme güçlüğü olan öğrencilerden daha fazla bilişsel ve üstbilişsel strateji kullanmışlardır. Öğrencilerin en fazla sıklıkta kullandıkları bilişsel stratejilerin sırası ile hesaplama, hipotez oluşturma ve okuma olduğu; en az sıklıkta kullanılan bilişsel stratejilerin ise sırası ile görselleştirme ve tahminde bulunma stratejisi olduğu görülmektedir. Üretici olan üstbilişsel stratejiler bağlamında ise en fazla sıklıkta kullandıkları stratejinin kendini düzeltme olduğu görülürken en az sıklıkta kullanılan üretici olan üstbilişsel stratejinin kendini talimatlandırma olduğu görülmektedir. Öğrencilerin en fazla sıklıkta kullandıkları üretici olmayan üstbilişsel strateji ise yorumdur.

Tartışma

Bu araştırmada ilk olarak öğrenme güçlüğü olan öğrenciler ile düşük ve ortalama başarılı öğrencilerin matematik problemi çözerken kullandıkları *bilişsel stratejiler* incelenmiştir. Bu inceleme sonucunda, öğrenme güçlüğü olan öğrencilerin düşük ve ortalama başarılı akranlarına göre bilişsel strateji kullanım düzeylerinin daha düşük olduğu belirlenmiştir. Alanyazın incelendiğinde öğrenme güçlüğü olan öğrenciler ile düşük ve ortalama başarılı öğrencilerin bilişsel strateji kullanımlarının incelendiği (Bryant vd., 2000; Butterworth, 2013; Ives, 2007; Olkun vd., 2015; Swanson, 1990; Van Garderen, 2006) ve araştırma sonuçlarının bu araştırmanın bulguları ile tutarlılık gösterdiği görülmektedir. Alanyazında öğrenme güçlüğü olan öğrencilerin matematik problemi çözerken düşük ve ortalama başarılı akranlarına göre daha az bilişsel strateji kullandıkları ve öğrenme güçlüğü olan öğrencilerin usta problem çözücülere göre problem çözmek amacıyla kullanılan bilişsel stratejilerin daha az farkında oldukları belirtilmektedir (Reid & Lienemann, 2006). Bir görüşe göre de bu öğrenciler söz konusu stratejilere sahip olsalar da bunları uygun bağlamlarda kullanamamakta ve strateji seçiminde sorun yaşayabilmektedir (Swanson, 1990). Bu nedenle bu stratejiler âtıl olarak kalabilmektedir. Başka bir görüşe göre ise bu stratejiler olgunlaşmamış, diğer bir ifade ile ilkel stratejiler olup, problemi çözme görevini yürütmede yeterli olmayabilmektedir. Bu durumda olan öğrenciler ne zaman anladıklarını veya anlamadıklarını ayırt edemeyebilmektedir (Montague & Dietz, 2009). Böylece öğrenme güçlüğü olan öğrenciler problem çözmede kullanacakları bilişsel stratejilerini kullanmakta zorlanabilmekte ya da kullanamamaktadır (Montague vd., 2014). Belirtilen tüm bu açıklamalar bizi öğrenme güçlüğü olan öğrencilerin bilişsel strateji kullanımında güçlükleri olduğu sonucuna götürmektedir.

Bilişsel stratejilere ilişkin bulgular genel olarak incelendiğinde, öğrenme güçlüğü olan öğrenciler ile düşük başarılı öğrencilerin benzer düzeyde bilişsel strateji kullandıkları, gruplar arasında anlamlı farklılıklar olmadığı görülmektedir. Her iki öğrenci grubunun bilişsel strateji performansları arasındaki benzerliğin nedenini net olarak belirlemek zor olsa da bu iki öğrenci grubunun öğrenme performanslarını etkileyen çeşitli faktörler olabilir. Hem düşük başarılı öğrencilerin hem de öğrenme güçlüğü olan öğrencilerin akademik alanlarda yaşadığı sorunlar, motivasyonlarının ve kendilerine olan inançlarının düşük olmasına yol açabilir. Bu da problemle çok uğraşmamalarına dolayısıyla bilişsel strateji kullanımının açığa çıkmamasına neden olabilir. Her iki grubu etkileyen diğer bir faktör de sınıflarda strateji öğretimine sınırlı düzeyde yer verilmesidir. Problem çözmede yetkin öğrenciler bir problemle karşı karşıya kaldıklarında etkili stratejileri işe koşabilirler (Montague, 1992) ancak problem çözerken düşük başarılı öğrencilere kullanacağı bilişsel stratejilere model olunması gerekebilir. Diğer ele alınması gereken bir konu da bilişsel strateji kullanımının yetkin beceri uygulayıcılarında daha fazla gözlenen bir değişken olduğudur (Butterworth, 2013). Yetkin yazarlar, okuyucular ve problem çözenler bilişsel stratejilere başvurarak doğru sonuca ulaşırlar. Bu bağlamda düşük başarılı ile öğrenme güçlüğü olan öğrenciler arasında bilişsel strateji sıklıkları açısından fark görülmemesi bu öğrencilerin yetkin olarak beceriyi uygulayamamasından kaynaklanabilir.

Araştırmada öğrenme güçlüğü, düşük ve ortalama başarılı öğrencilerin matematik problemi çözerken fazla sıklıkta kullandıkları bilişsel stratejiler; *hesaplama, okuma ve hipotez oluşturmadır.* Bu stratejilerin okullarda problem çözmede en fazla üzerinde durulan işlem basamakları olduğu göze çarpmaktadır. Öğrencilere problem çözerken önce okumaları daha sonra hipotez oluşturmaları (plan geliştirme, çözüm adımlarına karar verme, amaca ilişkin kullanılacak işlemleri belirleme) daha sonra da hesaplama yapmaları öğretilmektedir. Bu nedenle ortalama başarılı olan öğrencilerin düşük başarılı ve öğrenme güçlüğü olan öğrencilerden anlamlı olarak bu stratejilerde farklılaşması beklendik bir sonuçtur.

Araştırmada öğrencilerin matematik problemi çözerken az sıklıkta kullandıkları bilişsel stratejilerden biri *görselleştirme* bir diğeri ise *tahminde bulunma* stratejisidir. Nitekim yurtdışı alanyazında da bu veriyi destekleyecek bulgular bulunmaktadır. Van Garderen (2006), normal gelişim gösteren, öğrenme güçlüğü ve üstün yetenekli olan öğrencilerin problem çözerken kullandıkları görselleştirme stratejileri ve görsel uzamsal yetenekleri ile problem çözme becerileri arasında olan ilişkiyi incelemiştir. Öğrenme güçlüğü olan öğrencilerin görsel uzamsal becerilerinin diğer yetenek gruplarında bulunan akranlarına göre zayıf olduğu ve daha az sayıda görselleştirme stratejilerini kullanarak problemlerin çözümünü gerçekleştirdiklerini bulmuşlardır. Görselleştirme stratejisinin az sıklıkta kullanılan strateji olması, ülkemizde matematik derslerinde uygulanan müfredat içerisinde görselleştirmenin bir strateji olarak değil de bir yaklaşım olarak ele alınması ile de ilişkili olabilir (Işık & Konyalıoğlu, 2005; Konyalıoğlu, 2003). Yani görselleştirme dört işlem problemlerin çözüm sürecinde kullanılmasından ziyade sadece geometrik kavramlarda ve geometrik kavramlara ilişkin problemlerde kullanılmakta ve dört işlem problemlerini çözmede bir adım olarak ele alınmamaktadır (Millî Eğitim Bakanlığı [MEB], 2005). Oysaki ilk problem çözme modelini ortaya atan Polya (1957), alansal matematiksel tecrübelerine dayalı olarak öğrencilerin problem çözmede başarılı olmaları için öneriler listesi hazırlamıştır. Bu öneriler arasında öğrencilere probleme ilişkin şekil çizmeyi, diğer bir ifade ile problemi görselleştirmeyi tavsiye etmiştir. Polya özellikle problemin bir geometri problemi olmasa da şekil çizmenin mümkün olduğunu, problemi görsel hale getirmenin çözümü kolaylaştıracağını ileri sürmüştür (Polya, 1957). Çok eski yıllardaki bu söylem günümüzde de geçerliliğini korumaktadır. Yapılan araştırmalar da görselleştirme stratejilerinin hem öğrenme güçlüğü olan hem de normal gelişim gösteren akranlarının problem çözme becerilerini geliştirdiği bulunmuştur (Gersten vd., 2009; Hughes vd., 2003; Ives, 2007; Van Garderen, 2006, 2007). Öğrencilerin çalışan bellek ve problem çözme adımlarını koordine etme ile ilişkili yaşadıkları güçlükler nedeniyle problem içerisinde yer alan bilgilerin düzenlenerek sunumunu sağlayan görsel stratejiler problem çözümünde büyük fayda sağlamaktadır (Geary, 2004; Hughes vd., 2003). Bu doğrultuda kullanılan şematik düzenleyiciler ve diğer görsel destekler (resim, çizim), öğrencilere problem içerisinde yer alan farklı bilgileri bir araya getirerek problemi anlamalarını artırmaktadır (Ives, 2007; Van Garderen, 2006, 2007). Öğrencilerin anladıkları problemleri şematik düzenleyiciye yerleştirmelerinin problemi anlamaları ve doğru çözmelerine yol göstermekle birlikte (Ives, 2007; Van Garderen, 2007), bu durumun bilginin depolanmasını sağladığı ve böylece çalışan belleğe destek olarak bilginin işlemlenmesini hızlandırdığı belirtilmektedir (Keeler & Swanson, 2001). Görselleştirme stratejisinin yer aldığı öğretim programlarının uygulanması ile öğrenme güçlüğü olan öğrencilerin problem çözme sürecinde kullandıkları şema sayılarının arttığı, şemaları kullanım düzeylerinin geliştiği ile şema kullanımını farklı problemlere genelledikleri (Van Garderen, 2007) ve problemlerin çözümünde daha iyi performans sergiledikleri bulunmuştur (Ives, 2007). Bunun için görselleştirme stratejisi öğretimine okulun ilk kademesi itibari başlanarak matematik problem çözmede kullanılması matematik eğitimine yenilik sağlayacaktır. *Tahmin etme* stratejisi ile ilgili elde edilen bulgu da alanyazındaki diğer araştırmalar ile tutarlılık göstermektedir (Bryant vd., 2000; Olkun vd., 2015; Rotzer vd., 2009). Tahmin etme, var olan verileri zihinsel süreçten esnek ve hızlı bir biçimde geçirerek mantıklı bir sonuç elde etme olarak tanımlanmaktadır (Boz-Yaman & Bulut, 2017). Matematik Öğretmenleri Ulusal Konseyi (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]) (2000) yayınladığı standartlar içinde matematik bileşenlerini tanımlayarak, bir problemin çözümüne ilişkin uzunluk, alan, ağırlık ve hacim gibi ölçülerde zihinden tahminlerde bulunma olarak ifade edilen tahmin etmeyi matematiğin önemli bir temel bileşeni olarak kabul etmiştir (Parmar & Cawley, 1997; Rivera, 1997). Araştırmalarda yer alan en önemli bulgu ise tahmin etme stratejilerinin matematik başarısını en iyi yordayan değişken olduğunun vurgulanmasıdır. Ayrıca, tahmin etme stratejisinin, matematik problemi çözme becerileri (Jordan vd., 2010), geometri ve ölçme becerileri (Ayyıldız, 2014) ve toplama becerileri kazanım düzeyleri (Booth & Siegler, 2008) ile de ilişkili olduğu bulgulanmıştır. Diğer yandan farklı yetenek gruplarında bulunan öğrenciler arasındaki bireysel farklılıkları ortaya çıkarmada önemli bir değişken olduğu belirtilmektedir (Geary, 2011; Landerl, 2013; Van't Noordende & Kolkman, 2013). Belirtilen bulgular dolayısı ile tahmin etme stratejisinin sadece öğrenme güçlüğü olan öğrenciler için değil aynı zamanda öğrenme güçlüğü olmayan öğrenciler için de önemli olduğu düşünülmekte ve matematik öğretim programlarında yer alması gerekmektedir.

Bu araştırmada tahmin etme stratejisinin az sıklıkla kullanılan strateji bulgusunun elde edilmesinde okullarda uygulanan öğretimin rolü olduğu düşünülmektedir. Ülkemizde 2005 yılında güncellenen matematik dersi eğitim programında tahmin etme strateji yer almakta (MEB, 2005) ancak uygulamalarda kendini hissettirmemekte (Çilingir & Türnüklü, 2009), bu adımın atlandığı göze çarpmaktadır. Bu bağlamda bu sonuçların elde edilmesi de şaşırtıcı değildir. Son hazırlanan matematik programı ile stratejiler ve öğretimi önceki programlara göre daha önem kazanmasına rağmen program stratejiler ve öğretimi bakımından sınırlılık göstermektedir. Bu uygulama da bu araştırmanın sonuçlarına yansımıştır. Bu bağlamda programda yer alan stratejiler hem sayı olarak artırılarak hem de problem çözme uygulama adımları içine konarak süreç temelli olarak öğrencilere problem çözme becerileri kazandırılabilir. Böylece öğrencilerin problem çözme süreçlerinde uygun bilişsel stratejileri kullanmaları sağlanabilir.

Ortalama başarılı olan öğrencilerin farklı zorluk düzeylerinde olan matematik problemlerinde *üstbilişsel strateji* kullanma sıklıklarının düşük başarılı olan öğrencilerinden ve öğrenme güçlüğü olan öğrencilerden daha fazla olduğu bulunmuştur. Bu bulgu öğrencilerin matematik problemi çözerken kullandıkları üstbilişsel strateji sıklıklarını inceleyen pek çok araştırma ile (Montague & Applegate, 1993; Ostad & Sorenson, 2007; Rosenzweig vd., 2011; Swanson, 1990; Sweeney, 2010) tutarlılık göstermektedir. Ortalama başarılı olan öğrencilerin akranlarından daha fazla üstbilişsel strateji kullanmaları, problemi çözmek amacıyla ısrarlı davrandıkları ve bunun sonucunda da üstbilişsel stratejilerini aktif hale getirdikleri şeklinde yorumlanabilir (Rosenzweig vd., 2011). Bu açıklama özellikle, ortalama başarılı olan öğrenciler ile farklı başarı düzeyinde olan akranlarının sergiledikleri üstbilişsel strateji farklılıklarını açıklamada sıklıkla kullanılmaktadır (Montague & Applegate, 1993; Rosenzweig vd., 2011; Sweeney, 2010). Ortalama başarılı olan öğrencilerin matematik problemi çözerken düşük başarılı ve öğrenme güçlüğü olan akranlarına göre daha fazla üstbilişsel strateji kullanmaları Sweeney (2010) ve Rosenzweig ve diğerleri (2011) araştırmalarında da ortaya çıkan sonuçlar arasındadır. Belirtilen iki araştırma, yapılan bu araştırma ile benzer çalışma grubunu içermesi bakımından önem taşımaktadır. Dolayısıyla yurtdışı alanyazında elde edilen bulgular, bu araştırma ile Türk öğrenciler için de geçerli olmuştur.

Öğrenme güçlüğü için elde edilen üstbilişsel strateji kullanım sıklıklarının düşük olması ile ilgili sonuçlar; araştırmalarda öğrenme güçlüğü olan öğrencilerin problemi çözmek için gerekli stratejilerden yoksun oldukları ve problem çözme sürecinde sahip oldukları stratejileri uygulayamadıkları şeklinde yorumlanmaktadır (Montague & Applegate, 1993; Ostad & Sorenson, 2007; Rosenzweig vd., 2011; Swanson, 1990; Sweeney, 2010). Bu bağlamda dili Türkçe olan öğrenme güçlüğü olan öğrenciler için bu araştırmanın sonuçları çerçevesinde aynı yorumlarda bulunulabilir.

Kolay problemde, düşük başarılı ve ortalama başarılı olan öğrenciler benzer sıklıkta üstbilişsel strateji kullanırken; orta zorluk düzeyinde ve zor problemlerde ortalama başarılı öğrenciler düşük başarılı olan akranlarına göre daha fazla sıklıkta üstbilişsel strateji kullanmışlardır. Bu bulgu problem çözme sürecinde otomatikleşme kavramı ile açıklanabilir. Problem çözme sürecinde otomatikleşme; usta problem çözücülerin problemi çözme için gerekli olan bilişsel stratejilere ve işlemlere sahip olduklarını ve problem zorluk düzeyinin kendi bilişsel düzeylerinin üzerine çıkmadıkça üstbilişsel stratejilerini kullanma eğilimi göstermemelerini ifade eder (Crowley vd., 1997). Montague ve Applegate (1993) tarafından yapılan araştırmada, kolay problemde ortalama başarılı ve üstün yetenekli öğrencilerin benzer sıklıkta üstbilişsel strateji kullanmalarına rağmen problem zorluk düzeyi arttıkça, üstün yetenekli olan öğrencilerin üstbilişsel stratejileri kullanmaya başladıkları ve diğer akranlarına göre daha fazla üstbilişsel strateji kullandıkları bulunmuştur. Bu doğrultuda, usta problem çözücüler problemi çözmek için üstbilişsel stratejileri işe koşmazlar ve bunun sonucunda da kendileri kadar problem çözme konusunda ustalaşmamış akranları ile benzer sıklıkta üstbilişsel strateji kullanırlar (Crowley vd., 1997; Sweeney, 2010). Bu açıklama doğrultusunda, bu araştırmada da usta problem çözücü olarak nitelendirilen ortalama başarılı olan öğrencilerin problemi kolay olarak algıladıkları ve problem zorluğunu kendini bilişsel düzeylerinin üzerinde görmedikleri için kolay problemde düşük başarılı akranları ile benzer sıklıkta üstbilişsel strateji kullanırken problemin zorluk düzeyi arttığında üstbilişsel stratejileri işe koşarak strateji kullanımlarını artırdıkları söylenebilir.

Matematik problemi çözmede üretici olan üstbilişsel stratejiler daha önce değinildiği gibi dört farklı stratejiden oluşmaktadır (Montague, 1992). Araştırmada öğrenme güçlüğü, düşük ve ortalama başarılı öğrencilerin matematik problemi çözerken fazla sıklıkta kullandıkları üretici olan üstbilişsel strateji *kendini düzeltme* stratejisidir. Matematik problemi çözmede kendini düzeltme stratejisi, öğrencinin ürüne ilişkin süreç hatalarını düzeltmesi olarak betimlenmektedir (Rosenzweig vd., 2011). Öğrenciler kendilerinden matematik problemini çözmeleri istendiğinde genel olarak, problem üzerinde hızlıca göz gerdirip, problem içerisinde verilen sayıları kullanarak gerekli olduğunu düşündükleri işlemleri hemen yapıp sonucu bulma isteği taşımaktadırlar. Oysaki bu süreçte öğrencilerin öncelikle problemi okuyup anlamaları, çözüm aşamasında kullanacakları yolları belirlemeleri, yani plan yapmaları ve strateji repertuvarlarında önceden yer alan stratejileri düzenleyerek problemleri çözmeleri gerekmektedir (Özsoy, 2017). Kendini düzeltmenin fazla sıklıkta kullanılan strateji olması öğrencilerin bu aşamaları uygulamadan doğrudan problemi çözmeye başlamaları ve matematik problemi çözerken, problem çözme planını uygulamada sınırlılık yaşamaları, yanlış işlem seçmeleri, aritmetik işlemleri yaparken hata yapmaları ile ilişkili olabilir. Bu ilişkileri destekler nitelikte, bu araştırmada olduğu gibi ortaokul öğrencileri ile yapılan araştırmalarda, Çelik ve Güler (2013) öğrencilerinin önemli bir bölümünün problemde yer alan sayıların hepsini kullanma eğiliminde oldukları ve hatalı işlemleri seçtiklerini; Özsoy (2005) öğrencilerin problemi okuyarak anlamalarına rağmen çözüm yollarını bularak stratejileri uygulama davranışlarını gösteremediklerini; Memnun (2014) ise öğrencilerin çözüm için plan yapmada yetersizlik yaşadıkları ve aritmetik işlem hataları bulunduğunu açıklamışlardır. Ayrıca bu araştırmada kendini düzeltmenin en fazla kullanılan strateji olmasının bir başka nedeni de okullarda uygulanan problem çözme öğretimi olabilir. Okullarda uygulanan problem çözme öğretimleri sonuç odaklı olduğu için öğrenciler problemi yanlış çözme ya da anlayamadıklarını düşündüklerinde genellikle tekrardan hesaplama yaparak kendilerini düzeltmektedirler. Dolayısıyla, bu araştırmada da öğrencilerin kendilerine verilen matematik problemini çözme görevlerinde kendi hatalarını kontrol etme gereksinimini ön plana çıkardığı düşünülmektedir. Araştırmada öğrencilerin az sıklıkta kullandıkları üretici olan üstbilişsel strateji *kendini talimatlandırma*dır. Araştırma kapsamında her üç öğrenci grubunun da örneğin, 'Bana ne soruluyor bunu bulacağım, dikkatli bir şekilde okursam anlayabilirim, önce bir kez okuyacağım eğer anlamazsam tekrar okurum, önemli kelimeleri tespit edeceğim, en önemli kısma geldim dikkatli olmalıyım.' gibi ifadeler kullanmaları, etkili ve verimli stratejiler geliştirmelerine ve bu stratejileri kullanmalarına ve problemi çözmelerine yardımcı olmuştur (Montague, 2007). Alanyazındaki bazı araştırmalarda da bu tür stratejileri kullanan öğrencilerin kullanmayan öğrencilere göre problem çözme sürecinde performansları artmıştır (Montague vd., 2011). Bu araştırmada her ne kadar üç grupta kendini talimatlandırma ifadeleri görülse de öğrencilerin en az kullandığı strateji olarak göze çarpmaktadır. Bu strateji öğrencilerin daha çok içsel konuşmalarla gerçekleştirdiği bir strateji olması nedeniyle kullanım sıklığı diğerlerine göre daha az olabilir (Özmen, 2017). Özellikle sınıflarda sesli düşünme ve strateji öğretimine çok az yer verilmesi bu gibi stratejilerin farkındalığının yeterince gelişmemesine ve otomatik olarak kullanımının azalmasına neden olabilir. Bu araştırmada yer alan yetenek grupları dikkate alındığında, kendini talimatlandırma öğrenme güçlüğü olan çocuklar için özel bir öneme sahiptir. Bu çocukların başarısız oldukları görevlerde genellikle olumsuz cümleler kurdukları belirtilmektedir (Reid & Lienemann, 2006). Dolayısıyla kendini talimatlandırmanın öğrencilere kazandırılması onların beceriyi gerçekleştirmesi için üzerinde zaman harcamasını, güçlüklerle baş etmesini ve kendini pekiştirmesini sağlar (Montague, 2007). Nitekim kendini talimatlandırma sıklıkla strateji öğretim paketlerinde yer almakta ve öğrencilerin verilen görevi sürdürmelerinde ve doğruluğun artmasında etkili olduğu görülmektedir (Case vd., 1992; Cassel & Reid, 1996; Karabulut & Özmen, 2018). Bu nedenle özellikle kendini talimatlandırmanın öğretimlere eklenmesi ve öğrenciler için uygun kendini talimatlandırma ifadelerinin belirlenmesi gerekmektedir.

Bu araştırmanın bazı sınırlılıkları bulunmaktadır. Birincisi, sesli düşünme protokolleri ile katılımcıların problem çözerken kullandıkları bilişsel ve üstbilişsel stratejilerinin belirlenmesi katılımcıların bir görevi yerine getirirken sesli olarak düşünmeleri varsayımına dayalıdır. Bu nedenle öğrencilerin sesletmedikleri stratejiler veya araştırmacı tarafından erişilemeyen sesletimler olabilir. Ancak sesli düşünme protokolleri kullanılarak daha önce yapılan araştırmalara göre (Rosenzweig vd., 2011; Swanson, 1990; Sweeney, 2010) bu araştırmanın katılımcı sayısı daha fazladır. Bu durum da farklı yetenek gruplarında olan öğrencilerin daha kapsamlı bir profilini betimlemede önemlidir. İkincisi bu araştırmanın katılımcı grupları belirlenirken, Türkiye'de öğrencileri düşük ve ortalama başarılı olarak niteleyecek başarı testlerinin geliştirilmemiş olması nedeniyle standart ölçme araçları kullanılamamıştır. Oysaki katılımcı grupları standart ölçme araçları ile belirleme, gruplar içerisindeki heterojenliği azaltarak farklılıkları tespit etmede daha iyi fırsatlar sunabilir. Son olarak bu araştırma sadece altıncı sınıfta bulunan öğrenciler ile farklı zorluk düzeylerinde toplama ve çıkarma işlemleri kullanmayı gerektiren problemler üzerinden gerçekleştirilmiştir. Bu nedenle farklı sınıf düzeyinde ve farklı problem türleri ile araştırma yinelenebilir.

Araştırma bulgularına dayalı olarak uygulamaya ve ileri araştırmalara yönelik birtakım öneriler bulunmaktadır. Uygulamaya yönelik olarak, öğretmenlerin öğrencilere problem çözme süreci boyunca problem çözmede kullanılan bilişsel ve üstbilişsel stratejilerini nerede ve nasıl kullanılacağını, hangi destekleyicileri hangi aşamada kullanılacağını göstererek öğrencilerin problem çözme performanslarının gelişimi sağlanmalıdır. Bu gelişim sürecinde, öğrenciler usta problem çözücülerin problemi nasıl anladıkları, problemi nasıl analiz ettikleri, problemin çözümü için nasıl çözüm planı geliştirdikleri ile görevi nasıl tamamladıkları ve sonucu nasıl değerlendirdiklerini gözlemleme ve duyma şansı elde etmiş olurlar. Böylece öğrencilerin problem çözerken uygun stratejileri seçmeleri, var olan strateji repertuarlarını genişleterek ve repertuarlarında yer alan stratejileri etkili, verimli bir şekilde kullanmaları sağlanabilir. Sınıf içinde gerçekleştirilen bu öğretimler öğrenme güçlüğü olan öğrenciler için destek eğitim odasında verilen eğitim ile desteklemeli ve öğrencilerin gereksinimleri doğrultusunda gerekli uyarlamalar yapılarak uygulamalar bir bütünlük içerisinde uygulanmalıdır. İleri araştırmalara yönelik olarak ise bu araştırma bulguları temel alınarak, öğrencilere yönelik matematik problemi çözmede kullanılan bilişsel ve üstbilişsel stratejileri içeren matematik problemi çözme müdahale programları hazırlanabilir. Aynı zamanda araştırma farklı yetenek gruplarında yer alan katılımcılarla yinelenebilir. Bu doğrultuda özellikle usta problem çözücü olarak nitelendirilen üstün yetenekli olan öğrenciler ile araştırmanın yinelenmesi ile bu öğrencilerin problem çözerken kullandıkları stratejilerin belirlenmesi sağlanabilir.

Yazarların Katkı Düzeyleri

Yazarlar, çalışma konusunu belirleme, araştırma deseni, veri toplama, verilerin analizi ve çalışmanın raporlanması görevlerini iş birliği içerisinde gerçekleştirmişlerdir.

Kaynaklar

Ayyıldız, N. Y. (2014). *İlkokul öğrencilerinin sayı doğrusunda tahmin becerilerinin çeşitli değişkenler açısından karşılaştırılması [Comparing number line estimations of elementary school students in terms of different variables]* (Tez Numarası: 366565) [Yüksek lisans tezi, Ankara Üniversitesi]. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.

Billingsley, F., White, O. R., & Munson, R. (1980). Procedural reliability: A rationale and an example. *Behavioral Assessment. 2*(2), 229-241.

Booth, J. L., & Siegler, R. S. (2008). Numerical magnitude representations influence arithmetic learning. *Child Development*, *79*(4), 1016-1031. https://doi.org/10.1111/j.1467-8624.2008.01173.x

Bryant, D. P., Bryant, B. R., & Hammill, D. D. (2000). Characteristic behaviors of students with LD who have teacher-identified math weaknesses. *Journal of Learning Disabilities*, *33*(2), 168-177. https://doi.org/10.1177/002221940003300205

Butterworth, B. (2013). Understanding neurocognitive developmental disorders can improve education for all. *Science*, *340*(300), 300-305. https://doi.org/10.1126/science.1231022

Carpenter, T. P., Ansell, E., Franke, M. L., Fennema, E., & Weisbeck, L. (1993). Models of problem solving: A study of kindergarten children's problem-solving processes. *Journal for Research in Mathematics Education*, *24*(5), 428-441. https://doi.org/10.2307/749152

Case, L. P., Harris, K. R. & Graham, S. (1992). Improving the mathematical problem-solving skills of students with learning disabilities: Self-regulated strategy development. *The Journal of Special Education*, *26*(1), 1-19. https://doi.org/10.1177/002246699202600101

Cassel, J., & Reid, R. (1996). Use of a self-regulated strategy intervention to improve word problem solving skills of students with mild disabilities. *Journal of Behavioral Education*, *6*(2), 153-172. https://doi.org/10.1007/BF02110230

Carr, E. G., Levin, L., McConnachie, G., Carlson, J. I., Kemp, D. C., & Smith, C. E. (1994). *Communication-based intervention for problem behavior: A user's guide for producing positive change*. Paul H Brookes.

Cawley, J., & Miller, J. (1986). Selected views on metacognition, arithmetic problem solving, and learning disabilities. *Learning Disabilities Focus*, *2*(1), 36-48.

Crowley, K., Shrager, J., & Siegler, R. S. (1997). Strategy discovery as a competitive negotiation between metacognitive and associative mechanisms. *Developmental Review*, *17*(4), 462-489. https://doi.org/10.1006/drev.1997.0442

Çelik, D., & Güler, M. (2013). İlköğretim 6. Sınıf öğrencilerinin gerçek yaşam problemlerini çözme becerilerinin incelenmesi [Examination of realistic problem solving skills of sixth grade students]. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, *12*(20), 180-195.

Çetinkaya, G. (2010). *Türkçe metinlerin okunabilirlik düzeylerinin tanımlanması ve sınıflandırılması [Identifying and classifying the readability levels of the Turkish texts]* (Tez Numarası: 265580) [Doktora tezi, Ankara Üniversitesi]. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.

Çilingir, D., & Türnüklü, E. B. (2009). Estimation ability and strategies of the 6th-8th grades elementary school students. *Elementary Education Online*, *8*(3), 637-650.

Fuchs, L. S., Fuchs, D., Prentice, K., Hamlett, C. L., Finelli, R., & Courey, S. J. (2004). Enhancing mathematical problem solving among third-grade students with schema-based instruction. *Journal of Educational Psychology*, *96*(4), 635-647. https://doi.org/10.1037/0022-0663.96.4.635

Geary, D. C. (2004). Mathematics and learning disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, *37*(1), 4-15. https://doi.org/10.1177/00222194040370010201

Geary, D. C. (2011). Consequences, characteristics, and causes of mathematical learning disabilities and persistent low achievement in mathematics. *Journal of Developmental and Behavioral Pediatrics*, *32*(3), 250. https://doi.org/10.1097/DBP.0b013e318209edef

Gersten, R., Chard, D. J., Jayanthi, M., Baker, S. K., Morphy, P., & Flojo, J. (2009). Mathematics instruction for students with learning disabilities: A meta-analysis of instructional components. *Review of Educational Research, 79*(3), 1202-1242. https://doi.org/10.3102/0034654309334431

House, A. W., House, B. G., & Campbell, M. B. (1981). Measures of interobserver agreement: Calculation formula and distribution effect. *Journal of Behavioral Assessment, 3*, 37-57.

Hughes, C. A., Maccini, P., & Gagnon, J. C. (2003). Interventions that positively impact the performance of students with learning disabilities in secondary general education classes. *Learning Disabilities: A Multidisciplinary Journal*, *12*, 101-111.

Işık, A., & Konyalıoğlu, A. C. (2005). Matematik eğitiminde görselleştirme yaklaşımı. *Atatürk Üniversitesi Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi Dergisi, 11*, 462-471. https://dergipark.org.tr/tr/pub/ataunikkefd/issue/2772/37097

Ives, B. (2007). Graphic organizers applied to secondary algebra instruction for students with learning disorders. *Learning Disabilities Research & Practice*, *22*(2), 110-118. https://doi.org/10.1111/j.1540-5826.2007.00235.x

Johnstone, C. J., Bottsford-Miller, N. A., & Thompson, S. J. (2006). *Using the think-aloud method (cognitive labs) to evaluate test design for students with disabilities and English language learners.* University of Minnesota, National Center on Educational Outcomes.

Jordan, N. C., Glutting, J., & Ramineni, C. (2010). The importance of number sense to mathematics achievement in first and third grades. *Learning and Individual Differences*, *20*(2), 82-88. https://doi.org/10.1016/j.lindif.2009.07.004

Karabulut, A., & Özmen, E. R. (2018). Effect of “understand and solve!” strategy ınstruction on mathematical problem solving of students with mild ıntellectual disabilities. *International Electronic Journal of Elementary Education, 11*(2), 77-90. https://doi.org/10.26822/iejee.2018245314

Karasar, N. (2009). *Bilimsel araştırma yöntemleri [Scientific research method]*. Nobel Yayım Dağıtım.

Keeler, M. L., & Swanson, H. L. (2001). Does strategy knowledge ınfluence working memory in children with mathematical disabilities? *Journal of Learning Disabilities*, *34*(5), 418-439. https://doi.org/10.1177/002221940103400504

Konyalıoğlu, A. C. (2003). *Üniversite düzeyinde vektör konusundaki kavramların anlaşılmasında görselleştirme yaklaşımının etkinliğinin incelenmesi [Investigation of effectiveness of visualization approach on understanding of concepts in vector spaces at the university level]* (Tez Numarası: 131567) [Doktora tezi, Atatürk Üniversitesi]. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.

Landerl, K. (2013). Development of numerical processing in children with typical and dyscalculic arithmetic skills a longitudinal study. *Frontiers in Psychology*, *4*, 459-471. https://doi.org/10.3389/fpsyg.2013.00459

Lucangeli, D., & Cabrele, S. (2006). The relationship of metacognitive knowledge, skills and beliefs in children with and without mathematical learning disabilities. In A. Desoete & M. V. Veenman (Eds.), *Metacognition in mathematics education* (pp. 103-133). Nova Science.

Memnun, D. S. (2014). Beşinci ve altıncı sınıf öğrencilerinin sözel problemleri çözme konusundaki yetersizlikleri ve problem çözümlerindeki hataları [Fifth and sixth grade students' deficiencies on word problem solving and failures in the problem solving process]. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, *5*(2), 158-175.

Mevarech, Z. R. (1995). Teachers’ paths on the way to and from the professional development forum. *Professional Development in Education: New Paradigms and Practices*, *21*, 151-70.

Millî Eğitim Bakanlığı [Ministry of National Education]. (2005). *İlköğretim matematik programı 1-5. Sınıflar [Mathematics cirriculum for grades 1-5]*. MEB.

Montague, M. (1992). The effects of cognitive and metacognitive strategy instruction on mathematical problem solving of middle school students with learning disabilities. *Journal of Learning Disabilities, 25*(4), 230-248. https://doi.org/10.1177/002221949202500404

Montague, M. (1997). Cognitive strategy instruction in mathematics for students with learning disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, *30*(2), 164-177. https://doi.org/10.1177/002221949703000204

Montague, M. (2007). Self-regulation and mathematics instruction. *Learning Disabilities Research & Practice*, *22*(1), 75-83. https://doi.org/10.1111/j.1540-5826.2007.00232.x

Montague, M. (2008). Self-regulation strategies to improve mathematical problem solving for students with learning disabilities. *Learning Disability Quarterly*, *31*(1), 37-44. https://doi.org/10.2307/30035524

Montague, M., & Applegate, B. (1993). Middle school students mathematical problem solving: An analysis of think-aloud protocols. *Learning Disabilities Quarterly*, *16*(1), 19-32. https://doi.org/10.2307/1511157

Montague, M., & Dietz, S. (2009). Evaluating the evidence base for cognitive strategy instruction and mathematical problem solving. *Exceptional Children*, *75*(3), 285-302. https://doi.org/10.1177/001440290907500302

Montague, M., Enders, C., & Dietz, S. (2011). Effects of cognitive strategy instruction on math problem solving of middle school students with learning disabilities. *Learning Disability Quarterly*, *34*(4), 262-272. https://doi.org/10.1177/0731948711421762

Montague, M., Krawec, J., Enders, C., & Dietz, S. (2014). The effects of cognitive strategy instruction on math problem solving of middle-school students of varying ability. *Journal of Educational Psychology*, *106*(2), 469-481. https://doi.org/10.1037/a0035176

Montague, M., Applegate, B., & Marquard, K. (1993). Cognitive strategy instruction and mathematical problem-solving performance of students with learning disabilities. *Learning Disabilities Research and Practice*, *8*(4), 223-232. https://doi.org/10.1177/002221949703000204

Montague, M., Warger, C., & Morgan, H. (2000). *Solve It!:* Strategy instruction to improve mathematical problem solving. *Learning Disabilities Research and Practice*, *15*(2), 110-116. https://doi.org/10.1207/SLDRP1502-7

Olkun, S., Altun, A., Şahin, S. G., & Denizli, Z. A. (2015). Temel sayı yeterliklerindeki eksiklikler ilköğretim öğrencilerinde düşük matematik başarısına neden olabilir [Deficits in basic number competencies may cause low numeracy in primary school children]. *Eğitim ve Bilim*, *40*(177), 141-159. https://doi.org/10.15390/EB.2015.3287

Ostad, A., & Sorensen, P. M. (2007). Private speech and strategy-use patterns: Bidirectional comparisons of children with and without mathematical difficulties in a developmental perspective. *Journal of Learning Disabilities*, *40*(1), 2-14. https://doi.org/10.1177/00222194070400010101

Özdemir, E. İ. (2011). Self-regulated learning from a sociocultural perspective. *Education and Science*, *36*(160), 298-317.

Özdemir, İ. E., & Pape, S. J. (2012). Supporting students' strategic competence: A case of a sixth-grade mathematics classroom. *Mathematics Education Research Journal*, *24*(2), 153-168. https://doi.org/10.1007/s13394-012-0033-8

Özkubat, U. (2019). *Öğrenme güçlüğü olan öğrenciler ile düşük ve ortalama başarılı olan öğrencilerin matematik problemi çözerken kullandıkları bilişsel stratejiler ile üstbilişsel işlevler arasındaki ilişkilerin incelenmesi [An examination of the relationships between cognitive strategies and metacognitive functions used during mathematical problem solving by the students with learning disabilities, low achieving, and average achieving]* (Tez Numarası: 602277) [Doktora tezi, Gazi Üniversitesi]. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.

Özkubat, U., & Özmen, E. R. (2018). Öğrenme güçlüğü olan öğrencilerin matematik problemi çözme süreçlerinin incelenmesi: Sesli düşünme protokolü uygulaması [Analysis of mathematical problem solving process of students with learning disability: Implementation of think aloud protocol]. *Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Özel Eğitim Dergisi*, *19*(1), 155-180. https://doi.org/10.21565/ozelegitimdergisi.299494

Özkubat, U., Karabulut, A., & Özmen, E. R. (2020). Mathematical problem-solving processes of students with special needs: A cognitive strategy instruction model 'Solve It!'. *International Electronic Journal of Elementary Education*, *12*(5), 405-416. https://doi.org/10.26822/iejee.2020562131

Özmen, E. R. (2017). *Öğrenme ğüçlüğü hakkında temel bilgiler ve uygulamalar [Elementary information and practices about learning disabilities]*. Eğiten Kitap.

Özsoy, G. (2005). Problem çözme becerisi ile matematik başarısı arasındaki ilişki [The relationship between problem solving skills and mathematical achievement]. *Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *25*(3), 179-190.

Özsoy, G. (2017). The effect of metacognitive strategy training on mathematical problem solving achievement. *International Electronic Journal of Elementary Education*, *1*(2), 67-82. https://www.iejee.com/index.php/IEJEE/article/view/278

Parmar, S., & Cawley, J. (1997). Preparing teachers to teach mathematics to students with learning disabilities. *Journal of Learning Disabilities, 30*(2), 188-197. https://doi.org/10.1177/002221949703000206

Passolunghi, M. C., Marzocchi, G. M., & Fiorillo, F. (2005). Selective effect of inhibition of literal or numerical irrelevant information in children with attention deficit hyperactivity disorder (ADHD) or arithmetic learning disorder (ALD). *Developmental Neuropsychology*, *28*(3), 731-753. https://doi.org/10.1207/s15326942dn2803-1

Piaget, J. (1976). *Piaget's theory. Piaget and his school*. Springer.

Polya, G. (1957). *How to solve it*. Doubleday-Anchor.

Reid, R., & Lienemann, T. O. (2006). Self-regulated strategy development for students with learning disabilities. *Teacher Education and Special Education, 29*(1), 3-11. https://doi.org/10.1177/088840640602900102

Rivera, D. (1997). Mathematics education and students with learning disabilities: Introduction to special series. *Journal of Learning Disabilities*, *30*(1), 19-68. https://doi.org/10.1177/002221949703000101

Rosenzweig, C., Krawec, J., & Montague, M. (2011). Metacognitive strategy use of eighth-grade students with and without learning disabilities during mathematical problem solving: A think-aloud analysis. *Journal of Learning Disabilities*, *44*(6) 508-520. https://doi.org/10.1177/0022219410378445

Rotzer, S., Loenneker, T., Kucian, K., Martin, E., Klaver, P., & Von Aster, M. (2009). Dysfunctional neural network of spatial working memory contributes to developmental dyscalculia. *Neuropsychologia*, *47*(13), 2859-2865. https://doi.org/10.1016/j.neuropsychologia.2009.06.009

Swanson, H. L. (1990). Influence of metacognitive knowledge and aptitude on problem solving. *Journal of Educational Psychology*, *82*, 306-314. https://doi.org/10.1037/0022-0663.82.2.306

Sweeney, C. M. (2010). *The metacognitive functioning of middle school students with and without learning disabilities during mathematical problem solving* (UMI Number: 3424782) [Doctoral dissertation, University of Miami]. ProQuest Dissertataion.

Van Garderen, D. (2006). Spatial visualization, visual ımagery, and mathematical problem solving of students with varying abilities. *Journal of Learning Disabilities*, *39*(6), 496-506. https://doi.org/10.1177/00222194060390060201

Van Garderen, D. (2007). Teaching students with LD to use diagrams to solve mathematical word problems. *Journal of Learning Disabilities*, *40*, 540-553. https://doi.org/10.1177/00222194070400060501

Ekler

Ek A

Sesli Düşünme Protokolü Kodlama Formu

Bilişsel Stratejiler								
Kategori	**İşlevsel Tanımları**	**Kodlama**	**Problem 1**		**Problem 2**		**Problem 3**	
			F	**%**	**F**	**%**	**F**	**%**
Okuma	Problemi başından sonuna kadar okuma							
Yeniden İfade Etme	Problemi kendi cümleleri ile tekrar ifade etme							
Görselleştirme	Görevi anlamak için görselleri kullanma (diagram, resimler ya da zihinsel hayal)							
Hipotez Planı Geliştirme (Oluşturma)	Plan geliştirme, çözüm adımlarına karar verme, amaca ilişkin kullanılacak işlemleri belirleme							
Tahmin Etme	Cevabı tahmin etme							
Hesaplama	Hesaplamaları sözelleştirme							
Kontrol Etme	Tamamlanan adımları, verilen bilgilerin doğruluğunu ve hesapların doğruluğunu kontrol etme							
		Toplam						
Üstbilişsel Stratejiler								
Kategori	**İşlevsel Tanımları**	**Kodlama**	**Problem 1**		**Problem 2**		**Problem 3**	
			F	**%**	**F**	**%**	**F**	**%**
Üretken Olmayan Üstbilişsel Stratejiler								
Hesap makinesi	Hesap makinesi kullanımı için istekte bulunma							
Yorum	Görevi yerine getirirken kullanılan kişisel ifadeler							
Duygu	Duygusal eğilime ilişkin ifadeler							
		Toplam						
Üretken Olan Üstbilişsel Stratejiler								
Kendini Düzeltme	Ürüne ilişkin süreç hatalarını düzeltme							
Kendini Talimatlandırma	Kontrol etme ifadeleri							
Kendini İzleme	Performansı ve ilerlemeyi gözlemleme							
Kendine Soru Sorma	Problemi ve çözüm basamaklarını düşünme							
		Toplam						
		Büyük Toplam						

Ek B

Öğrenme Güçlüğü Olan Öğrencinin Orta Zorluk Düzeyinde Olan Probleme İlişkin Kodlamaları

O

Uç arkadaş lokantada yemek yedikten sonra hesap geliyor. Herkes 20 TL verdiğinde hesap ödenecekken aralarından

birinin parası az geldiğinden diğer iki kişi 2'şer TL daha fazla ödemek zorunda kalıyor. Buna göre, parası az gelen

HO **H**

kişinin kaç TL'si vardır? 20 ile 2'yi topluyoruz. Cevap çıkıyor. 22 TL si vardır. Toplam 22.

Kısaltmalar			
Bilişsel Stratejiler		Üstbilişsel Stratejiler	
O: Okuma	TE: Tahmin Etme	HM: Hesap Makinesi	KD: Kendini Düzeltme
YIE: Yeniden Ifade Etme	H: Hesaplama	Y: Yorum	KT: Kendini Talimatlandırma
G: Görselleştirme	KE: Kontrol Etme	D: Duygu	KI: Kendini Izleme
HO: Hipotez Planı Oluşturma			KSS: Kendine Soru Sorma

Ek C

Düşük Başarılı Öğrencinin Orta Zorluk Düzeyinde Olan Probleme İlişkin Kodlamaları

O

Raşit'in 45, Çetin'in 35 ve Yunus'un 55 tane cevizi vardır. Raşit 7, Çetin 8 ve Yunus 12 ceviz yedikten sonra üçü de

kalan cevizlerini arkadaşları Ahmet'e veriyorlar. Buna göre Ahmet'in kaç cevizi olur? Şimdi Çetin'in 45 cevizi

HO **H**

varmış, Çetin'in cevizinden 45'den 7'yi çıkarırsak Ahmet'e vereceği cevizi bulabiliriz. 45 7. 7, 8, 9, 10, 11, 12'nin

KD **H**

ikisi elde var 1 52. Yoook çıkartacaktık pardon. 5'ten 7 çıkmaz 4'ten bir onluk aldık 15, 14, 13, 12, 11, 10, 9, 8,

burada 3 kaldı 38. Ahmet'e Çetin Ahmet'e 38 tane ceviz vermiş oluyor. Yunus Raşit'in 40, 38 tane Ahmet'e ceviz

H

vermiş oluyor. Çetin 35, 35 tane cevizi varmış. 8 tanesini yiyor. 1 5'ten çıkmaz. 3 ten bir onluk aldık. 15, 14, 13, 10,

9, 8, 7. 7 kaldı burada, burada da 3'ten bir onluk almıştık 2 kaldı. 27. Çetin 27 tane vermiş Ahmet'e. Yunus 55 tane

H

cevizi varmış,12 tanesini yemiş. 5'ten 2 çıktı 3 kaldı. 5'ten 1 çıktı 4 kaldı. 43. 43 ımm Yunus da Ahmet'e 43 tane

HO **H**

ceviz vermiş. Bunların hepsini topluyoruz. 7 8 daha 15, 3 daha 16, 17, 18. 18 elde var 1. 2, 3 daha 5. 4 daha 9, 1 de

elde 10, 108.

Kısaltmalar			
Bilişsel Stratejiler		Üstbilişsel Stratejiler	
O: Okuma	TE: Tahmin Etme	HM: Hesap Makinesi	KD: Kendini Düzeltme
YIE: Yeniden İfade Etme	H: Hesaplama	Y: Yorum	KT: Kendini Talimatlandırma
G: Görselleştirme	KE: Kontrol Etme	D: Duygu	Kİ: Kendini İzleme
HO: Hipotez Planı Oluşturma			KSS: Kendine Soru Sorma

Ek D

Ortalama Başarılı Öğrencinin Orta Zorluk Düzeyinde Olan Probleme İlişkin Kodlamaları

O

Uç arkadaş lokantada yemek yedikten sonra hesap geliyor. Herkes 20 TL verdiğinde hesap ödenecekken aralarından

birinin parası az geldiğinden diğer iki kişi 2'şer TL daha fazla ödemek zorunda kalıyor. Buna göre, parası az gelen

H **KD** **HO** **KE**

kişinin kaç TL'si vardır? 5 ile 3 ü çarp 15 ediyor, olmaz. 5 ile 4'ü çarpsak, ama problemde üç kişiler diyor. 7 yapsak,

HO **H** **Kİ**

7 6 desek bunu toplayalım. 7 7 14, 15,16,17,18,19,20. Şimdi ise 7 ile 7, 6'yı topladık 20 çıktı ama 2 şer TL daha

H **KSS** **H** **KD**

fazla ödemek zorunda kalıyor, az olan arkadaşları olduğu için. 8, 8 16. Kaç eklerim? 17,18,19,20,21 ediyor. Olmaz.

H **KD** **KT** **O**

4 eklerim, 16, 20 eder. 20 az olan kişinin parası 20 TL'dir. Yok 4 TL'dir. Az olan 4 TL. Bir kontrol yapalım. Üç

arkadaş lokantada yemek yedikten sonra hesap geliyor. Herkes 20 TL verdiğinde hesap ödenecekken aralarından

birinin parası az geldiğinden diğer iki kişi 2'şer TL daha fazla ödemek zorunda kalıyor. Buna göre, parası az gelen

Kİ

kişinin kaç TL'si vardır? Şimdi 8 ile 8'i topladık 16, 16 ya 4 ekledik, 20 eder. Ama diyor ki 2'şer tl fazla veriyorlar,

HO **H**

o zaman az olan kişinin elinde fazla veren iki kişi 9 TL verse, oda 2 TL verse, 9 9 18, 2 eklersek 20 eder. Yani az

olan kişinin 20 TL'si vardır.

Kısaltmalar			
Bilişsel Stratejiler		Üstbilişsel Stratejiler	
O: Okuma	TE: Tahmin Etme	HM: Hesap Makinesi	KD: Kendini Düzeltme
YIE: Yeniden Ifade Etme	H: Hesaplama	Y: Yorum	KT: Kendini Talimatlandırma
G: Görselleştirme	KE: Kontrol Etme	D: Duygu	KI: Kendini Izleme
HO: Hipotez Planı Oluşturma			KSS: Kendine Soru Sorma

Ankara University Faculty of Educational Sciences Journal of Special Education

2021, *22*(3), 639-676

RESEARCH

Recieved Date: 13.05.20
Accepted Date: 19.01.21
OnlineFirst: 31.01.21

Identifying the Cognitive and Metacognitive Strategies Used by Students with Learning Disabilities and Low- and Average-Achieving Students During Mathematical Problem Solving*

Ufuk Özkubat[1] **Emine Rüya Özmen**[2]

Abstract

Introduction: Identifying the cognitive and metacognitive strategies of students during mathematical problem solving is important in terms of the arrangements in the instruction. The aim of this study was to compare the cognitive and metacognitive strategy use of sixth-grade students with learning disabilities, low-achieving students, and average-achieving students and to investigate the difference between these strategies.

Method: The sample consisted of 150 sixth-grade students including 50 students with learning disabilities, 50 low-, and 50 average-achieving students. Think-aloud protocols were applied to identify the strategies. The data were analysed through R programming language.

Findings: The students with learning disabilities used less cognitive and metacognitive strategies than their low- and average-achieving peers when solving math problems with different difficulty levels.

Discussion: The results were discussed within the framework of the relevant literature and theoretical approaches. The suggestions were made for further research and implementation.

Keywords: Learning disabilities, mathematical problem solving, cognitive strategies, metacognitive strategies, think aloud protocols.

To cite: Özkubat, U., & Özmen, E. R. (2021). Determining the cognitive and metacognitive strategies used by students with learning disabilities and low- and average-achieving during mathematical problem solving. *Ankara University Faculty of Educational Sciences Journal of Special Education, 22*(3), 639-676. https://doi.org/10.21565/ozelegitimdergisi.736761

*This study is based on the Ufuk Özkubat's doctoral thesis presented to the Institute of Educational Sciences of Gazi University.

[1]***Corresponding Author:*** Dr., Gazi University, E-mail: ufukozkubat@gazi.edu.tr, https://orcid.org/0000-0002-9626-5112
[2]Prof., Gazi University, E-mail: eruya@gazi.edu.tr, https://orcid.org/0000-0002-0226-1672

Introduction

Problem solving is one of the basic skills of mathematics. Despite various definitions related to the mathematical problem solving process, it generally refers to a process that includes combining and analysing skills (Cawley & Miller, 1986), consists of one and/or more steps (Fuchs et al., 2004), requires the distinguishing of necessary calculation operations to be used in the solving process (Carpenter et al., 1993), and rarely contains irrelevant or distracting information (Passolunghi et al., 2005). As with all academic skills, math problem solving skills require using cognitive strategies and operations (Montague, 1992; Rosenzweig et al., 2011; Sweeney, 2010). Montague's Math Problem Solving Model hosts cognitive and metacognitive strategies and operations that expert problem solvers know and use effectively (Montague et al., 1993). This model was developed as a result of studies that examined the effective variables related to general problem solving, math problem solving, self-regulation and successful problem solving (Montague, 1997). Montague (1992) identified seven cognitive processes necessary to successfully solve the problem and developed metacognitive processes that allowed the use of these cognitive processes (Montague et al., 2000). The use of cognitive processes and strategies in problem solving plays a role starting from the process of reading the problem to reaching the solution as well as controlling the solution and the process (Rosenzweig et al., 2011). The correct implementation of cognitive processes that play a role in this process depends on the correct use of cognitive strategies (Montague, 1992).

The first of the metacognitive strategies used by expert students in solving mathematical problems is self-instruction (Montague & Dietz, 2009; Özmen, 2017). *Self-instruction* refers to strategies that enable students to identify and manage problem-solving strategies that help them remember how to use certain operations, skills and behaviors (Montague, 1992, 2007). Another strategy used by students to solve math problems is self-questioning (Montague & Dietz, 2009). *Self-questioning* is defined as thinking about the problem and solution steps (Montague, 1992). Other strategies used by students to solve math problems are self-monitoring and self-correction (Montague & Dietz, 2009; Özmen, 2017). *Self-monitoring* helps students use certain strategies appropriately and encourage them to monitor the overall performance (Montague, 2007, 2008). *Self-correction* is defined as the correction of errors related to the product (Rosenzweig et al., 2011).

Determining the cognitive and metacognitive strategy use of students with learning disabilities (LD) during mathematical problem solving is important in terms of the arrangements to be made in teaching problem solving. There are international studies examining the cognitive and metacognitive strategies used by students with LD when solving math problems (Montague & Applegate, 1993; Ostad & Sorenson, 2007; Rosenzweig et al., 2011; Swanson, 1990). As a result of the literature review conducted in Turkey, there is no study that investigated the cognitive and metacognitive strategy use of students with LD during mathematical problem solving. Turkey offers a variety of learning experiences to students in terms of both mathematics curriculum and instruction. Therefore, identifying the cognitive and metacognitive strategies used by students with LD during mathematical problem solving and demonstrating how they differ from their LA and AA peers will provide important findings and practical contributions to the national literature. In Turkey, there is no study investigating the effect of teaching methods or intervention strategies on the utilization of cognitive and metacognitive strategies in solving mathematical problems for students with LD. For this reason, the findings of this research are expected to form the basis for further educational studies in the national literature and shed light on the intervention programs to be prepared.

Aim of the Study

The main purpose of this study is to compare the cognitive and metacognitive strategy use of students with learning disabilities as well as low-achieving students and average-achieving students during math problem solving and to examine the differences between the strategies mentioned.

To accomplish this goal, the following questions were sought.

1. Is there a significant difference between the cognitive strategy frequencies used by students with learning disabilities as well as low-achieving students and average-achieving students while solving math problems at different difficulty levels (easy, medium, difficult)?
2. Is there a significant difference between the metacognitive strategy frequencies used by students with learning disabilities as well as low-achieving students and average-achieving students while solving math problems at different difficulty levels (easy, medium, difficult)?

Method

This study adopted descriptive survey model in order to examine the cognitive and metacognitive strategies used by sixth-grade students with LD, low achievers and average achievers when solving math problems with different difficulty levels (Karasar, 2009). The ethical permission was received from Gazi University (Code No: 2020-212). The study group consisted of sixth-grade students with LD, low achievers and average achievers selected from 50 classes in six different districts of Ankara (Çankaya, Yenimahalle, Etimesgut, Sincan, Altındağ, and Mamak). Criterion sampling method was used to recruit the participants. Inclusion criteria were determined for selecting students with and without LD. *The criteria for students with LD* were as follows: a) being diagnosed with learning disabilities in their medical report for disabilities, b) absence of any additional deficiencies. *The criteria for LA students* were as follows: a) being in the lowest 25% of the class in terms of math skills following teacher interview, b) absence of any additional deficiencies. *The criterion for AA students* was as follows: a) being in the average 50% of the class in terms of math skills following teacher interview. *The inclusion criteria determined for all groups* were as follows: a) having the ability to analyse without spelling at the instructional level (90%-95% accuracy), b) having certain gains in basic arithmetic operations (i.e. performing 3-digit and 4-digit addition with regrouping and subtraction with regrouping with 80% accuracy).

Data Collection Tools and Developing Data Collection Tools

Think-aloud protocols were used to measure the cognitive and metacognitive strategies of the participants. In order to collect data on think-aloud protocols, mathematical problems to be used during think-aloud protocols were prepared and coding form was developed.

Think-aloud protocols. Think-aloud protocols are an evaluation system based on the verbal performances of the participants where the participants speak out everything they think and do during their tasks such as reading a text or solving a math problem (Montague & Applegate, 1993; Ostad & Sorenson, 2007; Özkubat & Özmen, 2018; Rosenzweig et al., 2011; Swanson, 1990; Sweeney, 2010).

In this study, within the framework of the think-aloud protocol, the students were asked to say out loud what they thought and did when solving the math problem.

Preparation of math mroblems. This study employed mathematical problems used in Özkubat (2019). In the study carried out by Özkubat (2019), the preparation of mathematical problems involved four stages: a) creating a problem pool consisting of math problems obtained from various sources, b) classifying these problems according to their difficulty levels (easy, medium and difficult), c) applying expert opinions on the difficulty levels of the problems, and d) conducting validity and reliability studies of math problems. The item difficulty indexes of easy, medium and difficult questions were .66, .54 and .36, respectively; item discrimination indices were .76, .70 and .34, respectively; point double series correlations were .66, .58 and .33, respectively. Three problems with medium difficulty levels were used in the training before the implementation of the think-aloud protocol and three problems (easy, medium and difficult) were used in the implementation.

Development of coding form. Think-aloud protocols coding form was used to record the cognitive and metacognitive strategies used by students when solving math problems. The first part of this form required demographic information such as student's credentials (name, surname, date of birth, school, class), date and duration of implementation (start and end time of the implementation). The second part included cognitive strategies used by the student during math problem solving and the third part requested the information about the metacognitive strategies used by the student during problem solving. Think-aloud protocols coding system was developed based on the mathematical problem solving model developed by Montague (1992). The coding form included seven cognitive and metacognitive strategies (Appendix A).

Data Collection

In order to identify the problems that might be encountered and make the necessary arrangements in the research, a pilot study was carried out with three students (one student with LD, one LA student and one AA student) who met the criteria and were not participants in the implementation process. No regulation was made after pilot study. The data was collected by the researcher by working one-on-one with the students.

Think-aloud protocols were implemented in two stages, considering the stages specified in Özkubat and Özmen (2018). In this regard, the training for think-aloud protocols was carried out in the first stage, and then think-aloud protocols were implemented in the second stage. During the training, the purpose of the study was explained, the instruction adapted from Johnstone et al. (2006) was read, the researcher acted as a role model by demonstrating a problem, and the student was asked to solve two different problems by thinking aloud. On the other hand, during the implementation of think-aloud protocols, the instruction was provided as in the training phase and then the students solved the easy, medium and difficult problems by thinking aloud, respectively. The training and implementation of the think-aloud protocols were held in two different thirty-minute sessions.

Scoring of Data

A verbatim transcription was applied for the data during the think-aloud protocols. Following the qualitative analyses of the protocols, these analyses were converted into quantitative data. The frequencies of cognitive strategies, productive metacognitive strategies and non-productive metacognitive strategies were calculated separately for problems with different difficulty levels. The coding procedure of students with LD, low achievers and average achievers was given in Appendix B, C, D.

Data Analysis

The data were analysed using ‘R programming language’. Shapiro-Wilk test was used to determine whether the data related to cognitive and metacognitive strategies used by students with LD, low achievers and average achievers when solving math problems showed normality. Then, Kruskal Wallis-H test was utilized to examine the differences related to the use of these strategies in different difficulty levels among participants. When there was a significant difference considering the variables, Dunn test was utilized as one of the multiple comparison (Post Hoc) tests.

Findings

Both descriptive analysis results regarding the frequency of the cognitive and metacognitive strategies used by students with and without LD when solving math problems with different difficulty levels and the differences between groups were examined according to the problem difficulty levels.

Cognitive and Metacognitive Strategy Findings Related to Easy Problems

Table 1 shows the frequency of the cognitive strategies used by students with LD, LA and AA when solving easy math problems.

Table 1

Frequency of Students’ Using Cognitive Strategy According to Easy Problem

Cognitive strategies	LD			LA			AA		
	Easy			Easy			Easy		
	Min.	Max.	$\bar{X}$	Min.	Max.	$\bar{X}$	Min.	Max.	$\bar{X}$
Reading	1.00	2.00	1.08	1.00	5.00	1.22	1.00	3.00	1.16
Paraphrasing	.00	3.00	0.20	.00	2.00	0.20	.00	2.00	0.24
Visualize	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	1.00	0.02
Hypothesizing	.00	5.00	2.44	1.00	9.00	3.10	.00	7.00	3.70
Estimating	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00
Computing	.00	6.00	2.76	1.00	8.00	3.08	1.00	6.00	3.74
Checking	.00	1.00	0.08	.00	2.00	0.14	.00	1.00	0.12
Cognitive strategies total	1.00	12.00	6.56	3.00	18.00	7.74	6.00	15.00	8.98

Note: LD = students with learning disabilities; LA = low-achieving students; AA = average-achieving students.

According to Table 1, AA students used more cognitive strategies in easy problems compared to students with LD and LA students; LA students used more cognitive strategies than students with LD. The most frequently used cognitive strategies used by students with LD, low achievers and average achievers when solving easy problems were computing, hypothesizing, and reading, respectively. The least frequently used strategies were visualizing and estimating. The frequencies of metacognitive strategies that students used to solve easy problems were given in Table 2.

Table 2

Frequency of Students' Using Metacognitive Strategy According to Easy Problem

Productive metacognitive strategies	LD			LA			AA		
	Easy			Easy			Easy		
	Min.	Max.	$\bar{X}$	Min.	Max.	$\bar{X}$	Min.	Max.	$\bar{X}$
Self-correction	.00	2.00	0.10	.00	2.00	0.26	.00	2.00	0.24
Self-instruction	.00	3.00	0.06	.00	1.00	0.04	.00	2.00	0.16
Self-monitoring	.00	3.00	0.08	.00	3.00	0.18	.00	3.00	0.34
Self-questioning	.00	2.00	0.12	.00	1.00	0.08	.00	1.00	0.04
Productive metacognitive strategies total	.00	4.00	0.36	.00	4.00	0.56	.00	4.00	0.78
Non productive metacognitive strategies	Min.	Max.	$\bar{X}$	Min.	Max.	$\bar{X}$	Min.	Max.	$\bar{X}$
Calculator	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00
Comment	.00	3.00	0.10	.00	4.00	0.26	.00	1.00	0.06
Affect	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00
Non productive metacognitive strategies total	.00	3.00	0.10	.00	4.00	0.26	.00	1.00	0.06

Note: LD = students with learning disabilities; LA = low-achieving students; AA = average-achieving students.

According to Table 2, AA students utilized more productive metacognitive strategies in easy problems compared to students with LD and LA students; LA students used more productive metacognitive strategies than students with LD. Considering non-productive metacognitive strategies, LA students used more strategies than students with LD; students with LD utilized more strategies than AA students. The most frequently used metacognitive strategy used by students with LD when solving easy problems was self-questioning, the most frequently used metacognitive strategy by LA student was self-correction, and the most frequently used metacognitive strategy by AA student was self-monitoring.

Shapiro-Wilk test was used to determine whether the data related to cognitive and metacognitive strategies used by students with LD, low achievers and average achievers when solving math problems showed normality. In the easy problem, Shapiro Wilk *p* value was found to be 0.97 and the data did not show normal distribution. Then, Kruskal Wallis H test was used to examine whether there was a difference between participant groups. Significant differences were found between the groups ($X^2 = 15.34$, $p = .000$). The Dunn test was utilized to determine which groups were different and the results were given in Table 3.

Table 3

Kruskal Wallis H Test Results Regarding Significant Differences Between the Frequencies of Cognitive Strategy Used by Students When Solving Easy Problems According to Group Variable

Cognitive strategies	Group	*N*	$\bar{X}$	*df*	X^2	*p*	Post Hoc (Dunn)
Reading	LD	50	1.08	2	1.21	.543	-
	LA	50	1.22				
	AA	50	1.16				
Paraphrasing	LD	50	0.20	2	0.91	.633	-
	LA	50	0.20				
	AA	50	0.24				
Visualize	LD	50	.00	2	2	.367	-
	LA	50	.00				
	AA	50	0.02				
Hypothesizing	LD	50	2.44	2	14.31	.000	AA > LD, AA > LA
	LA	50	3.10				
	AA	50	3.70				

Table 3 (*continue*)

Cognitive strategies	Group	*N*	$\bar{X}$	*df*	X^2	*p*	Post Hoc (Dunn)
Estimating	LD	50	.00	2	-	-	-
	LA	50	.00				
	AA	50	.00				
Computing	LD	50	2.76	2	13.37	.001	AA > LD, AA > LA
	LA	50	3.08				
	AA	50	3.74				
Checking	LD	50	0.08	2	0.57	.748	-
	LA	50	0.14				
	AA	50	0.12				

Note: LD = students with learning disabilities; LA = low-achieving students; AA = average-achieving students.

According to Table 3, there was a significant difference between the frequency of students' use of cognitive strategies (hypothesizing and computing). This significant difference was due to the fact that AA students used hypothesizing and computing strategies more frequently than students with LD and LA students.

There was a significant difference between the frequencies of productive metacognitive strategies used by students when solving easy problems (X^2 = 6.84, p = .032), but there was no significant difference between the frequencies of non-productive metacognitive strategies (X^2 = 4.04, p = .132). The results regarding the significant difference between the frequencies of productive metacognitive strategy were given in Table 4.

Table 4

Kruskal Wallis H Test Results Regarding Significant Differences Between the Frequencies of Metacognitive Strategy Used by Students When Solving Easy Problems According to Group Variable

Productive metacognitive strategies	Group	*N*	$\bar{X}$	*df*	X^2	*p*	Post Hoc (Dunn)
Self-correction	LD	50	0.10	2	3.52	.171	-
	LA	50	0.26				
	AA	50	0.24				
Self-instruction	LD	50	0.06	2	6.45	.039	AA > LD, AA > LA
	LA	50	0.04				
	AA	50	0.16				
Self-monitoring	LD	50	0.08	2	7.36	.025	AA > LD, AA > LA
	LA	50	0.18				
	AA	50	0.34				
Self-questioning	LD	50	0.12	2	1.40	.595	-
	LA	50	0.08				
	AA	50	0.04				

Note: LD = students with learning disabilities; LA = low-achieving students; AA = average-achieving students.

According to Table 4, there was a significant difference between the frequency of students' use of metacognitive strategies (self-instruction and self-monitoring). This significant difference was due to the fact that AA students used these strategies more frequently than students with LD and LA students.

Cognitive and Metacognitive Strategy Findings Related to the Problem with Medium Difficulty Level

Table 5 shows the frequency of the cognitive strategies used by students with LD, LA and AA when solving math problems with medium difficulty level.

Table 5

Frequency of Students' Using Cognitive Strategy According to Problems with Medium Difficulty Level

Cognitive strategies	LD			LA			AA		
	Medium			Medium			Medium		
	Min.	Max.	$\bar{X}$	Min.	Max.	$\bar{X}$	Min.	Max.	$\bar{X}$
Reading	1.00	3.00	1.16	1.00	3.00	1.34	1.00	3.00	1.22
Paraphrasing	.00	1.00	0.12	.00	2.00	0.36	.00	2.00	0.46
Visualize	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00
Hypothesizing	.00	3.00	1.30	.00	3.00	1.40	.00	5.00	1.76
Estimating	.00	1.00	0.04	.00	6.00	0.18	.00	1.00	0.04
Computing	.00	4.00	1.36	.00	5.00	1.68	.00	9.00	2.30
Checking	.00	.00	.00	.00	1.00	0.04	.00	2.00	0.08
Cognitive strategies total	1.00	8.00	3.98	2.00	12.00	5.00	2.00	16.00	5.86

Note: LD = students with learning disabilities; LA = low-achieving students; AA = average-achieving students.

According to Table 5, AA students were observed to use more cognitive strategies in problems with medium difficulty compared to students with LD and LA students; LA students used more cognitive strategies than students with LD. The most frequently used cognitive strategies used by students with LD, low achievers and average achievers when solving medium problems were computing, hypothesizing, and reading, respectively, when the least frequently used strategies were visualizing and estimating. The frequencies of metacognitive strategies that students used to solve problems with medium difficulty were given in Table 6.

Table 6

Frequency of Students' Using Metacognitive Strategy According to Problems with Medium Difficulty Level

Productive metacognitive strategies	LD			LA			AA		
	Medium			Medium			Medium		
	Min.	Max.	$\bar{X}$	Min.	Max.	$\bar{X}$	Min.	Max.	$\bar{X}$
Self-correction	.00	2.00	0.06	.00	2.00	0.14	.00	4.00	0.26
Self-instruction	.00	.00	.00	.00	1.00	0.02	.00	1.00	0.02
Self-monitoring	.00	1.00	0.06	.00	1.00	0.08	.00	1.00	0.16
Self-questioning	.00	.00	.00	.00	1.00	0.08	.00	5.00	0.44
Productive metacognitive strategies total	.00	2.00	0.12	.00	2.00	0.32	.00	6.00	0.88
Non productive metacognitive strategies	Min.	Max.	$\bar{X}$	Min.	Max.	$\bar{X}$	Min.	Max.	$\bar{X}$
Calculator	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00
Comment	.00	2.00	0.12	.00	2.00	0.28	.00	4.00	0.26
Affect	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00
Non productive metacognitive strategies total	.00	2.00	0.12	.00	2.00	0.28	.00	4.00	0.26

Note: LD = students with learning disabilities; LA = low-achieving students; AA = average-achieving students.

According to Table 6, AA students utilized more productive metacognitive strategies in problems with medium difficulty compared to students with LD and LA students; LA students used more productive metacognitive strategies than students with LD. Considering non-productive metacognitive strategies, LA students used more strategies than students with AA; students with AA utilized more strategies than LD students. The most frequently used metacognitive strategy used by students with LD and LA when solving medium problems was comment and the most frequently used metacognitive strategy by AA student was self-questioning.

Shapiro-Wilk test was used to determine whether the data related to cognitive and metacognitive strategies used by students with LD, low achievers and average achievers when solving math problems showed normality. Shapiro Wilk *p* value was found to be 5.43 and it was determined that the data were not suitable for normal distribution. Then, Kruskal Wallis H test was applied to determine the difference between groups and significant differences were found between the groups (X^2 = 17.17, p = .000). The Dunn test was used to determine which groups were different and the results were given in Table 7.

Table 7

Kruskal Wallis H Test Results Regarding Significant Differences Between the Frequencies of Cognitive Strategy Used by Students When Solving Problems with Medium Difficulty Level

Cognitive strategies	Group	*N*	$\bar{X}$	*df*	X^2	*p*	Post Hoc (Dunn)
Reading	LD	50	1.16	2	3.25	.196	-
	LA	50	1.34				
	AA	50	1.22				
Paraphrasing	LD	50	0.12	2	10.20	.006	AA > LD
	LA	50	0.36				
	AA	50	0.46				
Visualize	LD	50	.00	2	-	-	-
	LA	50	.00				
	AA	50	.00				
Hypothesizing	LD	50	1.30	2	4.34	.113	-
	LA	50	1.40				
	AA	50	1.76				
Estimating	LD	50	0.04	2	1.09	.579	-
	LA	50	0.18				
	AA	50	0.04				
Computing	LD	50	1.36	2	13.31	.001	AA > LD, AA > LA
	LA	50	1.68				
	AA	50	2.30				
Checking	LD	50	.00	2	2.89	.235	-
	LA	50	0.04				
	AA	50	0.08				

Note: LD = students with learning disabilities; LA = low-achieving students; AA = average-achieving students.

According to Table 7, there was a significant difference between the frequency of students' use of cognitive strategies (paraphrasing and computing). This significant difference was due to the fact that AA students used paraphrasing and computing strategies more frequently than students with LD and LA students.

There was a significant difference between the frequencies of productive metacognitive strategies used by students when solving problems with medium difficulty (X^2 = 17.27, p = .000), but there was no significant difference between the frequencies of non-productive metacognitive strategies (X^2 = 3.59, p = .166). The results regarding the significant difference between the productive metacognitive strategy frequencies were given in Table 8.

Table 8

Kruskal Wallis H Test Results Regarding Significant Differences Between the Frequencies of Metacognitive Strategy Used by Students When Solving Problems with Medium Difficulty Level

Productive metacognitive strategies	Group	*N*	$\bar{X}$	*sd*	X^2	*p*	Post Hoc (Dunn)
Self-correction	LD	50	0.06	2	5.79	.055	-
	LA	50	0.14				
	AA	50	0.26				
Self-instruction	LD	50	.00	2	1.00	.604	-
	LA	50	0.02				
	AA	50	0.02				

Table 8 (*continue*)

Productive metacognitive strategies	Group	*N*	$\bar{X}$	*sd*	X^2	*p*	Post Hoc (Dunn)
Self-monitoring	LD	50	0.06	2	3.09	.213	-
	LA	50	0.08				
	AA	50	0.16				
Self-questioning	LD	50	.00	2	15.88	.000	AA > LD, AA > LA
	LA	50	0.08				
	AA	50	0.44				

Note: LD = students with learning disabilities; LA = low-achieving students; AA = average-achieving students.

According to Table 8, there was a significant difference between the frequency of students' use of metacognitive strategy (self-questioning). This significant difference was due to the fact that AA students used self-question strategies more frequently than students with LD and LA students.

Cognitive and Metacognitive Strategy Findings Related to Difficult Problems

Table 9 shows the frequency of the cognitive strategies used by students with LD, LA and AA when solving difficult math problems.

Table 9

Frequency of Students' Using Cognitive Strategy According to Difficult Problem

Cognitive strategies	LD			LA			AA		
	Difficult			Difficult			Difficult		
	Min.	Max.	$\bar{X}$	Min.	Max.	$\bar{X}$	Min.	Max.	$\bar{X}$
Reading	1.00	3.00	1.14	1.00	3.00	1.26	1.00	2.00	1.12
Paraphrasing	.00	1.00	0.18	.00	1.00	0.30	.00	3.00	0.46
Visualize	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	1.00	0.02
Hypothesizing	.00	6.00	1.74	.00	5.00	1.36	.00	6.00	1.78
Estimating	.00	.00	.00	.00	0.00	.00	.00	.00	.00
Computing	.00	5.00	1.94	.00	4.00	1.74	.00	5.00	2.18
Checking	.00	1.00	0.12	.00	1.00	0.02	.00	2.00	0.12
Cognitive strategies total	2.00	13.00	5.12	1.00	10.00	4.68	3.00	12.00	5.68

Note: LD = students with learning disabilities; LA = low-achieving students; AA = average-achieving students.

According to Table 9, AA students used more cognitive strategies in difficult problems compared to students with LD and LA students; LD students utilized more cognitive strategies than students with LA. The most frequently used cognitive strategies used by students with LD, low achievers and average achievers when solving difficult problems were computing, hypothesizing, and reading, respectively. The least frequently used strategies were visualizing and estimating. The frequencies of metacognitive strategies that students used to solve difficult problems were given in Table 10.

Table 10

Frequency of Students' Using Metacognitive Strategy According to Difficult Problem

Productive metacognitive strategies	LD			LA			AA		
	Difficult			Difficult			Difficult		
	Min.	Max.	$\bar{X}$	Min.	Max.	$\bar{X}$	Min.	Max.	$\bar{X}$
Self-correction	.00	2.00	0.14	.00	1.00	0.06	.00	2.00	0.24
Self-instruction	.00	1.00	0.04	.00	.00	.00	.00	1.00	0.08
Self-monitoring	.00	1.00	0.08	.00	2.00	0.04	.00	1.00	0.18
Self-questioning	.00	1.00	0.02	.00	1.00	0.02	.00	3.00	0.20
Productive metacognitive strategies total	.00	4.00	0.28	.00	3.00	0.12	.00	4.00	0.70

Table 10 (*continue*)

Non productive metacognitive strategies	LD			LA			AA		
	Difficult			Difficult			Difficult		
	Min.	Max.	$\bar{X}$	Min.	Max.	$\bar{X}$	Min.	Max.	$\bar{X}$
Calculator	.00	1.00	0.02	.00	.00	.00	.00	1.00	0.02
Comment	.00	1.00	0.08	.00	0.08	0.28	.00	1.00	0.02
Affect	.00	1.00	0.02	.00	.00	.00	.00	.00	.00
Non productive metacognitive strategies total	.00	3.00	0.12	.00	2.00	0.08	.00	2.00	0.04

Note: LD = students with learning disabilities; LA = low-achieving students; AA = average-achieving students.

According to Table 10, AA students utilized more productive metacognitive strategies in difficult problems compared to students with LD and LA students; LD students used more productive metacognitive strategies than students with LA. Considering non-productive metacognitive strategies, LD students used more strategies than students with AA and LA; students with LA utilized more strategies than AA students. The most frequently used metacognitive strategy used by students with LD and AA when solving difficult problems was self-correction and the most frequently used metacognitive strategy by LA student was comment.

Shapiro-Wilk test was used to determine whether the data related to cognitive and metacognitive strategies used by students with LD, low achievers and average achievers when solving math problems showed normality. In the difficult problem, Shapiro Wilk *p* value was found to be 5.17 and it was determined that the data were not suitable for normal distribution. Then, Kruskal Wallis H test was used to determine the difference between groups but there was no significant difference between the frequencies of cognitive strategies (X^2 = 5.73, p = .056).

There was a significant difference between the frequencies of productive metacognitive strategies used by students when solving difficult problems (X^2 = 19.87, p = .000), but there was no significant difference between the frequencies of non-productive metacognitive strategies (X^2 = 1.78, p = .410). The results regarding the significant difference between the productive metacognitive strategy frequencies were given in Table 11.

Table 11

Kruskal Wallis H Test Results Regarding Significant Differences Between the Frequencies of Metacognitive Strategy Used by Students When Solving Difficult Problems

Productive metacognitive strategies	Group	*N*	$\bar{X}$	*sd*	X^2	*p*	Post Hoc (Dunn)
Self-correction	LD	50	0.14	2	5.62	.060	-
	LA	50	0.06				
	AA	50	0.24				
Self-instruction	LD	50	0.04	2	4.13	.126	-
	LA	50	.00				
	AA	50	0.08				
Self-monitoring	LD	50	0.08	2	7.40	.024	AA > LA
	LA	50	0.04				
	AA	50	0.18				
Self-questioning	LD	50	0.02	2	8.56	.013	AA > LD, AA > LA
	LA	50	0.02				
	AA	50	0.20				

Note: LD = students with learning disabilities; LA = low-achieving students; AA = average-achieving students.

According to Table 11, there was a significant difference between the frequency of students' use of metacognitive strategies (self-monitoring and self-questioning). This significant difference was due to the fact that AA students used self-monitoring strategies more frequently than students with LA; AA students used self-questioning strategies more frequently than students with LD and LA students.

Discussion

This study firstly aimed to examine the cognitive strategies used by students with LD, low achievers and average achievers when solving math problems. Students with LD were found to have lower levels of cognitive strategy use compared to their LA and AA peers. This finding confirms previous studies (Bryant et al., 2000; Butterworth, 2013; Ives, 2007; Olkun et al., 2015; Swanson, 1990; Van Garderen, 2006). The studies advocate that students with LD use less numbers of cognitive strategies than their LA and AA peers when solving math problems and that students with LD are less aware of the cognitive strategies to solve problems compared to expert problem solvers (Reid & Lienemann, 2006). Some state that although these students are aware of the strategies, they cannot use them in appropriate contexts and may have problems in choosing strategies (Swanson, 1990). Therefore, these strategies can remain inactive. Others believe that these strategies are immature in that they might not be utilized in the task of solving the problem. Students in this situation may not be able to distinguish whether they understand or do not understand (Montague & Dietz, 2009). Therefore, students with LD have difficulty in using cognitive strategies or do not use these strategies when solving problems (Montague et al., 2014). All these statements lead to the conclusion that students with LD have difficulties in using cognitive strategies.

AA students were discovered to have higher frequency of using *metacognitive strategy* in math problems with different difficulty levels compared to LA students and students with LD. This finding is consistent with previous studies (Montague & Applegate, 1993; Ostad & Sorenson, 2007; Rosenzweig et al., 2011; Swanson, 1990; Sweeney, 2010). The fact that AA students used more metacognitive strategies than their peers can be interpreted as that they insisted on solving the problem and as a result activated their metacognitive strategies (Rosenzweig et al., 2011). This explanation was frequently used to explain the differences in metacognitive strategies exhibited by AA students and their peers with different success levels (Montague & Applegate, 1993; Rosenzweig et al., 2011; Sweeney, 2010). In their studies, Sweeney (2010) and Rosenzweig and others (2011) also emphasized that AA students used more metacognitive strategies when solving math problems compared to their LA peers and students with LD. These two studies are considered important as they share similar results. Therefore, this research with Turkish-speaking students also validates the findings of previous studies.

Some suggestions could be made for future studies. Considering the implementation, teachers should inform students where and how to use their cognitive and metacognitive strategies throughout the problem solving process and ensure the development of students' problem solving performances by showing them which supporters will be used at which stage. In this process, students have the chance to observe and hear how expert problem solvers understand the problem, analyse it, develop a plan for the solution of the problem, complete the task and evaluate the result. Thus, it can be ensured that students choose appropriate strategies when solving problems, expand existing repertoires and use the strategies in these repertoires effectively and efficiently. These sessions in the classroom should be supported by the instruction given in the support room. The implementations should be carried out by making the necessary adaptations in accordance with the needs of the students. Regarding future studies, intervention programs that target math problem solving and include cognitive and metacognitive strategies can be prepared. Also, further studies can be conducted with participants from different groups such as gifted students who are especially defined as expert problem solvers. In this regard, the strategies used by these students in problem solving can be explored.