

- Miller, T. R., & Spray, J. A. (1993). Logistic discriminant function analysis for DIF identification of polytomously scored items. *Journal of Educational Measurement*, 30, 107-122.
- Millsap, R. E., & Everson, H. T. (1993). Methodology review: Statistical approaches for assessing measurement bias. *Applied Psychological Measurement*, 17, 297-334.
- Ozbek, O. Y. (2004). *An empirical investigation of the validity of Secondary School Institutions Student Selection and Placement Test (SSISSPT) in Turkey*. Unpublished doctoral dissertation, Department of Education Psychology, University of Illinois, Urbana-Champaign.
- Roussos, L. A., & Stout, W. F. (1996). A multidimensionality-based DIF analysis paradigm. *Applied Psychological Measurement*, 20 (4), 355-371.
- Ryan, K. E., & Fan, M. (1996). Examining gender DIF on a multiple-choice test of mathematics: a confirmatory approach. *Educational Measurement: Issues & Practice*, 15 (4), 15-20.
- Scheuneman, J. (1979). A new method for assessing bias in test items. *Journal of Educational Measurement*, 16, 143-152.
- Shealy, R. T. (1989). *An item response theory-based statistical procedure for detecting concurrent internal bias in ability tests*. Unpublished doctoral dissertation, Department of Statistics, University of Illinois, Urbana-Champaign.
- Shealy, R. T., & Stout, W. F. (1991). *A procedure to detect test bias present simultaneously in several items* (Tech. Rep. 1991 #3). Washington DC: Office of Naval Research.
- Shealy, R. T., & Stout W.F. (1993). An item response theory model for test bias. In P. W. Holland & H. Wainer (Eds.), *Differential item functioning* (197-239). Hillsdale NJ: Erlbaum.
- Swaminathan, H. & Rogers, J. J. (1990). Detecting differential item functioning using logistic regression procedures. *Journal of Educational Measurement*, 27, 361-370.
- Walker, C. M., & Beretvas, S. N. (2001). An empirical investigation demonstrating the multidimensional DIF paradigm: A cognitive explanation for DIF. *Journal of Educational Measurement*, 38 (2), 147-163.

İLETİSİM ADRESİ

Dr. Özlem Yeşim ÖZBEK
Gaziosmanpaşa Üniversitesi
Eğitim Fakültesi
e-mail:ozlem.ozbek@gmail.com

RASYONEL SAYILARLA BÖLME İŞLEMİNİ İLKÖĞRETİM ÖĞRENCİLERİNİN ALGILAYIŞLARI

Yard. Doç. Dr Soner DURMUŞ

Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi
İlköğretim Bölümü

ÖZET

İlköğretim öğrencilerinin rasyonel sayılarla bölme işleminde gerek kavramsal ve gerekse işlemsel olarak zorluklar yaşadıkları bir çok araştırma ile ortaya konmuştur. Öğrencilerin rasyonel sayılardaki bölme kavramını işlemsel olarak yapmalarına rağmen kavramsal olarak anlamlandırıp anlamlandırmadıkları açık değildir. Bu çalışma ile öğrencilerin: i) rasyonel sayılarla bölme işlemi yaparken kullandıkları yöntemler ve kullanma gerekçelerini belirlemek, ii) kavram yanlışlarını ortaya çıkarmak ve iii) kullandıkları yaklaşımların sınıflara göre farklılık gösterip göstermediğini saptamak amaçlanmıştır. Çalışmanın sonuçları, literatürdeki bulgular doğrultusunda eleştirel bir yaklaşımla tartışılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Rasyonel sayılar, bölme

ABSTRACT

PRIMARY SCHOOL STUDENTS' CONCEPTION ABOUT RATIONAL NUMBER DIVISIONS.

Research findings confirm that primary school students have learning difficulties on division operations with rational numbers. It is difficult to derive a conclusion about students' conceptual understanding of rational number division based on formal operations with rational numbers. This study aims i) to determine what kind of strategies that students use while dealing with fraction divisions, ii) to reveal (if any) misconceptions and iii) to determine strategies that students use taking the grade levels into consideration. Findings and educational implications will be discussed in detail.

Key Words: Rational numbers, division

1. GİRİŞ

Rasyonel sayılar, öğrencilerin doğal sayılar ve tam sayılarla ilgili deneyimleri ile ilişkilendirilebilmelerine rağmen doğal ve tamsayılardan farklı ve karmaşık özellikler içeren bir sayı sistemidir. Rasyonel sayıların bu farklılığı ve karmaşıklığı, öğretimi sırasında zengin bir içerik sağlamakla birlikte bazı zorluklar yaşanmasına sebep olmaktadır. Bir sayı sistemi olarak rasyonel sayılar ve bu sayılarla işlemlerin kavranmasında öğrencilerin zorluklar yaşadıkları bir çok araştırmada ortaya konmuştur (Behr, Harel, Post, ve Lesh, 1992; Simon, 1993). Öğrenciler okul öncesi deneyimleri ile kesirler ve oranlar hakkında bazı sezgisel bilgiye sahip olmalarına rağmen (Smith, 2002), önce kesirler, (sonra) oranlar ve oranların karşılaştırılması olarak orantı anlaşıldıkça bir sayı sistemi olarak rasyonel sayılar bütün olarak kavranabilir (Kieren, 1993; Behr, Wachsmuth, Post, ve Lesh, 1984; Behr ve diğ., 1992).

Rasyonel sayılar, $\frac{a}{b}$ biçiminde olduğundan ve buradaki kesir çizgisi de bölme işlemini temsil ettiğinden çok çeşitli anlamları ifade etmektedirler. $\frac{a}{b}$ sayısı, parça-bütün ilişkisini, ölçme anlamını, salt bölme işlemini veya bir çeşit karşılaştırma (oran) anlamlarını ifade edebilir (Sinicrope, Mick ve Kolb, 2002). Dolayısıyla bu sayıların ele alındığı bağlam önem kazanmaktadır. Örneğin, $\frac{25}{4}$ sayısı iki doğal sayı ile yapılan bölme işlemini temsil edebilir. Böyle düşünülürse sonuç 5,25 gibi bir ondalık sayı olurken; ölçme anlamı dikkate alınrsa 25 sayısı ile oluşturulabilecek dördü grupların sayısını, karşılaştırma anlamı düşünüldüğünde ise 25 e 4 oranı gibi anlamları içerebilir. $\frac{a}{b}$ ifadesinde negatif tamsayılar kullanıldığında (negatif rasyonel sayılarda) bu anlamlar farklı boyutlar kazanır. İlköğretimin ilk yıllarında pozitif rasyonel sayılar incelenmekte, tamsayılar incelendikten sonra rasyonel sayıların bu sayı sistemi ile ilişkisi ilköğretimin ikinci kademesinde ele alınmaktadır. Öğrencilerin temel kavram ve işlemlere yönelik algılayışları incelendiğinden bu çalışmada sadece pozitif sayılar ve bunlarla bölme işlemi ele alınmıştır.

Matematik derslerinde dört işlemin doğal sayılardaki anlamı kavramsal olarak incelenmemektedir. Bunun yerine doğal

sayılarla işlemleri vurgulamanın, dört işlemin rasyonel sayılardaki yeni anlamlarını kavramada önemli sorunlara neden olduğu bir çok araştırmacı tarafından ortaya konmuştur (Lubinsky ve Fox, 1998; Simon, 1993). Özellikle bölme işleminin rasyonel sayılardaki anlamı üzerinde öğrenciler zorluk çekmektedirler (Olive, 1999; Mack 1995). Ülkemizde, kesirler ve ondalık sayılarda yaşanan zorlukların tespiti için yapılan bir araştırmada (Ardahan ve Ersoy, 2003) kesirlerle ilgili bölmedeki zorlukların oranı toplama-çıkarmada % 3 iken çarpmada % 12, bölmede ise % 35 bulunmuştur.

Bölme işleminin rasyonel sayılardaki anlamı, uygulamalarda kavramsal olarak ele almak yerine algoritmik bir biçimde öğretilmektedir. En çok kullanılan iki algoritma ters çevirip çarpma ve ortak payda algoritmalarıdır (Sinicrope, Mick ve Kolb, 2002). Doğal sayılarla bölme işlemi toplama ve özellikle çıkarma işleminden yararlanılarak öğretilmektedir. Örneğin, $\frac{12}{3}$ işlemi için, “12 sayısının içindeki 3 lü grupların sayısı kaç tanedir?” (ölçme anlamı) veya “3 eşit gruba ayrılırsa her grupta kaç tane eleman bulunur?” (paylaştırma) gibi sorularla incelenerek bölme işlemi anlamlandırılır. Rasyonel sayılardaki ortak payda algoritması doğal sayılardaki bölmenin bu anlamları üzerine kurulur. Örneğin, $\frac{2}{3} : \frac{3}{4}$ işlemi için ortak payda anlamı kullanıldığında bu kesir $\frac{8}{12} : \frac{9}{12}$ biçimine dönüştürülür. Böylece aynı bütün (12) içindeki parçalar karşılaştırılarak (8 ve 9) sonuç $\frac{8}{9}$ olarak elde edilir. Ortak payda algoritmasının bu biçimde ele alınması öğrencilere farklı durumlarda kavramsal bir destek sağlamamaktadır (Steenchen ve Maher, 2003). Özellikle kalanlı bölme işlemlerinde öğrenciler zorluk yaşamaktadırlar (Sharp ve Adams, 2002). Ortak paydada iki farklı kesri birleştirme ile ters çevirip çarpma algoritmasının arasındaki ilişkiyi çoğu öğrenci kuramadığından ters çevirip çarpma algoritması çoğu öğrenci tarafından bir kural olarak algılanmaktadır (Sharp ve Adams, 2002). Kesirlerde bölme işlemini ortak payda algoritması ile inceleme kavramsal olarak daha anlamlı iken ters çevirip çarpma algoritması, çoğu öğretmenler tarafından öğrencilere bir kural olarak verilmekte ve yaygın olarak kullanılmaktadır (Worrington, 1997). Öncelikle öğrencilerin doğal sayılardaki bölme deneyimlerini ortak payda/eşit paylaşım yaklaşımıyla kesirlerle ilişkilendirebilecekleri anlamlı problem durumlarıyla karşı karşıya

birakacak etkinlikler geliştirilmeli daha sonra ters çevirip çarpma algoritmasını fark etmelerine yardımcı olacak etkinlikler düzenlenmelidir (NCTM, 2000).

Ters çevirip çarpma algoritması süreçten ziyade sonuca götüren bir yöntem olduğundan öğrencilerin zihinsel süreçlerini anlamamızı zorlaştırmaktadır. Öğrencilerin zihinsel süreçlerini anlamak, kesirlerle bölme işleminin kavratılmasında ne tür yaklaşımlar kullanılabilceğine ışık tutabilir. Bunun için bu çalışma ile i) ilköğretim öğrencilerinin kesirlerle bölme işlemi yaparken hangi yöntemleri hangi gerekçelerle seçtiklerini belirlemek, ii) kavram yanılgılarını ortaya çıkarmak ve iii) kullanılan yaklaşımların sınıflara göre farklılıklar gösterip göstermediğini belirlemek amaçlanmıştır.

2. YÖNTEM

2.1. Örneklem

Bu çalışmanın örneklemini, Bolu il merkezindeki 15 ilköğretim okulundan rastgele seçilen bir ilköğretim okulunun 5., 6., 7. ve 8. sınıf öğrenci oluşturmaktadır (N=24). Amaçlı örneklem yöntemi (Yıldırım ve Şimşek, 1999) ile sınıf ve matematik öğretmenleri ile yapılan görüşmelerle değişik başarı düzeyine sahip öğrenciler belirlenmiştir.

2.2. Süreç

Araştırmaya katılan öğrencilerin velilerinden izin alınmıştır. Öğrencilere görüşlerini rahatça ifade etmelerini sağlama amacıyla isimlerinin saklı tutulacağı söylenmiştir. Her bir öğrenci ile yaklaşık bir saat olmak üzere yüz yüze görüşmeler yapılmıştır. Yapılan görüşmeler kasetlere kayıt edilmiştir. Öğrencilere zihinsel süreçleri ortaya çıkarmak amacıyla iki bölümden oluşan sorular verilmiştir (bkz. Ek 1.)

Bu sorularla: i) Öğrencilerin, yöneltilen soruların rasyonel sayılarla bölme işlemiyle ilgili olduğunu fark etmelerini, ii) rasyonel sayılardaki bölme işleminin doğal sayılarla ilişkisini kurabilmelerini, iii) sözel problem durumlarıyla işlemler arasındaki bağlantıyı kurabilmelerini ve iv) soruların çözümündeki kullandıkları algoritmaları ortaya çıkarmak amaçlanmıştır.

I. ve II. Bölümdeki sorular öğrencilere yöneltildikten sonra, öğrencilerin bölme işlemi nasıl algıladıklarını ve problem çözümünde nasıl bir yol izlediklerini ortaya koymak için, yüz yüze

görüşmelerde genel olarak şu sorular sorulmuştur: “Bu soruyu hangi işlemi kullanarak yapabilirsin?”, “Buna nasıl karar verdin?”, “Farklı bir işlem kullanarak yapabilir misin?”, “Bu soruyu matematiksel olarak nasıl ifade edebilirsin?”, “(Öğrenci matematiksel olarak ifade etmiş ve bölme işlemi ters çevirip çarpma algoritması ile yapmışsa) neden ters çevirip çarptın?” ve “Bunu şekil veya resim çizerek yapabilir misin?” vb.

II. Bölümdeki sorulara verilen cevaplar üzerine ayrıca şu sorular sorulmuştur: “Bu soruda senden ne isteniyor?”, “Neyi bulmaya çalışıyorsun?”, “Bu işlemin anlamı nedir?”, “Niçin bu şekilde çözdün?”, “Bu soruyu başka şekilde/çizimle ifade edip şekil/çizim üzerinde çözümü gösterebilir misin?”, “Bu işlemle ilgili bir problem söyleyebilir misin?” vb.

Öğrencilerin toplam 8 soruya verdikleri cevaplara yönelik araştırmacının öğrencilerle yaptığı görüşmeler kasetlere kayıt edildikten sonra kasetlerin tam çözümlemesi yapılmıştır. Ayrıca görüşme boyunca araştırmacının tuttuğu notlar da analizlerde kullanılmıştır.

Analiz yöntemi olarak betimsel analiz yöntemi kullanılmıştır (Yıldırım ve Şimşek, 1999). Analizler iki aşamadan oluşmuştur. Birinci aşamada her bir öğrenci ile yapılan görüşmeler çözümlenmiştir. İkinci aşamada çözümlenen veri birkaç defa okunduktan sonra her bir çocuğun denklem çözme stratejileri hakkında çıkarımlarda bulunarak veri içinde bu çıkarımları destekleyecek ya da çürütecek kanıtlar aranmıştır.

3. BULGULAR

Öğrencilerle yapılan görüşmelerden elde edilen veriler incelendiğinde, rasyonel sayılarla bölme işleminde öğrencilerin, bölmenin rasyonel sayılardaki anlamını düşünerek veya işlemsel boyutunu temel alarak işlem yaptıkları görülmüştür. 24 öğrencinin I. Bölümdeki 4 soruya verdikleri 96 cevaptan 40'nın çözümünde rasgele işlemleri seçip uygulamışlar, 38 inde doğal sayılardaki bölme işleminin anlamını kesirlere uyarlayarak doğru sonuca ulaşmışlardır. 8 cevapta ise tekrarlı çıkarma yaklaşımını kullanarak çözüme ulaşmışlardır. Sorulardan 10'una ise cevap verilmemiştir.

Öğrenciler, II. Bölümdeki 4 soruya verdikleri toplam 96 cevabın 52'sinde işlemlere anlam yüklemeyen kural uygulayarak sonucu bulmuşlar, 23'ünde işlemin anlamını bölmenin ölçme anlamıyla açıklamışlar, 9' unda ise bu anlamı kesirlerle ilişkilendirebilmişlerdir. 7 cevapta ise eşit paylaşım anlamını kullandıkları görülmüştür. Sorulardan 5'ine ise cevap

verilmemiştir. Öğrencilerden her iki gruptaki cevaplarını şekille desteklemeleri istendiğinde öğrencilerin ancak % 42 si bunu doğru yapabilmıştır.

Öğrenci cevaplarının sınıflara göre dağılımı incelenmiştir. Örneğin, I. Bölümde rasgele işlem seçerek bunu uygulayan 40 öğrenciden 8'i 5. sınıftan, 9'u 6. sınıftan, 11'i 7. sınıftan ve 12'si 8. sınıftandır. Diğer cevaplarda da öğrencilerin sınıflara göre cevaplama oranları birbirine yakın çıkmıştır.

Öğrencilerin rasyonel sayılarla bölme işleminde i) işlemsel/algortmik boyutunu temel alarak veya ii) Bölmenin kavramsal boyutunu dikkate alarak nasıl işlem yaptıkları, öğrenci diyaloglarından alıntılarla birlikte sunulacaktır.

3.1. Bölmenin işlemsel/algortmik boyutunu temel alarak işlem yapma

II. Bölümdeki sorularda öğrencilerin çoğu (N=61) ters çevirip çarpma algoritmasını uygulamıştır. Bölmeyi kavramsal boyutunu dikkate almadan salt olarak işlemsel olarak algılayan öğrenciler, işlem yaparken, hemen birinci kesri yazıp, ikinci kesrin pay ve paydasını yer değiştirerek çarpmaya yönelmektedirler. Burada yapılan işlemde anlam aranmamakta veya işleme yanlış anlamlar yüklemektedirler. Özellikle sözel problemlerde, problemde geçen sayıları rasgele işleme koymuşlar ya da işlemlerin anlamını karıştırarak yanlış çözümler bulmuşlardır. Probleme uygun şekli oluşturmaları istendiğinde ya kabul etmemişler ya da şekille çözümler yaparken zorluk yaşamışlardır. Yaptıkları işleme uygun bir problem geliştirmeleri istendiğinde rasyonel sayılarla bölme işleminin anlamından uzak problem cümleleri söylemişlerdir.

8. sınıf öğrencilerinden biri kesirlerle bölme işleminin ters çevirip çarpma ile yapılabileceğini düşünüyordu. Kendisine “ $2\frac{1}{4} : \frac{3}{4} = ?$ ” sorusu sorulduğunda,

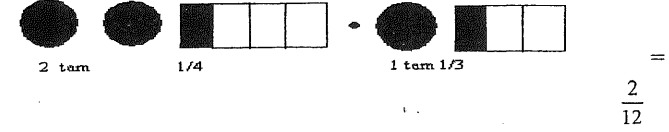
Öğrenci: *Şimdi bir kuralımız var, birinciyi aynen yazıyoruz, ikinciyi ters çevirip çarpıyoruz.*

Araştırmacı: *Peki bunu yaparken neyi bulmaya çalışıyorsun? Bu işlemin anlamı nedir?*

Ö. : *Nasıl ? (şaşkın). Burada biz bunun cevabının arıyoruz, yani şey bize eskiden beri sunulmuş bir kural var, bölmüyoruz da böyle çarpıyoruz. Yani bu artık bir kural olmuş, değiştiremiyoruz biz bunu (bu arada işlemi yapıyor).*

A. : *Peki bu işlemi şekille yapabilir misin?*

Ö. :



İkinci kesri ters çevirdiğimizde $\frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$ eder, artık çarpabiliriz, iki bölü 12.

A. : *Peki bu işlemle çözülebilen bir problem söyleyebilir misin?*

Ö. : *Mesela bir aile haftada $2\frac{1}{4}$ litre süt almış ve ne olabilir (düşünüyor), bu aile $\frac{3}{4}$ ünü içmiş. Bu aile kaç bardak süt içti? olabilir.*

Öğrencinin işlemi kendisine verilen bir kuralla yaptığı, işlemin anlamına dair herhangi bir fikri olmadığı görülmektedir. Ayrıca çizdiği şekilde tam kısımlar için kullandığı şekille (daire) kesrin diğer kısmı için kullandığı şekli (dikdörtgen) birbirinden farklı çizmiştir. Bir diğer 8. sınıf öğrencisi ikinci gruptaki soruları çözerken, “ *Genelde bize sorular geliyor, biz çözüyoruz, anlamı nedir diye öyle bir düşüncem hiç olmadı benim. Şu ana kadar hiç düşünmedim*” demiş, işlemleri şekille yapmayı ve problem kurmayı reddetmiştir.

Sınıf seviyelerine göre bir fark olup olmadığını görme açısından “ $2 : \frac{2}{3} = ?$ ” sorusu için 5 sınıf öğrencilerinden birisi ile yapılan görüşme yararlı olabilir:

Araştırmacı: *Bu işlemin anlamı nedir? Burada neyi bulmaya çalışıyorsun?*

Öğrenci: *Yani 2 yi 3 e bölüp 2 sini alma. Mesela, 2 yi 3 e böldük buna örnek verirse 18 in 2/3 ü kaçtır? dese ($18 : \frac{2}{3}$ yazdı), 18 i 3 e böler 2 ile çarpabiliriz. Yani burada 2 nin üçte ikisinin istiyorum (ters çevirip çarparak işlemi yapıyor).*

A. : *Peki neden ters çevirip çarptın?*

Ö. : *Öğrendiğime göre ve kitaplardan baktığıma göre böyle.*

A. : *Bu işlemi şekille yapabilir misin?*

Ö. : *Çözebilir miyim? 2 tane tam var bu iki tamin 2/3 ü kaçtır? Bunu 3 e böleriz, bunu da. Bunların ikisini alırız buradan da ikisini alırsak 4/6 yapıyor. İşlemimiz de 6/2 çıkmıştı ama burada 4/6 çıktı.*



(Bu öğrenci çözümünü şekille yaptığında bütün sorularda farklı sonuç buldu, kendi kendine iki sonucu karşılaştırdı. Kuralın matematiksel bir şey olduğu için yanlış olamayacağını söyledi. Şekille çözümlerini ise kendi yaptığı bir şey olarak değerlendirdiğinden doğru olmayacağını belirtmiştir. Şekille çözümlerin çoğunda diğer öğrenciler bu öğrenci gibi davranmıştır).

A. : Bu işlemle çözülebilen bir problem söyleyebilir misin?

Ö. : (düşünüyor) 2 kurdelemin 2/3 ünü satan bir esnaf kaç kurdele satmıştır diyebiliriz.

Kavramsal bilgi ile işlemsel bilgi arasındaki bağın kurulmadığını göstermesi açısından 6. sınıf öğrencisi ile yapılan görüşme ışık tutabilir:

Öğrenci: Bunu önce çeviririz, 9/4 bardak portakal suyu günde 3/4 bardak portakal suyu içilerek kaç günde bitirilir diye soruluyor. Bunu ben şimdi çıkarabilirim. Bu 9/4 kaç bardak geldiğini bulayım.

Araştırmacı: Çıkarma yapmaya nasıl karar verdin peki?

Ö. : Kaç günde bitiriliyor diyor ya onun için öyle düşündüm. Paydaları eşit burada 6/4 günde bitirilir. Ama çarpabiliriz ki 9/4 ile 3/4 ü (düşünüyor).

A. : Şekille çözebilir misin peki problemi?

Ö. : (Çok kesin) Hayır.

Bu diyaloglarda görüldüğü gibi öğrencilerde bölmenin rasyonel sayılardaki anlamı ile bunun işlemle ilişkisinin kurulmadığı, sözel problemlerdeki çözümlerinden, işlemlere yazdıkları problemlerden ve şekille yaptıkları çözümlerden anlaşılmaktadır.

3.2. Bölmenin kavramsal boyutunu dikkate alarak işlem yapma

Öğrencilerin az sayıda da olsa her iki bölümdeki soruları çözerken rasyonel sayılardaki parça-bütün ilişkisini, bölme ve karşılaştırma anlamlarını dikkate alarak işlem yaptıkları veya bir çeşit karşılaştırma anlamlarını dikkate aldıkları görülmüştür. Öğrencilerin büyük bir kısmının bölmenin eşit paylaşım anlamını kesirlerle ilişkilendiremedikleri görülmüştür.

Bölmenin anlamını kullanmaya çalışan 8. sınıf öğrencilerinden birisi ile yapılan görüşme bunu yaparken hangi gerekçeleri kullandığını göstermektedir. “ $2\frac{1}{4} : \frac{3}{4} = ?$ ” sorusu için:

Araştırmacı: Burada neyi bulmaya çalışıyorsun?

Öğrenci: Bölünen sayı içinde bölen sayı ne kadar var, tüm bölme işlemlerinin anlamı budur.

A. : Peki bu işlemi şekille yapabilir misin?

Ö. :



Şekiller aldatmasın bu bütünler aynı büyüklükte. Şimdi şekille üç defa olması lazım.

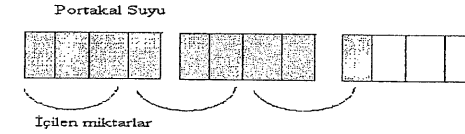
A. : Nasıl buldun peki?

Ö. : Kafadan ters çevirip çarptım. Şekille pek düşünemiyorum.

Aynı öğrenci, “ $2\frac{1}{4}$ bardak portakal suyundan günde $\frac{3}{4}$

bardak portakal suyu içilerek kaç günde bitirilebilir?” sorusunu bölme işlemi ile yapmış, problemi şekille çözmesi istendiğinde düşündüklerini aşağıdaki şekille doğru biçimde ifade edebilmiştir.

Rasyonel sayılarla bölme işleminde öğrencilerden 8’i



algoritmanın anlamını bilmemesine veya yanlış uygulamasına rağmen tekrarlı çıkarmayı kullandığında sözel problemleri yapabilmişlerdir.

6. sınıf öğrencilerinden birisinin “ $2\frac{1}{4}$ bardak portakal suyundan

günde $\frac{3}{4}$ bardak portakal suyu içilerek kaç günde bitirilebilir?”

sorusunu çözerken kullandığı yaklaşım bunu desteklemektedir:

Öğrenci: Öğretmenim üç gün olabilir mi?

Araştırmacı: Neden üç gün olduğunu düşünüyorsun?

Ö. : Öğretmenim meselâ 9/4 ten 3/4 ü çıkarsam 6/4, bir günde içilip kalan öğretmenim şimdi de 9/4 ten 6/4 ü çıkardım mı yok öğretmenim bu bir günde içilen her gün böyle içildiğine göre öğretmenim burası bir gün etti, bundan da 3/4 ü çıkarırsız iki gün etti, öğretmenim 3/4 ten de 3/4 ü çıkarınca 0/4, üç günde bitmiş oldu.

A. : Peki farklı bir işlemle yapabilir misin bunu?

Ö. : Eksilte eksilte buldum öğretmenim farklı işlem bölerek olur, kısa yolu bölme (bölme işlemini yapıyor).

A. : Nasıl yaptın bölme işlemini?

Ö. : Bölerken böyle bölüntüyordu. Birinci aynen yazılıyordu, ikinciyi ters çevirip çarpıyorduk. Böyleydi kural.

A. : Peki, bu problemi şekille çözebilir misin?

Ö. : Nasıl ki öğretmenin? Bunu bardak olarak düşünelim (bir dikdörtgen çiziyor). Burası gidiyormuş (3/4 lük kısmını tarıyor) burası kalıyormuş. Büyük bir şey düşünelim ondan her gün 3/4 bardak portakal suyu gitse (düşünüyor) öğretmenin bunu yapamayacağı herhalde.

Bir başka 5. sınıf öğrencisi " $\frac{2}{3}:2=?$ " sorusunu ters

çevirip bölme algoritması ile doğru cevaplamıştır. Bu öğrenci önce şekille çözmeyi reddetmesine rağmen işleme uygun problem yazabilmiştir: "Ali 2/3 gramlık gofreti ailesine paylaşmak istiyor. Ailesinde 2 kişi olduğuna göre her kişiye kaç gram gofret düşer?". Bu probleme uygun şekil çizerek problemi çözmüştür.

4. TARTIŞMA VE ÖNERİLER

Bu çalışmada rasyonel sayılarla bölme işlemini ilköğretim öğrencilerinin nasıl algıladıkları araştırılmıştır. Öğrencilerin çoğu rasyonel sayılarla bölme işlemini algoritmaya dayalı yapmışlar, işlemlerde anlam aramamışlar veya işlemlere yanlış anlamlar yüklemişlerdir. Öğrencilerin 2. bölümdeki işlem sorularını çözmeye büyük sorun yaşamamalarına rağmen sözel problem durumlarında zorluklar yaşadıkları görülmektedir. I. Bölüm sorularında öğrencilerin bir kısmı bölme işleminin anlamını düşünmeden rasgele işlem seçme yoluna gitmiş bir kısmı da doğal sayılarda geliştirdikleri bölme işleminin anlamını kullanmışlardır.

Öğrencilerin çoğu işlemleri şekille yapmaları istendiğinde kesir kavramını bölme işleminin anlamıyla ilişkilendirememiş, kesir kavramını eşit paylaşımı göz ardı ederek şekilleri işleme uydurmaya çalışmışlardır. Şekille çözümleri, kuralla çözümleriyle aynı sonucu vermediğinde de kuralın matematiksel bir şey olması sebebiyle kesinlikle doğru olduğunu söylemişlerdir.

Ters çevirip çarpma algoritması işlem yapmada sonuca götürmede öğrencilere bir güvenlik hissi vermektedir. Fakat öğrencilerin kendi becerilerini oluşturmaları, işlemin anlamını kavramaları açısından algoritmanın etkili olmadığı görülmüştür. İşlemlerde anlam bulma yerine ezberlemeyi tercih etmişlerdir. Bu da sözel problemlerde yanlış işlemler seçmelerine, anlamsız çözümler yapmalarına neden olmuştur.

Çok az sayıda öğrenci genel olarak bölmenin kavramsal ve işlemsel anlamını birlikte temel alarak soruları cevaplamışlardır. İşlemlerinde ters çevirip çarpma algoritmasını kullanmalarına rağmen, şekil üzerinde açıklamaları istendiğinde ortak payda algoritmasına yöneldikleri görülmüştür. Bu da ortak payda algoritmasının öğrencilerin kendi becerilerini oluşturmada etkili olabileceğini göstermektedir.

Farklı sınıf seviyelerindeki öğrencilerin benzer yanılgılara sahip olduğu görülmektedir. Bunun sebebi doğal sayılarla bölme becerileri ile rasyonel sayılarla bölme işlemini ilişkilendiremeyecekleri algoritmaların doğrudan verilmesi olabilir. Bu çalışmanın konusu olmamasına rağmen öğretmenlerin rasyonel sayılarla ilgili algılayışlarının öğretimde algoritmayı öne çıkarmalarına sebep olabileceği bir çok çalışmada ortaya konmuştur (Fenemma, Carpenter ve Peterson, 1989; Confrey, Simon, 1993).

Bu araştırmanın bulguları ışığında şu önerilerde bulunabilir: i) Öğrencilere doğal sayılarla yapılan bölme işlemi ile rasyonel sayılarla yapılan bölme işlemleri arasındaki ilişkiyi kurabilecekleri problem durumları sunulabilir, ii) Öğrencilerin kendilerine has yöntemler geliştirmelerine olanak sağlanmalıdır, iii) Bölmenin rasyonel sayılardaki anlamı ve rasyonel sayılarla yapılan işlemleri arasındaki ilişki öğrenciler tarafından anlaşıldıktan sonra ters çevirip çarpma algoritmasını kendilerinin keşfedebilecekleri öğrenme durumları sağlanabilir, iv) Öğretmenlerin rasyonel sayılarla yapılan işlemlerdeki yaklaşımları öğrencilerin düşüncelerinin gelişmesinde etkili olabilir. Öğretmen adaylarının rasyonel sayılarla ilgili algılayışlarını ortaya koymaya yönelik çalışmalar yapılarak ortaya çıkan sonuçlara göre öğretmen eğitiminin yeniden gözden geçirilmesi gerekebilir ve v) Çeşitli araştırmalarla, öğrencilerin rasyonel sayılarla ilgili çektikleri güçlükler belirlenebilir ve bu güçlüklerin üstesinde gelmeleri için 11e gibi yaklaşımların geliştirilebileceği ortaya konabilir.

KAYNAKLAR

Ardahan, H., Ersoy, Y. İlköğretimde materyal destekli, kesir ve ondalık kesirlerin material tabanlı öğretimi. <http://www.matder.org.tr/bilim/bilim.asp>. (Erişim tarihi: 25 Temmuz 2004).

Behr, M. J., Wachsmuth, I., Post, T., Lesh, R. "Order and equivalence of rational numbers: A clinical teaching experiment". *Journal for Research in Mathematics Education*, 15(5), 323-341. 1984.

Behr, M. J., Harel, G., Post, T. R., Lesh, R. (Der. D. A. Grouws). "Rational number, ratio, and proportion", *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (s. 296-333). New York: Macmillan. 1992.

Bulgar, S. "Children's sense making of division of fractions". *Journal of Mathematical Behavior*, 22 (3): 319-334. 2003.

Confery, J. "What constructivism implies for teaching". (Der. R. B. Davis, C. A. Maher ve N. Noddings). *Constructivist views on teaching and learning mathematics* (Journal for Research in Mathematics Education, Monograph No. 4, s. 107-124). Reston, VA: NCTM. 1990.

Empson, S. B. *Equal sharing and shared meaning: The development of fraction concepts in a first grade classroom*. Bildiri, the American Educational Research Association, San Francisco, CA. 1995.

Fenemma, E., Carpenter, T., Peterson, P.L. (Der. J. E. Brophy). "Learning mathematics with understanding; Cognitively guided instruction". *Advances in research in teaching: Vol. 1. Teaching for meaningful understanding and self-regulated learning* (s. 195-221). Greenwich, CT: JAI Press. 1989.

Haser, Ç., Ubuz, B. "Kesirlerle Kavramsal ve İşlemsel Performans". *Eğitim ve Bilim*, 27 (126): 53-61. 2002.

Kieren, T. E. (Der. T. P. Carpenter, E. Fennema ve T. A. Romberg). "Rational and fractional numbers: From quotient fields to recursive understanding". *Rational numbers: An integration of research* (s.49-84). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc. 1993.

Lubinski, Cheryl A., Fox, Thomas. "Learning to make sense of division of fractions: One k-8 pre-service teacher's perspective". *School Science & Mathematics*, 98 (5): 247-259. 1998

Mack, N. "Confounding whole-number and fraction concept when building on informal knowledge". *Journal for Research in Mathematics Education*, 26 (5): 422-441. 1993.

NCTM. Principles and Standards for School Mathematics. 2000. <http://standards.nctm.org/> (Erişim tarihi: 10 Temmuz 2004).

Olive, John. "From Fractions to Rational Numbers of Arithmetic: A Reorganization Hypothesis". *Mathematical Thinking & Learning*, 1 (4): 279-314. 1999.

Sharp, J., Adams, B. "Children's constructions of knowledge for fraction division after solving realistic problems". *Journal of Educational Research*, 95 (6): 333-348. 2002.

Simon, M. "Prospective elementary teachers' knowledge of division". *Journal for Research in Mathematics Education*, 24(3): 233-254. 1993.

Smith, John P. "The Development of Students' Knowledge of Fractions and Ratios". *Making Sense of Fractions, Ratios, and Proportions* (s. 2-17), NCTM, Yearbook. 2002.

Sinicrope, Rose, Mick, Harold W., Kolb, John R. (Der. Bonnie Litwiller ve George Bright). "Fraction Division Interpretations". *Making Sense of Fractions, Ratios, and Proportions* (s.153-161), NCTM, Yearbook. 2002.

Steencken, E. P., Maher, C. A. "Tracing fourth grader's learning of fractions: Early episodes from a year-long teaching experiment". *Journal of Mathematical Behavior*, 22 (2): 113-132. 2003.

Steffe, L. P., obb, P., von Glasersfeld, E. *Construction of arithmetical meanings and strategies*. New York: Springer-Verlag.1988.

Tirosh, Dina. "Enhancing prospective teachers' knowledge of children's conceptions: The case of division of...". *Journal for Research in Mathematics Education*, 31 (1) : 5-26. 2000.

Yıldırım, Ali, Şimşek, Hasan. *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri*, Seçkin Yayınevi, Ankara. 1999.

Worrington, Marry Ann. "How Children Think about Division of Fractions". *Mathematics Teaching in the Middle School*, 2: 390-94. 1997.

Ek 1. Araştırmada kullanılan sorular

I. Bölüm Soruları	II. Bölüm Soruları
1. 2 litre süt her biri $\frac{2}{3}$ litre süt alan bardaklara boşaltılmak isteniyor. Bu iş için ne kadar bardağa ihtiyaç vardır?	1. $2 : \frac{2}{3} = ?$
2. $\frac{1}{2}$ metre kurdeleden $\frac{1}{4}$ metre uzunluğunda kaç parça kurdele elde edilebilir?	2. $\frac{1}{2} : \frac{1}{4} = ?$
3. $\frac{1}{4}$ bardak portakal suyundan günde $\frac{3}{4}$ bardak portakal suyu içilerek kaç günde bitirilebilir?	3. $2\frac{1}{4} : \frac{3}{4} = ?$
4. $\frac{2}{3}$ ün yarısını bulunuz.	4. $\frac{2}{3} : 2 = ?$

İLETİŞİM ADRESİ
Yard. Doç. Dr. Soner Durmuş
Abant İzzet Baysal Üniversitesi
Eğitim Fakültesi-İlköğretim Bölümü
eposta: sdurmus@rocketmail.com