

## Farklı Öğrenim Seviyesindeki Öğrencilerin Rasyonel Sayıların Farklı Gösterim Şekilleriyle İşlem Yapma Becerilerinin Karşılaştırılması

Ramazan Gürbüz<sup>1</sup> Osman Birgin<sup>2</sup>

### Özet

Bu araştırmada, farklı öğrenim seviyesindeki öğrencilerin (6,7,8) rasyonel sayıların cebirsel, geometrik model ve sayı doğrusu gösterim biçimlerini kullanarak işlem yapma becerilerinin karşılaştırılması amaçlanmaktadır. Özel durum çalışması yöntemiyle yürütülen araştırma, 2006-2007 güz döneminde Doğu Karadeniz Bölgesi'ndeki bir ilçe ilköğretim okulunda yapılmıştır. Araştırma, 59 altıncı, 49 yedinci ve 62 sekizinci sınıf olmak üzere toplam 170 öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Öğrencilerin düzeylerini karşılaştırmak için gruplara 18 sorudan oluşan çoktan seçmeli test uygulanmıştır. Elde edilen veriler, t-testi ve ANOVA yöntemleri kullanılarak analiz edilmiştir. Araştırma sonunda; öğrencilerin öğrenim seviyesi arttıkça rasyonel sayıların farklı gösterim şekilleriyle işlem yapma becerilerinin geliştiği, ancak rasyonel sayıların cebirsel gösterim biçimini kullanarak işlem yapma becerilerinin, geometrik model ve sayı doğrusu gösterim biçimlerini kullanarak işlem yapma becerilerine kıyasla daha iyi gelişim gösterdiği belirlenmiştir. Araştırma, rasyonel sayıların farklı gösterim şekillerine ve bu gösterim şekilleriyle işlem yapmanın önemine ilişkin önerilerle tamamlanmıştır.

Anahtar Kelimeler: Rasyonel Sayılar, Rasyonel Sayılarla İşlemler, İşlem Becerisi

## The Comparison of Students' Performance at Different Grades Regarding to Making Operation with Different Types of Representation of the Rational Numbers

### Abstract

In this study, it is aimed to compare the performances of different grade students about making operations by using algebraic, geometric, and number line representation of the rational numbers. With case study methodology, the study was carried out at a secondary school in a district of the Eastern Karadeniz Region of Turkey in the fall semester of 2006-2007. The sample of research consisted of totally 170 students; 59 of them were at sixth grade, 49 of them were at seventh grade and 62 of them were at eighth grade. To compare the performance of students at different grades, a test comprising of 18 multiple-choice questions was implemented to the sample. The data obtained from the test was statistically analyzed by using t-test and ANOVA. At the end of the study, it is found out that the more grade level of the students raise the more performance of students by making operations with all type of representation about rational numbers increase. But, students' performance of making operations by using algebraic representation of rational number increases more than the others. The study is completed with suggestions regarding the different types of representations and the importance of making operations with them.

Keywords: Rational Numbers, Operations with Rational Numbers, Operation Skills

<sup>1</sup>Adıyaman Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, İlköğretim Bölümü, Adıyaman, e-posta: rgurbuz02@hotmail.com  
<sup>2</sup>KTÜ, Fatih Eğitim Fakültesi, İlköğretim Bölümü, Söğütü Trabzon e-posta: birginosman@hotmail.com

## Giriş

Rasyonel sayıların özellikleri doğal sayıların ve tam sayıların bazı özellikleriyle ilişkilendirilebilmesine rağmen doğal ve tamsayılardan farklı ve karmaşık özellikler içeren bir sayı sistemidir. Rasyonel sayıların bu farklılığı ve karmaşıklığı, öğretiminde bazı zorluklara sebep olmaktadır (Durmuş, 2005). Bilindiği üzere  $a/b$  biçiminde verilen bir rasyonel sayı, problem ortamına göre farklı anlamlar taşımaktadır (Behr, Wachsmuth, Post ve Lesh, 1984).  $a/b$  sayısı, parça-bütün ilişkisini, ölçme anlamını, sadece bölme işlemini veya bir çeşit karşılaştırma (oran) anlamlarıyla kullanılabilir (Sinicrope, Mick ve Kolb, 2002). Örneğin,  $12/5$  sayısı iki doğal sayı ile yapılan bölme işlemini temsil edebilir. Böyle düşünülürse sonuç 2.4 olurken, ölçme anlamı dikkate alınırsa 12 sayısı ile oluşturulabilecek beşli grupların sayısını, karşılaştırma anlamı düşünüldüğünde ise 12'nin 5'e oranı gibi anlamları içerebilir. Dolayısıyla sayının yorumlanmasında ele alındığı bağlam oldukça önem kazanmaktadır.

İlköğretimin ikinci kademesinde rasyonel sayılarda toplama, çıkarma, bölme, çarpma, denklik ve sıralama işlemi her yıl kademeli olarak öğretilmektedir. Fakat yapılan araştırmalar, ilköğretimin her kademesinde öğrencilerin rasyonel sayılar konusundaki temel kavramları anlamada ve cebirsel işlem yapmada zorlandıklarını ortaya koymaktadır (İpek, Işık ve Albayrak, 2005; Haser ve Ubuz, 2000; Aksu, 1997; Mack, 1995; Başgün ve Ersoy, 2000; Kamii ve Clark, 1995). Öğrencilerin rasyonel sayı işlemlerinde zorlanmalarının başlıca nedenlerinden birisi rasyonel sayıları anlamak yerine formülleri ve algoritmayı ezberlemeleri, bir diğeri de rasyonel sayıların pay ve paydalarını farklı iki tamsayı olarak algılamalarıdır (Şiap ve Duru, 2004).

Rasyonel sayıların öğrenilmesini güçleştiren diğer bir neden ise anlamlarının çeşitliliğidir. Çünkü rasyonel sayıların ve ilgili kavramların iyi kavranabilmesi için, bu anlamların ayrı ayrı anlaşılması ve daha sonra da bu anlamların birbirine kaynaştırılması gerekmektedir (Toluk, 2002). Ayrıca rasyonel sayıların öğretiminde parça-bütün anlamlarının fazla vurgulanması, diğer anlamlara yer verilmemesi ve birçok gösterim biçimi kullanılabilmesine rağmen sadece cebirsel gösterimin fazla kullanılması öğrencilerin kavramsal anlamalarını güçleştirmektedir (Mack, 1995; Moseley, 2005). Altun (1998) bu güçlüklerin üstesinden gelebilmek için çeşitli geometrik modellerin, görsel temsillerin, somut nesnelerin ve sayı doğrusu ile gösterimin kullanılmasının önemli olduğunu vurgulamaktadır. Benzer şekilde Piaget (1952) matematiksel kavramların ilköğretim seviyesindeki çocuklar tarafından kavranması için birçok tecrübeler yaşayabilecekleri materyallere ve çizimlere ihtiyaç olduğunu belirtmektedir. Materyallerin matematik öğretimini eğlenceli hale getirdiği, öğrencinin ilgisini çektiği, merakını arttırdığı ve kullanmaya teşvik etme özelliği taşıdığı bilinmektedir (Moyer, 2001; Gürbüz, 2007). Literatürde matematiği günlük hayatla ilişkilendirmeyi ve somutlaştırıp elle dokunur hale getirmeyi sağlayacak materyallerle ve modellerle gerçekleştirilen öğretimin öğrencilerin zihinsel gelişimlerine, motivasyonlarına, bilgilerini transfer etmelerine, derse katılma arzularına ve akademik başarılarına olumlu katkılar

sağladığı ifade edilmektedir (Thompson, 1992; Moyer, 2001; Sowell, 1989; Baxter ve vd., 1993).

Rasyonel sayılar genel olarak sözel, sembolik, nesnel ve model olmak üzere dört farklı biçimde gösterilebilmektedir. Bu gösterimler arasında geçiş yapılabilmesi, konuya ilişkin farklı gösterim biçimlerinin eş zamanlı ilişkilendirilip kavranmasıyla ilgilidir. Fakat ilköğretim öğrencilerinin rasyonel sayıların farklı gösterimleri arasında geçiş yapmakta güçlük çektikleri, işlem yaparken kuralları yanlış genelledikleri ve karşılaştırma yapmakta zorlandıkları vurgulanmaktadır (Haser ve Ubuz, 2002; Şiap ve Duru, 2004). Bu zorlanmaların temelinde kural, formül ve ilişkilerin olduğu gibi verildiği ve ezberleme yoluyla öğrenmenin özendirildiği geleneksel öğretim yönteminin çok sık kullanılması önemli rol oynamaktadır.

Matematiğin diğer konularına temel teşkil eden rasyonel sayılarda kavramsal anlamının gerçekleştirilmesi için farklı gösterim şekillerine vurgu yapılması gerekmektedir (Kieren, 1976; Vergnaud, 1983). Rasyonel sayıların farklı gösterim biçimlerini ilişkilendirebilmek ve bu gösterimlerle işlem yapabilmek önem arz etmektedir. Bu gösterim şekillerinden cebirsel, geometrik model ve sayı doğrusu gösterim biçimlerini eş zamanlı olarak görmek ve bu gösterim biçimlerini kullanarak işlem yapmak işlemsel ve kavramsal bilginin dengelenmesi için önemlidir. Öğrenim seviyesi arttıkça soyutlaşan matematiğin anlaşılmasında ilköğretim kademelerinde gerçekleşen öğrenmelerin bu dengeyi sağlamış olmaları önemlidir (Baki, 2006). Bu nedenle, ilköğretim öğrencilerinin rasyonel sayılar konusundaki cebirsel, geometrik model ve sayı doğrusu gösterim biçimlerini kullanarak işlem yapma becerilerinin tespit edilmesine ihtiyaç vardır. Bu araştırmanın temel amacı, farklı öğrenim seviyesindeki öğrencilerin (6,7,8) rasyonel sayıların cebirsel, geometrik model ve sayı doğrusu gösterim biçimlerini kullanarak işlem yapma becerilerini karşılaştırmaktır. Bu amaç doğrultusunda aşağıdaki alt problemlere cevap aranmıştır.

1) Farklı öğrenim seviyesindeki öğrencilerin rasyonel sayıların farklı gösterim biçimlerini kullanarak işlem yapma becerileri arasında anlamlı fark var mıdır?

2) Her bir seviyedeki öğrencilerin rasyonel sayıların farklı gösterim biçimlerini kullanarak işlem yapma becerileri arasında anlamlı fark var mıdır?

3) Öğrencilerin rasyonel sayıların farklı gösterim biçimlerini kullanarak işlem yapma becerileri cinsiyete göre anlamlı fark göstermekte midir?

Bu araştırma 2006-2007 eğitim öğretim yılında bir ilçe ilköğretim okulunun II. kademesinde öğrenim gören 170 öğrenciyle ve 18 sorudan oluşan ölçme aracıyla sınırlıdır.

## **Yöntem**

Bu araştırma, ilköğretim II. kademe öğrencilerinin rasyonel sayıların farklı gösterim biçimlerini kullanarak işlem yapma becerilerini karşılaştırmak amacıyla özel durum çalışması yöntemiyle yürütülmüştür.

### **Araştırma Grubu**

Araştırmanın çalışma grubu, Doğu Karadeniz Bölgesi'nde bir ilçe ilköğretim okulunun 6., 7. ve 8. sınıflarında öğrenim gören toplam 170 öğrenci

oluşturmaktadır. Çalışma grubundaki öğrencilerin 59'u (%34.7) altıncı sınıf, 49'u (%28.8) yedinci sınıf ve 62'si (%36.5) sekizinci sınıf öğrencisidir. Araştırmaya katılan öğrencilerden 88'i (%51.7) kız, 82'si (%48.2) erkek öğrencidir.

### Veri Toplama Aracı

Bu araştırmada veri toplama aracı olarak rasyonel sayılar konusunda öğrencilerin cebirsel, geometrik model ve sayı doğrusu gösterim biçimlerini kullanarak işlem yapmaya yönelik araştırmacılar tarafından geliştirilen ve 18 sorudan oluşan çoktan seçmeli bir ölçme aracı kullanılmıştır. Araştırmacılar tarafından geliştirilen ölçme aracındaki sorular cebirsel, geometrik model ve sayı doğrusu gösterim şekillerine yönelik olmak üzere üç bölümden oluşmaktadır. Her bir bölümde rasyonel sayılara ilişkin toplama, çıkarma, bölme, çarpma, denklik ve sıralama işlemini içeren altı soru bulunmaktadır. Ayrıca, her bir bölümde yer alan sorular birbirinin aynısı olup, bu bölümlere ilişkin 12 soru Ek 1'de sunulmuştur.

### İşlem

Bu araştırmada kullanılan ölçme aracındaki sorular, literatür ve ilköğretim II.kademeye yönelik müfredat programı göz önüne alınarak hazırlanmıştır. Ölçme aracının kapsam ve görünüş geçerliliği, iki alan eğitimi uzmanının ve üç matematik öğretmenin görüşü alınarak sağlanmaya çalışılmıştır. Aracın güvenilirliğini ve uygulamada aksayabilecek yönlerini tespit etmek amacı ile her biri 25 öğrenciden oluşan 6., 7. ve 8. sınıfta öğrenim gören toplam 75 öğrenciye uygulanarak gerekli düzeltmeler yapılmıştır. Geliştirilen aracın güvenilirliği için KR-20 güvenilirlik hesaplama metodu kullanılmış ve güvenilirlik katsayısı 0.79 olarak bulunmuştur. Başarıyı ölçmeye yönelik araçlar için bu değer yeterli olduğu söylenebilir. Son hali verilen ve 18 sorudan oluşan ölçme aracı 2006-2007 eğitim öğretim yılının bahar döneminde çalışma grubuna uygulanmıştır.

### Verilerin Analizi

Öğrencilerin her bir soruya verdikleri cevaplar incelenerek doğru cevaplar için bir (1) puan, yanlış ve boş cevaplar için ise sıfır (0) puan verilerek değerlendirilmiştir. Verilerin analizinde SPSS 11.0 paket programındaki t-testi ve ANOVA çözümleme yöntemleri kullanılarak ilgili alt problemlere cevap aranmıştır.

### Bulgular

Farklı öğrenim seviyesindeki öğrencilerin rasyonel sayıların farklı gösterim biçimlerini kullanarak işlem yapma becerilerine ilişkin ortalama ve standart sapma değerleri Tablo 2'de sunulmuştur.

*Tablo 1. Öğrencilerin işlem yapma becerilerine ilişkin ortalama ve standart sapma değerleri*

Gösterim Türleri		6. Sınıf	7. Sınıf	8. Sınıf
Cebirsel Gösterim	Ort.	1.52	2.38	3.69
	Ss	1.15	1.30	1.63
Geometrik Model	Ort.	1.08	1.79	2.64
	Ss	1.02	1.45	1.54
Sayı Doğrusu	Ort.	0.76	1.53	2.19
	Ss	0.77	1.34	1.62

Tablo 1 incelendiğinde öğrencilerin öğrenim seviyeleri arttıkça her üç gösterim biçiminde de işlem yapma becerilerinin arttığı anlaşılmaktadır. Tablo 1'deki ortalamalar göz önüne alındığında her üç sınıfta da öğrencilerin rasyonel sayılarla işlem yapma becerisinde en iyi oldukları gösterim biçiminin cebirsel gösterim olduğu, en zayıf oldukları gösterim biçiminin ise sayı doğrusu ile gösterim olduğu görülmektedir.

*Birinci Alt Problem: Farklı öğrenim seviyesindeki öğrencilerin işlem yapma becerileri arasında anlamlı fark var mıdır?*

Öğrencilerin rasyonel sayıların farklı gösterim biçimlerini kullanarak işlem yapma becerileri arasında anlamlı bir farkın olup olmadığı bağımlı (ilişkili) tek yönlü ANOVA testi ve farklılığın hangi gruplar arasında olduğunu bulmak amacıyla da Scheffé testi yapılmıştır. Elde edilen varyans analizi sonuçları Tablo 2'de sunulmuştur.

*Tablo 2. Farklı öğrenim seviyesindeki öğrencilerin işlem yapma becerilerine ilişkin Anova sonuçları*

Gösterim Türleri	Varyansın Kaynağı	KT	sd	KO	F	p	Anlamlı Fark
Cebirsel Gösterim	Gruplararası	144.26	2	75.13	37.46	.000	6-7
	Gruplarıçi	321.52	167	1.92			6-8
	Toplam	465.78	169				7-8
Geometrik Model	Gruplararası	73.88	2	36.94	19.98	.000	6-7
	Gruplarıçi	308.72	167	1.84			6-8
	Toplam	382.61	169				7-8
Sayı Doğrusu	Gruplararası	61.93	2	30.96	18.30	.000	6-7
	Gruplarıçi	282.55	167	1.69			6-8
	Toplam	344.49	169				7-8
		6: Altıncı sınıf	7: Yedinci Sınıf	8: Sekizinci Sınıf			

Tablo 2, farklı öğrenim seviyesindeki öğrencilerin rasyonel sayıların cebirsel [ $F_{(2,167)}=37.46$ ,  $p<.001$ ], geometrik model [ $F_{(2,167)}=19.98$ ,  $p<.001$ ] ve sayı doğrusu [ $F_{(2,167)}=18.30$ ,  $p<.001$ ] gösterim biçimlerini kullanarak işlem yapma becerileri arasında anlamlı bir farkın olduğunu göstermektedir. Öğrencilerin öğrenim seviyeleri dikkate alındığında her üç gösterim biçiminde de bu farklılığın öğrenim seviyesi yüksek olan lehine olduğu görülmektedir.

*İkinci Alt Problem: Her bir seviyedeki öğrencilerin işlem yapma becerileri arasında anlamlı fark var mıdır?*

Tablo 1 incelendiğinde her bir öğrenim seviyesindeki öğrencilerin cebirsel gösterim biçimini kullanarak işlem yapma becerilerinin geometrik model ve sayı doğrusu gösterim biçimlerini kullanarak işlem yapma becerilerinden daha iyi olduğu anlaşılmaktadır. Öğrencilerin işlem yapma becerileri arasında anlamlı bir farkın olup olmadığı bağımlı (ilişkili) tek yönlü ANOVA testi ve farklılığın hangi ölçümler arasında olduğunu bulmak amacıyla da Bonferroni çoklu karşılaştırma testi yapılmıştır. Elde edilen varyans analizi sonuçları Tablo 3'te sunulmuştur.

Tablo 3. Her bir seviyedeki öğrencilerin işlem yapma becerilerine ilişkin Anova sonuçları

Sınıflar	Varyansın Kaynağı	KT	sd	KO	F	p	Anlamlı Fark
6.Sınıf (N=59)	Deneklerarası	79.93	58	1.37	10.90	.000	1-2 1-3
	Ölçüm	17.29	2	8.65			
	Hata	92.03	116	0.79			
	Toplam	189.25	176				
7.Sınıf (N=49)	Deneklerarası	186.66	48	3.88	10.89	.000	1-2 1-3
	Ölçüm	18.87	2	9.73			
	Hata	83.12	96	0.86			
	Toplam	288.65	146				
8.Sınıf (N=62)	Deneklerarası	317.81	61	5.21	29.23	.000	1-2 1-3
	Ölçüm	73.43	2	36.71			
	Hata	153.23	122	1.25			
	Toplam	544.47	185				
1: Cebirsel Gösterim 2: Geometrik Model 3: Sayı Doğrusu							

Tablo 3 incelendiğinde öğrencilerin cebirsel, geometrik model ve sayı doğrusu gösterim biçimlerini kullanarak işlem yapma becerileri arasında altıncı sınıflarda [ $F_{(2,116)}=10.90$ ,  $p<.001$ ], yedinci sınıflarda [ $F_{(2,96)}=10.89$ ,  $p<.001$ ] ve sekizinci sınıflarda [ $F_{(2,122)}=29.23$ ,  $p<.001$ ] anlamlı fark bulunmuştur. Anlamlı fark tüm öğrenim seviyelerinde öğrencilerin cebirsel gösterimlerle işlem yapmaları lehinedir. Ancak her bir seviyedeki öğrencilerin (6,7,8) rasyonel sayılar konusunda geometrik model ve sayı doğrusu gösterim biçimlerini kullanarak işlem yapma becerileri arasında anlamlı bir fark bulunmamıştır.

*Üçüncü Alt Problem: Öğrencilerin işlem yapma becerileri cinsiyete göre anlamlı fark göstermekte midir?*

Öğrencilerin rasyonel sayıların farklı gösterim biçimlerini kullanarak işlem yapma becerileri arasında cinsiyete göre anlamlı bir fark olup olmadığını belirlemek amacıyla bağımsız t-testi yapılmıştır. Elde edilen analiz sonuçları Tablo 4'te sunulmuştur.

Tablo 4. Cinsiyete göre öğrencilerin işlem yapma becerilerine ait t-testi sonuçları

Gösterim Türleri	Cinsiyet	N	Ort.	Ss	sd	t	p
Cebirsel Gösterim	Erkek	88	2.37	1.78	168	-1.55	.123
	Kız	82	2.76	1.50			
Geometrik Model	Erkek	88	1.77	1.55	168	-.77	.441
	Kız	82	1.95	1.44			
Sayı Doğrusu	Erkek	88	1.56	1.25	168	.58	.557
	Kız	82	1.43	1.59			

Tablo 4'te kız ve erkek öğrencilerin rasyonel sayıların cebirsel [ $t_{168}=-1.55$ ,  $p>.05$ ], geometrik model [ $t_{168}=-.77$ ,  $p>.05$ ] ve sayı doğrusu [ $t_{168}=.58$ ,  $p>.05$ ] gösterim biçimlerini kullanarak işlem yapma becerileri arasında anlamlı bir fark bulunmamıştır. Bu durum, öğrencilerin rasyonel sayıların farklı gösterim biçimlerini kullanarak işlem yapma becerilerinin cinsiyet göre değişmediğini göstermektedir.

## **Tartışma**

Matematik biliminde öğrenim seviyesi arttıkça konular soyutlaşmaktadır. Bu sebeple ilköğretim düzeyinde gerçekleşen öğrenmelerin anlamlı olması önemlidir. Bu bağlamda rasyonel sayılar konusunun öğretiminde anlamlı öğrenmenin gerçekleşebilmesi için öğrencilerin farklı gösterim biçimlerini bilmesi, bu gösterimler arasında bağlantılar kurabilmesi ve istenen geçişleri yapabilmesi ileriki matematik öğrenmeleri için oldukça önemlidir. Bu araştırmada öğrencilerin öğrenim seviyesi arttıkça rasyonel sayıların cebirsel, geometrik model ve sayı doğrusu gösterim biçimlerini kullanarak işlem yapma becerilerinin arttığı; ancak, cebirsel gösterim biçimini kullanarak işlem yapma becerilerinin diğerlerine kıyasla daha çok arttığı belirlenmiştir. Öğrencilerin öğrenim seviyeleri arttıkça rasyonel sayıların farklı gösterim biçimlerini kullanarak işlem yapma becerilerinin artma göstermesi, her bir öğrenim seviyesinde konuyu tekrar tekrar görmeleriyle ve artan yaşla birlikte zihinsel gelişimin olgunlaşmasıyla ilişkili olabilir. Ancak öğrencilerin öğrenim seviyeleri arttıkça cebirsel gösterim biçimini kullanarak işlem yapma becerileri, diğer gösterim biçimleriyle işlem yapma becerilerine kıyasla daha fazla artma göstermiştir. Bunun sebebi, öğrenme ortamlarında öğrenim seviyesinin artmasıyla birlikte diğer matematik konularının öğrenilmesinde ve öğretilmesinde genellikle rasyonel sayıların cebirsel gösterim biçiminin kullanılması olabilir. Ancak daha düşük öğrenim seviyelerinde de öğrencilerin cebirsel gösterim biçimini kullanarak işlem yapma becerilerinin daha iyi olması genel anlamda öğrenme ortamlarında bu gösterim biçimine daha çok vurgu yapılmasıyla ilişkili olabileceği gibi öğrencilerin rasyonel sayılarla işlem yapma becerilerinin kavramsal bilgi düzeyinden ziyade işlemsel bilgi düzeyinde olmasıyla ilişkili olabilir. Rasyonel sayılardaki işlemleri kavramsal düzeyde anlama sadece cebirsel işlem yapmayı değil bunun yanında farklı gösterim biçimlerini (geometrik model, sayı doğrusu, vb.) kullanarak işlem yapmayı ve bu gösterim şekilleri arasında geçiş yapmayı gerektirmektedir. Bu sebeple rasyonel sayılarda yapılan işlemlerin kavramsal boyutta algılanabilmesi için ilköğretimin her kademesinde rasyonel sayıların farklı gösterim biçimleri ve bu gösterimler arasındaki geçişler vurgulanmalıdır.

Zihinsel olgunluğa erişmemiş öğrencilere matematiksel kavramlar, sadece sözel ifadelerle veya sembollerle anlatıldığı zaman, kendilerine soyut gelen bu kavramları anlayamamaktadırlar (Piaget, 1952). Bu sebeple, rasyonel sayıların öğretiminde farklı gösterim biçimlerini temsil eden modellerin ve öğretim materyallerinin kullanılması anlamlı öğrenmenin gerçekleşmesi için oldukça önemlidir. Tablo 1 ve 3 incelendiğinde her bir öğrenim seviyesindeki öğrencilerin cebirsel gösterimlerle işlem yapma becerilerinin geometrik model ve sayı doğrusunu kullanarak işlem yapma becerilerinden daha iyi olduğu, ancak geometrik model ve sayı doğrusunu kullanarak işlem yapma becerileri arasında anlamlı bir farkın olmadığı ortaya çıkmıştır. İlköğretim ikinci kademedeki öğrencilerin rasyonel sayılarda cebirsel gösterim biçimini kullanarak işlem yapma becerilerinin daha iyi olmasında, öğrenme ortamlarında geleneksel öğretim yöntemlerinin kullanılmasının ve bu yöneme en uygun gösterim olan cebirsel gösterimin ön plana çıkarılmasının etkili olduğu söylenebilir. Nitekim, Mack (1995)'ın ve Moseley (2005)'in yaptıkları araştırmalarda elde ettikleri bulgular bu düşüncelyi doğrular

niteliktedir. Diğer bir neden olarak 2004'te kademeli olarak uygulanan yeni ilköğretim programından önceki matematik öğretim programında ve bu programa göre hazırlanan ders kitaplarında rasyonel sayıların cebirsel gösterim biçimine daha çok ağırlık verilmesi gösterilebilir. Her bir öğrenim seviyesindeki öğrencilerin rasyonel sayıların farklı gösterim biçimlerini kullanarak işlem yapma becerilerinin aynı düzeyde olmaması, işlemlerin kavramsal boyutta algılanamaması ile de yakından ilişkilidir. Bu durumda öğrenme ortamlarında görev alan öğretmenlerin konunun öğretiminde geleneksel yöntemler kullandıkları ve kuralcı yaklaşımlar sergiledikleri söylenebilir. Matematiğin diğer konularına temel teşkil eden rasyonel sayılar konusunun öğretiminde bu farklılığın ortadan kalkması ve anlamlı öğrenmenin gerçekleşmesi için çağdaş öğretim yöntemlerinin ve Altun (1998)'un belirttiği gibi farklı gösterim biçimlerini temsil eden modellerin ve öğretim materyallerinin işe koşulması gerekmektedir. Kieren (1976)'da yaptığı araştırmayla rasyonel sayıların öğretiminde farklı gösterim biçimlerini vurgulamanın öneminden bahsetmektedir. Buradan hareketle rasyonel sayıların öğretiminde kuralcı yaklaşımlardan uzaklaşıp farklı gösterim biçimleri vurgulanmalı, öğrenme ortamlarında farklı gösterim biçimlerini temsil eden modellere, öğretim materyallerine, sayı doğrusuna daha çok yer verilmeli ve öğrencilerin kendilerine özgü yöntemler geliştirmelerine olanak sağlanmalıdır.

Bu araştırmanın bulguları ilköğretim ikinci kademe öğrencilerinin rasyonel sayılar konusundaki toplama, çıkarma, çarpma, bölme, denklik ve sıralama kavramlarını kural bağımlı öğrendiklerini ve kavramsal boyutta bir öğrenmenin gerçekleşmediğini ortaya koymuştur. Öğrencilerin cebirsel gösterim biçimini kullanarak işlem yapma becerileri diğer gösterim biçimlerini kullanarak işlem yapma becerilerine kıyasla daha iyi olmasına rağmen elde edilen bulgulardan ilköğretim ikinci kademe öğrencilerinin rasyonel sayıların cebirsel gösterim biçimini kullanarak işlem yapmada dahil iyi bir performans gösteremedikleri anlaşılmaktadır. Bu bulguya paralel olarak İpek ve arkadaşları (2005), Haser ve Ubuz (2000), Aksu (1997) ve Başgün ve Ersoy (2000) tarafından yapılan araştırmalarda ilköğretimin her kademesinde öğrencilerin rasyonel sayılar konusundaki temel kavramları anlamada zorlandıkları ortaya koyulmuştur. Benzer şekilde Toluk (2002) ve Durmuş (2005) yaptıkları araştırmalarla çoğu ilköğretim öğrencisinin rasyonel sayılarda bölme işlemini algoritmik/işlemsel olarak yapabildiğini ancak kavramsal olarak ifade etmekte zorlandıklarını belirlemişlerdir. Yapılan araştırmalardan elde edilen bulgular bu araştırmanın bulgularıyla örtüşmektedir. Buradan Türkiye'nin farklı bölgelerini içerecek şekilde çalışma grubu genişletilerek veya farklı öğrenim seviyesindeki öğrenciler seçilerek benzer araştırmalar yapılabilir.

Bu araştırmada ilköğretim ikinci kademe öğrencilerinin cebirsel gösterim, geometrik model ve sayı doğrusu gösterim biçimlerinde işlem yapma becerileri arasında cinsiyet açısından anlamlı bir fark bulunmamıştır. Oysa matematiğin doğasına ilişkin geleneksel anlayışta erkek öğrencilerin kız öğrencilere göre daha başarılı olduğu düşünülüyordu. Fakat yapılan araştırmalarla (Hyde, Fennema, ve Lamon, 1990; Fan, Chen ve Matsumoto, 1997) matematik öğrenmede cinsiyetin önemli bir etken olmadığı ve erkek öğrencilerin kızlardan daha başarılı olduğu düşüncesinin yanlış olduğu ortaya konulmuştur. Tablo 4'teki bulgular, tüm öğrenim

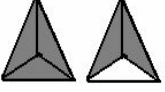
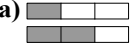



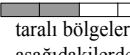
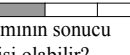


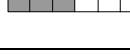
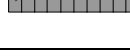










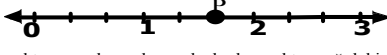

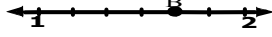
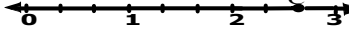
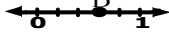
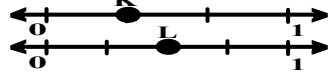

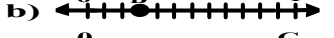
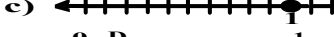
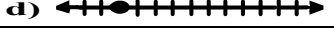
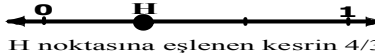


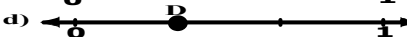
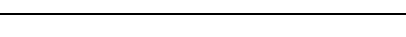
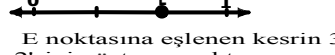
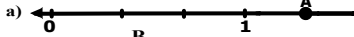


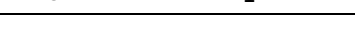


seviyelerinde öğrencilerin rasyonel sayıların farklı gösterim biçimlerini kullanarak işlem yapma becerileri arasında cinsiyet açısından anlamlı bir farkın bulunmadığını göstermektedir. Elde edilen bu bulgu, Ersoy ve Ardahan (2004) tarafından yapılan araştırmada, Türk öğrencilerinin “Kesirler” konusundaki başarı puanlarının oldukça düşük olduğu ve diğer birçok ülkede olduğu gibi matematikteki başarı puanlarının cinsiyet açısından farklılık göstermediği bulgusuna paraleldir.

### Kaynakça

- Aksu, M. (1997). Student Performance in Dealing with Fraction. *The Journal of Educational Research*, 90(6), 375-380.
- Altun, M. (1998). *Eğitim Fakülteleri ve Sınıf Öğretmenlikleri İçin Matematik Öğretimi*. Bursa: Erkam Matbaacılık.
- Baki, A. (2006). *Kuramdan Uygulamaya Matematik Eğitimi*. Trabzon: Derya Kitabevi.
- Başgün, M. ve Ersoy, Y. (2000). *Sayılar ve Aritmetik-I: Kesir ve Ondalık Sayıların Öğretmesinde Bazı Güçlükler ve Yanılgular*. IV.Fen Bilimleri Eğitimi Kongresi (ss.604-608). Ankara: MEB Yay.
- Baxter, G., Shavelson, R., Herman, S., Brown, K. ve Valadez, J. (1993). Mathematics Performance Assessment: Technical Quality and Diverse Student Impact. *Journal for Research in Mathematics Education*, 24(3), 190-216.
- Behr, M., Wachsmuth, I., Post, T. ve Lesh, R. (1984). Order and Equivalence of Rational Numbers: A Clinical Teaching Experiment. *Journal for Research in Mathematics Education*, 15(5), 323-341.
- Durmuş, S. (2005). Rasyonel Sayılarda Bölme İşlemi İlköğretim Öğrencilerin Algılayışları. *Sakarya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 9, 97-109.
- Ersoy, Y. ve Ardahan, H. (2004). TIMSS-R: Matematik- Sayılar ve Cebir Testlerinde OECD Ülkeleri Öğrenci Başarısının Karşılaştırılması. İnternette 28-11-2006'da <http://www.matder.org.tr> adresinden alınmıştır.
- Fan, X., Chen, M. ve Matsumoto, A.R. (1997). Gender Differences in Mathematics Achievement: Findings from the National Education Longitudinal Study of 1988. *The Journal of Experimental Education*, 65(3), 229-242.
- Gürbüz, R., (2007). Olasılık Konusunda Geliştirilen Materyallere Dayalı Öğretime İlişkin Öğretmen ve Öğrenci Görüşleri. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 15(1), 259-270.
- Haser, Ç. ve Ubuz, B. (2000). *İlköğretim 5.Sınıf Öğrencilerin Kesirler Konusunda Kavramsal Anlama ve İşlem Yapma Becerileri*. IV.Fen Bilimleri Eğitimi Kongresi (ss.609-612). Ankara: MEB Yay.
- Haser, Ç. ve Ubuz, B. (2002). Kesirlerle Kavramsal ve İşlemsel Beceriler. *Eğitim ve Bilim*, 27(126), 53-61.
- Hyde, J.S., Fennema, E. ve Lamon, S.J. (1990). Gender Differences in Mathematics Performance: A Meta-Analysis. *Psychological Bulletin*, 107 (2), 139-155.
- İpek, A.S., Işık, C. ve Albayrak, M. (2005). Sınıf Öğretmeni Adaylarının Kesir İşlemleri Konusundaki Kavramsal Becerileri. *Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 1, 537-547.
- Kamii, C. ve Clark, F. (1995). Equivalent Fraction: Their Difficulty and Educational Implication. *Journal of Mathematical Behavior*, 14, 365-378.
- Kieren, T.E. (1976). On The Mathematical, Cognitive, and Instructional Foundations of Rational Numbers. In R.A.Lesh (Ed.), *Number and Measurement (101-144)*. Columbus, Oh: Ohio State University, EEIC, SMEAC.
- Mack, N. (1995). Confounding Whole-Number and Fraction Concept When Building on Informal Knowledge. *Journal for Research Mathematics Education*, 26(5), 422-441.
- Moseley, B. (2005). Students' Early Mathematical Representaion Knowledge: The Effects of Emphasizing Single or Multiple Perspectives of the Rational Number Domain in Problem Solving. *Educational Studies in Mathematics*, 60, 37-69.
- Moyer P. S. (2001). Are We Having Fun Yet? How Teachers Use Manipulative to Teach Mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 47, 175-197.
- Piaget, J. (1952). *The Child's Conception of Number*. New York: Humanities Press.
- Şiap, İ. ve Duru, A. (2004). Kesirlerde Geometrik Modelleri Kullanabilme Becerisi. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 12(1), 89-96.
- Sinicrope, R., Mick H. ve Kolb, J. (2002). *Fraction Division Interpretations: Making Sense of Fractions, Ratios, and Proportions* (ss.153-161), NCTM, Yearbook.
- Sowell, E. J. (1989). Effects of Manipulative Materials in Mathematics Instruction. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20 (5), 498-505
- Thompson, P.W. (1992). Notations, Conventions and Constraints: Contributions to Effective Uses of Concrete Materials in Elementary Mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 23(2), 123-147.
- Toluk, Z. (2002). İlkokul Öğrencilerinin Bölme İşlemi ve Rasyonel Sayıların İlişkilendirme Süreçleri. *Boğaziçi Üniversitesi Eğitim Dergisi*, 19(2), 81-101.
- Vergnaud, G. (1983). Multiplicative Structures. In R. Lesh and M. Landau (Eds). *Acquisition of Mathematics Concepts and Processes*. 92-126. New York: Academic Pres.

## Ek 1. Ölçme Aracında Bulunan Örnek Soru Maddeleri

Cebirsel İşlem	<p>Aşağıdakilerden hangisi <math>1\frac{2}{3}</math> kesrine denk bir kesirdir?</p> <p>a) <math>\frac{12}{3}</math>    b) <math>2\frac{4}{6}</math>    c) <math>\frac{10}{6}</math>    d) <math>1\frac{3}{2}</math></p>	<p><math>\frac{1}{3} + \frac{2}{4} = ?</math> toplama işleminin sonucu nedir?</p> <p>a) <math>\frac{3}{7}</math>    b) <math>\frac{1}{12}</math>    c) <math>\frac{3}{12}</math>    d) <math>\frac{10}{12}</math></p>
	<p><math>\frac{1}{3} \times 1\frac{1}{3} = ?</math> çarpma işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?</p> <p>a) <math>1\frac{1}{9}</math>    b) <math>\frac{7}{9}</math>    c) <math>\frac{4}{9}</math>    d) <math>\frac{5}{6}</math></p>	<p>Aşağıdakilerden hangisi <math>(2/3) : (3/2)</math> bölme işleminin sonucuna eşittir?</p> <p>a) 1    b) <math>\frac{9}{4}</math>    c) <math>\frac{4}{3}</math>    d) <math>\frac{4}{9}</math></p>
Geometrik Model	<p> Yandaki taralı kısma denk olan gösterim aşağıdaki şekillerden hangisiyle gösterilebilir?</p> <p>a)     b) </p> <p>c)     d) </p>	<p> +  = ? taralı bölgelerin toplamının sonucu aşağıdakilerden hangisi olabilir?</p> <p>a)     b) </p> <p>c)     d) </p>
	<p> Şekildeki taralı bölgenin 4/3 katı aşağıdaki şekillerden hangisi ile ifade edilebilir?</p> <p>a)     b)     c)     d) </p>	<p> Şekildeki taralı bölgenin 3'te 2'sini gösteren şekil aşağıdakilerden hangisiyle gösterilebilir?</p> <p>a)     b)     c)     d) </p>
Sayı Doğrusu	<p> P noktasına eşlenen kesre denk olan nokta aşağıdaki sayı doğrularının hangisinde gösterilmiştir?</p> <p>a) </p> <p>b) </p> <p>c) </p> <p>d) </p>	<p> K ve L noktalarına eşlenen kesirlerin toplamından elde edilen kesrin sayı doğrusundaki gösterimi aşağıdakilerden hangisidir?</p> <p>a) </p> <p>b) </p> <p>c) </p> <p>d) </p>
	<p> H noktasına eşlenen kesrin 4/3 katını gösteren noktanın sayı doğrusu üzerindeki gösterimi aşağıdakilerden hangisidir.</p> <p>a) </p> <p>b) </p> <p>c) </p> <p>d) </p>	<p> E noktasına eşlenen kesrin 3/2'sini gösteren noktanın sayı doğrusu üzerindeki gösterimi aşağıdakilerden hangisidir.</p> <p>a) </p> <p>b) </p> <p>c) </p> <p>d) </p>