

# Matematik Öğretmeni Adaylarının Kesirler Konusundaki Olası Kavram Yanılgılarına İlişkin Görüşleri

Semiha KULA ÜNVER<sup>1</sup>

## Özet

Bu çalışmanın amacı ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının kesirler konusundaki olası kavram yanılgılarına ilişkin görüşlerini belirlemektir. Amaç doğrultusunda nitel araştırma yönteminden yararlanılmış ve çalışma 40 ilköğretim matematik öğretmeni adayı ile gerçekleştirilmiştir. Veriler öğretmen adaylarının kesirler konusunda sahip olunabilecek kavram yanılgılarını ve örneklerini yazdıkları cevap kağıtlarından derlenmiştir. İçerik analizinden yararlanılarak elde edilen yanılgılar 12 başlık altında toplanmıştır. Öğretmen adaylarının büyük kısmı iki yanılgı türünü ifade ederken, geri kalan yanılgı türleri daha az ifade edilmiştir. Alanyazında yer alan ancak öğretmen adaylarınca belirtilmeyen kavram yanılgısı türleri bulunmaktadır. Bu nedenle öğretmen adaylarının farklı yanılgı türlerine ilişkin bilgi edinmelerinin ve söz konusu yanılgıların oluşumunu engelleme yolları ile bu yanılgılarla karşılaştıklarında nasıl bir yol izlemeleri gerektiğini öğrenmelerinin gerekli olduğu düşünülmektedir.

**Anahtar Kelimeler:** Matematik öğretmeni adayı, kesirler, kavram yanılgısı, alan öğretimi bilgisi, alan bilgisi.

## Mathematics Student Teachers' Views about Misconceptions on Fractions

### Abstract

The purpose of this study is to determine the views of primary school mathematics student teachers regarding possible misconceptions about fractions. Qualitative research method was used for this purpose and the study was conducted with 40 primary school mathematics student teachers. The data was collected from written response papers in which student teachers wrote about the possible misconceptions on fractions and their examples. Misconceptions derived from content analysis were grouped under 12 headings. While most of the student teachers expressed two types of misconceptions, the other types of misconceptions were less expressed. There are also other misconceptions in the literature that are not indicated by teacher candidates. For this reason, it is thought that it is necessary for the student teachers to learn about different kinds of misconceptions and to learn the ways of preventing the formation of the misconceptions and also the educational ways of what they should do when they meet them.

**Keywords:** Mathematics student teacher, fractions, misconception, pedagogical content knowledge, subject matter knowledge.

---

<sup>1</sup> Dr. Öğr. Üyesi Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Fakültesi.

Kavram yanılgısını Mayer (1987) öğrencilerin anlamada zorlandıkları kavramları kendi anlayışlarına uygun şekilde yorumlamaları olarak ifade ederken, Nesher (1987) bilimde kabul edilen anlamı ile çelişen düşünce olarak belirtmektedir. Kavram yanılgısı aynı zamanda sistematik hata üreten öğrenci anlayışı olarak da tanımlanmaktadır (Smith, diSessa ve Roschelle, 1993). Söz konusu tanımlar dikkate alındığında öğrencilerin kavram yanılgısına sahip olmalarının onları farkında olmadan hatalar yapmaya yönelteceği söylenebilecektir. Olivier (1989) ve Bezuindenhout (1998) kavram yanılgılarını bilgiyi oluşturma sürecinin doğal sonucu olarak görmektedirler (akt. Jordaan, 2005). Dolayısıyla öğretimin gerçekleşmesi sürecinde farkında olarak ya da olmayarak kavram yanılgılarının ortaya çıkması mümkün olmaktadır. Swan (2011) hangi müfredat izlenirse izlensin, hangi öğretimsel uygulamalar yapılırsa yapılsın dünyanın her yerinde benzer kavram yanılgılarına rastlanıldığını ve kavram yanılgılarının oluşmasını engellemenin her zaman mümkün olmadığını belirtmektedir.

Öğretmenlerin, öğrencilerinin sahip olabilecekleri kavram yanılgılarına ilişkin bilgiye sahip olmalarının önemine farklı araştırmacılar (An, 2004; Ball ve Bass, 2000; Ball ve McDiarmid, 1990; Carlsen, 1999; Grossman, 1990; Shulman, 1987; Smith ve Neale, 1989; Szydlik, 2000) tarafından dikkat çekilmektedir. Alan öğretimi bilgisinin önemli bileşenlerinden birinin öğrencilerin olası kavram yanılgılarına ilişkin bilgileri olduğu ifade edilmektedir (Chick ve Baker, 2005). Bununla birlikte yeterli alan bilgisine sahip olmayan öğretmenler öğrencilerin kavram yanılgılarını fark etmede sıkıntı yaşamaktadırlar (Halim ve Meerah, 2002; Gess-Newsome, 1999). Derin içerik bilgisine sahip öğretmenler ise öğrencilerin kavram yanılgılarını büyük oranda ortaya çıkarabilmektedirler (Gess-Newsome, 1999). Söz konusu bilgiye sahip olmanın yanı sıra kavram yanılgılarını engelleyecek etkili stratejilerin de öğretmenler tarafından bilinmesi gerekmektedir (Graeber, 1999). Bu nedenle, öğretmenlerden kavram yanılgılarını bilmelerinin yanı sıra hem yanılgıların oluşumunu engelleyecek şekilde öğretimlerini gerçekleştirmeleri hem de kavram yanılgılarının oluşması durumunda bunların üstesinden gelme yollarını bilmeleri beklenmektedir (Askew ve William, 1995). Ek olarak her sınıf düzeyinde birçok kavram öğretildiği düşünüldüğünde ilköğretimden itibaren bu kavramların doğru yapılandırılması, öğrencilerin yanılgıları varsa tespit edilmesi ve giderilmesi oldukça önemlidir (Türkdoğan, Güler, Bülbül ve Danişman, 2015).

İlkokul 1. sınıfta bütün ve yarım kesirler ile ilgili farkındalık oluşturularak başlanan kesir öğretimi her sınıf düzeyinde üzerine eklemeler yapılarak devam etmektedir. Kesirler konusu özellikle oran, yüzde, ölçüm, parça-bütün ve işlemci yorumları ile hemen hemen bütün matematiksel kavramlarda karşımıza çıkmaktadır (Özgen, 2016). Buna karşın doğası nedeniyle öğrenciler tarafından anlaşılması zor bir konudur (Booker, 1998; Charalambous ve Pitta-Pantazi, 2005; Mack, 1995; Peck ve Jencks, 1981; Tirosh, 2000). Öğrencilerin yanı sıra yetişkinler de kesirleri yeterince anlayamamaktadırlar (Gelman, 2006). Pek çok öğretmen de kesirlere ilişkin yüzeysel bir anlayışa sahiptir (Bergeson, 2000). Kesirler, öğrenilmesinin zor olmasının yanında öğretilmesi de zor olan bir konu olarak ifade edilmektedir (Van Steenbrugge, Lesage, Valcke ve Desoete, 2014). Bu nedenle öğretmenin etkili bir öğretim yapabilmesi için öncelikle kesirlere ilişkin iyi bir anlayışa sahip olması gerekmektedir (McDiarmid ve Wilson, 1991). Bu bağlamda bir öğretmenin kesirlere ilişkin alan bilgisi ne kadar iyi olursa kavram yanılgılarına ilişkin bilgisinin de o kadar iyi olacağı ve alan öğretimi bilgisi ne kadar iyi olursa öğretim sürecinin o kadar etkili olacağı söylenebilecektir.

Öğrenilmesi ve öğretilmesinin zor olmasının yanında sahip olunabilecek farklı türlerdeki kavram yanılgıları da konunun anlaşılmasını güçleştirmektedir. Bu nedenle henüz yetiştirilme sürecinde olan öğretmen adaylarının kesir kavramındaki kavram yanılgılarına ilişkin neler bildiklerinin tespit edilmesinin ve bu tespitler sonucunda eğitimlerine yön verilmesinin alana katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Bu doğrultuda çalışmanın amacı,

kesirler konusunda öğrencilerin sahip olabilecekleri kavram yanılgılarına ilişkin ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının görüşlerini belirlemektir.

### Kesirlere İlişkin Kavram Yanılgıları

Öğrencilerin kesirlerle ilgili sorun yaşamalarının temelinde büyük ölçüde formülleri ve algoritmaları ezberleme çabaları yatmaktadır (Hanson, 1995). Bu nedenle de kesirlerde dört işlemde, kesirleri genişletme ve sıralamada ve kesir türlerini ifade etmede kavram yanılgıları ortaya çıkmaktadır. Söz konusu yanılgılara ilişkin ilgili çalışmalardan yansımalara aşağıda yer verilmektedir.

Payları ve paydaları kendi aralarında toplama-çıkarma yanılgısına farklı çalışmalarda dikkat çekilmiştir (Bogen, 2008; Mack, 1990; 1995; McLeod ve Newmarch, 2006; Peck ve Jencks, 1981; Soylu ve Soylu, 2005). Örneğin Mack (1995), ilköğretim üç ve dördüncü sınıf öğrencilerine kesirlerde toplama yapmalarını gerektiren problemler sormuştur. Öğrenciler çözümü gerçekleştirirken  $\frac{1}{8} + \frac{1}{8}$  işleminin sonucunu  $\frac{2}{16}$  olarak belirtmişlerdir. Bu yanılgının sebebi tam sayılardaki toplama ve çıkarma işlemini, kesirlere genelleme olarak ifade edilmektedir (Booker, 1998; Ho, 2009; McLeod ve Newmarch, 2006).

Kesirlerde çarpma işlemi yaparken oluşabilecek yanılgı türlerinden bir tanesi çarpma işlemini kesirlerde toplama gibi yapmadır. Soylu ve Soylu (2005) tarafından beşinci sınıf öğrencileriyle yapılan çalışmada öğrencilerden kimilerinin  $\frac{4}{7} \times \frac{3}{7}$  işleminde payları çarpıp paydayı aynı yazdıkları görülmüştür. Aynı çalışmada çarpma işlemine ilişkin bir diğer yanılgı ise öğrencilerin  $\frac{1}{3} \times \frac{5}{4}$  işlemini paydaları eşitleyerek yapmaları olmuştur.

Kesirlerde bölme en karmaşık ve en az anlaşılan işlem olarak ifade edilmektedir (Tiros, 2000). Bu nedenle de farklı yanılgılara açık bir konudur. Örneğin, öğrenciler “sadece büyük sayı küçük sayıya bölünür” şeklindeki kavramsallaştırmaları sonucunda zorluklar yaşamaktadırlar (Sadi, 2007). Öğrencilerin sahip olabileceği bir diğer yanılgı da “ikinciye ters çevirip çarpma” olarak belirtilen kuralla ilişkilidir. Işıksal ve Çakıroğlu (2011) öğrencilerin bu kuralı uygulamak yerine kesirleri birbirleri ile çarpma eğiliminde olabileceklerini ifade etmiştir. Kesirlerde bölmeye ilişkin yanılgılardan bir tanesi de bölme küçültür, çarpma büyültür yanılgısı olarak ifade edilmektedir (Alghazo ve Alghazo, 2017; Sadi, 2007; Tiros, 2000; Tiros ve Graeber, 1989).

Kesirlerde sıralama yaparken sayıları büyük olan kesrin daha büyük olduğuna ilişkin yanılgının varlığına farklı çalışmalarda dikkat çekilmektedir (McLeod ve Newmarch, 2006; Stafylidou ve Vosniadou, 2004). Benzer şekilde öğrenciler sıralama yaparken paydası büyük olan kesrin daha büyük olduğu yanılgısına da sahip (Mack, 1990; McLeod ve Newmarch, 2006; Stafylidou ve Vosniadou, 2004). McLeod ve Newmarch (2006)  $5 > 3$  olduğu için öğrencilerin  $\frac{4}{5} > \frac{1}{3}$  olduğu düşüncesine sahip olduklarını belirtmektedir. Mack (1990) altıncı sınıf öğrencilerinin  $\frac{4}{5}$  ve  $\frac{5}{6}$  kesirlerinin birbirine eşit olduğunu ifade ettiklerini belirtmiştir. Bu yanılgının pay ve payda arasındaki farkın aynı olduğu düşüncesinden kaynaklandığını ifade etmiştir.

Biber, Tuna ve Aktaş (2013) beşinci sınıf öğrencileri ile gerçekleştirdikleri çalışmalarında paydayı genişletmek için kullandığı katsayıyı payla çarpmadan işlem yaptıklarını belirtmiştir.

Öğrenciler tam sayılı kesirlerde de yanılgıya sahip olabilmektedirler. Örneğin, Mack (1995) ilköğretim 3 ve 4. sınıf öğrencilerinden söylediği “1 tam 1 bölü 3” tam sayılı kesirini

yazmalarını istediğinde öğrenciler tam kısmı göz ardı ederek sadece  $\frac{1}{3}$  basit kesrini yazmışlardır. Tam sayıdan kesirli ifadenin çıkarılmasında da öğrenciler zorluk yaşayabilmektedir (Mack, 1995). Öğrenciler tam kısmı bileşik kesre çevirmeden aynı sayıyı alıp çıkarılan kesrin paydası ile işlem  $3 - \frac{1}{4} = \frac{2}{4}$  yapabilmektedirler.

## Yöntem

Bu çalışma, nitel araştırma yöntemlerinden biri olan özel durum çalışması kullanılarak yürütülmüştür. Özel durum çalışması araştırmacı tarafından; bir programı, bir olayı, bir süreci derinlemesine analiz etmek için kullanılmaktadır (Creswell 2013). Bu nedenle ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının kesirler konusundaki olası kavram yanlışlarına ilişkin görüşlerini derinlemesine analiz edebilmek için özel durum çalışmasından yararlanılmıştır.

## Katılımcılar

Bu çalışmanın katılımcılarını 2015-2016 eğitim-öğretim yılında Kavram Yanılgıları ve Öğrenmenin Doğası dersini alan ve çalışmaya gönüllü olarak katılan 40 ilköğretim matematik öğretmeni adayı oluşturmaktadır. Öğretmen adayları üçüncü sınıfta öğrenim görmekte olup, çalışmada isimleri gizli tutulmuştur. Öğretmen adaylarının cevap kağıtları 1'den 40'a kadar numaralandırılmış ve bulgularda ÖA<sub>1</sub>-ÖA<sub>40</sub> gösterimleri kullanılmıştır.

Öğretmen adayları ders kapsamında kavram, kavram yanlışlığı, kavram yanlışlığının türleri ve kavram yanlışlıklarının ortaya çıkma sebeplerine ilişkin bilgi edinmişler, kavram yanlışlıklarını belirlemeye yönelik farklı senaryolar ile karşılaştırılmışlardır. Söz konusu senaryolar işlenen konuya ilişkin olarak üretilmiş olan tez veya makalelerden derlenmiş ve katılımcıların öğretmen olduklarında karşılaşılabilecekleri olası yanlışlıkları içermektedir. Öğretmen adaylarından senaryodaki yanlışlıkları belirlemeleri ve gidermek amacıyla ne yapacaklarını ifade etmeleri beklenmiştir. Basamak değeri, toplama ve çıkarma, negatif sayılar konularındaki kavram yanlışlıklarına ilişkin dersler işlendikten sonra öğretmen adaylarından kesir kavramına ilişkin olası öğrenci yanlışlıklarının neler olabileceğini cevap kağıtlarında açıklayıcı bir şekilde ifade etmeleri istenmiştir.

## Veri toplama aracı

Öğretmen adaylarından “Kesir kavramına ilişkin öğrencilerin sahip olabileceği olası kavram yanlışlıkları nelerdir? Tümünü yazınız ve örnekleriyle açıklayarak belirtiniz.” sorusuna yanıt vermeleri istenmiştir. Söz konusu soruya ilişkin bir matematik eğitimcisinin görüşü alınmış ve ardından soru öğretmen adaylarına yöneltilmiştir. Öğretmen adaylarının yanıtlarını yazdıkları cevap kağıtları bu çalışmanın veri toplama aracını oluşturmaktadır.

## Verilerin analizi

Öğretmen adaylarının cevap kağıtları araştırmacı tarafından tekrar tekrar okunarak verilere aşinalık kazanılmak istenmiştir. Ardından veriler içerik analizi ile analiz edilerek öğretmen adaylarının yanıtları kavram yanlışlığı kategorileri altında toplanmıştır. İçerik analizi birbirine benzeyen verileri belirli kavramlar ve temalar çerçevesinde bir araya getirme (Yıldırım ve Şimşek, 2006) amacıyla kullanılmıştır. Analizden bir ay sonra araştırmacı

tarafından veriler tekrar analiz edilerek iki kodlama arasındaki uyuma bakılmış ve %94 olarak hesaplanmıştır (Miles ve Huberman, 1994). Ardından ortaya çıkan kodlarla ve isimlendirmeye ilgili uzman görüşü alınmıştır. Analiz sonucunda, öğretmen adaylarınca belirtilen kavram yanılgıları ve hangi öğretmen adayı tarafından ifade edildiği tablo biçimine getirilmiş ve bulgular bölümünde belirtilmiştir. Bulgular sunulurken öğretmen adaylarının ilgili kavram yanılgısına getirdikleri açıklamalara ve verdikleri örneklere yer verilmiştir.

### Bulgular

İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının cevap kağıtlarında kesirler konusuna ilişkin belirttikleri yanılı türleri Tablo 1’de verilmiştir.

**Tablo 1.** Öğretmen Adaylarının Kesirler Konusuna İlişkin Belirttikleri Kavram Yanılgıları

Kavram Yanılgısı	Öğretmen Adayı	f
Toplama-çıkarma işleminde pay ve paydayı kendi aralarında toplama-çıkarma	ÖA <sub>1</sub> -ÖA <sub>3</sub> -ÖA <sub>4</sub> -ÖA <sub>5</sub> -ÖA <sub>6</sub> -ÖA <sub>7</sub> -ÖA <sub>9</sub> -ÖA <sub>10</sub> - ÖA <sub>11</sub> -ÖA <sub>12</sub> -ÖA <sub>14</sub> -ÖA <sub>15</sub> -ÖA <sub>16</sub> -ÖA <sub>17</sub> -ÖA <sub>19</sub> -ÖA <sub>20</sub> - ÖA <sub>21</sub> -ÖA <sub>22</sub> -ÖA <sub>23</sub> -ÖA <sub>24</sub> -ÖA <sub>27</sub> -ÖA <sub>28</sub> -ÖA <sub>31</sub> -ÖA <sub>32</sub> - ÖA <sub>34</sub> -ÖA <sub>35</sub> -ÖA <sub>36</sub> -ÖA <sub>38</sub> -ÖA <sub>39</sub>	29
Sayıları büyük olan kesri büyük görme	ÖA <sub>1</sub> -ÖA <sub>2</sub> -ÖA <sub>3</sub> -ÖA <sub>4</sub> -ÖA <sub>6</sub> -ÖA <sub>7</sub> -ÖA <sub>8</sub> -ÖA <sub>9</sub> -ÖA <sub>10</sub> - ÖA <sub>11</sub> -ÖA <sub>12</sub> -ÖA <sub>13</sub> -ÖA <sub>14</sub> -ÖA <sub>19</sub> -ÖA <sub>20</sub> -ÖA <sub>21</sub> -ÖA <sub>22</sub> - ÖA <sub>25</sub> -ÖA <sub>26</sub> -ÖA <sub>29</sub> -ÖA <sub>30</sub> -ÖA <sub>33</sub> -ÖA <sub>34</sub> -ÖA <sub>35</sub> -ÖA <sub>36</sub> - ÖA <sub>37</sub> -ÖA <sub>39</sub> -ÖA <sub>40</sub>	28
Paydası büyük olan kesri büyük görme	ÖA <sub>5</sub> -ÖA <sub>9</sub> -ÖA <sub>11</sub> -ÖA <sub>14</sub> -ÖA <sub>15</sub> -ÖA <sub>22</sub> -ÖA <sub>25</sub> -ÖA <sub>28</sub> - ÖA <sub>30</sub> -ÖA <sub>39</sub>	10
Çarpma işlemini kesirlerde toplama gibi yapıp payları çarpıp paydayı aynı yazma	ÖA <sub>5</sub> -ÖA <sub>11</sub> -ÖA <sub>12</sub> -ÖA <sub>13</sub> -ÖA <sub>21</sub> -ÖA <sub>22</sub> -ÖA <sub>30</sub> -ÖA <sub>32</sub> - ÖA <sub>33</sub>	9
Bölme işleminde kesirleri doğrudan çarpma	ÖA <sub>4</sub> -ÖA <sub>7</sub> -ÖA <sub>14</sub> -ÖA <sub>15</sub> -ÖA <sub>19</sub> -ÖA <sub>30</sub> -ÖA <sub>31</sub> -ÖA <sub>34</sub> - ÖA <sub>39</sub>	9
Aynı bütünü parçalayan eş değerli kesirlerin temsil ettiği miktarı belirleme	ÖA <sub>2</sub> -ÖA <sub>4</sub> -ÖA <sub>6</sub> -ÖA <sub>8</sub> -ÖA <sub>14</sub> -ÖA <sub>16</sub> -ÖA <sub>20</sub> -ÖA <sub>28</sub>	8
Paydayı genişletmek için kullandığı katsayıyı payla çarpmadan işlem yapma	ÖA <sub>11</sub> -ÖA <sub>18</sub> -ÖA <sub>21</sub> -ÖA <sub>28</sub> -ÖA <sub>30</sub> -ÖA <sub>37</sub> -ÖA <sub>38</sub> -ÖA <sub>39</sub>	8
Tam sayıların aynı zamanda kesir olması	ÖA <sub>19</sub> -ÖA <sub>23</sub> -ÖA <sub>24</sub> -ÖA <sub>27</sub> -ÖA <sub>30</sub> -ÖA <sub>33</sub> -ÖA <sub>35</sub>	7
Negatif kesirleri pozitif kesirlerdeki gibi sıralama	ÖA <sub>3</sub> -ÖA <sub>13</sub> -ÖA <sub>21</sub> -ÖA <sub>22</sub> -ÖA <sub>25</sub>	5
Çarpma işleminde payda eşitleme	ÖA <sub>14</sub> -ÖA <sub>15</sub> -ÖA <sub>17</sub> -ÖA <sub>22</sub> -ÖA <sub>31</sub>	5
Tam sayılı kesri çarpma gibi düşünme	ÖA <sub>9</sub> -ÖA <sub>11</sub> -ÖA <sub>15</sub> -ÖA <sub>16</sub>	4
Tam kesirle bileşik/basit kesri toplama	ÖA <sub>23</sub> -ÖA <sub>28</sub> -ÖA <sub>29</sub> -ÖA <sub>30</sub>	4
Doğru birimlere ayıramama	ÖA <sub>1</sub>	1
Payda eşit olduğunda sadece payları çarpma	ÖA <sub>21</sub>	1
Kesirlerin yerini sayı doğrusunda belirleme	ÖA <sub>31</sub>	1

Tablo 1 incelendiğinde öğretmen adaylarının büyük çoğunluğunun “toplama-çıkarma işleminde pay ve paydayı kendi aralarında toplama-çıkarma” olarak adlandırılan kavram yanılgısını belirttikleri görülmektedir. 29 öğretmen adayının öğrencilerin sahip olabileceklerini düşündükleri bu yanılı türünde öğrencilerin kesirlerde toplama ya da çıkarma işlemi yaparken,

payları kendi aralarında, paydaları da kendi aralarında toplayacaklarını ya da çıkaracaklarını ifade etmişlerdir. ÖA<sub>10</sub> çıkarma işleminde öğrencilerin sahip olabileceği kavram yanlışını aşağıdaki gibi belirtmiş ve örneklendirmiştir. ÖA<sub>10</sub>, öğrencilerin  $\frac{9}{13} - \frac{4}{5} = ?$  şeklinde verilen soruyu yanıtlarken payları kendi arasında ve paydaları da kendi arasında çıkararak  $\frac{5}{8}$  sonucuna ulaşacaklarını belirtmiştir.

$\frac{9}{13} - \frac{4}{5} = ?$  Sorusuna öğrenci  $\frac{5}{8}$  cevabını vermiştir. Paylar arası işlem yapıp paya, paydalar arası işlem yapıp paydaya yazmıştır.

“Sayıları büyük olan kesri büyük görme” olarak belirlenen kavram yanlışını 28 öğretmen adayı ifade etmiştir. Bu yanılgıya sahip olan öğrencilerin verilen kesirleri sıralarken sayıları büyük olan kesirleri büyük olarak ifade edecekleri belirtilmiştir. ÖA<sub>26</sub> bu yanılgıya ilişkin aşağıdaki açıklamayı yaparak, örnek vermiştir. Bu yanılgı türüne ilişkin örneğinde ÖA<sub>26</sub>,  $\frac{151}{150}$  ve  $\frac{199}{200}$  kesirlerini sıralarken sadece  $\frac{199}{200}$  kesrinin pay ve paydasında bulunan sayıların,  $\frac{151}{150}$  kesrindeki pay ve paydada bulunan sayılardan büyük olmasını göz önünde bulundurarak  $\frac{199}{200}$  kesrinin daha büyük olduğunu ifade etmiştir.

Kesirlerde sayıların büyük olanı büyüktür demes. Örneğin  $\frac{151}{150}$  ve  $\frac{199}{200}$  hangisi büyüktür? Öğrenci sayı büyük olduğu için  $\frac{199}{200}$  e büyük demektedir. Halbuki yapılması gereken 1 tam ile karşılaştırmak.

Öğretmen adaylarının belirttiği bir diğer yanılgı da “paydası büyük olan kesri büyük görme”dir. 10 öğretmen adayı, öğrencilerin kesirleri sıralarken paydaya odaklanarak paydası büyük olan sayıyı büyük olarak ifade edeceklerini belirtmektedir. ÖA<sub>9</sub> söz konusu yanılgıyı cevap kağıdında aşağıdaki gibi ifade etmiş ve örneklendirmiştir.

- Öğrenciler kesirlerde sıralama yaparken paydası büyük olan kesrin daha büyük olduğu zannedebilirler.  
 $\frac{1}{16} > \frac{1}{4}$  gibi. Yada  $\frac{8}{3} > \frac{8}{2}$  gibi.

Öğretmen adaylarından dokuz tanesi öğrencilerin kesirler konusunda “çarpma işlemini kesirlerde toplama gibi yapıp payları çarpıp paydayı aynı yazma” yanlışına sahip olabileceğini belirtmişlerdir. ÖA<sub>13</sub> söz konusu yanılgıya ilişkin aşağıdaki örneği vermiştir. Burada öğrencilerin  $\frac{4}{9}$  ile  $\frac{5}{9}$  u çarparken sadece payları çarpıp paydayı aynı yazarak  $\frac{20}{9}$  sonucuna ulaşacakları varsayılmıştır.



⇒ Çarpma işleminde payları arap paydaları arapmadan işlem yapmak.

$$\frac{4}{9} \times \frac{5}{9} = \frac{20}{9}$$

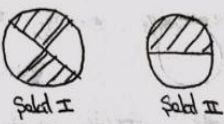
“Bölme işleminde kesirleri doğrudan çarpma” olarak ifade edilen kavram yanılgısında öğrencilerin bölme işleminde “ikinciye ters çevirip çarpma” olarak belirtilen kuralı uygulamayı kesirleri birbirleri ile çarpma eğiliminde olduklarından bahsedilmektedir. Dokuz öğretmen adayının belirttiği söz konusu kavram yanılgısına ÖA4 aşağıdaki açıklamayı getirerek, yanılgıyı örneklendirmiştir.

Örneğin;  $\frac{1}{2}$  sayısının  $\frac{7}{8}$  ile bölünmesinden ulaşılan sonuç? sorusuna  $\frac{1}{2} : \frac{7}{8} = \frac{1}{2} \cdot \frac{8}{7} = \frac{8}{14} = \frac{4}{7}$  olarak ulaşılmış halbuki, doğru paydadaki  $\frac{7}{8}$  kesirini ters çevirmeden sonuca ulaşılmaya çalışılmıştır.

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{8}{7} = \frac{4}{7}$$

Öğretmen adaylarından sekiz tanesi öğrencilerinin kesirler konusunda “aynı bütünü parçalayan eş değerli kesirlerin temsil ettiği miktarı belirleme” yanılgısına sahip olabileceklerini belirtmişlerdir. Bu yanılgıda aynı büyüklüğün farklı şekillerde kesilerek denk miktarda parça alındığında, öğrencilerin bu kesirlerin aynı miktarı temsil ettiğini fark edemeyerek yanılgıya düşebilecekleri ifade edilmektedir. ÖA4 bu yanılgıya aşağıdaki açıklamayı yaparak örnek vermiştir.

Örneğin;



Aynı büyüklükteki yondaki pastalardan Şekil I'deki Aşu, Şekil II'deki Mavis olduğuna göre hangisi daha fazla miktarda pasta yemiştir?

Öğrencilerin bir kısmı Şekil I'ın daha fazla miktarda pasta olduğu sonucuna ulaşmış buna göre Aşu'nun daha çok yediğini düşünmüşler. Oysa Aşu'nun yediği 2 eşit dilim pastadan sadece 2'sidir. Yani  $\frac{2}{4}$  oranında pasta yemiştir. Mavis ise 2 eşit dilim pastadan sadece 1'ini yemiştir. Yani  $\frac{1}{2}$  oranında pasta yemiştir.  $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$  olduğundan dolayı Aşu da aynı miktar pasta yemiştir.

Öğretmen adaylarının “paydayı genişletmek için kullandığı katsayıyı payla çarpmadan işlem yapma” olarak ifade ettikleri yanılgıda, öğrencilerin paydaya odaklanarak genişletmelerinden ancak payı göz ardı etmelerinden bahsedilmiştir. ÖA30 aşağıdaki örnekle söz konusu yanılgıya açıklık getirmiştir. Bu örnekte öğrencilerin  $\frac{1}{3}$  ile  $\frac{2}{5}$  i toplarken paydaları genişlettikleri ancak payları genişletmeden işleme devam ederek  $\frac{1+2}{15} = \frac{3}{15}$  sonucuna ulaşabilecekleri ifade edilmiştir.

Kesirlerde toplama ve çıkarma işlemi yapılırken paydaları eşitlemede karan yanlışlığına düşebilirler.

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{5} \rightarrow \text{sadece payları eşitlerler} \rightarrow \frac{1+2}{15} = \frac{3}{15}$$

$\frac{1}{3} - \frac{2}{5} = \frac{-1}{15}$  çıkarma işleminde de bu hataya düşebilirler.

Öğretmen adaylarının ifade ettiği bir diğer yanlış türü de “tam sayıların aynı zamanda kesir olması”dır. Yedi öğretmen adayı tarafından belirtilen yanlışta, öğrencilerin tam sayıların aynı zamanda birer kesir olacağını göz ardı ettikleri vurgulanmıştır. ÖA<sub>33</sub>'ün söz konusu yanlışta ilişkin açıklaması ve verdiği örnek aşağıdaki gibidir. ÖA<sub>33</sub> öğrencilere  $\frac{9}{7}, 3, \frac{1}{2}, \frac{11}{3}, \frac{7}{6}, 1,5$  kesirlerini verip hangilerinin kesir belirttiğini sorduğunda tam sayıları kesir olarak kabul etmeyebileceklerini ifade etmiştir.

• Tam sayıların bileşik kesir olduğunu unutarak yanlışya düşebilirler. Örneğin: Öğrencilere  $\frac{9}{7}, 3, \frac{1}{2}, \frac{11}{3}, \frac{7}{6}, 1,5$  kesirler verilir hangileri bileşik kesirdir diye sorulduğunda öğrenciler sadece payı paydasından büyük olan kesirleri işaretlerse yanlışya düşmüş olur.

Öğretmen adaylarından beş tanesi öğrencilerin “negatif kesirleri pozitif kesirlerdeki gibi sıralama” şeklinde yanlışya sahip olabileceklerini belirtmişlerdir. Bu yanlış verilen negatif kesirler sıralanırken negatifliği göz ardı ederek pozitif kesirler gibi sıralama yapmaktan bahsetmektedir. ÖA<sub>3</sub>'ün söz konusu yanlışın nasıl olabileceğine ilişkin görüşü aşağıdaki gibidir.

$-\frac{5}{4}, -\frac{8}{4}$  şeklindeki negatif sayıların sıralamasında problem yaşanabilir. Pozitif sayılarda  $\frac{5}{4} < \frac{8}{4}$  diyoruz ama negatif sayılarda bu tam tersi oluyor. Dikkat edilmezse yanlışya düşülebilir.

Öğrencilerin kesirlere ilişkin sahip olabilecekleri bir diğer yanlış da “çarpma işleminde payda eşitleme” olarak belirtilmiştir. Beş öğretmen adayının belirttiği bu yanlışta öğrencilerin toplama işleminde olduğu gibi payda eşitleyerek işlem yapma eğiliminde olabilecekleri belirtilmiştir. ÖA<sub>22</sub> söz konusu yanlışta ilişkin aşağıdaki açıklamayı yapmış ve durumu örneklendirmiştir.

Çarpma işlemi yapılırken toplama-çıkarma işlemindeki gibi paydaları eşitlemeye çalışabilirler. Sonuç farklı çıkmaz ama zaman kaybına sebep olur.

$$\frac{2}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2}{4} \cdot \frac{2}{4} = \frac{4}{16}$$

(2)



“Tam sayılı kesri çarpma gibi düşünme” olarak belirtilen kavram yanılgısında öğrencilerin çarpma işlemi yapılması gerektiğini düşünebileceklerinden bahsedilmektedir. Dört öğretmen adayı tarafından belirtilen söz konusu yanılgıya ilişkin ÖA<sub>15</sub> aşağıdaki örneği sunmuştur. Bu örnekte ÖA<sub>15</sub>, öğrencilerin  $3\frac{2}{5}$  şeklinde ifade edilen tam sayılı kesri 3 ile  $\frac{2}{5}$  i çarpma olarak algılayarak işlem yapabileceklerini belirtmiştir.

$3\frac{2}{5}$  kesrini çarpma gibi düşünüp sonucu  $\frac{6}{5}$  diyebilir.

Öğretmen adaylarından dört tanesi “tam sayı ile bileşik/basit kesri toplama”da öğrencilerin yanılgıya sahip olabileceklerini ifade etmişlerdir. Söz konusu yanılgıya sahip olan öğrencinin, tam sayı ile bileşik ya da basit kesri toplarken tam sayıyı kesre dönüştürmeden işlem yapması beklenmektedir. ÖA<sub>28</sub>'in bu yanılgıya ilişkin verdiği örnek aşağıdaki gibidir.

Tam sayı ile kesri toplarken payda eşitlemeden işlem yapabilirler.

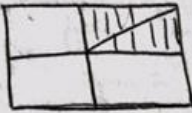
$$4 + \frac{2}{3} = \frac{6}{3} \text{ diyebilirler.}$$

$$3 + \frac{4}{5} = \frac{7}{5} \text{ diyebilirler.}$$

Sadece birer öğretmen adayı tarafından ifade edilen kavram yanılgıları da bulunmaktadır. Söz konusu yanılgılar aşağıda örnekleri ile birlikte verilmiştir:

- “Doğru birimlere ayıramama” olarak ifade edilen bütünü eş parçalar olmasına dikkat etmeksizin birimlere ayırmaya ilişkin yanılgı (ÖA<sub>1</sub>'in örneklendirmesi)

$\frac{2}{5}$  kesrini çizip tarayınız.



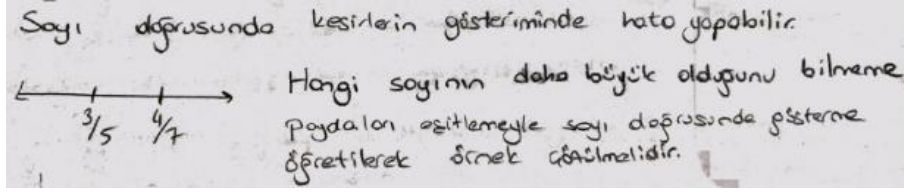
Öğrenci bölünü 5 eşit parçaya ayırmayıp. Sadece parça sayısını önemseyerek tarama işlemini yapıyor.

- “Payda eşit olduğunda sadece payları çarpma” olarak ifade edilen çarpma işlemi yaparken paydaların eşit olması durumunda sadece payları çarpıp paydayı aynı yazmaya ilişkin yanılgı (ÖA<sub>21</sub>'in örneklendirmesi)

$\frac{3}{7} \times \frac{2}{7}$  işleminin sonucu ?

$$\frac{3}{7} \times \frac{2}{7} = \frac{6}{7} \text{ yapılabilir payda eşit olduğunda çarpma işlemini sadece pay için uygulatabilir diğer yanlıgısına döner.}$$

- “Kesirlerin yerini sayı doğrusunda belirleme” olarak ifade edilen yanılgı (ÖA<sub>31</sub>'in örneklendirmesi)



## Sonuç, Tartışma ve Öneriler

İlköğretim matematik öğretmen adaylarının kesirler konusunda öğrencilerin sahip olabilecekleri olası kavram yanlışlarına ilişkin görüşlerini belirlemek amacıyla gerçekleştiren bu çalışmada on iki farklı yanlış türü belirlenmiştir. Kesirleri sıralamayla ilgili olarak sayıları büyük olan kesri büyük görme, paydası büyük olan kesri büyük görme ve negatif kesirleri pozitif kesirlerdeki gibi sıralama yanlışları ifade edilmiştir. Kesirlerde çarpma işlemine ilişkin olarak payda eşit olduğunda sadece payları çarpma, çarpma işleminde payda eşitleme, çarpma işlemi kesirlerde toplama gibi yapıp payları çarpıp paydayı aynı yazma ve tam sayılı kesri çarpma gibi düşünme yanlışlarını belirtmişlerdir. Öğretmen adayları diğer işlemlere yönelik olarak da paydayı genişletmek için kullandığı katsayıyı payla çarpmadan işlem yapma, toplama-çıkarma işleminde pay ve paydayı kendi aralarında toplama-çıkarma, tam kesirle bileşik/basit kesri toplama ve bölme işleminde kesirleri doğrudan çarpma yanlışlarını ifade etmişlerdir. Bunlar ek olarak ise aynı bütünü parçalayan eş değerli kesirlerin temsil ettiği miktarı belirleme, tam sayıların aynı zamanda kesir olması, doğru birimlere ayıramama ve kesirlerin yerini sayı doğrusunda belirleme olarak isimlendirilen yanlış türleri de bulunmaktadır.

Toplama-çıkarma işleminde pay ve paydayı kendi aralarında toplama-çıkarma olarak belirtilen kavram yanlışlığı öğretmen adaylarının büyük çoğunluğu tarafından ifade edilmiştir. Farklı çalışmalarda da öğrencilere kesirlerde toplama/çıkarma işlemleriyle ilgili soru sorulduğunda payları ve paydaları kendi aralarında toplama/çıkarma yanlışlığına sahip olabildikleri görülmüştür (Bogen, 2008; Mack, 1990; 1995; McLeod ve Newmarch, 2006; Peck ve Jencks, 1981). Bu yanlışlığın sebebi tam sayılardaki toplama ve çıkarma işlemi, kesirlere genelleme olarak ifade edilmektedir (Booker, 1998; Ho, 2009; McLeod ve Newmarch, 2006).

Bu çalışmadaki öğretmen adaylarının büyük çoğunluğu tarafından belirtilen kesirlerde sıralama yaparken sayıları büyük olan kesrin daha büyük olduğuna ilişkin kavram yanlışlığına farklı araştırmacılar da dikkat çekmiştir (McLeod ve Newmarch, 2006; Stafylidou ve Vosniadou, 2004). Bu yanlışlığa benzer bir diğer yanlış da paydası büyük olan kesri büyük görme olarak öğretmen adayları tarafından ifade edilmiştir. Öğrenciler kesirlerde sıralama yaparken sadece paydadaki sayının büyüklüğüne odaklanarak karar verebilmektedirler. Söz konusu yanlışlığın varlığına farklı araştırmacılar tarafından da dikkat edilmiştir (Mack, 1990; McLeod ve Newmarch, 2006; Stafylidou ve Vosniadou, 2004). Öğretmen adaylarının değinmediği ancak Mack (1990)'in çalışmasında ortaya koyduğu kesirlerde sıralamaya ilişkin bir diğer yanlış ise altıncı sınıf öğrencilerinin pay ve payda arasındaki farkın aynı olduğu gerekçesiyle 4/5 ve 5/6 kesirlerinin birbirine eşit olduğunu ifade etmeleridir.

Öğretmen adaylarının bir kısmının belirttiği çarpma işlemi kesirlerde toplama gibi yapıp payları çarpıp paydayı aynı yazma yanlışlığına Soylu ve Soylu (2005) tarafından beşinci sınıf öğrencileriyle yapılan çalışmada da rastlanmıştır. Bu çalışmadaki öğretmen adaylarının da belirttiği çarpma işlemi yaparken paydaları eşitleme yanlışlığına, beşinci sınıf öğrencilerinin sahip oldukları ifade edilmiştir (Biber, Tuna ve Aktaş, 2013). Işıksal ve Çakıroğlu'nun (2011) da çalışmalarındaki öğretmen adayları öğrencilerin kesirlerde çarpma yaparken payda

eşitlemeye gidebileceklerini belirtmişlerdir. Bu yanılgının, kesirlerde toplama işlemi çarpma işlemine genellemeden kaynaklandığı söylenebilecektir. Bu çalışmadaki öğretmen adaylarının belirtmediği ancak kesirlerde çarpma ile ilgili sahip olunabilecek bir diğer yanlgı da çarpma işlemi yaparken payları kendi aralarında paydaları da kendi aralarında toplama olarak ifade edilmiştir (Işıksal ve Çakıroğlu, 2011).

Öğretmen adaylarından sekiz tanesinin belirttiği “paydayı genişletmek için kullandığı katsayıyı payla çarpmadan işlem yapma” yanılgısına Biber, Tuna ve Aktaş (2013) beşinci sınıf öğrencileri ile gerçekleştirdikleri çalışmalarında rastlamışlardır. Öğretmen adayları öğrencilerin “ikinciye ters çevirip çarpma” olarak belirtilen kuralı uygulamayıp kesirleri birbirleri ile çarpma eğiliminde olabileceklerini ifade etmiş ve bu yanılgının varlığına Işıksal ve Çakıroğlu (2011) da değinmiştir. Kesirlerde bölme en karmaşık ve en az anlaşılan işlem olarak ifade edilmektedir (Tirosh, 2000). Bu nedenle öğrencilerin zorluk yaşadıkları konulara ilişkin öğretmen adaylarının bilgilendirilmeleri ve üstesinden gelme yollarına ilişkin gerekli eğitimin verilmesi önerilmektedir. Kesirlerde bölmenin zor olmasının nedenlerinden biri öğrencilerin “sadece büyük sayı küçük sayıya bölünür” şeklindeki kavramsallaştırmaları olarak ifade edilmektedir (Sadi, 2007). Söz konusu yanlgı bu çalışmadaki öğretmen adayları tarafından belirtilmemekle birlikte bölme küçültür, çarpma büyültür yanılgısı literatürde yer almaktadır (Alghazo ve Alghazo, 2017; Sadi, 2007; Tirosh ve Graeber, 1989).

Mack (1995) öğrencilerin sahip oldukları bir diğer yanılgının da tam sayılı kesirleri ifade etmede yaşandığını belirtmektedir. İlköğretim üç ve dördüncü sınıf öğrencilerinden söylediği tam sayılı kesri yazmalarını istediğinde öğrenciler tam kısmı göz ardı ederek basit kesir (“1 tam 1 bölü 3”ü sadece 1/3) olarak yazmışlardır. Bu nedenle kesirlerin sembolik gösterimlerine gereken önemin verilmesi uygun olacaktır. Olası kavram yanılgılarından bir tanesi de tam sayıdan kesirli ifadenin çıkarılmasında yaşanabilmektedir (Mack, 1995). Öğrenci tam kısmı bileşik kesre çevirmeden aynı sayıyı alıp çıkarılan kesrin paydası ile işlem yapabilmektedir ( $3-1/4 = 2/4$  gibi).

Öğrencilerin kesirlerle ilgili sorun yaşamalarının temelinde büyük ölçüde formülleri ve algoritmaları ezberleme çabaları yatmaktadır (Hanson, 1995). Bu nedenle olası kavram yanılgılarının engellenmesinde güncel öğrenme yaklaşımlarına uygun olarak hazırlanan ve farklı öğrenme stillerini içeren etkinliklerden ve çalışma yapraklarından yararlanılabileceği belirtilmektedir (Elçi, Bukova Güzel ve Alkan, 2006a). Böylelikle etkinlikler ve çalışma yaprakları ile öğrenenlerin kavramı doğru bir şekilde oluşturmalarının yanı sıra kavramları pekiştirmelerine de katkı sağlanabilecektir (Bukova Güzel, Elçi ve Alkan, 2006; Elçi, Bukova Güzel ve Alkan, 2006b).

Çalışmanın sonuçlarına bakılarak öğretmen adaylarının kavram yanılgılarına ilişkin belli bir düzeyde bilgi sahibi oldukları ifade edilebilecektir. Bazı yanılgılar öğretmen adaylarının büyük kısmı tarafından ifade edilirken bazıları birkaçı tarafından belirtilmiş, bazıları ise hiçbiri tarafından dile getirilmemiştir. Bunun nedeni öğretmen adaylarının kesirlere ilişkin alan bilgilerindeki eksiklikler olabileceği gibi alan öğretimine yönelik dersleri de henüz tamamlamamış olmalarının da etkisi olabilecektir. Bununla birlikte çalışmanın Kavram Yanılgıları ve Öğrenmenin Doğası dersinde kesirlere ilişkin yanılgılar işlenmeden yapılmış olması da öğretmen adaylarının tüm yanılgılara hakim olmamasının nedenleri arasında gösterilebilecektir. Bu nedenle çalışmanın konu işlendikten sonra tekrarlanması daha zengin sonuçlar vereceken bu çalışmanın sınırlıklarından biri olarak ifade edilebilecektir. İleri çalışmalarda ders sonunda da benzer sorunun sorularak dersin kavram yanılgılarına ilişkin öğretmen adaylarına ne kattığı belirlenebilecektir. Ek olarak, Öğretmenlik Uygulaması dersinden sonra da benzer çalışma yapılarak öğretmen adaylarının öğretmenlik deneyimi yapmalarının da kendilerine neler kattığı incelenebilecektir.

Çalışma öğretmen adaylarının kesirlere ilişkin olası yanlışların neler olabileceğine yönelik görüşleri alınarak gerçekleştirilmiştir. Görüş almanın yanı sıra kesirlere ilişkin kavram bilgisi testi uygulanıp kavramsal bilgisi daha iyi olan öğrenciler ile olmayan öğrencilerin yanlışlara bakışı da belirlenebilecektir. Öğretmen adaylarının ders planı hazırlarken kavram yanlışlarının oluşumunu engellemeyi dikkate alıp almadıklarına yönelik çalışmalar da yapılabilecektir. Bununla birlikte kesirler konusunu öğretirken yanlış çıkması durumunda söz konusu yanlışları belirlemede ve gidermede nasıl bir yol izledikleri de ileri çalışmalarla araştırılabilecektir. Böylelikle gerçek sınıf ortamına bilgilerini nasıl yansıttıkları belirlenebilecektir. Öğretimlerinde kavram yanlışlarının çıkmadığı durumlarda ise öğretimlerini nasıl düzenleyerek yanlış oluşumunu engelledikleri incelenebilecektir.

Bu çalışma kesirlere ilişkin kavram yanlışları ile sınırlandırılmıştır. Matematiğin farklı konuları için benzer çalışmalar yapılarak öğretmen adaylarının bildikleri ve bilmedikleri yanlışlar ortaya koyulabilecek, eksiklikler giderilerek farkındalıkları artırılabilir, dolayısıyla farklı yanlış türlerine ilişkin bilgi sahibi olmaları sağlanabilecektir. Nitekim öğretmen adaylarının her bir konu için öğrencilerinde var olabilecek yanlış türlerine ilişkin derinlemesine bilgi sahibi olmaları ve bununla ilgili öğretimsel uygulamalarda bulunmaları onlara sınıf ortamındaki yanlışları belirlemede katkı sağlayacaktır (Bukova Güzel, 2010).

### Kaynakça

- Alghazo, Y. M. & Alghazo, R. (2017). Exploring Common Misconceptions and Errors about Fractions among College Students in Saudi Arabia. *International Education Studies*, 10(4), 133.
- An, S., Kulm, G., & Wu, Z. (2004). The pedagogical content knowledge of middle school mathematics teachers in China and the U.S. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 7, 145–172.
- Askew, M. & Wiliam, D. (1995). *Recent research in mathematics education 5-16*. Stationery Office Books (TSO).
- Ball, D. L., & Bass, H. (2000). Interweaving content and pedagogy in teaching and learning to teach: knowing and using mathematics. In J. Boaler (Ed.), *Multiple Perspectives on Mathematics Teaching and Learning*, Westport, CT: Ablex.
- Ball, D. L., & McDiarmid, G. W. (1990). The subject matter preparation of teachers. In R. Houston (Ed.), *Handbook of Research on Teacher Education*. New York: Macmillan.
- Bergeson, T. (2000). Teaching and learning mathematics. Retrieved on January, 12, 2008.
- Biber, A. Ç., Tuna, A. & Aktaş, O. (2013). Öğrencilerin kesirler konusundaki kavram yanlışları ve bu yanlışların kesir problemleri çözümlerine etkisi. *Trakya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 3(2), 152-162.
- Bogen, M. (2008). When  $1/2 + 1/3 = 2/5$ . *Harvard Education Letter*, 1(5), 11 - 14.
- Booker, G. (1998). Children's construction of initial fraction concepts. In *Proceedings of the 22nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 128-135).
- Bukova Güzel, E. (2010). An investigation of pre-service mathematics teachers pedagogical content knowledge: Example of solid objects. *Scientific Research and Essays*, 5(14), 1872-1880.



- Bukova Güzel, E., Elçi, A. N. & Alkan, H. (2006). Yapılandırmacı Öğrenme Ortamında Fonksiyon Kavramının Öğrenilmesine Yönelik Etkinlikler. *Eğitimde Çağdaş Yönelimler – III: Yapılandırmacılık ve Eğitime Yansımaları Sempozyumu* (29 Nisan 2006), Tevfik Fikret Okulları, İzmir.
- Carlsen, W. S. (1999). Domains of teacher knowledge. In J. Gess-Newsome & N.G. Lederman (Eds.), *Examining pedagogical content knowledge: The construct and its implications for science education*. (pp. 133-144). Springer Netherlands.
- Charalambous, C. Y. & Pitta-Pantazi, D. (2005). Revisiting a theoretical model on fractions: Implications for teaching and research. In Chick, H. L. & Vincent, J. L. (Eds.). *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 2, pp. 233-240. Melbourne: PME.
- Chick, H. L. & Baker, M. K. (2005). Investigating teachers' responses to student misconceptions. In *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 249-256).
- Creswell, J. W. (2013). *Research design: Qualitative, quantitative, and mixed methods approaches*. Sage publications.
- Durkin, K. & Rittle-Johnson, B. (2015). Diagnosing misconceptions: Revealing changing decimal fraction knowledge. *Learning and Instruction*, 37, 21-29.
- Elçi, A. N., Bukova Güzel, E. & Alkan, H. (2006a). Çok Yönlü Etkinlik Yaklaşımları ile Matematiksel Kavram Oluşturma. *VII. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi* (7 – 9 Eylül 2006), Gazi Üniversitesi, Ankara.
- Elçi, A. N., Bukova Güzel, E. & Alkan, H. (2006b). Yapılandırmacı Öğrenme Yaklaşımına Uygun Çalışma Yaprakları. *Eğitimde Çağdaş Yönelimler – III: "Yapılandırmacılık ve Eğitime Yansımaları Sempozyumu* (29 Nisan 2006), Tevfik Fikret Okulları, İzmir.
- Gelman, R. (2006). Young natural-number arithmeticians. *Current Directions in Psychological Science*, 15(4), 193-197.
- Gess-Newsome, J. (1999). Secondary teachers' knowledge and beliefs about subject matter and their impact on instruction. In J. Gess-Newsome & N. G. Lederman (Eds.), *Examining pedagogical content knowledge* (pp. 51-94). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Graeber, A. O. (1999). Forms of knowing mathematics: What preservice teachers should learn. In *Forms of Mathematical Knowledge* (pp. 189-208). Springer Netherlands.
- Grossman, P. L. (1990). *The Making of a Teacher: Teacher Knowledge and Teacher Education*. New York: Teachers College Press.
- Halim, L. & Meerah, S. M. M. (2002). Science trainee teachers' pedagogical content knowledge and its influence on physics teaching. *Research in Science & Technological Education*, 20(2), 215-225.
- Ho, J. C. (2009). "Why Do We Need a Common Denominator?": Using Fraction Bars to Help Improve Students' Conceptual Understanding of Adding and Subtracting Fractions in an Eighth Grade Pre-Algebra Class. University of California, Davis.
- Işıksal, M. & Çakıroğlu, E. (2011). The nature of prospective mathematics teachers' pedagogical content knowledge: The case of multiplication of fractions. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 14(3), 213-230.



- Jordaan, T. (2005). Misconceptions of the Limit Concept in a Mathematics Course for Engineering Students. Unpublished Master of Science Dissertation, University of South Africa, Pretoria.
- Kula, S. & Bukova Güzel, E. (2014). Misconceptions emerging in mathematics student teachers' limit instruction and their reflections. *Quality & Quantity*, 48(6), 3355-3372.
- Mack, N. K. (1990). Learning fractions with understanding: Building on informal knowledge. *Journal for research in mathematics education*, 16-32.
- Mack, N. K. (1995). Confounding whole-number and fraction concepts when building on informal knowledge. *Journal for research in mathematics education*, 422-441.
- Mayer, R. E. (1987). *Educational psychology: A cognitive approach*. Scott Foresman & Co.
- McDiarmid, G. W. & Wilson, S. M. (1991). An exploration of the subject matter knowledge of alternate route teachers: can we assume they know their subject?. *Journal of Teacher Education*, 42(2), 93-103.
- McLeod, R. & Barbara N. (2006). *Maths4Life: Fractions*. London, UK: National Research and Development Centre for Adult Literacy and Numeracy.
- Nesher, P. (1987). Towards an instructional theory: The role of learners' misconception for the learning of mathematics. *For the Learning of Mathematics*, 7(3), 33-39.
- Özgen, K. (2016). Rasyonel sayılar. Elçi, A. N., Bukova Güzel, E., Cantürk Günhan, B. & Ev Çimen, E. (Edt.) *Temel Matematiksel Kavramlar ve Uygulamaları* (s. 57-70). Ankara, Pegem Akademi.
- Peck, D. M. & Jencks, S. M. (1981). Conceptual issues in the teaching and learning of fractions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 12(5), 339-348.
- Sadi, A. (2007). Misconceptions in numbers. *UGRU Journal*, 5, 1-7.
- Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1-22.
- Smith, D. C., & Neale, D. C. (1989). The construction of subject matter knowledge in primary science teaching. *Teaching and Teacher Education*, 5, 1-20.
- Smith, J. P., diSessa, A.A. & Roschelle, J. (1993). Misconceptions reconceived: A constructivist analysis of knowledge in transition. *Journal of the Learning Sciences*, 3, 115-163.
- Soylu, Y. & Soylu, C. (2005). İlköğretim Beşinci Sınıf Öğrencilerinin Kesirler Konusundaki Öğrenme Güçlükleri: Kesirlerde Sıralama, Toplama, Çıkarma, Çarpma ve Kesirlerle İlgili Problemler. *Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 7(2), 101-117.
- Stafylidou, S. & Vosniadou, S. (2004). The development of students' understanding of the numerical value of fractions. *Learning and instruction*, 14(5), 503-518.
- Swan, M. (2001). 10 Dealing with misconceptions in mathematics. *Issues in mathematics teaching*, 147.
- Szydlik, J. E. (2000). Mathematical beliefs and conceptual understanding of the limit of a function. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(3), 258-276.
- Tirosh, D. & Graeber, A. O. (1989). Preservice elementary teachers' explicit beliefs about multiplication and division. *Educational Studies in Mathematics*, 20(1), 79-96.

- Tirosh, D. (2000). Enhancing prospective teachers' knowledge of children's conceptions: The case of division of fractions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(1), 5-25.
- Türkdoğan, A., Güler, M., Bülbül, B. Ö. & Danişman, Ş. (2015). Türkiye’de Matematik Eğitiminde Kavram Yanılgılarıyla İlgili Çalışmalar: Tematik Bir İnceleme. *Mersin Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 11(2), 215-236.
- Van Steenbrugge, H., Lesage, E., Valcke, M. & Desoete, A. (2014). Preservice elementary school teachers’ knowledge of fractions: a mirror of students’ knowledge?. *Journal of Curriculum Studies*, 46(1), 138-161.
- Yıldırım, A. & Şimşek, H. (2006). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Seçkin Yayıncılık.