

MOBİLYA SEKTÖRÜNDE BULANIK DOĞRUSAL PROGRAMLAMA TEKNİĞİ İLE ÜRETİM PLANLAMASI UYGULAMASI

Yrd. Doç. Dr. Meltem KARAATLI

Süleyman Demirel Üniversitesi, İİBF, (meltemkaraatli@sdu.edu.tr)

Doç. Dr. Nuri ÖMÜRBEK

Süleyman Demirel Üniversitesi, İİBF, (nuriomurbek@sdu.edu.tr)

Hasan YILMAZ

Süleyman Demirel Üniversitesi, SBE, (hasan8484__@hotmail.com)

ÖZET

İşletmeler kaynaklarını verimli bir şekilde kullanarak gelirlerini artırmak amacıyla üretimlerini belirli bir plan ve program çerçevesinde gerçekleştirmektedirler. Üretim planlaması sorunlarının çözümünde kullanılacak en etkili yöntemlerden birisi doğrusal programlama tekniğidir. Bu çalışmada da mobilya sektöründe yatak üretimi yapan bir işletmeden elde edilen gerçek veriler kullanılarak bulanık ortamda doğrusal programlama ile üretim planlaması problemi üzerine bir model önerisinde bulunulmuştur. Çalışmada Zimmermann Yaklaşımı dikkate alınarak amaç fonksiyonu toplam makine zamanı, alt ve üst talep miktarları bulanık olarak düşünülmüştür.

Anahtar Kelimeler: Üretim Planlaması, Bulanık Doğrusal Programlama.

A FUZZY LINEAR PROGRAMMING-BASED PRODUCTION PLANNING STUDY IN FURNITURE INDUSTRY

ABSTRACT

Companies stick to particular plans and programs in manufacturing in order to use resources productively to increase revenues. Linear programming approach is one of the effective solutions to production planning issues. In this study, real data have been obtained from a bedstead manufacturer in furniture industry to develop a fuzzy linear programming model in order to solve production planning problem. In this study, Zimmermann approach has been used for the fuzzification of the objective function, total machine time, lower and upper demand levels.

Keywords: Production Planning, Fuzzy Linear Programming.

1. Giriş

Üretim planlamasıyla işletmenin mevcut kaynakları en etkili şekilde kullanılarak ve üretim kayıpları minimum düzeye indirilerek istenilen kalite düzeyinde üretim yapılabilir. Üretim planlamasıyla; üretim ve stok seviyelerinin tespiti, minimum maliyetle üretim işlemlerinin sıralanması ve sistemin kurulması, hammaddelerin zamanında ve istenilen miktarda temini, yeni makine, tezgah ve ekipmanların alınması ve ek kapasitelerin tespiti gibi problemler çözülmeye çalışılmaktadır (Tekin, 2010:248).

2. Üretim Planlama

Üretim çalışmaları bir kombinasyon işlemidir. Bu kombinasyonda var olan tüm üretim faktörleri, maddeleri satışa hazır duruma getirmek üzere son işleve kadar birbirleriyle bütünleşmektedirler (Demir & Gümüšoğlu, 1994:379). Amaçlara ulaşmak etkin ve gerçekçi planlara bağlıdır. Etkili bir plan uygun hedeflere, hedeflerin başarılması için yerine getirilmesi gereken faaliyetlere ve her faaliyetin düzgün ve etkin bir biçimde yapılması için yeterli ön sürelerle bağlı olarak yürütülmektedir. Aynı zamanda plan işletmenin üretim sorumlusu için uygulanabilir olmak zorundadır (Vollman vd., 1997:270). Birçok firma yönetim ve üretim planlaması hakkında tam olarak doğru bilgilere sahip değildir. Finans ve pazarlama alanlarındaki yöneticiler için birçok alan bulunmakla birlikte, rekabete dayalı üretim planlaması da önem arz etmektedir (Silver vd., 1998:5).

Üretim planlaması, gelecekte üretilecek mamul veya mamuller için gerekli olan olanakların, izlenmesi gereken politika ve üretim süreçlerinin önceden belirlenmesidir (Özgen, 1987:150). Üretim planı, imalat ve diğer alanlar arasında olduğu gibi üst yönetim ile işbirliği içerisinde (Vollmann vd., 1997:271).

Üretim planlamasının önemi üretim sistemlerinin gelişmesine paralel olarak hızla artmıştır. Modern bir imalat işletmesinde üretim planlamasının ön plana çıkmasını sağlayan faktörler şu şekilde sıralanabilir (Kobu, 2008:451);

- Üretim sistemlerinin faaliyet yoğunluğu ve karmaşıklığı,
- İşletme içi faaliyetlerin koordinasyon zorluğu,
- İşletmeler arasındaki bağımlılık ve ilişkilerin gelişmesi,
- Tüketici kütesinin genişlemesi ve isteklerinin değişik olması,
- Tedarik ve dağıtım faaliyetlerinin geniş bir alana yayılması,
- Hizmet, kalite ve fiyat rekabetinin artması,
- İşletmenin ekonomik düzeyde çalışmasını sağlamak amacı ile malzeme, makine zamanı ve işgücü kayıplarının minimum düzeye indirilme zorunluluğu.

Üretim planlamasının amacı üretim sürecinde yapılmakta olan işlemleri minimum maliyetle gerçekleştirerek ve zamanında üretim yapılmasını sağlayarak müşteri taleplerini memnun edici şekilde karşılamaktır (Tekin, 2010:268). Üretim planlamasında, amaçlara

ulaşabilmek için birçok kriteri en uygun şekilde sağlayabilecek ve optimum faydayı sağlayabilecek farklı modellerden yararlanılmaktadır (Ergülen & Gürbüz, 2006:1).

3. Doğrusal Programlama

Yirminci yüzyılın ortalarında görülen en önemli bilimsel gelişmeler içinde üst sırayı doğrusal programlamadaki gelişmeler almıştır. Çoğu şirketin bilgisayar kullanımına başlamasıyla birlikte, 1950'ler den bu yana doğrusal programlamanın işletmelerin iş hayatına etkisi olağanüstü olmuştur (Öztürk, 2005:35).

Günümüzde modern işletmecilik konusunda genellikle doğrusal programlamadan söz edilmektedir. Zamanın en basit, fakat en etkili değerlendirilmesi, zaman para bağlantısı kurularak elde edilebilmesidir. Zamandan en çok yarar sağlamayı benimsemek ve dolayısıyla en elverişli çözümü araştırmak önemlidir (Alan & Yeşilyurt, 2004:152-155).

Bilimsel karar alma süreci modellere dayanmaktadır. Karar almada kullanılacak çok çeşitli modeller ve teknikler geliştirilmiştir. Bunlardan biriside doğrusal programlamadır (Mokhtar vd., 1990:1).Doğrusal programlama doğrusal eşitlik ve/veya eşitsizlik kısıtlamalarını çözerken doğrusal bir fonksiyonun optimizasyonuyla ilgilenmektedir (Bakoğlu, 1982:2).

Doğrusal programlama, sınırlı kaynakların kullanımını optimum kılmak için tasarlanmış bir matematiksel modelleme yöntemidir. Sağlık sistemleri, askerlik, tarım, endüstri, ulaştırma, ekonomi hatta davranış bilimleriyle sosyal bilimler gibi alanlarda başarılı doğrusal programlama uygulamaları vardır. Yöntemin kullanılışı bilgisayar yazılımlarındaki gelişmelerle daha da artmıştır (Taha, 2000:11).

Doğrusal programlamanın temel konusu, sınırlı kaynaklar arasında en iyi (optimal) biçimde dağıtımın sağlanması problemi ile ilgilidir (Öztürk, 2005:35). Kaynakların miktarı sınırlı olduğundan onların en ekonomik şekilde kullanılması çok önemlidir. Üretimi düşünülen malları elde etmek için kaynaklar çeşitli miktarlarda bir araya getirilerek kombinasyonları oluşturulabilir (Avraloğlu, 1981:19). Doğrusal programlama en iyi kombinasyonun bulunmasını sağlamaktadır. Bu bağlamda, doğrusal programlama optimizasyon problemlerinin çözümünde kullanılan matematiksel bir teknik olmaktadır. Doğrusal programlama ilgilendiği problemi açıklayan, matematik modeli kullanmaktadır (Öztürk, 2005:35). Doğrusal programlama, bir fonksiyonun bazı şartlar altında maksimum veya minimum değerlerin bulunmasıyla ilgili teknikleri konu edinen bir disiplin olarak tanımlanabilir (Avraloğlu, 1981:1).

İşgücü, makine, hammadde, toprak v.b. gibi faktörlerin ve malların sınırlı olduğu bir durumda, ürün tek ise, bu ürünün üretimini maksimum kılmak veya birden fazla ürün elde ediliyorsa, bu ürünlerin elde edilebilmesi için gerekli kaynakları optimal dağıtmak doğrusal programlama ile gerçekleşmektedir (Akbaygil, 1980:166). Doğrusal programlamanın amacı, kıt kaynakları ürünlere ve etkinliklere optimal şekilde dağıtmaktadır. Çeşitli kısıtlamalara bağlı olarak bir kârı yada maliyeti optimize etmenin gerektirdiği iş dünyasında ve ekonomide doğrusal programlama çok faydalı bir araçtır (Dowling, 1993:177). Günümüz işletmelerinde doğrusal programlama; üretim zamanlama, üretim planlama, üretim onarımı, fabrika planı, ekipman yerleştirmesi, lojistik alanlarında kullanılmaktadır. Bunun yanında başka alanlardan gelen uygulamalar da mevcuttur (Feiring, 1986:8).

Literatürde üretim planlama ile ilgili yapılmış birçok klasik doğrusal programlama çalışması mevcuttur. Bulanık mantık çalışmalarıyla birlikte bulanık ortamda doğrusal programlama çalışmaları büyük bir hız kazanmış ve üretim planlama ile ilgilide birçok çalışma yapılmıştır. Paksoy, bulanık küme teorisinin doğrusal programlamada kullanımını gösteren bir üretim planlama problemi üzerinde çalışmıştır. Paksoy çalışmasında işçilik kısıtlarını bulanık fonksiyonlar olarak ifade etmiştir. Yazar çalışmasında Zimmermann yaklaşımını kullanmıştır (Paksoy, http://bahadirakin.tripod.com/bulanik_kume.pdf).

Özkan bulanık hedef programlama kullanarak üretim planlama ile ilgili bir model önerisinde bulunmuştur. Çalışmada bulanık hedefler, üretimin gerçekleştiği indirekt işçilik, genel dikim ve kolileme hedefleri, üretimde kullanılan kumaş girdisi için kumaş kesim firesi hedefi, üretilecek ürünlere ilişkin talep miktarı hedefleri ve üretim maliyeti hedefleri olmak üzere dört kısımda ele alınmıştır. Çalışmada üretim maliyeti hedefi için Lin & Chen tarafından geliştirilen “böl ve yönet” ilişkisi kullanılmıştır (Özkan, 2003:265-301).

Çevik & Yıldırım, süt imalatı yapan bir işletmenin verilerinden yararlanarak bulanık doğrusal programlama modeli önermişlerdir. Modelin çözümünde Weners Yaklaşımı kullanılmıştır (Çevik & Yıldırım, 2010:15-26).

Ertuğrul & Güneş haftalık üretim planı oluşturmak için bulanık hedef programlama modeli ortaya koymuşlardır. Çalışmalarında Narasimhan Yaklaşımını kullanmışlardır. Bulanık hedef programlamanın klasik hedef programlamadan daha esnek olduğu kanısına varmışlardır (Ertuğrul & Güneş, 2007:649-659).

Wang & Liang bulanık çok amaçlı doğrusal programlama modeli üzerinde çalışmışlardır. Çalışmada, toplam üretim maliyetinin minimize edilmesi, taşıma ve sipariş maliyetinin minimize edilmesi, işgücü seviyesi değişim oranının minimize edilmesi olmak üzere bulanık üç hedef bulunmaktadır. Bunun yanı sıra bulanık olmayan stok taşıma kısıtı, işgücü seviyesi kısıtı, makine ve depo alanı kısıtı olmak üzere üç kısıt bulunmaktadır (Wang & Liang, 2004:17-41).

Bulanık Doğrusal Programlama Modeli

Doğrusal Programlama, bir doğrusal eşitlik ve/veya eşitsizlik kısıt setini tatmin ederken bir doğrusal fonksiyonu optimize (maksimizasyon veya minimizasyon) etmeye çalışır (Paksoy, http://bahadirakin.tripod.com/bulanik_kume.pdf)

En genel haliyle bir doğrusal programlama problemi amaç fonksiyonu ve kısıtları ile aşağıdaki gibi yazılabilir:

Amaç Fonksiyonu:

$$Max / Min (Z) = c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3 \dots + c_jx_j + \dots + c_nx_n$$

Kısıtlar:

$$a_{11}x_{11} + a_{12}x_{12} + \dots + a_{1j}x_j + \dots + a_{1n}x_n \leq b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2j}x_j + \dots + a_{2n}x_n \leq b_2$$

...

$$a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{ij}x_j + \dots + a_{in}x_n \leq b_i$$

...

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mj}x_j + \dots + a_{mn}x_n \leq b_m$$

$$x_1, \dots, x_n \geq 0$$

$Z: c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n$ ile gösterilen amaç fonksiyonu,

$c_i: c_1, c_2, \dots, c_n$ maliyet/kar katsayıları,

$x_i: x_1, x_2, \dots, x_n$ karar değişkenleri,

a_{ij} : Kısıt matrisi A'yı oluşturan teknolojik katsayılar ($i = 1, 2, \dots, m$ ve $j = 1, 2, \dots, n, (m, n \in N)$),

b_i : sağ taraf vektörü b'yi oluşturan sağ taraf sabitleri yani kaynaklar

$x_1, \dots, x_n \geq 0$ negatifsizlik kısıtı olmak üzere doğrusal programlama (DP) problemi aşağıdaki gibi yazılabilir;

Amaç Fonksiyonu :

$$Max / Min (Z) = c.x$$

Kısıtlar:

$$Ax \geq b$$

$$x \geq 0$$

Doğrusal programlama problemlerinde amaç veya kısıt fonksiyonlarının kesin olarak bilinmediği durumlarda bulanık doğrusal programlama yöntemlerine başvurulabilir.

Klasik DP'dekinin aksine, Bulanık DP problemlerinde amaçlar ve kısıtlar bulanık kümeler şeklinde (G ve C) ifade edilir ve bu bulanık kümelerin üyelik fonksiyonları $\mu_G(x)$ ve $\mu_C(x)$ dir. Bu durumda bulanık karar kümesi D; $D=G \cap C$ olarak tanımlanır ve üyelik fonksiyonu;

$$\mu_D(x) = \min(\mu_G(x), \mu_C(x))$$

olur. Bir maksimizasyon probleminde x_1 , x_2 den daha iyi bir karar ise eğer,

$$\mu_D(x_1) \geq \mu_D(x_2) \text{ dir.}$$

Dolayısıyla,

$$\max_x \mu_D(x) = \max_x \min(\mu_G(x), \mu_C(x))$$

olarak maksimizasyon çözümü yazılabilir.

Bulanık DP probleminin en genel gösterim şekli;

Amaç Fonksiyonu :

$$\max \sum_{j=1}^n c_j x_j$$

Kısıtlar:

$$\sum_{j=1}^n A_{ij} x_j \leq B_i \quad (i \in N)$$

$$x_j \geq 0 \quad (j \in N)$$

Bu modelde c_j , A_{ij} , B_i bulanık sayılar ile ifade edilebilmektedir.

4. Bulanık Doğrusal Programlama Tekniği ile Üretim Planlamasının Mobilya Sektöründe Uygulanması

Bu bölümde Manisa ilinde kanepeler, oturma grubu ve yatak alanında faaliyet gösteren bir işletmenin yatak bölümünde bulanık doğrusal programlama modelinin bir uygulaması yapılacaktır. Yatak bölümünün üretim süreci Şekil 1'de verilmiştir.

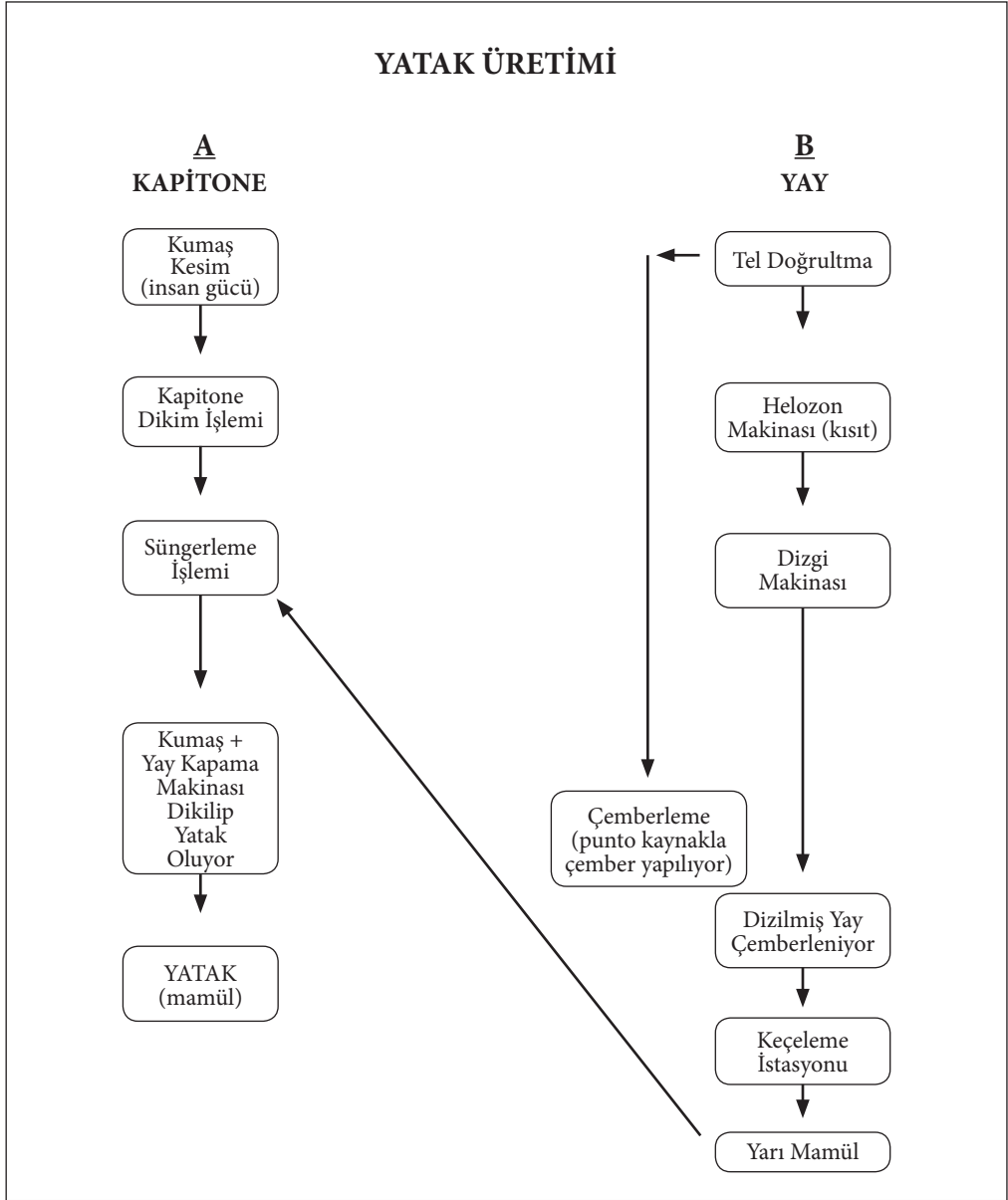
4.1. Problemin Kısıtlarının Belirlenmesi

Fabrikanın ihtiyacı olan tel dışarıdan temin edilmektedir. Fabrikaya gelen tel 3 çeşittir. Helezon yay 2 mm, dizgi teli 1.30 mm ve çember tel 3 mm'dir. Rulo halinde gelen tel, tel doğrultma odasında doğrultulmakta ve belirli ebatlarda kesilmektedir. Aynı anda helezon makinesine giren 2 mm tel burada helezon şekline getirilmektedir. Helezonlar dizilmekte ve dizilen yaylar ilk kısımda doğrultulan tel ile çemberlenmektedir. Çemberlenen yaylar keçeleme istasyonuna alınır. Dışarıdan hazır olarak alınan iki çeşit keçe burada yay sisteminin üzerine kaplanmaktadır. Diğer istasyonda hazır olarak alınan kumaş toplardan kapitone dikimi için kumaş kesilmektedir. Kesilen kumaşların üzerine desen verilmektedir. Kumaşın altına diğer istasyondan getirilen sünger konulmaktadır. En son istasyonda kapama makinesi ile keçe ve kumaş dikilmekte ve yatak oluşturulmaktadır.

Modelin oluşturulmasında belirlenen dönem 3 yıldır. Modeldeki tüm veriler 2007-2008-2009 faaliyet yıllarına ait aylık verilerdir. Fabrikanın bir günlük üretim kapasitesi; kapitone desen makinesinin, helezon (yay) imal makinesinin, helezon (yay) dizgi makinesinin ve yatak kaplama makinesinin zamanı dikkate alınarak hesaplanmıştır.

Fabrikanın iş gücü temininde herhangi bir problem bulunmamaktadır. İş gücü arzı hiçbir ürünün üretimini kısıtlamadığından modeldeki kısıtlar arasında yer almamıştır. Yine fabrika dışından temin edilen hammadde yönünden de herhangi bir kısıt söz konusu değildir. Üretim miktarı satış ve makine kapasitesi ile sınırlıdır.

Şekil 1: Yatak Bölümü Üretim Süreci



Fabrikada üretilen ürünler 90*190 yatak, 150*200 yatak, 160*200 yatak, 100*200 yatak, 90*190 ortopedik yatak 150*200 ortopedik yatak, 160*200 ortopedik yatak, 100*200 ortopedik yatak olmak üzere 8 adettir. Ortopedik yatak ve normal yatak arasında sünger bakımından dansite farkı vardır. Dansite bir yoğunluk farkı olup dansitesi yüksek olan ürünün kalitesi ve ortopedikliği yüksektir.

Modelde, ürünlerin aylık üretim miktarları aşağıdaki sembollerle gösterilmektedir.

X_1 :90*190 yatak aylık üretim miktarı

X_2 :150*200 yatak aylık üretim miktarı

X_3 :160*200 yatak aylık üretim miktarı

X_4 :100*200 yatak aylık üretim miktarı

X_5 :90*190 ortopedik yatak aylık üretim miktarı

X_6 :150*200 ortopedik yatak aylık üretim miktarı

X_7 :160*200 ortopedik yatak aylık üretim miktarı

X_8 : 100*200 ortopedik yatak aylık üretim miktarı

4.1.1. Maliyetin Hesaplanması

-Kapitone ve gri sünger için maliyet :

Bu kısımda kapitone (yatak yüzü) ve gri sünger maliyetleri hesaplanmaktadır.

Tablo 1: Sünger Maliyetleri

Hammadde	Birim	Birim fiyat
Kumaş	m ²	6,00 TL
Sünger 28 Dans	m ³	217,00 TL
Sünger 32 Dans	m ³	230,00 TL

*90*190 yatak için*

Kapitone için; $93*193 = 1,79$ m² kumaş kesilmektedir. Kapitonenin birim fiyat 6 TL/m² dir.

$$1,79 \text{ m}^2 * 6\text{TL} = 10,74 \text{ TL} \quad 10,74 \text{ TL} * 2 \text{ (alt ve üst)} = 21,48 \text{ TL}$$

Gri sünger için; $93*193*3 = 0,053$ m³ sünger kullanılmaktadır. (Ortopedik yataklarda dansite farkından dolayı yükseklik 5 cm alınmaktadır). Tablo 1.'de 28 dansite sünger için m³ fiyatının 217 TL olduğu görülmektedir.

$$0,053 \text{ m}^3 * 217 \text{ TL} = 11,50 \text{ TL} \quad 11,50 \text{ TL} * 2 = 23 \text{ TL}$$

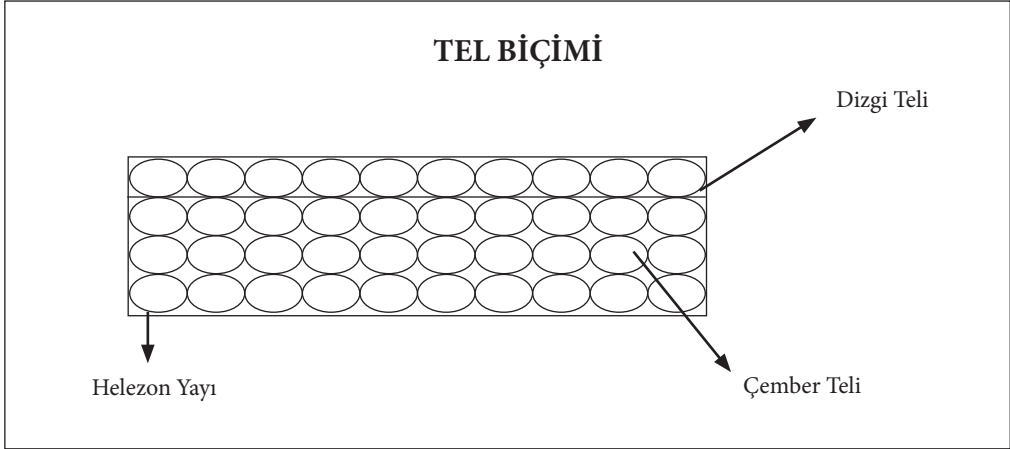
Yan kumaşlar ise $(193+93+193+93)*19=1,08$ m² dir. $1,08 \text{ m}^2 * 6 \text{ TL} = 6,48 \text{ TL}$ dir. (Ortopedik yataklarda yükseklik dansite den dolayı 21 cm alınmaktadır.)

Kumaş ve sünger için toplam maliyet= $21,48 + 23,00 + 6,48 = 50,96 \text{ TL}$.

-Tel için maliyet :

Şekil 2.'de yatağın yay (tel) sistemi gösterilmektedir. Yay sistemi 3 kısımdan meydana gelmektedir. Helezon yay (yuvarlak yaylar) 2 mm, dizgi teli (yuvarlak yayları birbirine tutturmaya yarayan yaylar) 1,30 mm ve çember teli (helezon yayları toplu halde tutan çember teli) 3 mm. 90*190 ebatındaki yatakta 26*12 helezon yayı bulunmaktadır.

Şekil 2: Yatak Tel Biçimleri



Tablo 2.'de 90*190 yatak için kullanılan yayın kg miktarı ve fiyatı verilmektedir. Sert keçe ve jütlü keçe gri süngerle kapitone arasına serilen keçedir. 90*190 yatak için standart olarak gelmektedir ve maliyeti Tablo 2.'de görülmektedir.

Tablo 2: 90*190 Yatak İçin Kullanılan Yay ve Keçe Miktar ve Fiyatı

Cinsi	Birim /kg	Fiyat	Tutar
Tel	9,4	2	18,8 TL
Sert Keçe	1,5	1,6	2,4 TL
Jütlü Keçe	1,4	1,2	1,68 TL

Yay ve Keçe maliyeti: 22,88 TL dir.

Toplam hammadde maliyeti: $50,96+22,88 = 73,84$ TL dir.

Diğer yatak ebatlarının maliyet değerleri ise Tablo 3'de görülmektedir.

Tablo 3: Yatak Maliyet Değerleri

	Ölçü	Kap. m ²	Gri sün. m ³	Yan kumaş	Tel Kg	S.keçe Kg	J.keçe Kg	Hammadde maliyeti
X ₁	90*190	1,79	0,053	1,08	9,4	1,5	1,4	73,84
X ₂	150*200	3,10	0,093	1,35	16,5	2,59	2,42	125,7
X ₃	160*200	3,30	0,099	1,39	17,6	2,76	2,58	133,6
X ₄	100*200	2,09	0,063	1,16	11,0	1,75	1,63	86,13
X ₅	90*190	1,79	0,089	1,2	9,4	1,5	1,4	92,5
X ₆	150*200	3,10	0,15	1,49	16,5	2,59	2,42	155,18
X ₇	160*200	3,30	0,16	1,53	17,6	2,76	2,58	165,08
X ₈	100*200	2,09	0,1	1,28	11	1,75	1,63	105,51

4.1.2. Makine Kullanım Hesabı

Makine kapasite kısıtının oluşturulabilmesi için 1 saatte üretilen yatak miktarlarının bilinmesi gerekmektedir. Yatak modelleri 90*190 yatak için $26*12=312$ adet helezon yayı gereklidir. Makine 1,2 saniyede 1 helezon yayı yapabilmektedir. $312*1,2=374$ saniye (6,24 dakika) de yatak için gerekli yay üretilebilmektedir. Yay dizgi makinesinde ise 26 sıra adet helezon yayı 28 saniyede dizildiğinden 12 sıra için $28*12=336$ (5,6 dakika) saniyede dizilemiş olur. Çemberleme makinesi ise 40 saniye (0,67 dakika) de çemberleme yapabilmektedir. 90*190 yatak için en uzun süre 6,24 dakikayla helezon yayı üretimi olmaktadır. Helezon yayı üretilirken diğer yay grupları, yatak kapama ve keçeceleme tamamlanmış olacağından ürünün tamamlanma süresini hesaplarken en uzun süre olan 6,24 dakika kullanılmaktadır. Diğer yatak ebatları için hesaplanan toplam üretim süreleri Tablo 4'de görülmektedir.

Tablo 4: Yatak Modellerinin Üretim Süreleri

	Desen Mak.	Helezon Mak.	Yay Dizgi Mak.	Çember Mak.	Yatak Kapama	Keçecele	Top. Dakika/ Yatak
X ₁	2,5	6,24	5,6	0,67	4,75	5,05	6,24
X ₂	5	10,8	9,66	0,91	5,62	5,30	10,8
X ₃	5,10	11,33	10,15	1	5,79	5,40	11,33
X ₄	2,8	7,01	6,28	0,75	4,83	5,10	7,01
X ₅	2,5	6,24	5,6	0,67	4,95	5,05	6,24
X ₆	5	10,8	9,66	0,91	5,82	5,30	10,8
X ₇	5,10	11,33	10,15	1	6,00	5,40	11,33
X ₈	2,8	7,01	6,28	0,75	5,03	5,10	7,01

Fabrikada bulunan üretim hattı günde net 7 saat (420 dakika) ve ayda 24 gün çalışılmaktadır. Aylık çalışma süresi ($24*420=10080$) 10080 dakika olmaktadır.

4.1.3. Karlılık Hesabı:

Firmada genel giderler (işçi+elektrik+sigorta+nakliye+su+...) olarak aylık 21.000 TL gider gösterilmektedir. 1 ay içerisinde 24 iş günü çalışıldığından $21.000/24=875$ TL günlük gider mevcuttur. Bir gün içerisinde 420 dakika mesai yapılmaktadır. $90*190$ yatak ise 6,24 dakikada üretilmektedir. $420/6,24=67,3$ adet yatak üretilebilir. Bir gün içerisinde, fabrikada aralıksız olarak çalışıldığında (üst limit) maksimum 67 adet yatak üretilebildiği görülmektedir. Günlük gider ise 875 TL olarak verilmektedir. $875/67=13,05$ TL. bir yatak başına genel üretim gideridir. Yani yatak için hammadde gideri 73,84 TL verilmektedir

$73,84+13,05=86,89$ TL $90*190$ yatak için toplam maliyettir. Gerekli işlemler yapıldıktan sonra diğer yatak çeşitlerinin toplam maliyetleri Tablo 5'de gösterilmektedir.

Tablo 5: Yatak Çeşitlerinin Birim Maliyetleri

Ürün	Hammadde Maliyeti	Genel Giderler	Toplam Maliyet
X ₁	73,84	13,05	86,89
X ₂	125,7	23,02	148,72
X ₃	133,6	23,64	157,24
X ₄	86,13	14,83	100,96
X ₅	92,5	13,05	105,55
X ₆	155,18	23,02	178,2
X ₇	165,08	23,64	188,72
X ₈	105,51	14,83	120,34

Ürünlerin birim kârları, amaç fonksiyonunun katsayılarını oluşturmaktadır. Ürünlerin birim kârları, satış fiyatlarından birim maliyetlerin çıkarılması ile bulunmuştur. Aşağıdaki Tablo 6'da yatak çeşitlerinin birim kârları gösterilmektedir.

Tablo 6: Yatak Çeşitlerinin Birim Kârları

Ürün	Birim Maliyet	Birim Satış Fiyatı	Birim Kâr
X ₁	86,89	127,42	40,53
X ₂	148,72	219,49	70,77
X ₃	157,24	227,31	70,07
X ₄	100,96	147,81	46,85
X ₅	105,55	152,42	46,87
X ₆	178,2	264,49	86,29
X ₇	188,72	276,71	87,99
X ₈	120,34	177,81	57,47

4.1.4. Ürünlerin Alt ve Üst Üretim Kısıtları (Sınırları)

Fabrikadan alınan veriler doğrultusunda, ürünlerin üretim miktarlarının alt ve üst sınırları aylık olarak aşağıdaki gibi tespit edilmiştir. Tablo 7’de her ürünün makine kapasitelerine göre üretilbileceği üst sınır değerleri görülmektedir.

Tablo 7: Talep Üst Sınır Değerleri

Ürünler	Talep Üst Sınır Değerleri	Ürünler	Talep Üst Sınır Değerleri
X_j	K_j	X_j	K_j
X_1	1616	X_5	1616
X_2	934	X_6	934
X_3	890	X_7	890
X_4	1438	X_8	1438

Alt kısıt oluşturulurken; geçmiş 36 aya ait yatak satış rakamları incelendiğinde yatak satışlarında mevsimlik değişmeden kaynaklanan bir dalgalanmanın olmadığı tespit edilmiştir. Bu nedenle en küçük kareler yöntemi kullanılmıştır. Geçmiş 36 ay verileri kullanılarak her bir ürün için basit doğrusal regresyon modeli oluşturularak gelecek yılın 12 aylık talep tahmini yapılmıştır. Bunların ortalaması alınarak aylık talep tahmini bulunmuştur.

Her ürün için oluşturulan regresyon modeli Tablo 8’de görülmektedir. Doğrusal trend modeli tahmin edilmiş olup ve bağımsız değişken (X) zamanı, bağımlı değişken (Y) ilgili ürüne ilişkin talep miktarını ifade etmektedir.

Tablo 8: Yatak Çeşitleri İçin Oluşturulan Regresyon Modeli

Ürünler	Regresyon Modeli	Aylık Ortalama Tahmin
X_1	$Y_{x1}=85,41 + 2,44x$	190
X_2	$Y_{x2}=120,11+ 0,75x$	153
X_3	$Y_{x3}=91,04 + 0,44x$	111
X_4	$Y_{x4}=112,46 - 0,35x$	98
X_5	$Y_{x5}=156,72 - 1,73x$	84
X_6	$Y_{x6}=173,87 - 2,44x$	71
X_7	$Y_{x7}=110,74 - 0,79x$	77
X_8	$Y_{x8}=116,8 + 0,39x$	134

Bu hesaplamalardan sonra her ürün için hesaplanan alt üretim sınır değerleri Tablo 9'da görülmektedir..

Tablo 9: Talep Alt Sınır Değerleri

Ürünler	Talep Alt Sınır Değerleri	Ürünler	Talep Alt sınır Değerleri
X_j	N_j	X_j	N_j
X_1	190	X_5	84
X_2	153	X_6	71
X_3	111	X_7	77
X_4	98	X_8	134

4.2. Problemin Doğrusal Programlama Modeli Olarak İfade Edilmesi

Önerilen Modelin *Formülasyonu*

Amaç Fonksiyonu :

$$MaxZ = \sum c_j x_j$$

Kısıtlar:

$$\sum b_j x_j \leq M \quad (1)$$

$$x_j \leq N_j \quad (2)$$

$$x_j \geq K_j \quad (3)$$

$$x_j \geq 0 \text{ ve tamsayı } j = 1,2,3,\dots,J$$

Burada:

$x_j = j$. üründen üretilecek miktar,

$c_j = j$. üründen elde edilecek kar,

$b_j = j$. ürünün tamamlanma süresi,

$M =$ toplam makine zamanı,

$N_j = j$. ürün için gerekli olan maksimum talep miktarı,

$K_j = j$. ürün için gerekli olan minimum talep miktarı,

Önerilen modelde amaç fonksiyonu toplam karı maksimize eden fonksiyondur. 1 numaralı kısıt toplam makine zamanını, 2 numaralı kısıt talep üst sınırını ve 3 numaralı kısıt ise talep alt sınırını göstermektedir.

Modelin açık formülasyonu bütün olarak aşağıda görülmektedir.

$$MaxZ = 40,53X_1 + 70,77X_2 + 70,07X_3 + 46,85X_4 + 46,87X_5 + 86,29X_6 + 87,99X_7 + 57,47X_8$$

Kısıtlar:

$$X_1 \geq 190 \quad X_1 \leq 1616$$

$$X_2 \geq 153 \quad X_2 \leq 934$$

$$X_3 \geq 111 \quad X_3 \leq 890$$

$$X_4 \geq 98 \quad X_4 \leq 1438$$

$$X_5 \geq 84 \quad X_5 \leq 1616$$

$$X_6 \geq 71 \quad X_6 \leq 934$$

$$X_7 \geq 77 \quad X_7 \leq 890$$

$$X_8 \geq 134 \quad X_8 \leq 1438$$

$$X_1, \dots, X_8 \geq 0 \text{ ve tamsayı}$$

Modelin optimum sonucu Tablo 10'da verilmiştir.

Tablo 10: Doğrusal Programlama Modelin Optimum Sonuçları

Karar Değişkenleri	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆	X ₇	X ₈	MaxZ
Çözüm Değeri	190	153	111	98	84	71	77	444	73425,58

Modelin optimum çözümüne göre işletme X₁ ürününden yani 90*190 ölçülü yatak üretiminden ayda 190, X₂ ürününden yani 150*200 ölçülü yatak üretiminden ayda 153, X₃ ürününden yani 160*200 ölçülü yatak üretiminden ayda 111, X₄ ürününden yani 100*200 ölçülü yatak üretiminden ayda 98, X₅ ürününden yani 90*190 ölçülü ortopedik yatak üretiminden ayda 84, X₆ ürününden yani 150*200 ölçülü ortopedik yatak üretiminden ayda 71, X₇ ürününden yani 160*200 ölçülü ortopedik yatak üretiminden ayda 77, X₈ ürününden yani 100*200 ölçülü yatak üretiminden ayda 444 adet üreterek 73425,58 TL'lik kar elde edecektir.

4.3. Problemin Bulanık Doğrusal Programlama Modeli Olarak Formüle Edilmesi

Bulanık küme teorisinin temelleri Lotfi A. Zadeh tarafından 1965 yılında “Fuzzy Sets” adlı makale ile atılmıştır. Bulanık doğrusal programlama konusunda ilk çalışma 1970 yılında “Decision Making in a Fuzzy Environment” adlı makale ile yapılmıştır. Bu makalenin yayınlanması ile bulanık ortamda karar verme doğrusal programlama problemlerine uygulanmaya başlamıştır (Çevik & Yıldırım, 2010:15-16)

Bulanık doğrusal programlama bir karar modeli olarak ilk kez Zimmermann tarafından kullanılmıştır. Zimmermann çalışmasında bulanık amaç ve bulanık kısıtlayıcı doğrusal

programlama modellerinde, karar vericinin amaç fonksiyonu için hedeflediği seviyeyi ve tolerans miktarını çözüm önerisinde belirleyebildiğini öne sürmüştür (Çevik & Yıldırım, 2010:19). Bulanık doğrusal programlama modellerinin çözümü için Zimmermann'ın sunduğu yöntemin az sayıda varsayım ve işlemsel kolaylık sağlama gibi avantajları olmasına rağmen, bu yöneme literatürde iki açıdan eleştiri getirilmiştir. İlk eleştiri, amaç fonksiyonunun erişim düzeyi ile maksimum tolerans miktarının karar vericiden başlangıçta istenmesidir. Karar vericinin bu değeri doğru olarak belirlemesi mümkün olmayabilir. Ayrıca amaç fonksiyonunun erişim düzeyinin çok büyük olması problemin çözümünün belirlenememesine çok küçük olması ise, üyelik fonksiyonunun anlamını yitirmesine sebep olabilir. İkinci eleştiri ise, bulanık karar kümesi tamamen belirlenememekte, bunun yerine bulanık karar kümesinin en büyük üyelik dereceli elemanı belirlenmektedir (Özkan, 2003:172).

Werners, kısıtlayıcıların üyelik fonksiyonları karar verici tarafından belirlenebilmesine rağmen, kısıtlayıcıların bulanık olması nedeniyle; bulanık olarak algılanan amaç fonksiyonuna ilişkin üyelik fonksiyonu karar verici tarafından önceden belirlenemeyeceğini vurgulamıştır. Werners, amaç fonksiyonuna ilişkin üyelik fonksiyonunu belirleyebilmek için Orlovski'nin önerdiği bulanık karar kümesini temel olarak almıştır. Orlovski, bulanık kısıtlayıcıların oluşturduğu tanım kümesinin her bir \square - kesim kümesi için, amaç fonksiyonunun optimal değerini belirlemeyi ve bu optimal değerlerle eşit üyelik dereceli olan çözüm uzayının \square - kesim kümesini, bulanık karar kümesi olarak ele almayı önermiştir (Tuş, 2006:97)

Vergeday, betimleme teoremi ve parametrik programlamadan yararlanmıştır. Vergeday bulanık kısıtlayıcı doğrusal programlama modelinin bulanık çözümünün bulunması için, bulanık kısıtlayıcılarının \square - kesim kümelerine ayrılması gerektiğini belirtmiştir. Parametrik programlamayla hesaplanan çözümlerden hangisinin kabul edileceği tamamen karar vericiye aittir (Çevik & Yıldırım, 2010:20).

Negoita ve Sularia ise, önerdikleri yöntemde problemin sağ taraf sabitleri ve kısıt matrislerinin katsayılarını bulanık olarak düşünmüşlerdir. Bu bulanıklığın üçgenel bir yapı gösterdiğini varsaymışlardır. Bulanık doğrusal programlama problemini klasik doğrusal programlamaya dönüştürerek klasik yöntemleri kullanarak çözmüşlerdir. Bu araştırmacıların önerdikleri yöntemin dezavantajı ise kısıt sayısını üçe katlayarak bu dönüşüm işleminin gerçekleştirilmesidir. Kısıt sayısı m olan bir bulanık doğrusal programlama problemi, $3m$ kısıtlı bir klasik doğrusal programlama problemi haline gelmektedir (Paksoy, http://bahadirakin.tripod.com/bulanik_kume.pdf).

Chanas, karar vericinin hedef seviyesini, herhangi bir bilgi elde etmeden belirlenmesinin gerçekçi olmadığını belirtmiştir. Chanas, simetrik doğrusal programlama problemlerinin çözümünde parametrik programlamayı temel almıştır (Çevik & Yıldırım, 2010:20).

Doğrusal programlama problemlerinde amaç veya kısıt fonksiyonlarının kesin olarak bilinmediği durumlarda bulanık doğrusal programlama yöntemlerine başvurulabilir. Bu çalışmada amaç fonksiyonu ve kısıtlar için bulanık ortam düşünülmüştür.

Bu çalışmada da Zimmermann Yaklaşımı dikkate alınmıştır. Zimmermann karar vericinin ulaşmak istediği amaç fonksiyonunun değeri için bir Z istek seviyesinin kurulabileceğini ve kısıtlarının her birinin modellenebileceğini öne sürmüştür. Zimmermann'a göre bulanık amaç

fonksiyonunun b_0 amacı ve p_0 hoşgörü miktarı ile tüm bulanık kaynakların b_i ve p_i değerleri önceden verilir. Bulanık amaçlar ve bulanık kısıtların birbirlerinden farksız olduğu düşünülür ve \forall_i için $[b_i, b_i+p_i]$ aralıklarıyla tanımlanır. Dolayısıyla, (Tuş, 2006:89-91)

$$max \tilde{x} Z = c^T x \quad (1)$$

$$(Ax)_i \leq b_i, \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$x \geq 0$$

eşitliği, x 'in bulunması problemine dönüşür.

x 'i bul

$$c^T x \geq b_0 \quad (2)$$

$$(Ax)_i \leq b_i, \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$x \geq 0$$

Burada işareti, \leq, \leq işaretinin bulanıklaştırılmış halidir. \leq işareti, “ $(Ax)_i$ kısıtlayıcısı b_i civarında ve daha azdır” şeklinde yorumlanır. Benzer olarak, \geq işareti, \geq işaretinin bulanıklaştırılmış halidir. \geq işareti, “ $c^T x$ amacı b_0 civarında veya daha fazladır” şeklinde yorumlanır. Bulanık amaç fonksiyonunun her iki tarafı da (-1) ile çarpılırsa bulanık DP aşağıda verildiği gibi tamamen simetrik olarak ifade edilebilir.

$$-c^T x \leq -b_0 \quad (3)$$

$$(Ax)_i \leq b_i, \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$x \geq 0$$

Burada $B = \begin{matrix} -c^T \\ A_i \end{matrix}$ ve $d = \begin{matrix} -b_0 \\ b_i \end{matrix}$ sütun vektörleri tanımlanırsa bulanık DP problemi aşağıda verildiği gibi düzenlenebilir:

$$Bx \leq d \quad (4)$$

$$x \geq 0$$

Bulanık amaç ve bulanık kısıtlayıcıların üyelik fonksiyonlarının belirlenmesi gerekir. (4) nolu modelin i 'nci satırı için üyelik fonksiyonunun monotonik olarak artmayan bir yapıda olması gerekir. Yani i 'nci bulanık eşitsizlik tamamen sağlanırsa, üyelik derecesi 1 olmalı, $[d_i, d_i+p_i]$ aralığında üyelik derecesi 1'den 0'a doğru monotonik olarak azalmalı ve i 'nci bulanık eşitsizlik tamamen sağlanmıyorsa, üyelik derecesi 0 olmalıdır. Burada, $d_i=b_i (i=0,1,2,\dots,m)$ 'dir. P_i ise i 'nci bulanık eşitsizliğin sağ taraf sabiti (erişim düzeyi) için karar vericinin belirlediği maksimum toleranstır. Diğer bir ifadeyle, p_i 'ler amaç fonksiyonu ve kısıtlayıcılardaki kabul edilebilir toleransları gösteren ve karar verici tarafından belirlenen sabitlerdir. Bu durumda,

i 'nci bulanık eşitsizliğin bulanık eşitsizliği matematiksel olarak aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$\mu_i[(Bx)_i] = \begin{cases} 1 & ; (Bx)_i < d_i \\ \in [0,1] & ; d_i \leq (Bx)_i \leq d_i + p_i \\ 0 & ; (Bx)_i > d_i + p_i \end{cases} \quad (5)$$

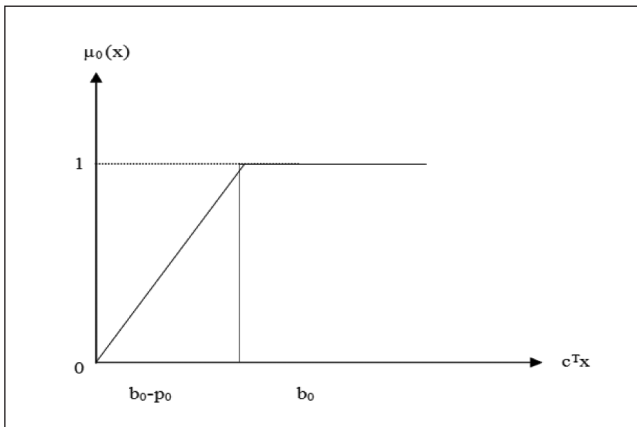
Buradan bulanık amaç ve bulanık kısıtlayıcıların parçalı doğrusal üyelik fonksiyonları aşağıda verildiği gibi olacaktır.

$$\mu_0(x) = \begin{cases} 1 & ; c^T x > b_0 \\ 1 - \frac{b_0 - c^T x}{p_0} & ; b_0 - p_0 \leq c^T x \leq b_0 \\ 0 & ; c^T x < b_0 - p_0 \end{cases} \quad (6)$$

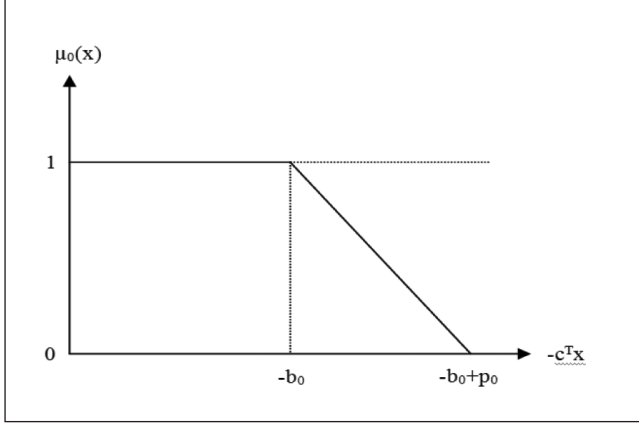
$$\mu_0(x) = \begin{cases} 1 & ; (Ax)_i < b_i \\ 1 - \frac{(Ax)_i - b_i}{p_i} & ; b_i < (Ax)_i \leq b_i + p_i \\ 0 & ; (Ax)_i > b_i + p_i \end{cases} \quad (7)$$

Burada, örneğin $\mu_0(x)$ üyelik fonksiyonu, çözüm vektörü x 'in bulanık eşitsizlik $c^T x \geq b_0$ 'i sağlama derecesi şeklinde yorumlanır. Bulanık amaç ve bulanık kısıtlayıcıların üyelik fonksiyonları Şekil 3, Şekil 4 ve Şekil 5'te görülmektedir. Bu şekillerde, bulanık amaç fonksiyonu ve bulanık kısıtlayıcılara ilişkin üyelik fonksiyonlarının sırasıyla monotonik olarak artmayan ve monotonik olarak azalmayan fonksiyon olduğu görülmektedir (Özkan, 2003:197-198).

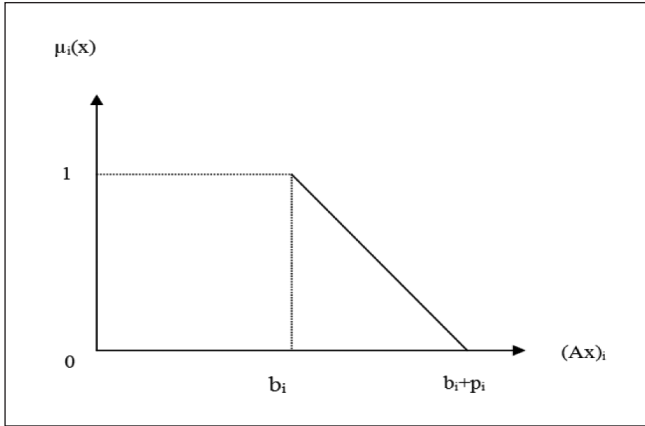
Şekil 3: $c^T x \geq b_0$ şeklindeki bulanık amacın üyelik fonksiyonu



Şekil 4: $-c^T x \lesseqgtr -b_0$ şeklindeki bulanık amacın üyelik fonksiyonu



Şekil 5: $(Ax)_i \lesseqgtr b_i$ şeklindeki bulanık kısıtlayıcının üyelik fonksiyonu



Bulanık amaç ve bulanık kısıtlayıcıların üyelik fonksiyonları belirlendiği için bulanık karar kümesi (Tuş, 2006: 93-94),

$$\mu_{\tilde{D}}(x) = \min[(\mu_0(x), \mu_i(x))] \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (8)$$

eşitliğinden oluşturulabilir. Bulanık karar kümesinin en yüksek üyelik dereceli elemanı ise,

$$\mu_{\tilde{D}}(x^*) = \max_{x \geq 0}(\min[\mu_0(x), \mu_i(x)]) = \max_{x \geq 0} \mu_{\tilde{D}}(x) \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (9)$$

veya

$$\mu_{\tilde{D}}(x^*) = \max_{x \geq 0}(\min\left[1 - \frac{b_0 - c^T x}{p_0}, \left(1 - \frac{(Ax)_i - b_i}{p_i}\right)\right]) \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (10)$$

eşitliklerinden belirlenir.

Bulanık amaç ve bulanık kısıtlayıcılar için tolerans betimlemesi kullanıldığı zaman, bir maksimizasyon kararı olan $\mu_{\tilde{D}}(x^*)$, klasik bir DP modelinin kurulması ile belirlenebilir. Diğer bir ifadeyle, simetrik bulanık DP problemleri, ek bir değişken olan λ 'nın kullanılması ile klasik bir DP modeli olarak ifade edilebilir. Dolayısıyla bulanık karar kümesi için,

$$\min_i [\mu_0(x), \mu_i(x)] = \mu_0(x) \wedge \mu_i(x) = \lambda \quad (11)$$

ifadesi yazılabilir. Burada λ değişkeni, bulanık amaç ve bulanık kısıtlayıcıların çözüm vektörü x tarafından aynı anda sağlanma derecesini gösterir. λ değişkeni, $\lambda \in [0, 1]$ aralığında tanımlanır. Bu durumda, bulanık karar kümesinin eşitlik (11) ile verilen tanımı, aşağıda verilen ifadeye denktir:

$$\begin{aligned} \mu_0(x) &\geq \lambda \\ \mu_i(x) &\geq \lambda \end{aligned} \quad (12)$$

Buradan, $\mu_{\tilde{D}}(x^*)$ 'ı belirleme problemi klasik DP problemi olarak aşağıda verildiği gibi ifade edilir.

$$\begin{aligned} \max \lambda \\ \mu_0(x) &\geq \lambda \\ \mu_i(x) &\geq \lambda \\ \lambda &\in [0, 1] \end{aligned} \quad (13)$$

Bulanık amaç ve bulanık kısıtlayıcıların üyelik fonksiyonları yukarıdaki modelde yerine konduğu zaman aşağıda verilen DP modeline ulaşılır:

$$\begin{aligned} \max \lambda \\ 1 - \frac{b_0 - c^T x}{p_0} &\geq \lambda \\ 1 - \frac{(Ax)_i - b_i}{p_i} &\geq \lambda; \forall i \end{aligned} \quad (14)$$

$$\lambda \in [0, 1]$$

$$x \geq 0$$

Bu model, $c^T x$ ve $(Ax)_i$ terimlerine göre düzenlendiği zaman,

$$\begin{aligned} & \max \lambda \\ & c^T x \geq b_0 - (1 - \lambda) p_0 \\ & (Ax)_i \leq b_i + (1 - \lambda) p_i; \forall_i \\ & \lambda \in [0, 1] \\ & x \geq 0 \end{aligned} \tag{15}$$

olarak ifade edilir. Burada $c_j, a_{ij}, b_0, p_0, b_i$ ve p_i 'lerin problemin çözümünden önce, karar verici tarafından belirlenmesi gerekmektedir. Yukarıdaki problem klasik bir DP problemidir.

Önerilen model bulanık tamsayı doğrusal model olarak aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

Bul x_j

Kısıtlar

$$\sum c_j x_j \underset{\sim}{\geq} 73400$$

$$\sum b_j x_j \underset{\sim}{\leq} 10080$$

$$x_j \underset{\sim}{\leq} N_j$$

$$x_j \underset{\sim}{\geq} K_j$$

$$x_j \geq 0 \text{ ve tamsayı } j = 1, 2, 3, \dots, 8$$

Burada N_j j. ürün için gerekli olan maksimum talep miktarına göre, K_j ise j. ürün için gerekli olan minimum talep miktarına göre değişmektedir. Problemin tamsayı doğrusal programlama problemi olarak çözülmesiyle elde edilen amaç fonksiyonu değeri 73425.58 TL. olarak hesaplanmıştır. Bu çalışmada kullanılan Zimmermann yaklaşımına göre, bulanık amaç fonksiyonu karar vericiden sağlanan bulanık bir erişim düzeyi ile bulanık bir kısıtlayıcı olarak ifade edilebileceğinden firmanın toplam karınının 73400 TL ve civarında isteyeceği varsayılmıştır. Firma peşin satışlarında % 10'luk bir indirim uygulamaktadır. Bu nedenle firmanın karında %10'luk bir değişkenlik görülecektir. Ayrıca son üç yılın aylık satış rakamları incelendiğinde talepte ortalama % 10'luk bir değişkenlik görülmektedir. Bu da talepte ve buna bağlı olarak da kapasite kısıtında % 10'luk bir değişkenlik olabileceğini göstermektedir. Dolayısıyla bu çalışma hem amaç fonksiyonunu hem de kısıtlar bulanık birer küme olarak modellenmiştir. Bu bilgilere göre, bulanık amaç ve bulanık kısıtlayıcıların üyelik fonksiyonları aşağıdaki gibi ifade edilebilir. Amaç fonksiyonunun üyelik fonksiyonu μ_0 , makine kısıtı, talep üst sınır ve talep alt sınır kısıtlarının üyelik fonksiyonları sırasıyla μ_1 , μ_2 ve μ_3 olarak ifade edilmiştir.

$$\mu_0 = \begin{cases} 0 & \sum c_j x_j \leq 66060 \\ 1 - \frac{73400 - (\sum c_j x_j)}{7340} & 66060 \leq \sum c_j x_j \leq 73400 \\ 1 & \sum c_j x_j \geq 73400 \end{cases}$$

$$\mu_1(x) = \begin{cases} 0 & \sum b_j x_j - 10080 \\ 1 - \frac{\sum b_j x_j - 10080}{10080} & ; \sum b_j x_j \geq 11088 \\ 1 & ; \sum b_j x_j \leq 10080 \end{cases}$$

$$\mu_2 = \begin{cases} 0 & ; x_j \geq (N_j + 0,1) * N_j \\ 1 - \frac{x_j - N_j}{(N_j * 0,1)} & ; N_j \leq x_j \leq (N_j + 0,1 * N_j) \\ 1 & ; x_j \leq N_j \end{cases}$$

$$\mu_3 = \begin{cases} 0 & ; x_j \leq (K_j - K_j * 0,1) \\ 1 - \frac{K_j - (x_j)}{(K_j * 0,1)} & ; (K_j - K_j * 0,1) \leq x_j \leq K_j \\ 1 & ; x_j \geq K_j \end{cases}$$

Bu üyelik fonksiyonlarına dayanarak problemi doğrusal programlama modeli olarak formüle edilirse aşağıda görüldüğü gibi olacaktır.

Max λ

Kısıtlayıcılar:

$$40,53X_1 + 70,77X_2 + 70,07X_3 + 46,85X_4 + 46,87X_5 + 86,29X_6 + 87,99X_7 + 57,47X_8 - 7340\lambda \geq 66060$$

$$6,24X_1 + 10,8X_2 + 11,33X_3 + 7,01X_4 + 6,24X_5 + 10,8X_6 + 11,33X_7 + 7,01X_8 + 1008\lambda \leq 11088$$

$$X_1 + 161,6\lambda \leq 1777,6$$

$$X_1 - 19\lambda \geq 171$$

$$X_2 + 93,4\lambda \leq 1027,4$$

$$X_2 - 15,3\lambda \geq 137,7$$

$$X_3 + 89\lambda \leq 979$$

$$X_3 - 11,1\lambda \geq 99,9$$

$$X_4 + 143,8\lambda \leq 1581,8$$

$$X_4 - 9,8\lambda \geq 88,2$$

$$X_5 + 161,6\lambda \leq 1777,6$$

$$X_5 - 8,4\lambda \geq 75,6$$

$$X_6 + 93,4\lambda \leq 1027,4$$

$$X_6 - 7,1\lambda \geq 63,9$$

$$X_7 + 89\lambda \leq 979$$

$$X_7 - 7,7\lambda \geq 84,7$$

$$X_8 + 143,8\lambda \leq 1581,8$$

$$X_8 - 13,4\lambda \geq 147,4$$

$$X_j \geq 0 \text{ ve tamsayı } j = 1, 2, \dots, 8$$

$$\lambda \geq 0, \lambda \leq 1$$

Bu problem WINQSB programı ile çözülmüş ve optimum sonuçları Tablo 11’de verilmiştir.

Tablo 11: Bulanık Doğrusal Programlama Modelinin Optimum Sonuçları

Karar Değişkenleri	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	
Çözüm Değeri	190	153	111	98	84	72	95	418	0,9961

Modelin optimum çözümüne göre bulanık miktar $\lambda = 0,9961$ olarak bulunmuştur. İşletmenin elde edeceği kar 66115,12 TL olup, X_1 ürününden yani 90*190 ölçülü yatak çeşidinden ayda 190, X_2 ürününden yani 150*200 ölçülü yatak çeşidinden ayda 153, X_3 ürününden yani 160*200 ölçülü yatak çeşidinden ayda 111, X_4 ürününden yani 100*200 ölçülü yatak çeşidinden ayda 98, X_5 ürününden yani 90*190 ölçülü ortopedik yatak çeşidinden ayda 85, X_6 ürününden yani 150*200 ölçülü ortopedik yatak çeşidinden ayda 72, X_7 ürününden yani 160*200 ölçülü ortopedik yatak çeşidinden ayda 95, X_8 ürününden yani 100*200 ölçülü yatak çeşidinden ayda 418 adet üretmesi gerekmektedir.

5. Sonuç, Değerlendirme ve Öneriler

İşletmeler kaynaklarını verimli bir şekilde kullanarak gelirlerini artırmak amacıyla, üretimlerini belirli bir plan ve program çerçevesinde gerçekleştirmektedirler. Üretim planlaması sorunlarının çözümünde kullanılacak en etkili yöntemlerden birisi doğrusal programlama tekniğidir. Ancak klasik doğrusal programlama tekniğinde kesin sayılar kullanılır. Bununla birlikte pratikte modelde kullanılacak parametrelerin net değerlerine ulaşmak mümkün olmayabilir. Bu durumda belirsizlik ortamında karar verebilmek için belirsizliği derecelendirerek çözüm arayan bulanık küme teorisinin doğrusal programlamaya önerdiği yaklaşımların gerçek dünya problemlerine daha uygun olduğu ortaya konulmuştur.

Bu çalışmada; üretim planlama ve doğrusal programlama hakkında genel bilgiler verilmiştir. Üretim planlaması yapmak amacıyla uygulamanın yapıldığı fabrikada doğrusal programlama tekniği kullanılmıştır. Ayrıca talep tahmini hakkında gözlemler yapılmıştır. Uygulamanın yapıldığı söz konusu işletme için kurulan doğrusal programlama modeli kurularak WINQSB paket programı kullanılarak çözülmüştür. Aynı problem Zimmermann Yaklaşımı dikkate alınarak amaç fonksiyonu toplam makine zamanı, alt ve üst talep miktarları bulanık olarak düşünülmüştür. Oluşturulan bulanık doğrusal programlama modeli WINQSB paket programıyla çözülmüştür.

Çözüm sonuçlarına göre önerilen bulanık doğrusal programlama modelinin çözüm sonuçlarına bakıldığında, bulanık miktar $\lambda = 0,9961$ olarak bulunmuştur. İşletmenin elde edeceği kar 66115,12 TL olup, X_1 ürününden yani 90*190 ölçülü yatak çeşidinden ayda 190, X_2 ürününden yani 150*200 ölçülü yatak çeşidinden ayda 153, X_3 ürününden yani 160*200 ölçülü yatak çeşidinden ayda 111, X_4 ürününden yani 100*200 ölçülü yatak çeşidinden ayda 98, X_5 ürününden yani 90*190 ölçülü ortopedik yatak çeşidinden ayda 85, X_6 ürününden yani 150*200 ölçülü ortopedik yatak çeşidinden ayda 72, X_7 ürününden yani 160*200 ölçülü ortopedik yatak çeşidinden ayda 95, X_8 ürününden yani 100*200 ölçülü yatak çeşidinden ayda 418 adet üretmesi gerektiği görülmüştür.

Artan rekabetten ötürü firmanın gelecek dönemlerde üretimini artırması, üretim alanında değişiklikler yapması ve rakiplerine karşı tedbirler alması gerekmektedir. Firma tecrübeli personel ile üretimi geliştirici, kaliteyi artırıcı tedbirler almalıdır. Firmanın finansal bakımdan gelişmesi için talep tahminiyle elde edilen grafik sonuçlarına göre ileride talebi zayıflayacak ürünlerde talep ve fiyat arasındaki bağlantıyı değerlendirmesi gerekmektedir. Maliyetleri düşürerek talep anlamında bir canlanma yaratılıp firmanın karını artırması gerekmektedir.

Fabrikada üretimde kullanılan kumaş ve sünger aracı kuruluşlardan temin edilmektedir. Maliyeti düşürmek açısından kumaş ve sünger doğru şekilde üretici firmalardan temin edilebilir. Fabrikanın kârını artırması için reklam çalışmalarına hız verilmelidir. Tüketicilere sanal ortamdan alışveriş yapma kolaylığı sağlanırsa aracı bayilerin kâr payları oranında da firmanın kârı yükselecektir.

Kaynakça

- Akbaygil, I. (1980). *İktisatçılar için doğrusal programlamaya giriş*. İstanbul: Elo- Elektronik Ofset.
- Alan, M. A., & Yeşilyurt, C. (2004). Doğrusal programlama problemlerinin excel ile çözümü. *Cumhuriyet Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, 5(1), 152-155.
- Avraloğlu, Z. (1981). *Doğrusal programlama ve tarım işletmelerinde bir uygulama*. Ankara: İ.T.İ.A. Yayın No:139.
- Bakoğlu, H. (1982). *Doğrusal programlama*. İzmir: Ege Üniversitesi Fen Fakültesi Kitaplar Serisi, No:106.
- Çevik, O., & Yıldırım, Y. (2010). Bulanık doğrusal programlama ile süt ürünleri işletmesinde bir uygulama. *KMÜ Sosyal ve Ekonomik Araştırmalar Dergisi*, 12(18), 15-26.
- Demir, H., & Gümüšoğlu, Ş. (1994). *Üretim işlemler yönetimi*. İstanbul: Beta Yayınları.
- Dowling, E. T. (1993). *İşletme ve iktisat için matematiksel yöntemler*. Ankara: Nobel Yayın.
- Ergülen, A., & Gürbüz, E. (2006). İnşaat ve enerji sektöründe beton direk üretimi planlamasına örnek bir model önerisi, tamsayılı doğrusal programlama. *Celal Bayar Üniversitesi, İktisadi İdari Birimler Fakültesi Dergisi*, 13(1), 1-15.
- Ertuğrul, İ., & Güneş, M. (2007). Fuzzy goal programming and an application of production process. *Springer-Verlag Berlin Heidelberg, ASC 41*, 649-659.
- Feiring, B. R., & Newbury, P. (1986). *Linear programming: An introduction*. California: Sage Publications.
- Kobu, B. (2008). *Üretim yönetimi*. İstanbul: Beta Basımevi.
- Mokhtar, S., Bazaraa, J., Jarvis, J. D., & Sherali, H. (1990). *Linear programming and network flows*. Newyork: John-Wiley.
- Özgen, H. (1987). *Üretim yönetimi*. Adana: Bizim Büro Yayın Evi.
- Özkan, M. (2003). *Bulanık hedef programlama*. Bursa: Ekin Kitabevi.
- Özkan, M. (2003). Bulanık hedef programlama modeli ve bir uygulama denemesi. *Review of Social, Economic & Business Studiess*, 2, 265-301.
- Öztürk, A. (2005). *Yöneylem araştırması*. Bursa: Ekin Kitabevi.

- Paksoy, T. (2010). *Bulanık küme teorisi ve doğrusal programlamada kullanımı: Karşılaştırmalı bir analiz*. Erişim Tarihi: 25.12.2010. http://bahadirakin.tripod.com/bulanik_kume.pdf.
- Silver, E. A., David, F. P., & Rein, P. (1998). *Inventory management and production planning and scheduling*. Newyork: John Wiley and Sons.
- Taha, H. (1987). *Operations research*. Newyork: Macmillan Publishing.
- Tekin, M. (2010). *Üretim yönetimi*. Yenilenmiş 7. Baskı, Konya: Güneş Ofset.
- Tuş, A. (2006). *Bulanık doğrusal programlama ve bir üretim planlamasında uygulama örneği*. (Basılmamış Yüksek Lisans Tezi). Denizli: Pamukkale Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü.
- Vollman, T. E., William, L., Berry, D., & Whybark, C. (1997). *Manufacturing planning and control systems*. Newyork: McGraw-Hill.