MATEMATİK ÖĞRETİMİ'NDE ELEKTRONİK TABLOLAR'IN KULLANIMI

Dr. Yüksel DEDE*
Prof. Dr. Ziya ARGÜN**

ÖZET

Elektronik tablolar (spreadsheets), öğrencilere matematiksel kavram ve konuları daha iyi bir şekilde anlayabilmeleri için bir çok fırsatlar sağlarlar. Öğrenciler, elektronik tablolar yardımıyla matematiğin soyut kavramlarının sayısal, cebirsel ve grafiksel gösterimleri arasında bağlantılar kurabilirler. Bu makalede, elektronik tabloların matematik öğretiminde nasıl kullanılabileceğine yönelik açıklamalarda bulunulmuştur. Bu açıklamalar ışığında, çeşitli matematiksel kavramların elektronik tablolar kullanılarak öğretilmesine yönelik uygulamalara yer verilmiştir.

Anahtar Sözcükler: Elektronik tablolar, matematik öğretimi, aktiviteler

USING SPREADSHEETS IN MATHEMATICS TEACHING

ABSTRACT

Spreadsheets provide better comprehensions for students in mathematics concepts and topics. Spreadsheets help students get some relationships between numerical, algebraic and grafical expressions of abstract concepts in mathematics. This study tries to explain how spreadsheets can be used in mathematics teaching. In the ligth of these explanations, teaching of various mathematical concepts by using spreadsheets were also enclosed.

Key Words: Spreadsheets, mathematics teaching, activities

GİRİŞ

Günümüzde bilgisayar teknolojisindeki gelişmeler çok hızlı bir şekilde devam etmekte ve gittikçe artan bir hızla da hayatın bir çok alanında kendini göstermektedir. Günlük hayatın bu kadar içerisine giren bilgisayarlar, son yıllarda eğitimin çeşitli alanlarında etkili bir biçimde kullanılmaya başlanmıştır. Teknolojik gelişmelerin matematik derslerinde kullanılmasına dair NCTM (National Council of Teachers of Mathematics) (1989:81);

"Teknoloji, sağladığı imkanlarla matematiksel buluşların yapılmasına yönelik öğrencilerde merak uyandırabilir. Bu ortamlar sayesinde, geliştirilen matematiksel fikirlerin kontrolü öğrenciler tarafından yapılabilir. Öğrenciler, matematiksel fikirlerin niçin geçerli olduğuna yönelik hem tümevarım hem de tümdengelim mantığını kullanmayı öğrenirler. Teknolojinin kullanımı ile oluşturulan özgür ortamlar sayesinde, öğrencilerin matematiksel mantıklarının gelişmesinde önemli rol oynayan, keşfetme, kabul etme, düşünme ve ikna

---

* Gazi Üniversitesi Cumhuriyet Ün. Eğitim Fakültesi, İlköğretim Böl., Matematik Eğitimi ABD.
E mail: ydede@cumhuriyet.edu.tr
** Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi, OFMAE, Matematik Eğitimi ABD.

olma/etme gibi yeteneklerinin gelişmesine katkıda bulunulabilir" diyerek bu konudaki tavrını açık bir şekilde ortaya koymuştur.

Günümüzde, teknoloji hakkında sadece bir şeyler öğrenme yerine, teknoloji ile bir şeyler öğretme görüşü önem kazanmaktadır. Bu durum ise bilgisayarların sadece bazı özel program dillerinden veya temel hesaplama uygulamalarından (database, hypermedia, spreadsheets gibi) kazanılacak yeteneklerden ziyade, öğrencilerin matematiksel konu ve kavramları anlama düzeylerini artırmak için bilişsel bir araç olarak kullanılmasını gerekli kılmaktadır. Bu durum ise öğretmenlerin kavramsal bir öğretme aracı olarak elektronik tablolar gibi programların matematik derslerinde nasıl etkili bir şekilde kullanılabileceğine yönelik bilgi sahibi olmalarını gerekli kılmaktadır (Drier, 2001).

ELEKTRONİK TABLOLAR (SPREADSHEETS) NEDİR?

Günümüzde teknolojinin sağladığı imkanlar sayesinde, lise ve daha aşağıdaki düzeylerde çeşitli matematiksel kavramların öğretimi için bir çok fonksiyona sahip hesap makineleri ve bilgisayar yazılım programları kullanılmaktadır. Üniversiteler de ise Mathematica, Maple ve Derive gibi bilgisayar cebiri sistemlerinin kullanımlarına yönelik bir eğilim göze çarpmaktadır. Elektronik tablolar, bu programlara göre daha az gelişmiş yazılımlar olmasına rağmen, öğrencilerin hesaplamaları görme ve yapma kapasitelerini arttırırlar ve öğrencilerin matematiksel kavramlarla kalem-kağıt gibi etkileşim içerisinde olmalarına olanak verirler (John, 1998). Ayrıca, okullarda en kolay kullanım alanına da elektronik tablolar sahiptir. Elektronik tablolar, başlangıçta hızlı ve kolay hesaplamalara imkan tanıdığı için iş çevreleri tarafından özellikle bütçe hesaplamalarının yapılmasında kullanılmıştır (George, 1989). Günümüzde ise eğitim-öğretim faaliyetlerinin farklı unsurlarında ve standartlaştırılmış test programlarının çeşitli yönlerinde meydana gelebilecek aksaklıkların giderilmesinde de kullanılmaktadır (Herman, 1998). Çünkü, elektronik tablolar, EXCEL, SPPS gibi yaygın olarak kullanılan, ucuz ve güçlü bir çok programı içinde barındırmaktadır (Friendlander, 1998). Matematik öğretimine, elektronik tablo yaklaşımı ise ilk olarak Rojano ve Sutherland tarafından geliştirilmiştir. Bu yaklaşım, özellikle cebire yeni başlayan öğrenciler için çok uygundur (Sutherland ve Rojano, 1993). Rojano (1996:137), bu yaklaşımı geliştirmelerinin nedenini;

"Cebir'e yeni başlayan öğrenciler, problemleri çözmek için informal stratejileri ve deneme yanılma yöntemlerini kullanırlar. Bu nedenle, cebirsel stratejilerin ve metotların gerçek bir temele oturtulmasına ihtiyaç vardır" şeklinde açıklamıştır.

Elektronik tablolar'ın matematik öğretiminde kullanılma mantığı

Geleneksel öğretim yöntemlerinde matematik öğretimi, öğretme-uygulama ekseni çerçevesinde biçimlendirilmiştir. Bu tip öğretim süreçlerinde, öğretim ortamı belirleyici bir rol oynar ve önceden belirlenmiş tek doğru cevabı olan soruların çözümleri bulunmaya çalışılır. Kısacası, öğrenciler kapalı ve dar bir ortam içerisine sıkıştırılırlar. Elektronik tablolar ise öğrencilere açık ve araştırıcı ortamlar hazırlar, serbest çalışma imkanı sağlarlar. Öğrencilerde temel olarak "eğer böyle ise..." düşüncesini yerleştirmeye çalışır ve öğrencilere, bir çok öğretmenin göremeyeceği çok karışık fikirlerin keşfedilebilmesi için imkanlar hazırlarlar. Elektronik tablolar, öğrencileri araştırmaya iten çok güçlü matematiksel bir kaynaktır. Özellikle de, örüntülerin (pattern) keşfedilmesinde ve problemlerin çözümlerinin bulunmasında etkili bir rol oynarlar. Geleneksel öğretim yöntemlerinde, genellikle bir problemin çözüm süreci çok az dikkate alınır. Oysa, elektronik tablo yaklaşımında problemin ele alınış biçimi ve problemin çözümü için geliştirilen stratejiler daha önemlidir (Neyland, 1994). Ayrıca, öğrenciler problem çözümleri sırasında dikkatsizlik sonucu yaptıkları işlem hatalarını da anında görme ve kontrol etme imkanına da sahip olurlar (Hunt, 1995). Öğrenciler, bu yaklaşım sayesinde yalnızca aritmetiksel işlemler yapmaz aynı zamanda problemin veya kavramın çözümüne yönelik planlar yapabilir ve gerekirse bu planlarını değiştirebilirler (Russell, 1992:9). Ayrıca bu yaklaşım, sayısal verilerden grafiksel gösterimlere de çok kolay geçiş imkanı verir (Neuwirth, 1995a). Öğrenciler, bu yaklaşımla bir problemin çözümüne yönelik verilebilecek muhtemel bütün cevapların doğruluğunu kontrol etme şansına da sahip olurlar. Bu durum ise öğrencilerin, problemlerin çözümlerine ulaşabilmek için farklı düşünceler geliştirmelerini ve problemi anlamak için dinamik ortamlar oluşturmalarını gerektirmektedir. Öğrenciler, bu şekilde bir problemin bir şekilde çözümünü bulmaya çalışmaktan ziyade problemin ne olduğu ve ne işe yaradığı hakkında da bilgi sahibi olurlar. Bu noktada, Brownell'in;

"Bir problem mutlaka çözülmek zorunda değildir. Çünkü doğru cevap bir şekilde bulunabilir. Bir problem, öğrenci problemle niçin uğraştığını ve ne yapmak istendiğini anlamadığı müddetçe doğru olarak çözülmüş olmaz" (Aktaran: McIntosh, Jarrett ve Writer, 2000) sözü dikkat çekicidir.

Kısacası elektronik tablolar, "problemi çözme" düşüncesinden "problemi ortaya çıkarma" düşüncesine geçişi sağlayan, çok güçlü bir öğretim materyalidir (Abromovich ve Nabors, 1996; Abromovich, 1997).

Elektronik Tablolar'ın Matematik Öğretiminde Kullanılmasının Avantajları

Elektronik tabloların matematik öğretiminde kullanılmasının avantajları şunlardır:

* Öğrencileri cebirsel işlemler ve hesaplamalardan kurtarırlar.

* Erken basamaklarda kazanılan cebirsel kavramların, ileride daha anlamlı bir bağlantılar kurularak öğrenilmesine imkan verirler.

* Cebir'in dünyası ile sayıların dünyası arasında hareket etme imkanı sağlarlar (Friendlander,1998).

* Öğretmen ve öğrencilerin problem çözme sürecinde sıklıkla karşılaştıkları zorlukları aşabilmeleri için, "eğer böyle ise ne?" düşüncesini ortaya çıkarırlar.

* Öğrencilerin, basamak değeri, sabitin ve değişkenin değeri gibi konularla çalışmalar yapmalarına zemin hazırlarlar.

* Öğrencilerin matematiksel problemleri çözebilmeleri için, modelleme yapabilme ve algoritmayı kullanabilme becerilerini geliştirirler.

* Öğrencilere, hazırladıkları ve bilgisayar ekranına taşıdıkları programları ve hesaplamaları görme imkanı verirler. Bu şekilde, öğrenciler bir matematiksel problemin çözümüne ilişkin örüntüler geliştirebilirler. Ayrıca, geliştirdikleri bu örüntülerdeki bir değişkenin değerinde meydana gelebilecek bir değişikliğin,

diğer örüntüleri nasıl etkilediğini de ekranda anında görebilme imkanına da sahip olurlar.

* Öğrencileri, sayıların farklı ve çeşitli kullanımlarından dolayı ortaya çıkan zorluklarından kurtararak sadece matematiksel problemler üzerinde yoğunlaşmaları için ortam hazırlarlar. Bu durum ise öğrencilere cebirsel formüller ve bunlar arasındaki ilişkileri belirleme gibi karışık ve zor işlemlerle uğraşmaksızın, matematiksel yapıların ve uygulamaların anlamlarını derinlemesine düşünmeleri için fırsatlar sağlar. Bu işlemler yapılırken de, matematiksel yapıların özelliği ve gücü zedelenmez (Masalski, 1999:6; Neuwirth, 1995b).

* Bir probleme dayalı olarak çeşitli soruların oluşturulmasına, sayılar ve değişkenler arasındaki ilişkilerin görülmesine olanak sağlarlar (Tanner ve Gary, 1989).

* Öğrencilere dinamik ve özgür öğrenme ortamları hazırlarlar.

*Öğrencilerin problemlerin çözümlerine yönelik farklı stratejiler ve yaklaşımlar geliştirmelerine imkan verirler.

*Problem çözümlerine hem sayısal hem de görsel bir bakış açısı getirerek, anlamlı öğrenmenin sağlanmasına yardımcı olurlar.

*Öğrencilerin problem çözme sürecinin, problemin çözümünü bulmaktan daha önemli olduğunu anlamalarına yardımcı olurlar.

Elektronik Tablolar'ın Matematik Öğretiminde Kullanımında Karşılaşılan Zorluklar

Elektronik tabloların, matematik öğretiminde kullanılmasına yönelik yukarıda belirtilen avantajlarına rağmen kullanımında bazı zorluklarla da karşılaşılabilir. Bu zorlukların farkında olup bunların giderilmesine yönelik uygun stratejilerin geliştirilmesi gerekmektedir. Neyland'a (2000) göre, bu zorluklar şunlardır:

a) Elektronik tabloları öğretmenlerin tasarlaması: Bu şekil bir yaklaşım sonucunda, öğretmenler tarafından öğrencilere verilecek aktivite veya alıştırmalar dar kapsamlı olup, ders kitaplarındaki aktivite veya alıştırmalara göre daha az sayıda olabilirler. Ayrıca bu tür bir yaklaşım, problemlerin çözümlerinin öğrencilere değil, öğretmene ait olduğunu gösterir. Bu durum ise öğrencilerin keşfetme duygusunu törpüler ve elektronik tabloların oluşturacağı dinamik öğrenme ortamını zedeler. Elektronik tabloların öğretmenler yerine öğrenciler tarafından hazırlanması durumunda ise bu tür bir öğretimden sadece yetenekli öğrencilerin istifade etmesi mümkün olabilir. Bu durumda, daha az yetenekli öğrencilerin matematiğe yönelik olumsuz tutum geliştirmelerine ve motivasyonlarını kaybetmelerine neden olabilir.

b) Elektronik tabloların öğretimi: Matematiksel konuların ve kavramların öğretimine geçmeden önce, elektronik tabloların öğretilmesi gerekmektedir. Bu ise elektronik tabloların kullanımına yönelik birkaç dersin işlenmesini zorunlu kılar. Daha sonra bu yaklaşım kullanılarak, öğrencilerin matematiksel yeteneklerinin geliştirilmesine çalışılır. Bu şekildeki bir yaklaşım, aşağıdaki nedenlerden dolayı geçerli değildir:

* Bir matematik öğretmeninin görevi, öğrencilere matematiği öğretmektir, elektronik tabloları öğretmek değildir.

* Çoğu öğrenci, anlamlı bir öğrenme olmadıkça neyi öğrendiğini unutur. Bunun için, öğrencilerin elektronik tabloları kullanabilmeleri için tek başlarına bir çok alıştırma yapmaları gerekmektedir.

* Elektronik tabloların kullanımı için bu konuda bilgili öğretmenlere ihtiyaç vardır. Öğretmenler, elektronik tabloların kullanımını bilirlerse matematiksel problemlerin çözümlerine değişik yaklaşımlar getirebilirler.

* Matematik öğretmenlerinin elektronik tabloları kullanabilmeleri için bilgisayar insanı olmaları istenmektedir. Halbuki öğrencilere, matematiği öğrenmelerinde yardımcı olacak en faydalı kişiler, bilgisayar bilen kişilerden ziyade matematiği bilen kişilerdir.

Elektronik Tabloların Kullanımında Öğretmenlerin Rolü

Matematik öğretiminde amaç, öğrencilerin bir konuya veya bir probleme farklı bakış açıları getirerek yaklaşabilme yeteneğini arttırmaktır. Bu durum ise matematik öğretmenlerinin, alanlarında çok iyi yetişmiş olmalarını ve teknolojiyi en azından belli bir düzeyde kullanabilmelerini gerektirmektedir. Öğretmenler, matematiksel bir probleme veya kavrama ait bütün stratejileri ve yaklaşımları tasarlayamayabilirler. Bu açıdan bakıldığı zaman elektronik tablolar, bir keşfettirme aracı olarak öğrencilere yardımcı olabilir. Öğrenciler, elektronik tablolar sayesinde oluşacak dinamik ortamlara rağmen, problemlerin özünü anlayamayabilir, örüntüleri (pattern) göremeyebilirler. Bu noktada, öğretmenler devreye girerek öğrencilerin keşfetme düşüncesini zedelemeden kılavuzluk edebilirler. Bu şekilde, öğrenciler problemlerin çözümlerinin bulunmasında kendi yaklaşımlarını ve stratejilerini geliştirebilirler ve problemin çözümünü kendilerine mal edebilirler. Aksi taktirde, öğretmenler bir problemin çözümüne yönelik bütün stratejileri ve yaklaşımları geliştirerek, bunları öğrencilere doğrudan aktarırlarsa, problemin çözümünü öğrenciler bulsalar bile bu çözüm asla öğrencilere ait olmaz (Neyland, 2000).

ELEKTRONİK TABLOLAR'IN MATEMATİK ÖĞRETİMİNDE KULLANILMASINA YÖNELİK BAZI AKTİVİTELER

Aşağıda, elektronik tabloların matematik öğretiminde kullanılmasına yönelik bazı uygulamalara yer verilmiştir:

Örnek 1

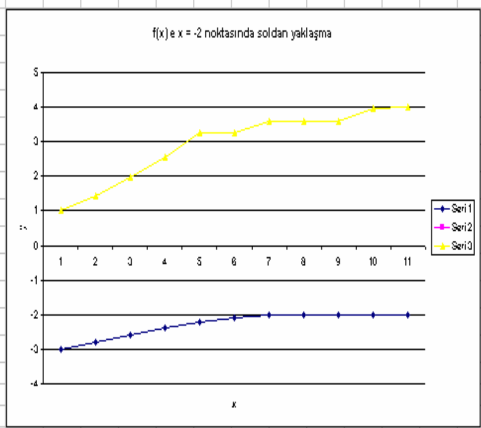
$f : R \to R, \quad x \to f(x) = \begin{cases} x^2, x < -2 \\ 4, x = -2 \\ x+3, x > -2 \end{cases}$ fonksiyonu veriliyor. $f(x)$ in $x = -2$ noktasındaki limitinin varlığını araştırınız?

$f(x)$ fonksiyonunun $x = -2$ noktasındaki limitinin varlığı, şekil 1 gösterildiği gibi $x = -2^+$ ve $x = -2^-$ deki aldığı değerlere göre belirlenir.

		Limit		
x	y1		x	y2
-3	1		-1	0
-2,8	1,44		-1.2	0,2
-2,6	1,96		-1.4	0,4
-2,4	2,56		-1.6	0,6
-2,2	3,24		-1.8	0,8
-2,1	3,24		-1.8	0,9
-2,01	3,61		-1.9	0,99
-2,001	3,61		-1.9	0,999
-2,0001	3,61		-1.9	0,9999
-2,00001	3,9601		-1.99	0,99999
-2,0000001	3,999996		-1.99999	0,9999999

Şekil 1. $f(x)$ **'in** $x=-2$ **Noktasındaki Limitinin Araştırılması**

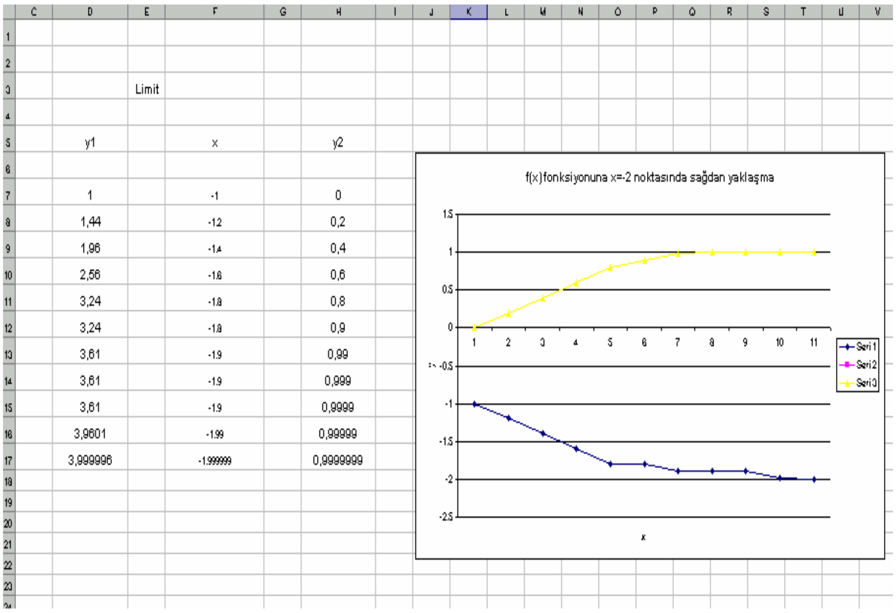
Şekil 1' e bakıldığında, $f(x)$'in $x=-2$ noktasında sağ ve sol limitlerinin eşit olmadığı görülür. Bu nedenle, $f(x)$'in $x=-2$ noktasında limiti yoktur. $f(x)$'in $x=-2$ noktasında limitinin olmadığı grafiksel olarak ise aşağıdaki şekilde gösterilebilir.



	Limit		
y1		x	y2
1		-1	0
1,44		-1.2	0,2
1,96		-1.4	0,4
2,56		-1.6	0,6
3,24		-1.8	0,8
3,24		-1.8	0,9
3,61		-1.9	0,99
3,61		-1.9	0,999
3,61		-1.9	0,9999
3,9601		-1.99	0,99999
3,999996		-1.99999	0,9999999

Şekil 2. $f(x)$ **fonksiyonunun** $x=-2^{-}$ **noktasındaki limiti**

Şekil 2 den görüleceği üzere, $f(x)$ fonksiyonunun $x=-2^{-}$ noktasındaki limiti $y=4$ noktasına yaklaşmaktadır.



Şekil 3. $f(x)$ **fonksiyonunun** $x=-2^{+}$ **noktasındaki limiti**

Şekil 3 ten görüleceği üzere, $f(x)$ fonksiyonunun $x=-2^{+}$ noktasındaki limiti $y=1$ noktasına yaklaşmaktadır.

Şekil 2 ve şekil 3 ten çok açık bir şekilde $f(x)$'in $x=-2$ noktasında sağ ve sol limitlerinin eşit olmadığı görülmektedir. Öğrenciler bu şekilde, $f(x)$'in $x=-2$ noktasında limitinin olmadığını hem cebirsel hem de grafiksel sunumlarla aynı anda görebilmektedir.

Aşağıdaki verilen örnek 2 ve örnek 3, Sigroi'nin (1992) çalışmasından yararlanılarak hazırlanmıştır.

Örnek 2

Bir para kolleksiyoncusuna ait bir kumbaranın içinde, 100.000.000, 500.000, 250.000, 100.00, 50.000, 25.000, 10.000, 5.000, 1.000, 500 TL olmak üzere 10 farklı türde paralar bulunmaktadır. Bu paraların toplamı, 17.178.500 TL dir. Buna göre, kumbaranın içinde bulunan her bir paranın sayısını bulunuz?

Bu sorunun çözümünde aşağıdaki adımlar takip edilebilir:

1. Adım

Öğrencilerden ilk önce, şekil 4 te gösterildiği gibi deneme yanılma yöntemlerini kullanarak, kumbara içindeki paraların dağılımını istenen toplamı verecek şekilde bulmaları istenir. Öğrenciler, B sütununda belirtilen paraların adetini değiştirerek istenilen toplama değişik yollardan ulaşmaya çalışırlar. Bu işlemi yaparken, her bir paranın değerini ve paraların değeri ile aritmetik işlemler (toplama ve çıkarma işlemleri) arasındaki ilişkileri de göz önünde tutmalıdırlar. Böylece, herhangi bir paranın/paraların sayısındaki artışın veya azalışın, istenilen toplama ulaşmadaki önemini görülebilirler. Örneğin, 5 adet olan 250.000 TL'nin 12 adet alındığında, diğer paraların sayısındaki değişiklikler görülebilir (Şekil 4).

	A	B	C		A	B	C
1	Paralar (TL)	Adet	Tutar	1	Paralar (TL)	Adet	Tutar
2				2			
3	1.000.000	12	12000000	3	1.000.000	9	9000000
4				4			
5	500.000	5	2500000	5	500.000	12	6000000
6				6			
7	250.000	5	1250000	7	250.000	4	1000000
8				8			
9	100.000	9	900000	9	100.000	6	600000
10				10			
11	50.000	6	300000	11	50.000	4	200000
12				12			
13	25.000	6	150000	13	25.000	5	125000
14				14			
15	10.000	4	40000	15	10.000	10	100000
16				16			
17	5.000	3	15000	17	5.000	25	125000
18				18			
19	1.000	12	12000	19	1.000	17	17000
20				20			
21	500	23	11500	21	500	23	11500
22				22			
23	TOP	85	17178500	23	TOP	115	17178500

Şekil 4. Deneme-Yanılma Yoluyla Bulma Sonucu Bulma

II. Adım

Bu aşamada, öğrencilerden paraların toplam sayısını (85 gibi) değiştirmemek koşuluyla paraların değerini dikkate alarak, para sayılarında değişiklikler yaparak istenilen toplamı elde etmeleri istenebilir. Örneğin, şekil 5 te gösterildiği gibi (şekil 4 e göre), 1.000.000 TL nin sayısı 2 azaltıp (10 adet) bunun yerine 500.000 TL nin sayısını 4 arttırmak (9 adet). Böylece, öğrenciler istenilen sonuca deneme-yanılma yoluyla yapılan işlemler sonucu değil, paraların değeri, sayısı ve bunlar arasındaki aritmetik işlemleri dikkate alarak gidebileceklerini anlamaya başlarlar.

	A	B	C
1	Paralar (TL)	Adet	Tutar
2			
3	1.000.000	10	10000000
4			
5	500.000	9	4500000
6			
7	250.000	5	1250000
8			
9	100.000	9	900000
10			
11	50.000	3	150000
12			
13	25.000	12	300000
14			
15	10.000	3	30000
16			
17	5.000	6	30000
18			
19	1.000	9	9000
20			
21	500	19	9500
22			
23	TOP	85	17178500

Şekil 5. Paranın değeri-sayısı arası. iliş.

	A	B	C
1	Paralar (TL)	Adet	Tutar
2			
3	1.000.000	15	15000000
4			
5	500.000	3	1500000
6			
7	250.000	1	250000
8			
9	100.000	2	200000
10			
11	50.000	3	150000
12			
13	25.000	2	50000
14			
15	10.000	2	20000
16			
17	5.000	1	5000
18			
19	1.000	3	3000
20			
21	500	1	500
22			
23	TOP	33	17178500

Şekil 6. En az bir kere kul. koşulu ile

III. Aşama

Bu aşamada, öğrencilerden kumbarada bulunan her paradan en az bir tane bulunması koşuyla en az para sayısı ile istenilen toplama ulaşmaları istenebilir. Öğrenciler, bu şekilde gerekli sınırlamaları dikkate alarak zihinlerinde çeşitli aritmetik işlemler yapmaya başlarlar. Örneğin, öğrenciler hangi paranın en fazla olması durumunda para sayısının en aza indirilebileceğini veya paraların sayısının hangi sıraya göre (büyükten- küçüğe gibi) azaltılıp/ arttırılabileceğini tasarlamak zorundadırlar. (Şekil 6).

IV. Aşama

Bu aşamada ise öğrencilere aşağıdaki gibi sorular yöneltilip cevap vermeleri istenebilir:

* Bazı para adetleri (örneğin, 500 TL, 45 adet) sabit kalmak koşuluyla istenilen toplama ulaşılabilir mi?

* Her paradan en az bir adet bulunması koşuluyla en fazla kaç para ile istenilen toplama ulaşılabilir mi? Mümkün mü?

* Tek çözümlü bir problem cümlesi yazabilir misiniz? Gösteriniz.

Örnek 3

1 den 9 a kadar olan rakamların hepsini yalnızca bir kez kullanmak koşulu ile 3 basamaklı sayılar belirli bir kurala göre yazılacaktır. Bu kural, ilk sayının ikinci sayıya oranının, 1:2, üçüncü sayıya oranının ise 1:3 şeklinde

olmasıdır. Böylece, üç sayı arasındaki oran, 1:2:3 olsun. Bu kurala uygun 3 basamaklı sayıları bulunuz.

Öğrenciler, şekil 7 deki gibi gerekli modeli kurarak, 1:2:3 oranına sahip üç sayı yazabilirler. Ancak, her rakamın yalnızca bir kere kullanılması gerektiğinden bu cevap genellikle doğru olmayabilir. Ayrıca, öğrenciler yaklaşık olarak, $\frac{1}{2} = 0{,}5$ ve $\frac{1}{3} = 0{,}3333$ olduğunu da dikkate almak zorundadırlar. Böylece, kesirlerle ondalık sayılar arasındaki ilişkileri de hesaba katmak zorundadırlar. Öğrenciler, sorunun çözümü için deneme-yanılma yoluyla yaptıkları birkaç girişimden sonra doğru çözüme bu şekilde ulaşmanın zorluğunu görebilirler. Bu aşamadan sonra bir sistem geliştirmeleri gerektiğini anlarlar.

	A	B	C	D	E	F	G
4	**İlk Sayı**		1		2		3
5	**İkinci Sayı**		2		4		6
6	**Üçüncü Sayı**		3		6		9
7							
8			İlk Sayı		123		
9			İk.Sayı		246		
10			Üç.Sayı		369		
11							
12							
13							
14							
15			**İlk Sayı/İkinci Sayı**	=	0,5		
16							
17			**İlk Sayı/Üçüncü Sayı**	=	0,333333333		
18							

Şekil 7. Deneme-Yanılma Yöntemi ile Sorunun Yanlış Bir Çözümü

İlk sayının birler basamağındaki rakam, ikinci ve üçüncü sayının birler basamağındaki rakamın seçiminde belirleyicidir. İlk sayının birler basamağındaki rakamlar, 1,2,3 ise diğer sayıların birler basamağını yazmak daha kolay olabilir. Ancak, bu durum 4 ve 4 ten büyük sayılar için daha zor olabilir. Ayrıca, 1:2:3 oranının gerçekleştirilebilmesi için ilk sayının yüzler basamağının 4' ten büyük olmaması gerekir. Aksi taktirde, üçüncü sayı 4 basamaklı bir sayı olabilir. Buna göre, üç sayının yüzler basamağının sırası ile (2,4,6) veya (3,6,9) olacak şekildeki sıralı üçlülerden meydana gelmesi gerekir. (3,6,9) için onlar basamağındaki eldeli bir çarpma işlemi, üçüncü sayının 4 basamaklı olması ihtimalini verebilir. Bu nedenle, (2,4,6) sıralı üçlüsü ile çalışmak daha uygundur. İkinci sayının birler basamağının belirlenmesinde, birinci sayının birler basamağı ile çarpımı iki katını verecek sayılar yazılır.

Birkaç denemeden sonra bu sayının 10 dan büyük yani elde birli bir çarpma işlemi sonucu bulanabilecek bir rakam olduğu görülür. Bu aşamada, ilk sayının birler basamağındaki rakamın da, 6,7,8 olamayacağı da görülebilir. Çünkü, bu rakamlar ikinci kez kullanılmaktadırlar. O zaman, oraya gelebilecek tek rakamın 9 olduğu görülebilir. Buna göre, ikinci sayının birler basamağına 1 rakamının gelemeyeceği de belirlenir. Ayrıca, birinci sayının birler basamağındaki rakamın 5 olmaması gerektiği de burada tespit edilebilir. Çünkü, (2,4,6) sıralı üçlüsünün birler basamağının 2 ile çarpımı ikinci sayının birler basamağının sıfır (0) olmasına neden olabilir. Sıfır ise, burada kullanılmamaktadır. Bütün bu hesaplamalardan sonra ikinci sayının birler basamağına 9 rakamının 2 katı olan 18 (eldeli işlem), yani 8 rakamının gelmesi gerektiği görülür. Benzer işlemler, üçüncü sayı için de tekrarlanırsa (1:3) üçüncü sayının birler basamağına 9 rakamının 3 katı olan 27 (eldeli işlem), yani 7 rakamının gelmesi gerektiği görülür. Bu durumda, geriye aşağıdaki gibi kombinasyonlar kalmaktadır:

	A	B	C	D	E	F	G
4	İlk Sayı		2		3		9
5	İkinci Sayı		4		5		8
6	Üçüncü Sayı		6		1		7
7							
8			İlk Sayı		239		
9			İk.Sayı		458		
10			Üç.Sayı		617		
11							
12							
13							
14							
15			İlk Sayı/İkinci Sayı	=	0,521834061		
16							
17			İlk Sayı/Üçüncü Sayı	=	0,387358185		

	A	B	C	D	E	F	G
4	İlk Sayı		2		1		9
5	İkinci Sayı		4		5		8
6	Üçüncü Sayı		6		3		7
7							
8			İlk Sayı		219		
9			İk.Sayı		458		
10			Üç.Sayı		637		
11							
12							
13							
14							
15			İlk Sayı/İkinci Sayı	=	0,478165939		
16							
17			İlk Sayı/Üçüncü Sayı	=	0,343799058		
18							

Şekil 8. Sayılar Arasındaki Kombinasyon Örnekleri

Şekil 8 den görüleceği üzere, sırasıyla 2,4,6 rakamları sayıların yüzler basamağında, 9,8 ve 7 rakamları da sayıların birler basamağındadır. Burada belirlenmesi gereken basamaklar sadece sayıların onlar basamağındaki rakamlardır. Bu rakamlar da, birkaç küçük denemeden sonra bulunabilir (şekil 9).

	A	B	C	D	E	F	G
4	**İlk Sayı**		2		1		9
5	**İkinci Sayı**		4		3		8
6	**Üçüncü Sayı**		6		5		7
7							
8			İlk Sayı		219		
9			İk.Sayı		438		
10			Üç.Sayı		657		
11							
12							
13							
14							
15			**İlk Sayı/İkinci Sayı**	=	0,5		
16							
17			**İlk Sayı/Üçüncü Sayı**	=	0,333333333		
18							

Şekil 9. Sayı Probleminin Çözümü

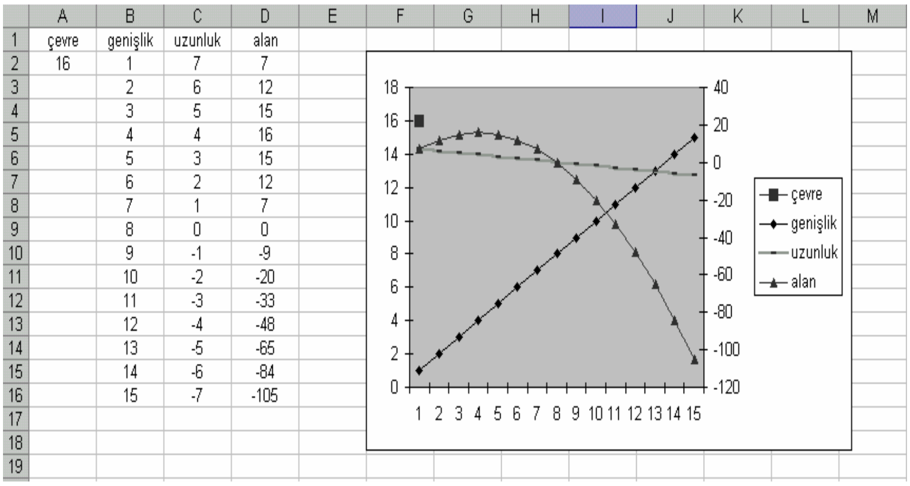
Bu aşamadan sonra ise öğrencilerden bu sorunun başka bir çözümünün olup/olamayacağını araştırmaları istenebilir. Öğrenciler, bu soruyu çözebilmek için rakamlar arası ilişkiler, basamak değeri, kesirler, ondalık sayılar ve bunlar arasındaki ilişkiler ile oran ve orantı kavramlarını bilmelidirler. Öğrenciler, problemin çözümü için gerekli bütün hesaplamalarını bilgisayar ortamına yansıtabilmekte ve rakamlardaki yaptıkları değişiklikler sonucu olabilecek değişiklikleri anında ekranda görebilmektedirler. Bu durumda, hızlı, esnek ve alternatifli düşünebilmelerine imkan verebilmektedir.

Örnek 4

Çevre uzunluğu, sırasıyla 16 cm, 30 cm ve 46 cm olan dikdörtgenlerin kenar uzunluklarını belirleyiniz. Kenar uzunluklarının hangi durumlarında bu dikdörtgenlerin alanları en büyük olmaktadır? Bu durumu ortaya koyacak, sayısal ve grafiksel gösterimleri oluşturunuz?

Çözüm

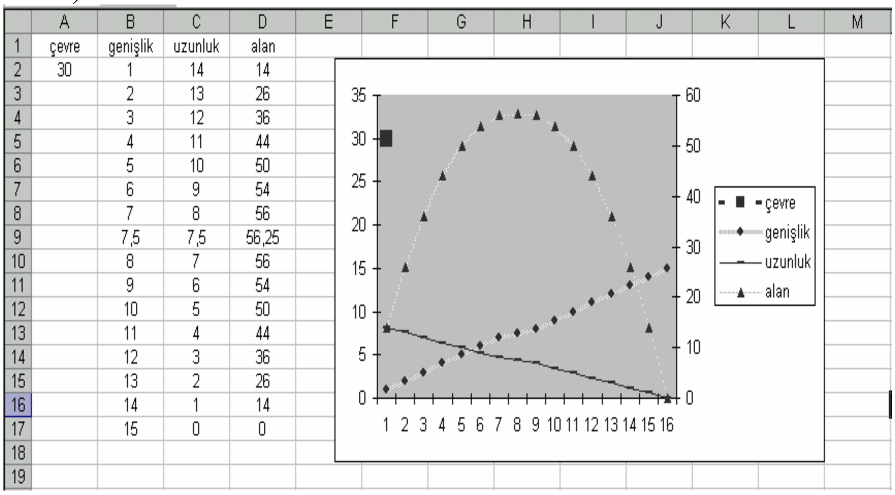
Bu tip bir sorunun, elektronik tablolar kullanılarak çözülmesi için ilk önce A, B, C ve D hücrelerine sırasıyla, çevre, uzunluk, genişlik ve alan bilgilerinin yazılması gerekmektedir. Daha sonra, çevre uzunluğu 16 cm olabilecek dikdörtgenlerin kenar uzunlukları yazılır. Bu veriler ışığında, D2 hücresine dikdörtgenin alan formülü yazılarak, her bir durum için oluşan dikdörtgenlerin alanları hesaplanır. Ayrıca, öğrencilerin konuyu daha iyi anlamalarına yardımcı olmak için, bu sayısal verilerin yanında grafiksel gösterimler de sunulur (Şekil 10).



çevre	genişlik	uzunluk	alan
16	1	7	7
	2	6	12
	3	5	15
	4	4	16
	5	3	15
	6	2	12
	7	1	7
	8	0	0
	9	-1	-9
	10	-2	-20
	11	-3	-33
	12	-4	-48
	13	-5	-65
	14	-6	-84
	15	-7	-105

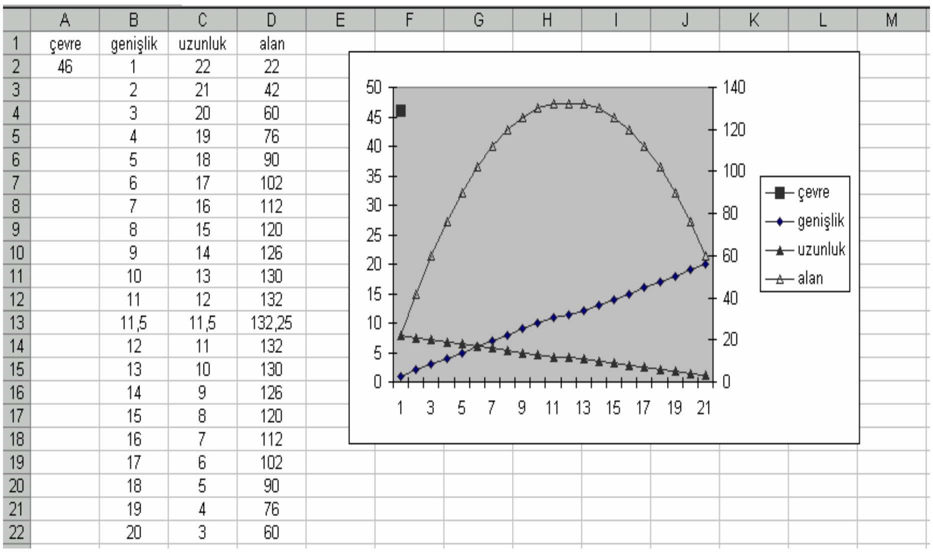
Şekil 10. Çevresi 16 cm olan dikdörtgenlerde alan-çevre uzunluğu ilişkisi

Çevre uzunlukları 30 cm ve 46 cm olan dikdörtgenlerinde, hangi durumda en büyük alana sahip oldukları da benzer süreç izlenerek bulunabilir (Şekil 11, Şekil 12).



çevre	genişlik	uzunluk	alan
30	1	14	14
	2	13	26
	3	12	36
	4	11	44
	5	10	50
	6	9	54
	7	8	56
	7,5	7,5	56,25
	8	7	56
	9	6	54
	10	5	50
	11	4	44
	12	3	36
	13	2	26
	14	1	14
	15	0	0

Şekil 11. Çevresi 30 cm olan dikdörtgenlerde alan-çevre uzunluğu ilişkisi



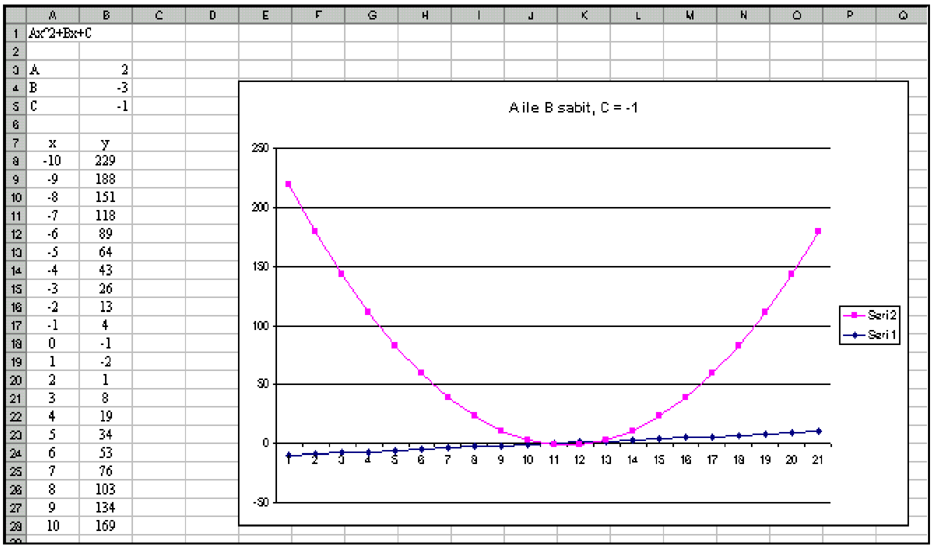
	A	B	C	D
1	çevre	genişlik	uzunluk	alan
2	46	1	22	22
3		2	21	42
4		3	20	60
5		4	19	76
6		5	18	90
7		6	17	102
8		7	16	112
9		8	15	120
10		9	14	126
11		10	13	130
12		11	12	132
13		11,5	11,5	132,25
14		12	11	132
15		13	10	130
16		14	9	126
17		15	8	120
18		16	7	112
19		17	6	102
20		18	5	90
21		19	4	76
22		20	3	60

Şekil 12. Çevresi 46 cm olan dikdörtgenlerde alan- genişlik ilişkisi

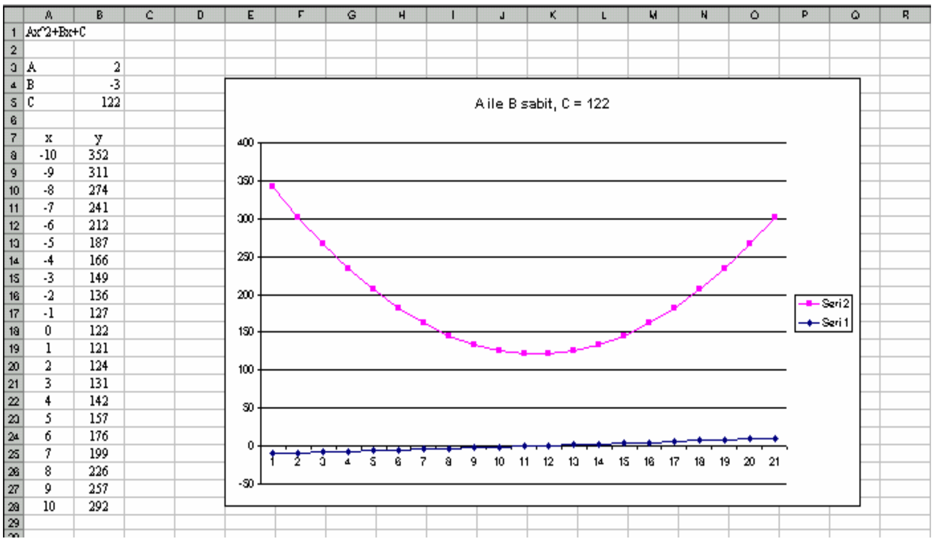
Yukarıdaki şekiller incelendiğinde, çeşitli çevre uzunluklarına sahip dikdörtgenlerin en büyük alana, kare durumunda ulaştıkları görülmektedir. Öğrenciler, dikdörtgenin kenar uzunluklarını değiştirdikleri durumlarda, diğer hücrelerdeki sayılarda ve yandaki grafiklerde değişiklikler olduğunu görerek, kendilerini dinamik bir ortam içinde bulurlar. Ayrıca, bu şekilde dikdörtgenlerin çevre-alan ilişkilerini, hem grafiksel hem de sayısal veriler ışığı altında görüp değerlendirme yapabilirler. Benzer şekilde, öğrencilerden elektronik tablo kullanarak, alanı 40 cm^2 olan bir dikdörtgenin, genişliği ile çevre uzunluğu arasındaki ilişkiyi ortaya koymaları istenebilir.

Örnek 5

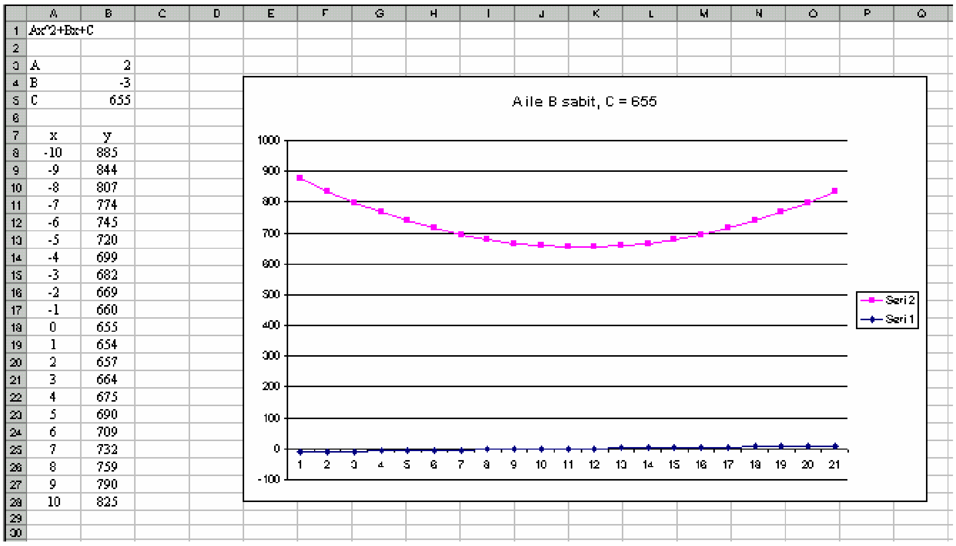
$y = Ax^2 + Bx + C$ formundaki ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin çözüm kümelerinin bulunmasında ve grafiklerinin çizilmesinde elektronik tablolar dinamik bir ortam oluştururlar. Öğrenciler, $y = Ax^2 + Bx + C$ denklemindeki A, B ve C katsayılarına verilen keyfi değerlere göre elde edilen yeni denklemlerin çözüm kümelerini ve grafiklerini anında ekranda görebilirler ve katsayılar arasındaki ilişkileri anlayabilirler. Örneğin, öğrenciler $y = Ax^2 + Bx + C$ formundaki kuadratik denklemlerde, $B = 0$ olduğu zaman C katsayısının değerinin birkaç kez değiştirilmesine yönelik yapılan çalışmaların sonucunda, C katsayısının, denklemin grafiğinin, y -eksenini hangi noktada keseceğini bilmede belirleyici rol oynadığını görebilirler. Aşağıda, bu konuya örnek olacak EXCEL uygulamalarına yer verilmiştir. Şekil 13, şekil 14 ve şekil 15 te $y = Ax^2 + Bx + C$ denklemindeki A ve B değerleri sabit tutulup, C değerleri değiştirilerek, bu değişikliğin grafik üzerindeki etkisi araştırılmıştır. Şekil 16 ve şekil 17 de ise $y = Ax^2 + Bx + C$ denkleminde B ve C değerleri sabit tutulmuş ve A nın alabileceği negatif ve pozitif değerlere göre grafikteki değişiklikler incelenmiştir.



Şekil 13. $y = Ax^2 + Bx + C$ **denkleminde** A **ile** B **sabit,** $C = -1$ **durumu**



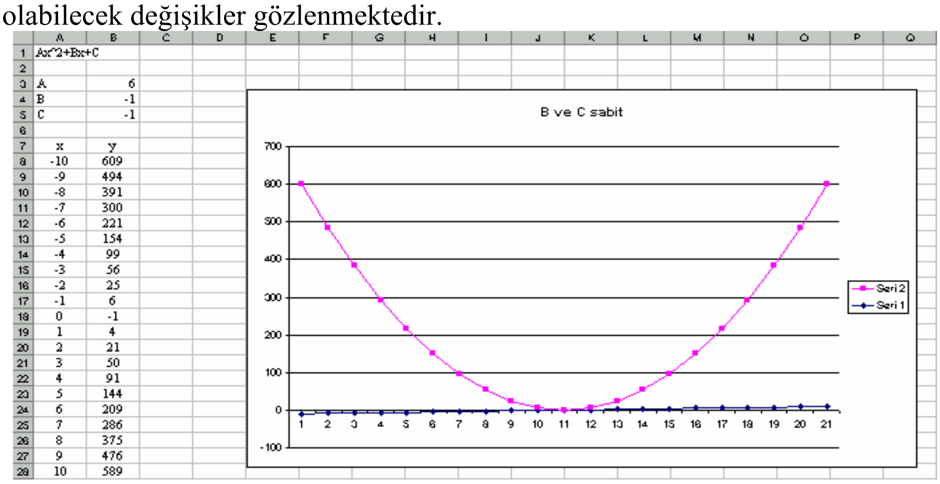
Şekil 14. $y = Ax^2 + Bx + C$ **denkleminde** A **ile** B **sabit,** $C = 122$ **durumu**



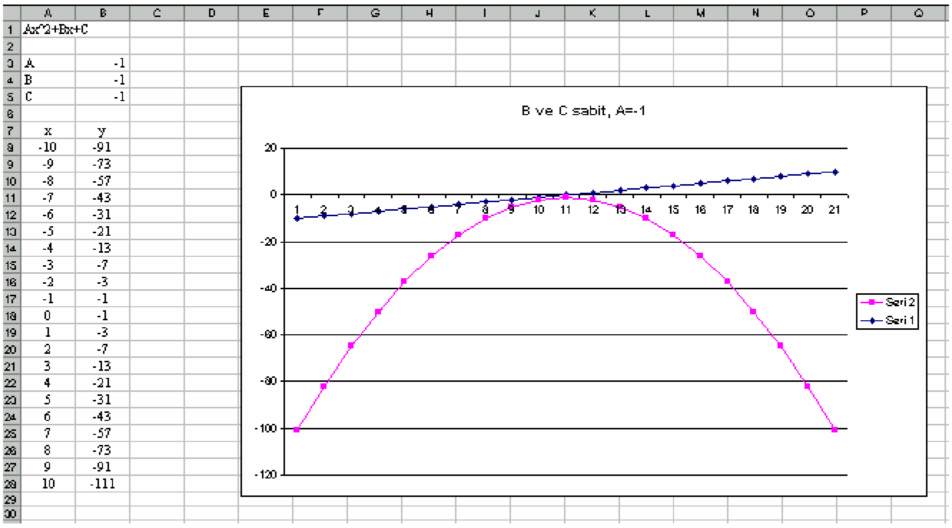
Şekil 15. $y = Ax^2 + Bx + C$ **denkleminde** A **ile** B **sabit,** $C = 665$ **durumu**

Yukarıdaki şekiller incelendiği zaman, $y = Ax^2 + Bx + C$ denklemindeki A ve B değerlerinin sabit tutulması ve C nin sırasıyla, -1, 122 ve 655 olarak seçilmesi durumunda, $y = Ax^2 + Bx + C$ denkleminin grafiğinin x eksenine göre yukarıya doğru gittiği görülebilir.

Aşağıdaki şekillerde ise $y = Ax^2 + Bx + C$ denkleminde B ve C değerleri sabit bırakılarak, A nın negatif ve pozitif değerlerine göre grafikteki olabilecek değişikler gözlenmektedir.



Şekil 16. $y = Ax^2 + Bx + C$ **denkleminde** B **ve** C **sabit,** $A = 6$ **olma durumu**



Şekil 17. $y = Ax^2 + Bx + C$ **denkleminde** B **ve** C **sabit,** $A = -1$ **olma durumu**

Şekil 16 ve şekil 17 den görüleceği üzere, $A = 6$ (pozitif) olması durumunda parabolün kolları x eksenine göre yukarı doğru iken $A = -1$ (negatif) olması durumunda ise parabolün kolları x eksenine göre aşağıya doğrudur. Buradan, $y = Ax^2 + Bx + C$ denkleminin grafiğinin kollarının yönünü A nın değerlerinin belirlediği görülebilir.

SONUÇ

Matematik müfredatı, sürekli olarak artan bir şekilde soyutlama içermektedir. Bu durumda, matematiğin öğrenciler tarafından anlaşılmasını zorlaştıran etkenlerden birisidir. Bu engelin aşılabilmesi, matematiğin bu soyut dilinin belirli ölçülerde somutlaştırılması ve reel dünya ile ilişkilendirilerek anlatılması ile mümkün görünmektedir. Bu noktada, elektronik tablolar devreye girebilir. Çünkü, elektronik tablolar matematiğin soyut kavramları ile gerçek dünya arasında bir arabulucu görevi görebilirler. Ayrıca, öğrencilerin özgür bir ortam içerisinde çalışmalarına imkan verip onların esnek düşünmelerine ve problemlerin çözümlerine yönelik kendi stratejilerini üretmelerine imkan verebilirler. Öğrenciler, bu yaklaşım yardımıyla bir problemin veya bir kavramın sayısal, cebirsel veya grafiksel gösterimlerini aynı anda görüp, bu gösterimler arasındaki ilişkileri daha kolay kavrayabilirler. Örneğin, bu makalede verilen para problemi, öğrencilerin günlük hayatta sürekli karşılaştıkları paralarla, matematiksel işlemler yapmalarına imkan vermektedir. Paraların sayısındaki değişikliklerin, paraların değerindeki değişiklere yansımasını anında ekranda görebilmektedirler. Bu durumda, öğrencilere hızlı ve esnek düşünebilme imkanını sağlamaktadır. Benzer şekilde, bir fonksiyonun bir noktada limitinin varlığı/yokluğu elektronik tablolar yardımıyla çok kolay bir şekilde görülebilir. Fonksiyonun değiştirilmesi veya noktanın değiştirilmesi durumlarında limitin varlığı/yokluğu çok hızlı bir şekilde hem cebirsel hem de grafiksel olarak görülebilir. Elektronik tablo yaklaşımının, matematik öğretiminde yukarıda bahsedildiği gibi güçlü bir şekilde kullanılabilmesi için, bu konuda bilgili öğretmenlere ve iyi bir elektronik tablo programına ihtiyaç duyulduğu gözden kaçırılmamalıdır. Çünkü, piyasada çok farklı özelliklere sahip elektronik tablo programları bulunabilmektedir. Elektronik tablo programları, başlangıçta iş dünyasına hitap eden bir şekilde tasarlandığından, bir kavramın veya problemin anlaşılmasına yönelik olmaktan ziyade gösterişli ve göze hitap eden grafik sunumlarına yer vermektedir. Bu nedenle, matematik derslerinde kolay kullanılabilen, ayrıntılı ve güçlü bir elektronik tablo programının kullanılması gerekmektedir.

KAYNAKÇA

Abromovich, S, Nabors W. (1997). *Exploring Algebraic Word Problems Through Computer-Base Manipulatives and Diverse Technology.* **Techonology and Teacher Education** *Annual*, 235-239.

Abromovich, S. (1997). *Spreadsheets As Generators Of New Meanings in Middle School Algebra.* **Using Techonology in the Classroom** (Eds. D.Lamont Johnson, Cleborne D.Maddux and Leping Liu) The Haworth Pres, Inc., New York, 13-25.

Drier, H. (2001). *Teaching and Learning Mathematics With Interactive Spreadsheets*. **School Science and Mathematics**. 101 (4). 170-179.

Friendlander, A. (1998). *An Excellent Bridge to Algebra.* **The Mathematics Teacher**, 91 (5), 382-383.

George, B. (1989). *Teaching Mathematics with Technology: Mathematics and Spreadsheets*. **The Arithmetic Teacher**.*April,36,8*, ProQuest Education Complete, s.52-53.

Herman, H. (1998). *Use of Microcomputer Elektronic Spreadsheets for Standardized Examinations and Processing of Information*. *ED 468 248.*

Hunt, W. (1995). *Spreadsheets- A Tool for the Mathematics Classroom*. **The Mathematics Teacher**, *D*ecember, 88,9. ProQuest Education Complete, s. 774-777.

John, R. (1998). *Sequences, Series and Spreadsheets: A Mathematical Excursion. ED. 421 357.*

Masalski, W. (1999). *How to Use To The Spreadsheet As A Tool In the Secondary School Mathematics Classroom.* Second Edition. National Council of Teachers of Mathematics Inc. 1906 Association Drive, Reston, Virginia VA 20191-1593.

McIntosh, R., Jarrett, D., Writer, S. (2000). *Teaching Mathematical Problem Solving: Implementing The Vision.A Literature Review.* Peixotto, K (director). Mathematics and Science Education Center.

National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, VA: Author.

Neuwirth, E. (1995a). Visualizing Formal and Structural Relationships with Spreadsheets. (Eds. DiSessa, C. Hoyles & R. Noss) *Computers and Exploratory Learning***.** Springer Verlag.

Neuwirth, E. (1995b). *Spreadsheet Structures as a Model for Proving Combinatorial Identities*. **Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching.** 14(3), 419-434.

Neyland, M. (1994). *The Use of Spreadsheets in Mathematics*. J. Neyland (Ed.) **Mathematics Education: A Handbook for Teachers**. Welligton College of Education: New Zealand. Vol. 1, 56-57.

Rojano, T. (1996). Developing Algebraic Aspects of Problem Solving within a Spreadsheet Environment. (Eds. Bednarz, N. Kieran,C. ve Lee, L.) *Approaches to Algebra: Perspectivies for Research and Teaching*. Dordrecht, Netherlands: Kluwer. 137-146.

Russell, J. (1992). *Spreadsheet Activities in Middle School Mathematics*. National Council of Teachers of Mathematics, Inc. 1906 Association Drive, Reston, Virginia 22091.

Sgroi, R. (1992). *Systematizing Trial and Error Using Spreadsheets*. **The Arithmetic Teacher**, March, 39, ProQuest Education Complete, s. 8-12.

Sutherland, R. ve Teresa, R. (1993). *A Spreadsheet Approach to Solving Algebra Problems*. **Journal of Mathematical Behavior**, 12, 353-383.

Tanner, E. ve Gary, B.(1989*). Teaching Mathematics with Technology: Changing Variables Using Spreadsheet Templates.* **The Arithmetic Teacher**. October, 37, 2, ProQuest Education Complete, s. 40-44.