SDU Journal of Science (E-Journal), 2011, 6 (1): 62-72

Olasılıksal Oynaklık Modellerinin Bayesci Çözümlemesi ve Bir Uygulama

Derya Ersel[1,*], Yasemin Kayhan Atılgan[1], Süleyman Günay[1]

[1] *Hacettepe Üniversitesi, Fen Fakültesi, İstatistik Bölümü, 06800, Beytepe, Ankara, Türkiye*
[*]*Yazışılan yazar e-posta: dtektas@hacettepe.edu.tr*

Alınış: 30 Haziran 2009, Kabul: 22 Aralık 2010

Özet: Zaman serisi analizi, finansal varlıkların çözümlemesinde sıkça kullanılan istatistiksel yöntemlerden biridir. Özellikle, son yıllarda zaman serisi modellerine zaman içerisinde değişen varyans faktörünün de eklenmesi ile oluşturulan modeller üzerinde çeşitli çalışmalar yürütülmektedir. Bu alanda en çok bilinen ve kullanılan modeller varyansın deterministik bir fonksiyon olarak tanımlandığı ARCH ve GARCH modelleridir. Bu modellere seçenek olarak geliştirilen SV modelinde ise varyans, olasılıksal bir fonksiyon olarak tanımlanır. Finansal zaman serilerinde SV modelleri, ARCH modellerine göre daha esnektir. Ancak, SV modeline ilişkin olabilirlik fonksiyonu karmaşık bir yapıya sahip olduğundan parametre tahminlerinin klasik yöntemlerle elde edilmesi zordur. Bu sorun, modelin Bayesci çözümlemesinde MCMC tekniklerinin kullanılması ile ortadan kaldırılmıştır. Bu teknikler sayesinde Bayesci tahminler kolayca hesaplanabilmektedir. Çalışmada, SV modellerinin Bayesci çözümlemesi üzerinde durulacak ve Ocak 1999 / Nisan 2009 ayları arasındaki Euro/TL ve Dolar/TL döviz kuru serileri üzerinden yöntemin bir uygulaması sunulacaktır.

Anahtar kelimeler: Olasılıksal oynaklık, MCMC yöntemleri, Gibbs örnekleme algoritması, Bayesci çözümleme.

Bayesian Analysis of Stochastic Volatility Models and an Application

Abstract: Time series analysis is generally used to analyze financial assets. Recently, researchers have been studied on time series models with changing variance over time. Two well known models in this area are ARCH and GARCH models where variance is defined as a deterministic function of time. An alternative to ARCH/GARCH is SV model where variance is determined as a stochastic function of time. The SV model provides more flexible modelling of financial time series than ARCH/GARCH models. Since the structure of the likelihood function of SV model is very complicated, it is very hard to estimate the model parameters via the classical approaches. By using Bayesian analysis and MCMC techniques, this problem can be solved. In this study, Bayesian analysis of SV models will be explained and an application of this analysis to the financial time series data (Jan 1999/Apr 2009 monthly Euro/TL and Dollar/TL exchange rates) will be exhibited.

Key words: Stochastic volatility, MCMC methods, Gibbs sampling, Bayesian analysis.

1. Giriş

Oynaklık, belirli bir zaman dilimi içerisinde özellikle sermaye, döviz ve tahvil piyasalarındaki fiyatların hareketliliğinin bir ölçüsü olarak tanımlanabilir. Finans çalışmalarında oynaklık, genellikle finansal varlık getirilerinin standart sapması veya varyansı olarak tanımlanmakta ve finansal varlıkların toplam riskini ifade etmekte kullanılmaktadır. Kısa bir zaman dilimi içerisinde fiyatlardaki hızlı artış ve azalışlar yüksek oynaklık, değişimi az olan fiyatlar ise düşük oynaklık oluşturur. Finansal piyasalardaki hareketlerin yönü ve büyüklüğü konusunda yapılan çalışmalar, bu hareketleri modellemek için birçok tekniğin geliştirilmesini de beraberinde getirmiştir.

Oynaklık modelleri genel olarak deterministik ve olasılıksal olmak üzere iki ana sınıfta incelenebilir. Bu modellerde yer alan koşullu varyans terimi, deterministik modellerde önceki gözlemlerin deterministik bir fonksiyonu olarak tanımlanırken, olasılıksal oynaklık modellerinde olasılıksal bir fonksiyon olarak tanımlanmaktadır.

Deterministik modeller içerisinde en çok bilinen ve birçok araştırmacı tarafından kullanılan model, 1982 yılında Engle tarafından geliştirilen, zamana göre değişim gösteren koşullu varyansı modellemeye olanak sağlayan 'Otoregresif Koşullu Değişen Varyans / Autoregressive Conditionally Heteroscedastic / ARCH' modelidir. Modelde t zamanındaki koşullu varyans t-1 zamanına kadar olan gözlemlerin değerlerine bağlıdır. ARCH modelleri, doğrusal ve doğrusal olmayan bölüm olarak başlıca iki bölümde ele alınmaktadır. Doğrusal bölüm, bağımlı değişkenin zaman içindeki değişimini gösteren koşullu ortalama denklemidir. Doğrusal olmayan bölüm ise, bağımlı değişken olan koşullu varyans ile hata teriminin gecikmeli değerlerinin ilişkisini gösteren koşullu varyans denklemidir. Daha sonra bu model Bollerslev tarafından genelleştirilerek 'Genelleştirilmiş Otoregresif Koşullu Değişen Varyans / Generalized Autoregressive Conditionally Heteroscedastic / GARCH' modeli elde edilmiştir [1].

Hem ARCH, hem de GARCH modellerinde t-1 anındaki oynaklık, bilinen bir değer olarak kabul edilir. Bununla birlikte, bu değer gözlemlenemeyen bir değişken olarak da düşünülebilir [2]. Bu durumda sürecin varyansını olasılıksal kabul ederek oynaklığın logaritmasını doğrusal olasılıksal bir süreç olarak tanımlayan 'Olasılıksal Oynaklık / Stochastic Volatility / SV' modeli geliştirilmiştir. ARCH ve GARCH modellerinden farklı olarak SV modelinin koşullu varyans denkleminde bir raslantı değişkeni yer almaktadır. Bu terim ile modelin varyansı zamana göre olasılıksal değişim gösteren bir değişken olarak tanımlanır. Deterministik ve olasılıksal modeller arasındaki temel farklılık oynaklığın gözlemlenebilir bir değişken olarak kabul edilip edilmemesidir [3].

SV modellerinde biri gözlenen, diğeri gizli oynaklık olmak üzere iki tip gürültü süreci tanımlıdır. Bu nedenle SV modelleri ARCH modellerine göre finansal zaman serilerinde daha esnek modeller oluşturmaktadır. Ölçüm ve örnekleme hataları gözlem hatalarını oluştururken, oynaklık dinamiklerinin değişkenliği de süreç hatalarını oluşturmaktadır.

SV modellerine ilişkin olabilirlik fonksiyonunun karmaşık yapısı nedeniyle bu modellerde klasik parametre tahminlerine ulaşmak zordur. Son zamanlarda yapılan çalışmalarda SV modelleri için kullanılan başlıca tahmin yöntemleri, genelleştirilmiş momentler yöntemi, quasi-en çok olabilirlik tahmini ve benzetim tabanlı genelleştirilmiş momentler yöntemi olarak sıralanabilir [4]. Bu klasik yöntemlere ek olarak Bayesci tahmin yöntemleri de geliştirilmiştir. Çok boyutlu durumda sonsal dağılımları elde etmek için kullanılan integral işlemlerinin karmaşıklığı nedeniyle SV modellerinin Bayesci çözümlemesini yapmak kolay değildir. Sonsal hesaplamalardaki bu problem ise 'Markov Zinciri Monte Carlo / Markov Chain Monte Carlo / MCMC' tekniklerinin geliştirilmesi ile ortadan kaldırılmıştır. Andersan, Chung ve Sorensan

(1999) SV modellerinden çıkarsama yapmak için çeşitli yöntemlerin performanslarını karşılaştırmışlar ve en başarılı yöntemin MCMC olduğuna karar vermişlerdir [1].

Bu çalışmada serilerin Bayesci çözümlemesi, WinBUGS programı yardımıyla yapılmıştır. WinBUGS'da herhangi bir önsel yoğunluk fonksiyonu ya da olabilirlik fonksiyonunun açık gösterimine gerek olmadığı için, SV modellerinin bu program yardımıyla çözümlenmesi daha kolaydır. Programın en belirgin üstünlüğü modeldeki her türlü değişikliğin kolay bir biçimde gerçekleştirilebilmesidir. Ayrıca, WinBUGS programında modelin grafiksel gösteriminden yararlanılarak parametrelerin tam koşullu dağılımları elde edilebilir. Bu program, her bir tam koşullu dağılıma ilişkin en iyi örnekleme yöntemini seçen bir sistem içermektedir. Programın eksik kalan tarafı ise yakınsamaların yavaş gerçekleşmesidir. Yakınsamadaki yavaşlık ise Gibbs örnekleme algoritmasının yapısından kaynaklanmaktadır. SV modelinin Bayesci çözümlemesinde kullanılan MCMC algoritmalarında art arda gelen durumlar arasında yüksek ilişkiler olduğundan yakınsama yavaş gerçekleşir [5].

Bu çalışmada amaç, SV modellerinin Bayesci çözümlemesi üzerinde durmak ve finansal zaman serileri üzerinde yöntemin bir uygulamasını sunmaktır. Yöntemin uygulaması WinBUGS programı kullanılarak yapılmıştır.

2. Olasılıksal Oynaklık Modelinin Bayesci Çözümlemesi

SV modelinde parametre tahminlerinin elde edilmesinde kullanılan genel Bayesci yaklaşım, Meyer ve Yu (2000) tarafından ele alınmış ve çalışmada SV modelinin döviz kuru serileri üzerindeki uygulaması sunulmuştur. Modelde x_t, döviz kuru serisini, y_t ise günlük ortalama kar serisini göstermektedir. Buna göre, y_t serisi aşağıdaki dönüşüm ile tanımlanabilir [5].

$$y_t = \log x_t - \log x_{t-1} - \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}(\log x_t - \log x_{t-1}), \quad t = 1,\dots,n \tag{1}$$

Bu verinin analizinde kullanılan SV modeli, bilinmeyen durumlar verildiğinde gözlemlerin koşullu dağılımını belirler. θ_t ile gösterilen gizli oynaklık terimi, bilinmeyen durumları ifade eder ve model aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$y_t | \theta_t = \exp\left(\frac{1}{2}\theta_t\right)u_t \quad u_t \overset{\text{i.i.d}}{\sim} N(0,1), \quad t = 1,\dots,n \tag{2}$$

Bilinmeyen durumların zamana göre bir Markov geçisi gösterdiği kabul edilirse aşağıdaki durum eşitlikleri yazılabilir:

$$\theta_t | \theta_{t-1}, \mu, \phi, \tau^2 = \mu + \phi(\theta_{t-1} - \mu) + \upsilon_t, \quad \upsilon_t \overset{\text{i.i.d}}{\sim} N(0,\tau^2), \quad t = 1,\dots,n \tag{3}$$

Burada $\theta_0 \sim N(\mu, \tau^2)$ olarak tanımlanmaktadır. θ_t, t'inci gündeki oynaklık miktarını, ϕ, $-1 < \phi < 1$ ise verilerin karesinin logaritmasındaki mevcut otokorelasyonu ölçer.

Böylece ϕ, oynaklıktaki değişmezliği; sabit ölçek katsayısı $\beta = \exp(\mu/2)$, en sık görülen oynaklığı (model oynaklığı) ve τ, log-oynaklık'ların değişimini göstermektedir [5].

Bayesci çözümleme yapabilmek için bilinmeyenlerin bileşik önsel dağılımları ile gözlemlerin olabilirlik fonksiyonuna ihtiyaç vardır. Burada μ, ϕ, τ^2 parametreler, $\theta_0, \theta_1, ..., \theta_n$ bilinmeyen durumlar ve $y_1, y_2, ..., y_n$ gözlemler olarak gösterilir. SV modelinde Bayesci çıkarsamalar bilinmeyenler olarak tanımlanan $\mu, \phi, \tau^2, \theta_0, \theta_1, ..., \theta_n$'in sonsal dağılımlarına dayanmaktadır. Bilinmeyenlerin bileşik önsel dağılım fonksiyonu aşağıdaki gibi ifade edilebilir [5]:

$$P(\mu, \phi, \tau^2, \theta_0, ..., \theta_n) = P(\mu, \phi, \tau^2) P(\theta_0 | \mu, \tau^2) \prod_{t=1}^{n} P(\theta_t | \theta_{t-1}, \mu, \phi, \tau^2) \tag{4}$$

Burada μ, ϕ, τ^2 parametrelerinin önsel olarak bağımsız olduğu kabul edilmektedir. μ için N(0,10) önsel dağılımı kullanılmıştır. $\phi = 2\phi^* - 1$ olarak alınmış ve ϕ^* için $\alpha - 20$ ve $\beta - 1,5$ parametreleri ile bir Beta önsel dağılımı tanımlanmıştır. τ^2 için önsel dağılım $IG(2,5; 0,025)$ olan eşlenik ters Gamma olarak alınmıştır [5, 6]. $P(\theta_t | \theta_{t-1}, \mu, \phi, \tau^2)$ dağılımı ise Eşt.(3)'ten yararlanılarak tanımlanır. Olabilirlik fonksiyonu $P(y_1, ..., y_n | \mu, \phi, \tau^2, \theta_0, ..., \theta_n)$, koşullu bağımsızlık varsayımı altında aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$P(y_1, ..., y_n | \mu, \phi, \tau^2, \theta_0, ..., \theta_n) = \prod_{t=1}^{n} P(y_t | \theta_t) \tag{5}$$

Önsel dağılım ve olabilirlik fonksiyonu yardımıyla bileşik sonsal dağılım aşağıdaki gibi elde edilebilir [5]:

$$P(\mu, \phi, \tau^2, \theta_0, ..., \theta_n | y_1, ..., y_n) \propto P(\mu) P(\phi) P(\tau^2) P(\theta_0 | \mu, \tau^2) \prod_{t=1}^{n} P(\theta_t | \theta_{t-1}, \mu, \phi, \tau^2) \times \prod_{t=1}^{n} P(y_t | \theta_t) \tag{6}$$

Bayesci çıkarsamalarda en çok karşılaşılan zorluk, bilinmeyenlerin marjinal sonsal dağılımlarını elde etmek için yüksek boyutlu integrallerin kullanılmasıdır. Bu yüksek boyutlu integralleri hesaplamak için MCMC yöntemleri kullanılır. Bu çalışmada, Eşt.(6) ile verilen bileşik sonsal dağılımdan her bir bilinmeyenin marjinal sonsal dağılımına ulaşmak için bir MCMC yöntemi olan Gibbs örnekleme algoritması kullanılmıştır. Bu algoritma ile bilinmeyenlerin marjinal sonsal dağılımlarının tahminleri, tam koşullu dağılımlardan örneklem çekerek bulunabilir [7].Gibbs örnekleme algoritması, Eşt.(6) ile verilen bileşik sonsal dağılımdan bir örneklem üretmek için her bir bilinmeyene ilişkin tam koşullu dağılımdan iteratif olarak örneklem çeker. Bu koşullu dağılımlardan örneklem çekmek karmaşık bileşik sonsal dağılımlardan örneklem çekmeye göre daha basittir ve tam koşullu dağılımlar genellikle normal dağılım, ters χ^2 dağılımı gibi bilinen biçimlere sahiptir [8,9].

Olasılıksal oynaklık modelinde, bilinmeyenlerin tam koşullu dağılımları yukarıda bahsedildiği gibi kabul edilirse [6], bileşik sonsal dağılımdan örneklem çekmek için kullanılan Gibbs örnekleme algoritmasının genel adımları aşağıdaki gibi verilebilir.

1. $\theta_0,\ldots,\theta_n,\phi,\tau^2,\mu$ için başlangıç değerleri belirlenir.

2. $\theta_t|\theta_{t-1},y,\phi,\tau^2,\mu \quad t=1,\ldots,n$ dağılımından θ_t çekilir.

3. $\tau^2|y,\theta_0,\ldots,\theta_n,\phi,\mu$ dağılımından τ^2 çekilir.

4. $\phi|\theta_0,\ldots,\theta_n,\mu,\tau^2$ dağılımından ϕ çekilir.

5. $\mu|\theta_0,\ldots,\theta_n,\phi,\tau^2$'den μ çekilir.

6. Adım 2'ye dönülür.

Yakınsama gerçekleşinceye kadar iterasyonlara devam edilir [6].

WinBUGS, tüm bilinmeyenlerin tam koşullu dağılımlarını oluşturmak için modelin gösterimini 'yönlendirilmiş devirsiz grafik / directed acyclic graph / DAG' ile gerçekleştirir ve tam koşullu dağılımlardan örneklem çekmek için Gibbs örnekleme algoritması, 'uyarlamalı red / adaptive rejection / AR' gibi güvenilir örnekleme yöntemleri kullanır. İlk olarak tam koşullu dağılımlar, bu çalışmada üzerinde durulduğu gibi, analitik olarak bilinen bir dağılıma dönüştürülebiliyor ise WinBUGS, örneklem çekmek için Gibbs örnekleme algoritmasından yararlanır. Bilinen bir yapı elde edilemez ise yoğunluk fonksiyonunun log-konkav bir yapıya dönüştürülüp dönüştürülemediği kontrol edilir. Log-konkav bir yapı elde edilir ise 'uyarlamalı red / adaptive rejection / AR' örneklemesi kullanılır. Yoğunluk fonksiyonu log-konkav değilse WinBUGS, örneklem çekmek için bir Metropolis-Hastings (MH) adımı kullanır [5, 10].

3. MCMC Yöntemlerinde Yakınsamanın Belirlenmesi

MCMC yöntemlerinde incelenmesi gereken önemli bir nokta, çekilen örneklemlerin sonsal dağılıma yakınsayıp yakınsamadığının belirlenmesidir. Kuramsal olarak $n \to \infty$ olduğunda yakınsamanın gerçekleşeceği söylenir, ancak uygulamada yakınsamanın gerçekleşeceği iterasyon sayısının belirlenmesi gerekir. Yakınsama gerçekleştikten sonra, ilgilenilen parametrelerin sonsal dağılımlarından yaklaşık örneklemler üretmek için iterasyonlara devam edilir. Yakınsama hızı, koşullu dağılımların karmaşıklığına bağlıdır. Yakınsamanın belirlenmesinde kullanılan birçok yöntem vardır. Zincir otokorelasyonlarının incelenmesi bu yöntemlerden biridir. Otokorelasyon katsayıları, her bir parametre zinciri için ilişki miktarının belirlenmesinde kullanılır. Yakınsama problemi bulunmayan zincirler için otokorelasyon katsayılarının küçük olması beklenir [11].

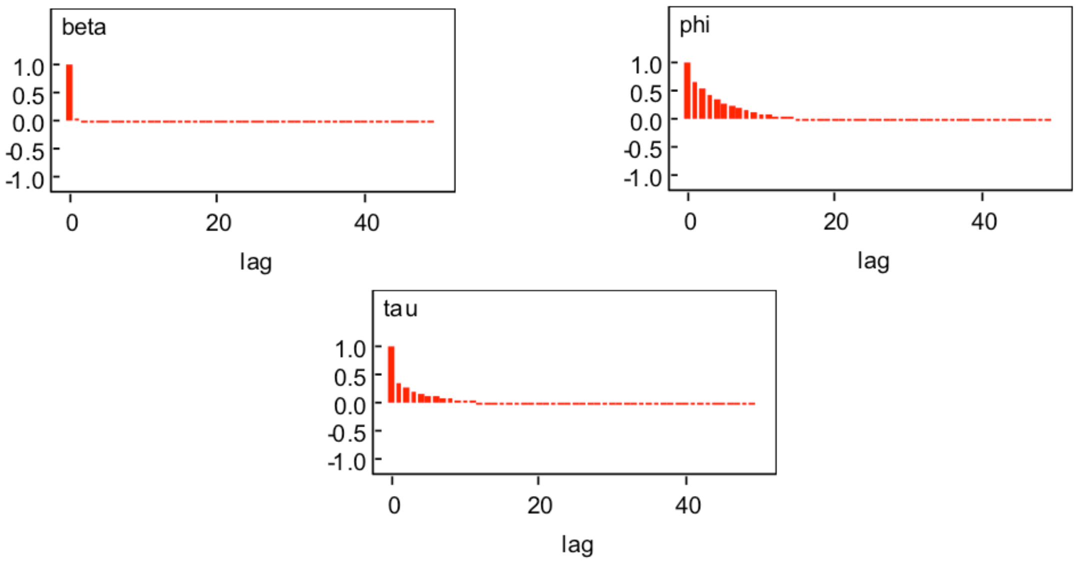
Yakınsamanın belirlenmesinde kullanılan diğer bir yöntem Raftery ve Lewis tarafından önerilmiştir. Bu yöntemde, zincir otokorelasyonunun bir fonksiyonu olan seyreltme oranı (thin), yakınsama gerçekleşene kadar geçmesi gereken iterasyon sayısı (burn-in), güvenilir tahminler elde etmek için gerekli toplam iterasyon sayısı (N) ve zincirdeki noktaların aynı dağılımlı ve bağımsız olması için gerekli minimum iterasyon sayısı (Nmin) hesaplanır. Bu yöntemde ayrıca "I istatistiği" adı verilen $I = N/N\min$ oranı hesaplanır. Bu istatistiğin değerinin 5'ten büyük olması zincirde yakınsama sorununun olduğuna işaret eder [12].

Geweke tarafından da yakınsamanın belirlenmesi için bazı yöntemler önerilmiştir. Bu yöntemlerin ilkinde, örneklemin baştan %10 ile sondan %50'sinin ortalamaları karşılaştırılır ve ortalamalar eşitse yakınsama probleminin olmadığı kabul edilir. Önerilen diğer bir yöntemde sayısal standart hatalar ve oransal sayısal etkinlikler hesaplanır. Bu değerler örneklemin farklı yüzdeliklerine bağlı olarak tahmin edildiğinde bu tahminler arasında önemli farkların olması, otokorelasyonların büyük olduğuna, dolayısıyla yakınsama probleminin olduğuna işaret eder [13].

4. Uygulama

Bu bölümde, SV modelinin Bayesci çözümlemesini uygulamak amacıyla Ocak 1999/Nisan 2009 ayları arasındaki aylık Euro/TL ve Dolar/TL döviz oranları serileri ele alınmıştır. Çözümlemeler, serilerin logaritması alınarak gerçekleştirilmiştir. Serilere ilişkin SV modelinin Bayesci çözümlemesi WinBUGS programı yardımıyla, bu serilerin yakınsama durumlarının değerlendirilmesi ise MATLAB programı için geliştirilmiş 'Econometric Toolbox (LESAGE 1999)' da yer alan 'coda' fonksiyonu ile gerçekleştirilmiştir [14]. İlk olarak, Euro/TL serisi ele alınmış ve bir önceki bölümde açıklanan yakınsama ölçütleri doğrultusunda n=124 birimlik seriden ϕ, β, τ parametrelerinin güvenilir tahminlerine ulaşmak için gerekli olan iterasyon sayısı 200.000, burn-in 100 ve seyreltme oranı 5 olarak belirlenmiştir. Bilinmeyenler için uygun önsel dağılımlar ve uygun başlangıç değerlerinin belirlenmesinden dolayı serinin yakınsaması hızlı bir şekilde gerçekleşmiştir. Bu yakınsama hızı aynı zamanda koşullu dağılımların karmaşık bir yapıda olmamasından kaynaklanmaktadır. 'Coda' fonksiyonu ile belirlenen sonuçlar doğrultusunda elde edilen yeni seri tekrar değerlendirildiğinde, Raftery-Lewis ölçütlerinden I değeri tüm parametreler için 1,049 olarak hesaplanmış ve bu değer 5'ten küçük olduğu için parametre zincirlerinin yakınsama gösterdiği saptanmıştır. Ayrıca, seyreltme oranının 1 olması zincirlerde art arda gelen iki gözlem arasında ilişki olmadığına işaret etmektedir. Bir başka ifade ile, elde edilen parametre zincirlerinde orokorelasyon sorunu ortadan kalkmıştır. Zincirlerde otokorelasyon sorunu olmadığı aşağıdaki grafiklerden yararlanarak da gözlemlenebilir.

Geweke testine göre, parametre zincirlerinin baştan %10 ve sondan %50'lik kısımlarının ortalamaları alınarak durağanlığa ulaşıp ulaşmadığı araştırılacak olunursa Tablo 1'deki sonuçlara ulaşılır.



Şekil 1. Euro/TL serisi için parametre zincirlerine ilişkin otokorelasyon fonksiyonlarının grafikleri (burn-in=100).

Tablo 1. Euro/TL serisi için parametre zincirlerinin Geweke testi sonuçları

	Ki-kare p değeri		
Yüzdelik	β	ϕ	τ
%4	0,160142	0,480305	0,377679
%8	0,115626	0,467867	0,356181
%15	0,072133	0,433451	0,337174

Buna göre,

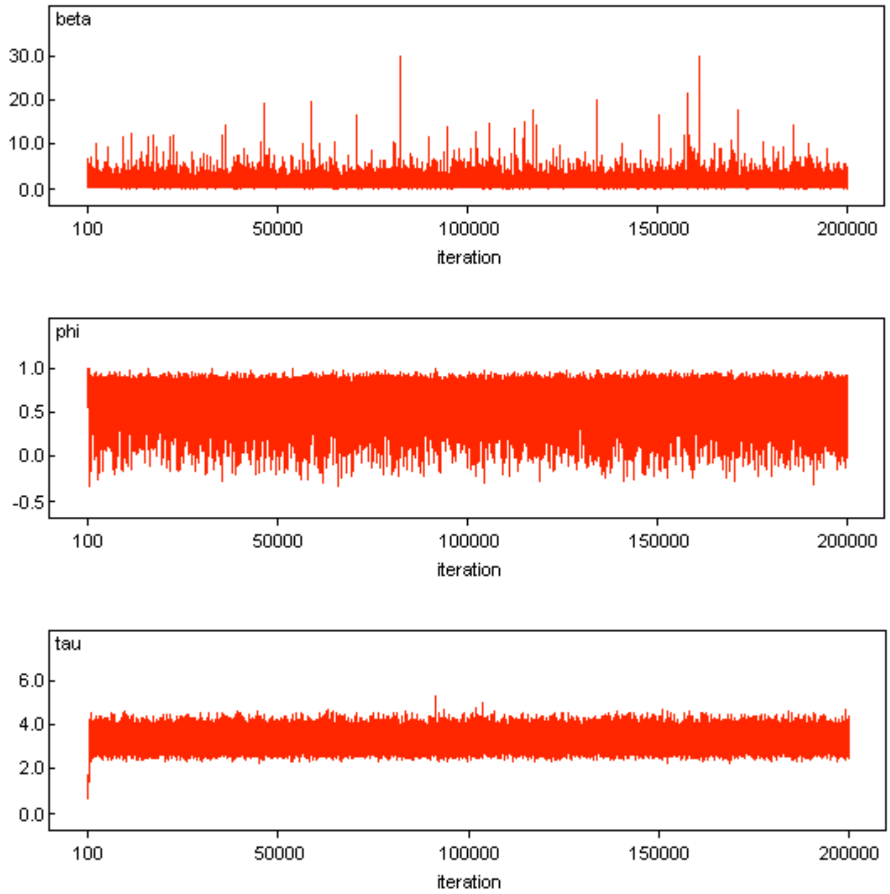
$$H_0 : \mu_{0,10} = \mu_{0,50}$$
$$H_1 : \mu_{0,10} \neq \mu_{0,50}$$

hipotezi için parametrelelerin p değerleri incelenecek olursa, tüm parametre zincirlerinin durağan olduğu α=0,05 yanılma olasılığı ile söylenebilir.

Parametre zincirlerinin yakınsama grafikleri aşağıdaki gibi elde edilmiştir.

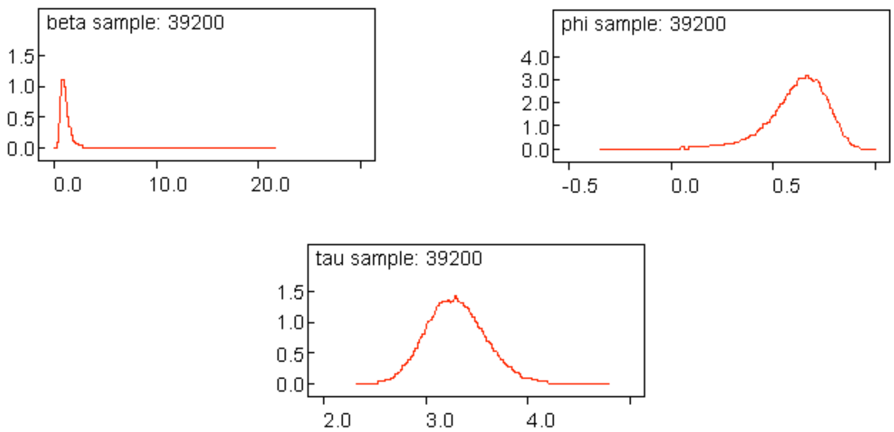
Şekil 2'ye göre, parametre zincirlerinde yakınsama problemi olmadığı, grafiklerin Geweke ile Raftery-Lewis test sonuçlarını desteklediği söylenebilir.

Gibbs örnekleme algoritması kullanılarak elde edilen parametre zincirlerinin sonsal olasılık yoğunluk fonksiyonlarına ilişkin grafikler Şekil 3'te verilmektedir.



Şekil 2. Euro/TL serisi için parametre zincirlerinin yakınsama grafikleri (burn-in =100).

Şekil 3'e göre SV modelinin parametrelerinden β'nın sonsal dağılımının sola çarpık, ϕ'nin sonsal dağılımının sağa çarpık, τ'nun sonsal dağılımının ise simetrik olduğu söylenebilir.



Şekil 3. Euro/TL serisi için parametre zincirlerinin sonsal olasılık yoğunluk fonksiyonlarının grafikleri.

Zincirlerde yakınsama sorunu olmadığından model için güvenilir tahminler elde edilebilir. Euro/TL döviz oranları serisinde ϕ,β,τ parametreleri için elde edilen özet istatistikler Tablo 2'de verilmiştir. Tabloda "ortalama" kolonu parametrelere ilişkin Bayesci tahminleri göstermektedir.

Tablo 2. Euro/TL serisi için parametre zincirlerinin özet istatistikleri

Parametre	Ortalama	Std.Sapma	Std.Hata	%2,5	Ortanca	%97,5
β	1,1260	0,5899	0,0031	0,4273	1,0090	2,5560
ϕ	0,6178	0,1512	0,0021	0,2374	0,6398	0,8442
τ	3,3000	0,2911	0,0030	2,7730	3,2880	3,9080

Özet istatistikler değerlendirildiğinde Euro/TL serisi için SV modelinde oynaklıktaki değişmezlik 0,6178, en sık görülen oynaklık 1,1260 ve oynaklığın değişimi 3,3 olarak hesaplanmıştır.

Dolar/TL döviz oranları serisi için de benzer hesaplamalar yapılmıştır. Bu seri için, n=124 birimlik veri kümesinde ϕ,β,τ parametreleri için 1.000.000 iterasyon yapılmış, ilk 1000 iterasyon çözümlemeden çıkartılmış ve seyreltme oranı 35 olarak alınmıştır. Bu durumda, Raftery-Lewis ölçütlerine göre tüm parametreler için I=2,272 olarak hesaplanmıştır yani parametre zincirleri yakınsama göstermektedir. Görüldüğü üzere, Euro/TL serisine göre Dolar/TL serisinde yakınsama çok daha yavaş bir şekilde gerçekleşmiş ve seyreltme oranı ancak 35 alındığında otokorelasyon sorunu olmayan bir zincir elde edilmiştir. Parametre zincirlerine ilişkin otokorelasyon ve yakınsama grafiklerinden, ayrıca Geweke test sonuçlarından da yakınsama sorunu olmadığı söylenebilir.

Dolar/TL döviz oranları serisinde ϕ,β,τ parametreleri için elde edilen özet istatistikler Tablo 3'de verilmiştir.

Tablo 3. Dolar/TL serisi için parametre zincirlerinin özet istatistikleri

Parametre	Ortalama	Std.Sapma	Std.Hata	%2,5	Ortanca	%97,5
β	0,6537	0,1669	0,003669	0,4122	0,6311	1,042
ϕ	0,9763	0,0312	0,000686	0,8856	0,9869	0,9988
τ	0,1387	0,04351	0,000955	0,07651	0,1311	0,244

Özet istatistikler değerlendirildiğinde Dolar/TL serisi için SV modelinde oynaklıktaki değişmezlik 0,9763, en sık görülen oynaklık 0,6537 ve oynaklığın değişimi 0,1387 olarak hesaplanmıştır.

5. Sonuç ve Tartışma

Finansal verileri modellemeye ve zaman içerisinde bu serilerin fiyatlarındaki riski ölçmeye yarayan ARCH / GARCH modellerine güçlü bir seçenek SV modelleridir. Bu modelde, varyans zamana göre olasılıksal değişim gösteren bir raslantı değişkeni olarak tanımlanmakta ve bu sayede finans verilerinin daha esnek, gerçekçi modellenmesi mümkün olmaktadır. Bayesci çözümleme ile de modelin parametrelerinin tahmin edilmesi sürecinde klasik yöntemlerde karşılaşılan sorunlara etkin çözümler getirilmiştir. Geliştirilen bilgisayar programları sayesinde bu Bayesci çözümlemeler kısa sürede ve kolay bir şekilde gerçekleştirilebilmektedir.

Çalışmada, Ocak 1999/Nisan 2009 ayları arasındaki aylık Euro/TL ve Dolar/TL döviz oranları serileri için SV modelleri oluşturulmuş ve WinBUGS ile bu modellerin Bayesci parametre tahminleri elde edilmiştir. Uygulama sonuçları değerlendirildiğinde, elde edilen parametre zincirlerinde yakınsama sorunu gözlenmediği için bu zincirler üzerinden parametre tahminlerine geçilmiştir. Bununla birlikte, Dolar/TL serisinde yakınsamanın yavaş olduğu görülmüştür. Raftery&Lewis ölçütlerine göre, seyreltme oranı ancak 35 olarak alındığında parametre zincirlerinde otokorelasyon sorununun çözüldüğü gözlenmiştir. Literatürde, yakınsamadaki yavaşlığı ortadan kaldırmak için log-oynaklıklardan farklı yollarla örneklem çekilmesi önerilmektedir. Örneğin, Shephard ve Pitt (1997), ard arda gelen log-oynaklık gruplarını örnekleyen bir Metropolis algoritması; Kim v.d (1998) ise tüm log-oynaklıkları aynı anda örnekleyen bir Monte Carlo algoritması ile bu sorunun ortadan kaldırılmasını önermişlerdir [6].

Euro/TL modeli için oynaklıktaki değişmezlik 0,6178, Dolar/TL modeli için ise 0,9763 olarak hesaplanmıştır. Genel olarak uygulamada oynaklıkdaki değişmezliğin ‘1’ değerine yakın olması istenir. Değer 1’e ne kadar yakın ise serinin piyasalardaki ani çıkış ve düşüşlere o kadar dirençli olduğu söylenebilir. Dolar/TL serisi için kurulan modelde oynaklığın değişmezliği daha büyük olduğu için bu serinin piyasadaki değişimlere karşı daha dirençli olduğu, bir başka ifade ile bu yatırım aracının daha az riskli olduğu söylenebilir.

Bir yatırımcı, amaçları doğrultusunda riskli ama getirisi yüksek olan ya da daha az riskli ancak getirisi de aynı biçimde daha düşük olan yatırım aracından hangisini tercih edeceğine SV modelinde yer alan en sık görülen oynaklık ve oynaklığın değişimi parametrelerini baz alarak karar verebilir. Sonuç olarak, iki farklı yatırım aracından hangisinin daha riskli olduğuna bu değerler yardımı ile karar verilebilir. Euro/TL serisi için en sık görülen oynaklık 1,1260 ve oynaklıktaki değişim 3,3; Dolar/TL serisi için ise bu değerler sırasıyla 0,6537 ve 0,1387 olarak bulunmuştur. Euro/TL serisi, Dolar/TL serisine göre daha fazla kazandırmaktadır ancak bu yatırım aracının kazancı ile doğru orantılı olarak riski de daha fazladır.

Finans verilerinin çoğunda değişen varyanslılık sorunu yer almaktadır ve genelde bu verilerde oynaklık kümelerinin varlığı gözlenmektedir. Dolayısıyla verilerin analizinde mevcut oynaklığın doğru olarak modellenmesi ve elde edilen modelden güvenilir tahminlere ulaşılması çok önemlidir. Bu nedenle çalışmada son zamanlarda literatürde geniş bir yer tutan SV modelleri ve bu modellerin Bayesci çözümlemesi bir uygulama üzerinden sunulmuştur.

Kaynaklar

[1] Özkan P., 2004. Analysis of Stochastic and Non-Stochastic Volatility Models, MSc Thesis, Graduate School of Natural and Applied Sciences, Middle East Technical University, Ankara, p. 78.
[2] Broto C., Ruiz E., 2004. Estimation Methods for Stochastic Volatility Models: A Survey, *Journal of Economic Surveys*, 18 (5): 613-649.
[3] Jacquier E., Polson N.G., Rossi P.E., 1994. Bayesian Analysis of Stochastic Volatility Models, *Journal of Business & Econometric Statistics*, 12 (4): 371-389.
[4] Shephard N., 2005. Stochastic Volatility, *Oxford University Press*, New York, p. 525.
[5] Meyer R., Yu J., 2000. BUGS for a Bayesian Analysis of Stochastic Volatility Models, *The Econometrics Journal*, 3 (2): 198-215.
[6] Kim S., Shephard N., Chib S., 1998. Stochastic volatility: Likelihood inference and comparison with ARCH models, *Review of Economic Studies,* 65 (3): 361-393.
[7] Gelfand A., Smith A.F.M., 1990. Sampling-Based Approaches to Calculating Marginal Densities, *Journal of the American Statistical Association,* 85 (410): 398-409.
[8] Gilks W.R., Richardson S., Spiegelhalter D.J., 1996. Markov Chain Monte Carlo in Practice, *Chapman and Hall*, London, p. 486.
[9] Walsh B., 2002. Markov Chain Monte Carlo and Gibbs Sampling, lecture notes for EEB 596z, http://nitro.biosci.arizona.edu/courses/EEB596/handouts/gibbs.pdf (Erişim Tarihi : Mart 2005)
[10] Aktaş A.M., 2008. Bayesci Olasılıksal Oynaklık Modelleri, Bilim Uzmanlığı Tezi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Hacettepe Üniversitesi, Ankara, s. 63.
[11] Gamerman D., 1997. Markov Chain Monte Carlo Stochastic Simulation for Bayesian Inference, *Chapman and Hall*, London, p. 245.
[12] Raftery A.E., Lewis S., 1995. The Number of Iterations, Convergence Diagnostics and Generic Metropolis Algorithms, pp. 115-130, In: Practical Markov Chain Monte Carlo, (Eds.: Gilks W.R., Spiegelhalter D.J. & Richardson S.), Chapman and Hall, London, p.486
[13] Geweke J., 1992. Evaluating the Accuracy of Sampling-Based Approaches to the Calculation of Posterior Moments, pp. 169-193, In: Bayesian Statistics 4, (Eds.: Bernardo J.M., Berger J.O. & Smith A.F.M.), Oxford University Press, Oxford, UK, p. 859.
[14] LeSage J.P., 1999. *Applied Econometrics Using MATLAB*, http://www.spatial-econometrics.com/html/mbook.pdf (Erişim Tarihi: Haziran 2005)

Yasemin Kayhan Atılgan e-posta: ykayhan@hacettepe.edu.tr
Süleyman Günay e-posta: sgunay@hacettepe.edu.tr