

**Atf İçin:** Nutku F, Gökşin S, 2021. Aperiodyk Dizilişli Dielektrik Tabakalarda Işığın Yayılması. İğdır Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi, 11(3): 1928-1938.

**To Cite:** Nutku F, Gökşin S, 2021. Propagation of Light in Aperiodic Array Dielectric Layers. İğdır Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi, 11(3): 1928-1938.

## **Aperiodyk Dizilişli Dielektrik Tabakalarda Işığın Yayılması**

Ferhat NUTKU<sup>1\*</sup>, Sakine GÖKŞİN<sup>2</sup>

**ÖZET:** Bu çalışmada, düzlemsel GaAs ve AlAs yarıiletken tabakaların farklı aperiodyk dizilişlerde dalga boyuna bağlı yansıtma spektrumları ve monokromatik ışığın gelme açısına bağlı olarak değişen yansıtma spektrumları TE ve TM polarize uyarımlar için incelenmiştir. Fibonacci, Thue-Morse ve Rudin-Shapiro diziliş kurallarına uygun olarak oluşturulan aperiodyk yapılar için elde edilen sonuçlar ile periyodik yapının sonucu karşılaştırılmıştır. Farklı tipte aperiodyk yapıların, periyodik yapılara kıyasla çeşitli uygulamalarda sağlayabileceği avantajlar tartışılmıştır. Aperiodyk dizilişli yapıların, dar bantlı yansıtma filtresi ve birden fazla dalga boyunda seçici filtre tasarımında kullanılabileceği gösterilmiştir. İncelenen aperiodyk diziliş tiplerinden biri olan yüksek mertebeli Rudin-Shapiro dizilişlerinin çok yönlü, polarizasyondan bağımsız ayna üretimi için uygun olduğu gösterilmiştir.

**Anahtar Kelimeler:** Aperiodyk yapılar, çok yönlü yansıma, çok katmanlı dielektrikler, Fibonacci dizisi.

### **Propagation of Light in Aperiodic Array Dielectric Layers**

**ABSTRACT:** In this study, the wavelength-dependent reflection spectra of the planar GaAs and AlAs semiconductor layers in different aperiodic arrays and the reflection spectra varying depending on the angle of incidence of monochromatic light were investigated for TE and TM polarized excitations. The results obtained for the periodic structures were compared with the results obtained for the periodic structures created in accordance with the Fibonacci, Thue-Morse and Rudin-Shapiro sequence rules. The advantages that different types of aperiodic structures can provide in various applications compared to periodic structures are discussed. It has been shown that aperiodic array structures can be used in narrow band reflection filter and multiple wavelength selective filter design. High-order Rudin-Shapiro sequences, which are one of the examined types of aperiodic arrangement, have been shown to be suitable for an omnidirectional, polarization independent mirror production.

**Keywords:** Aperiodic structures, omnidirectional reflection, dielectric multilayers, Fibonacci sequence

<sup>1</sup> Ferhat NUTKU ([Orcid ID: 0000-0002-2052-4894](https://orcid.org/0000-0002-2052-4894)), İstanbul Üniversitesi, Fen Fakültesi, Fizik Bölümü, Katıhal Fizik Anabilim Dalı, İstanbul, Türkiye

<sup>2</sup> Sakine GÖKŞİN ([Orcid ID: 0000-0003-3321-3523](https://orcid.org/0000-0003-3321-3523)), İstanbul Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul, Türkiye

**\*Sorumlu Yazar/Corresponding Author:** Ferhat NUTKU, e-mail: fnutku@istanbul.edu.tr

Bu çalışma Sakine GÖKŞİN'in Yüksek Lisans tezinden üretilmiştir.

Makale 6 Eylül 2019 tarihinde İstanbul'da düzenlenen "21. Ulusal Optik, Elektro-Optik ve Fotonik Çalıştayı'nda" poster olarak sunulmuştur.

## GİRİŞ

Belirli bir deterministik kurala göre dizilmiş çok sayıda katmandan oluşan aperiodyk yapılar, periyodik olanlara kıyasla avantajlı optik özellikleri ve tasarım esnekliklerinden dolayı son yıllarda araştırmacıların gözdesi haline gelmiştir. Dielektrik ince film tabakaların aperiodyk dizilişleri, periyodik dizilişte olduğu gibi kendi içinde uzun mesafede bir düzen sergiler. Aperiodyk yapılar bu bakımdan amorf malzemelerden oldukça farklıdır. Sadece kısa mesafede amorf yapılarla korelasyon gösterirler. Aperiodyk yapılar, periyodik sistemlerde görülmeyen kendilerine özgü karakteristik özelliklere sahiptirler. Çoğu durumda, bu karakteristik özellikler, periyodik emsallerine kıyasla gelişmiş optik özelliklere yol açar (Maciá, 2012; Albuquerque ve Cottam, 2003). Aperiodyk dizilişle üretilmiş dielektrik tabakalı yapılara örnek olarak çok yönlü aynalar (Nguyen ve ark., 2010; Lusk ve ark., 2001), dalgakılavuzları (Hiltunen ve ark., 2007), optik haberleşme sistemlerinde kullanılan optik filtreler (Golmohammadi ve Rostami, 2010), işaretlemesiz (label-free) biyosensörler (Boriskina ve Dal Negro, 2008) verilebilir.

Aperiodyk yapılar iki farklı yöntem kullanılarak üretilebilir. Bunlardan biri yerine koyma kuralına, diğeri ise fraktal desen oluşturmaya dayalı yöntemdir. Bu yöntemlere sırasıyla Fibonacci (F) ve Cantor yapıları örnek verilebilir. Bu yapıların dalga boyuna bağlı geçirgenlik spektrumlarının birbirlerine benzer desenler sergiledikleri gösterilmiştir (Sibilia ve ark., 1998). Aperiodyk yapılar *kendine benzeyen* (self-similar) ve *kendine benzemeyen* (non-self-similar) olmak üzere iki geniş kategoriye göre sınıflandırılabilir (Maciá, 2006). Yerine koyma kuralı ile üretilen aperiodyk dizilişli tüm sistemler kendine benzeyen sınıfa aittir.

Aperiodik çok tabakalı dielektrik yapıların temel özelliği, optik geçirgenlik spektrumlarında fotonik bant aralıklarının (FBA'nın) olmasıdır. Fotonik bant aralığındaki frekanslarda ışık yapı içerisinde yayılamaz ve geri yönde yansıtılır. Yansıtılan her bir frekans bir optik iletişim sisteminde durdurma (stopband) filtresi olarak işlev görür. Optik yansıtma spektrumundan yararlanarak aperiodik bir dielektrik dizilişin fotonik bant aralığı belirlenebilir. Böyle bir yapıya ait yansıtma spektrumundaki tepeler fotonik bant aralığındaki frekansları verir. Kırılma indisinin periyodik olarak değiştiği kırınım ağlarında, yansıtıcı bant filtresi gibi davranan tek bir durdurma bandı vardır. Optik haberleşme için gerekli olan yoğun dalga boyu bölmeli çoklama (Dense Wavelength Division Multiplexing-DWDM) sistemlerindeki filtreler, her bir frekans için kademelendirme gerektirdiğinden dolayı yapının nihai kalınlığı artmaktadır. Tek-bantlı optik filtreler dizisi yerine, çok-bantlı optik filtre kullanımı yapı içindeki filtre sayısını azaltacaktır. Fibonacci yapılarının, optik iletişim sistemlerinde, DWDM filtreleri ve kanal çoklayıcı/birleştirici (Multiplexing / Demultiplexing-Mux / Dmux) olarak kullanılmalarının periyodik emsallerine kıyasla daha uygun olduğu literatürde gösterilmiştir (Golmohammadi ve Rostami, 2010).

Aperiodik dielektrik tabakaların ard arda dizilmesine dayanan aynalar, fotonik ve optoelektronik teknolojisinde farklı uygulamalarda kullanılmaktadır. Genellikle bu aynalar, yüksek kırılma indisi kontrastına sahip iki farklı malzemenin ince filmler halinde büyütülmesi ile üretilir. İnce film sayısı, film kalınlığı ve farklı tabaka diziliş kuralları kullanılarak yansıtmanın maksimum olduğu dalga boyu ve bant genişliği doğru ve hassas bir şekilde kontrol edilebilir. Böylelikle yüksek yansıtma değerlerine sahip, çok yönlü (omnidirectional) yani ışığı herhangi bir polarizasyonda, herhangi bir açıda ve geniş bir dalga boyu aralığında yansıtılabilen aynalar elde etmek mümkündür. Aslında, uygun koşullar altında, bir boyutlu periyodik çok tabakalı yapılar, herhangi bir polarizasyondaki ışığı tüm geliş açılarında yansıtabilirler (Fink, 1998). Ancak tüm yansıtma koşulları uygun bir şekilde yerine getirilse dahi, periyodik çok tabakalı yapılar için temel modda yalnızca bir adet tam FBA mevcuttur. Bu sınırlama,

aperiodik çok tabakalı yapılar için geçerli değildir. Böylece, daha önce Fibonacci çok katmanlı yapılarda (Gellermann ve ark., 1994) gözlemlenen FBA'lara benzer şekilde, Thue-Morse (TM) diziliş kuralına göre oluşturulan  $Si/SiO_2$  (Dal Negro ve ark., 2004) ve  $TiO_2/SiO_2$  (Kroon ve ark., 2002) ince filmler içeren yapılarda da çok yönlü FBA'ların varlığı deneysel olarak gösterilmiştir.

Aperiodyk fotonik yapılardaki kritik modlar kullanılarak hassas doğrudan ölçüm yapılabilen işaretlemesiz (label-free) biyosensörler yapmak mümkündür. Literatürde, işaretlemesiz biyosensör üretimi için Rudin-Shapiro (RS) yapısının kullanımı önerilmiştir (Boriskina ve Dal Negro, 2008).

Bu çalışmada Fibonacci, Thue-Morse ve Rudin-Shapiro diziliş kurallarına sahip dielektrik aperiodyk yapılar, iki farklı yarıiletken tabakanın yerine koyma kurallarının uygulanmasıyla elde edilmiştir. Örnek olarak GaAs ve AlAs yarıiletken ince filmlerin farklı aperiodyk dizilişlere uygun olacak şekilde bir boyutta tekrarlanması sonucu oluşturulan yapılar kullanılmıştır. Bu yapıların dalga boyuna ve monokromatik ışığın gelme açısına bağlı yansıtma spektrumları transfer matris metodu kullanılarak hesaplanmıştır.

## MATERYAL VE METOT

İncelenen yapılar GaAs (A) ve AlAs (B) yarıiletken dielektrik tabakalardan oluşmaktadır. Hesaplamalar  $1.1 \mu m - 1.5 \mu m$  dalga boyu aralığında yapılmıştır. Merkez dalga boyu  $1.3 \mu m$  seçilmiştir ve bu dalga boyunda GaAs ve AlAs'ın kırılma indisi değerleri sırasıyla  $n_{GaAs} = 3.4059$  ve  $n_{AlAs} = 2.9086$  olarak alınmıştır. İncelenen düzlemsel çok tabakalı dielektrik yapıların (Thue-Morse hariç) kalınlıkları  $n_A d_A = n_B d_B$  koşulunu sağlayacak şekilde  $d_A = \lambda_0/4n_A$  ve  $d_B = \lambda_0/4n_B$  olarak seçilmiştir. Thue-Morse yapısında ise  $\bar{n} = (n_{GaAs} + n_{AlAs})/2$  olmak üzere  $d_A = d_B = \lambda_0/4\bar{n} = 0.103 \mu m$  seçilmiştir. Burada A ve B sırasıyla GaAs ve AlAs tabakalarını temsil etmektedir.  $\lambda_0$  merkez dalga boyu ve  $\bar{n}$  yapının ortalama kırılma indisidir.

Oluşturulan aperiodyk dizilişlerin, yansıtma spektrumuna etkisini daha net gösterebilmek için kırılma indisinin dalga boyuna bağlılığı (dispersiyon) ihmal edilmiş ve kırılma indisi sabit alınmıştır. Ayrıca incelenen dalga boyu aralığına karşılık gelen enerji, GaAs ve AlAs malzemelerinin bant aralıklarından düşük olduğu için absorpsiyon yoktur ve kırılma indislerinin sanal kısımları sıfırdır.

Aperiodyk yapılar ile karşılaştırma için kullanılan periyodik yapı, kalınlığı  $d_{GaAs} = 0.0954 \mu m$  olan GaAs tabakası ile  $d_{AlAs} = 0.1117 \mu m$  olan AlAs tabakasının 80 periyot tekrarlanması ile oluşturulmuştur. Toplam tabaka kalınlığı  $L = 16.573 \mu m$ 'dir. İncelenen aperiodyk yapıların diziliş kuralları ve matematiksel özellikleri aşağıda kısaca özetlenmiştir.

### 1 Boyutta Fibonacci Dizilişi

Fibonacci dizisi, her elemanın kendinden önceki iki elemanın toplanması sonucu elde edilen bir sayı dizisidir.  $n$ . Fibonacci sayısı  $F_n$  ile gösterilir ve Fibonacci dizinin ilk iki elemanı  $F_0 = 1$ ,  $F_1 = 1$  olarak alınırsa dizinin elemanları  $\{1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89 \dots\}$  şeklinde olur. Fibonacci dizisinin genel terimi;  $F_0 = 1$ ,  $F_1 = 1$ ,  $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$  ( $n > 1$ ) şeklindedir. Fibonacci dizisinde yer alan bir eleman kendinden bir önceki elemana bölündüğünde,  $n$  arttıkça altın orana yaklaşılır.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{F_n}{F_{n-1}} = \varphi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = 1.618 \quad (1)$$

Farklı kırılma indisine sahip dielektrik maddelerin ( $n_A \neq n_B$ ) Fibonacci dizisine uygun olarak sıralanmasıyla toplam tabaka sayısı  $N$ , Fibonacci sayı dizisine eşit olan aperiodyk yapılar elde edilir. Bu dizilişteki ilk iki mertebeye  $F_0 = B$ ,  $F_1 = A$  olarak alınır ve  $A \rightarrow AB$ ,  $B \rightarrow A$  şeklinde yerleştirme kuralları uygulanırsa elde edilen yapıların mertebelerine ait tabaka sayıları ve tabaka sıralamaları Çizelge 1'deki gibi olur.

**Çizelge 1.** Fibonnacci dizilişinin ilk 7 mertebesine ait tabaka sıralamaları ve tabaka sayıları.

Mertebe	Sıralama	N
$F_0$	B	1
$F_1$	A	1
$F_2$	AB	2
$F_3$	ABA	3
$F_4$	ABAAB	5
$F_5$	ABAABABA	8
$F_6$	ABAABABAABAAB	13

Fibonacci dizilişinde A ve B tabakalarının sayılarının, toplam tabaka sayısına oranı (tabaka frekansı)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{v_A}{v_B} = \frac{1}{\varphi}$  ve  $v_B = 1/\varphi^2$  dir. A tabaka frekansının B tabaka frekansına oranı  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{v_A}{v_B} = \varphi$ 'e eşittir ( $v_A/v_B = \varphi$ ). Fibonacci dizilişinin  $n$ . mertebesini ( $F_n$  'i) oluşturan A ve B tabakalarının sayıları sırasıyla  $F_{n-1}$  ve  $F_{n-2}$  mertebelerindeki toplam tabaka sayısına eşittir. Bu dizilişte iki B tabakası yan yana yer almaz ve A tabakaları tarafından izole edilmişlerdir.

### 1 Boyutta Thue-Morse Dizilişi

Thue-Morse dizilişini elde etmek için  $A \rightarrow AB, B \rightarrow BA$  yerleştirme kuralları uygulanırsa Çizelge 2'de verilen ilk 6 mertebeye ait dizilişler elde edilir. Thue-Morse dizilişinde A ve B tabakalarının frekansı  $v_A = v_B = 1/2$  dir. Yani her mertebede A ve B tabakalarının sayıları birbirlerine eşittir ve bu dizilişte iki B tabakası ard arda yer alabilir.

**Çizelge 2.** Thue-Morse dizilişinin ilk 6 mertebesine ait tabaka sıralamaları ve tabaka sayıları.

Mertebe	Sıralama	N
$TM_0$	A	1
$TM_1$	AB	2
$TM_2$	ABBA	4
$TM_3$	ABBABAAB	8
$TM_4$	ABBABAABBAABABBA	16
$TM_5$	ABBABAABBAABABBABAABABBAABBABAAB	32

**Çizelge 3.** Rudin-Shapiro dizilişinin ilk 6 mertebesine ait tabaka sıralamaları ve tabaka sayıları.

Mertebe	Sıralama	N
$RS_0$	A	1
$RS_1$	AA	2
$RS_2$	AAAB	4
$RS_3$	AAABAABA	8
$RS_4$	AAABAABAAAABBBAB	16
$RS_5$	AAABAABAAAABBBABAABAABBBBAAABA	32

### 1 Boyutta Rudin-Shapiro Dizilişi

Rudin-Shapiro dizilişi 4 farklı tabaka için geliştirilmiş bir diziliştir. Bu diziliş  $A \rightarrow AB, B \rightarrow AC, C \rightarrow DB, D \rightarrow DC$  yerleştirme kurallarına uygun olarak 4 farklı dielektrik tabakadan veya  $AA \rightarrow$

$AAAB, AB \rightarrow AABA, BA \rightarrow BBAB, BB \rightarrow BBBA$  yerleştirme kurallarına uygun olarak 2 farklı dielektrik tabakadan elde edilebilir (Kroon ve ark., 2002).

$RS_0 = A$  ve  $RS_1 = AA$  olmak üzere yerleştirme kuralları uygulanırsa Çizelge 3’de verilen ilk 6 mertebeye ait dizilişler elde edilir.

Thue-Morse ve Rudin-Shapiro dizilişlerindeki toplam tabaka sayısı  $N$ ,  $n$  mertebe olmak üzere  $N = 2^n$  formülü ile belirlenir.

### Transfer Matris Yöntemi

Transfer matris yöntemi fizikte, farklı fiziksel özelliklere sahip tabakalı yapıların incelenmesinde kullanılan ardışık matris çarpımlarına dayalı bir yöntemdir. Kuantum mekaniğinde, tek ve çoklu kuantum kuyulu, tek ve çoklu kuantum bariyerli yapılarda enerji seviyelerinin, dalga fonksiyonlarının bulunmasında, enerjiye bağlı geçirgenlik ve yansıtma spektrumlarının hesaplanmasında kullanılır. Benzer şekilde optikte de farklı dielektrik sabitlere sahip olan ince filmlerden oluşan çok tabakalı yapıların (Chilwell ve Hodgkinson, 1984), dalga boyuna veya frekansa bağlı yansıtma, geçirgenlik spektrumlarının bulunmasında ve ışığın yansıma sonrasındaki faz değişiminin incelenmesinde kullanılır (Luis ve ark., 2012).

Ardışık tabakaların  $x$  yönünde dizildiği durumu ele alalım. Genel olarak ortam  $x$  yönü boyunca homojen değilse tabaka indisi  $i$  olmak üzere, elektriksel geçirgenlik  $\varepsilon_i = \varepsilon(x_i)$  ve manyetik geçirgenlik  $\mu_i = \mu(x_i)$  konumun fonksiyonudur.

Çok tabakalı dielektrik dizilişin normalinin içinde bulunduğu yansıma düzlemine dik yani transvers elektrik (TE) veya diğer bir deyişle s-polarize gelen ışık dalgası,

$$\mathbf{E}_i = E_0 e^{-ik_{0x}x + ik_{0z}z} \mathbf{j} \quad (2)$$

ile ifade edilirse, ilk yüzeyden yansıyan dalga

$$\mathbf{E}_r = r E_0 e^{ik_{0x}x + ik_{0z}z} \mathbf{j} \quad (3)$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada  $r$  yansıma katsayısıdır.  $i$ . tabakadaki elektrik alanın  $y$  bileşeni ve manyetik alanın  $z$  bileşeni aşağıdaki şekilde ifade edilir.

$$E_y^i = [A_i e^{-ik_{ix}(x+d_i)} + B_i e^{ik_{ix}(x+d_i)}] e^{ik_{iz}z} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} H_z^i &= \frac{1}{i\omega\mu_i} \frac{\partial}{\partial x} E_y^i \\ &= \frac{-k_{ix}}{\omega\mu_i} [A_i e^{-ik_{ix}(x+d_i)} - B_i e^{ik_{ix}(x+d_i)}] e^{ik_{iz}z} \end{aligned} \quad (5)$$

Burada  $k_{ix} = \sqrt{\omega^2\mu_i\varepsilon_i - k_{0z}^2}$  ve  $k_{iz} = k_{0z}$  şeklindedir.  $E_y$  ve  $H_z$  ’nin Maxwell denklemlerinin sınır koşullarından dolayı sürekli olduğu dikkate alınır ve yapının  $x = 0$ ’dan başlayıp  $x_N = -d_N$ ’ye kadar  $h_i$  kalınlığında  $N$  tabakadan oluştuğu düşünülürse,  $i$ . tabakada yani  $x = -d_i$ ’de,

$$A_i + B_i = A_{i+1} e^{-ik_{(i+1)x}(-d_i+d_{i+1})} + B_{i+1} e^{ik_{(i+1)x}(-d_i+d_{i+1})} \quad (6)$$

$$A_i - B_i = \frac{\mu_i k_{(i+1)x}}{\mu_{i+1} k_{ix}} (A_{i+1} e^{-ik_{(i+1)x}(-d_i+d_{i+1})} - B_{i+1} e^{ik_{(i+1)x}(-d_i+d_{i+1})}) \quad ((7)$$

denklemleri elde edilir. Schrödinger denkleminin bir boyuttaki potansiyellerin çözümlerine uygulanan transfer matris yöntemine benzer şekilde, ardışık tabakaların dalga sayıları oranı ve  $(i+1)$ . tabakanın kalınlığı sırasıyla,

$$P_{i(i+1)} = \frac{\mu_i k_{(i+1)x}}{\mu_{i+1} k_{ix}} \quad (8)$$

$$h_{i+1} = d_{i+1} - d_i \quad (9)$$

şeklinde tanımlanır. Denklem 6 ve 7 birlikte matris formunda ifade edilebilir.

$$\begin{bmatrix} A_i \\ B_i \end{bmatrix} = \mathbf{B}_{i(i+1)} \begin{bmatrix} A_{i+1} \\ B_{i+1} \end{bmatrix} \quad (10)$$

Burada  $i$ . ve  $(i+1)$ . tabaka için geri-yayımla matrisi  $B_{i(i+1)}$

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_{i(i+1)} &= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} (1 + P_{i(i+1)})e^{-ik(i+1)x^{h_{i+1}}} & (1 - P_{i(i+1)})e^{ik(i+1)x^{h_{i+1}}} \\ (1 - P_{i(i+1)})e^{-ik(i+1)x^{h_{i+1}}} & (1 + P_{i(i+1)})e^{ik(i+1)x^{h_{i+1}}} \end{bmatrix} \\ &= \mathbf{T}_{i(i+1)}\mathbf{P}_{i+1} \end{aligned} \quad (11)$$

şeklinde tanımlıdır. Bu ifade,  $i$ . ve  $(i+1)$ . tabakalar için yazılan arayüzey transfer matrisi  $\mathbf{T}_{i(i+1)}$  ile  $i+1$  ortamındaki tabaka yayılım matrisi  $\mathbf{P}_{i+1}$ 'in çarpımıdır. Gelen ve yansıyan dalgaların genlikleri ile  $N + 1$  bölgesine geçenlerin genlikleri arasındaki ilişki

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} E_0 \\ rE_0 \end{bmatrix} &= \mathbf{B}_{01}\mathbf{B}_{12}\mathbf{B}_{23} \cdots \mathbf{B}_{N(N+1)} \begin{bmatrix} A_{N+1} \\ B_{N+1} \end{bmatrix} \\ &= \mathbf{M} \begin{bmatrix} tE_0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} tE_0 \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (12)$$

şeklinde. En alt tabakadan yapıya dalga girişi olmadığından  $B_{N+1} = 0$ 'dır. Buradan tabaka dizilişinin geçirgenlik ve yansıma katsayısı,  $\mathbf{M}$  transfer matrisinin elemanlarından yararlanılarak sırasıyla  $t = 1/m_{11}$  ve  $r = m_{21}/m_{11}$  şeklinde elde edilir. Transfer matris metodunun optikteki formalizmi ve uygulamaları hakkında daha geniş bilgiye Chung'ın kitabından ulaşılabılır (Chuang, 2009).

Bu çalışmada yansıtmanın dalga boyuna ve sabit dalga boyunda açığa bağlı değişimini hesaplamak için Peter Bienstman tarafından geliştirilmiş olan CAMFR (Bienstman, 2001), (Bienstman, 2019) yazılımı kullanılmıştır. Hesaplamaların detaylarına ve kaynak kodlara aşağıdaki kaynaktan ulaşılabılır (Gökşin, 2019).

## BULGULAR VE TARTIŞMA

### Yansıtmanın Dalga Boyuna Bağlı Değişimi

Işık yapıya önce hava tabakasından geçiş yaparak veya bir fiber yardımıyla direkt olarak ilk olan GaAs tabakası ile kuplaj yapılarak gönderilebilir. Bu çalışmada farklı dizilişlerin yansıtma spektrumlarını elde etmek için düzlem dalga profiline sahip monokromatik ışık, normal doğrultusunda ilk GaAs materyalinden geçecek şekilde gönderilmiştir.

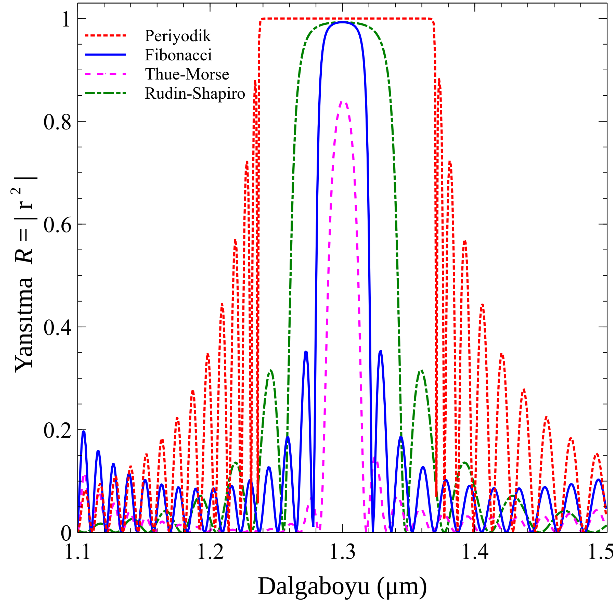
Şekil 1'de, farklı dizilişlere sahip yapıların normal doğrultusunda gelen ışık için dalga boyuna bağlı yansıtma spektrumları görülmektedir. Işık normal doğrultusunda geldiği için TE ve TM polarize olduğu durumlarda aynı sonucu vermektedir. Periyodik yapıda GaAs-AlAs (AB) tabaka ikilisi 80 periyot tekrarlanmıştır.  $F_5$ ,  $TM_3$ ,  $RS_2$  aperiodyk yapılarında her diziliş 20 periyot tekrarlanmıştır. Aperiodyk dizilişin mertebesi sayısı  $n$ , bir periyottaki tabaka sayısı  $s(n)$ , periyot sayısı  $T$ , toplam tabaka sayısı  $N = Ts(n)$  ve toplam yapı uzunluğu  $L$  olmak üzere farklı aperiodyk dizilişlerin özellikleri Çizelge 4'de özetlenmiştir.

Rudin-Shapiro yapısında  $RS_2$  seçilmesinin sebebi, 8 tabakadan oluşan  $RS_3$  yapısının yansıtma spektrumunda tepe vermemesi ve karşılaştırmayı güçleştirmesidir.

**Çizelge 4.** Şekil 1'de yansıma spektrumları verilen yapıların özellikleri.

Yapı	$N=Ts(n)$	$L$ ( $\mu\text{m}$ )
Periyodik	$160 = 80 \cdot 2$	16.573
Fibonacci ( $F_5$ )	$160 = 20 \cdot 8$	16.246
Thue-Morse ( $TM_3$ )	$160 = 20 \cdot 8$	16.470
Rudin-Shapiro ( $RS_2$ )	$80 = 20 \cdot 4$	7.96





**Şekil 1.** Periyodik ve aperiyojik yapıların dalga boyuna bağlı yansıtma spektrumlarının karşılaştırılması: Periyodik, Fibonacci ( $F_5$ ), Thue-Morse ( $TM_3$ ), Rudin-Shapiro ( $RS_2$ ) yapıları.

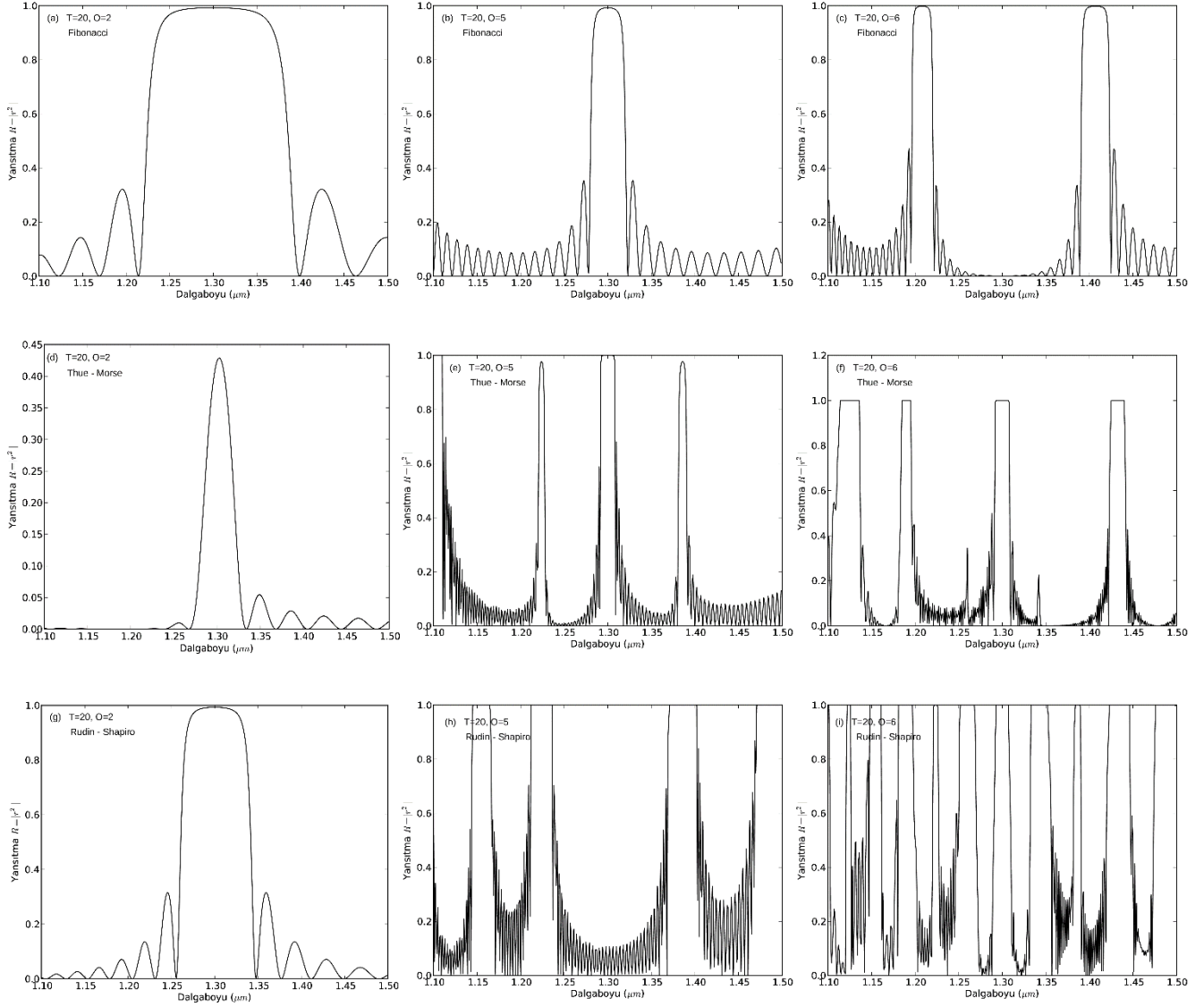
Şekil 1'deki spektrumlar incelendiğinde merkez dalga boyu civarında yansıtma değeri düşük olmasına rağmen en dar spektruma  $TM_3$  yapısının sahip olduğu görülmektedir. Diğer aperiyojik yapılara kıyasla yüksek ve dar yansıtma değerine ise  $F_5$  yapısında ulaşılmıştır. Periyodik yapı ile karşılaştırıldıklarında  $TM_3$  ve  $F_5$  yapıları aynı adet tabaka sayısına ve yaklaşık olarak aynı toplam ince film kalınlığına sahip olmasına rağmen daha dar yansıtma bandına sahiptir. İncelenen aperiyojik dizilişlerden  $RS_2$  yapısının yansıtma spektrumunda daha az salınımın olmasının sebebi diğer yapılara kıyasla daha az tabaka sayısına sahip olmasıdır.

Şekil 2'de, 20 periyot tekrarlanmış 2, 5 ve 6. mertebeye Fibonacci, Thue-Morse ve Rudin-Shapiro dizilişlerinin 1.1-1.5  $\mu\text{m}$  aralığında normal gelen ışık için yansıtma spektrumları verilmiştir. İncelenen aperiyojik yapılarda mertebeye sayısı arttıkça yansıtma bantlarının incelendiği ve sayılarının arttığı gözlemlenmiştir. En fazla yansıtma bandı sayısına Şekil 2i'de görüldüğü gibi 6. mertebedeki  $RS_6$  yapısında ulaşılmıştır.

Yansıtma spektrumunda yansıtmanın 1 olduğu platolar literatürde durdurma bandı (stop-band) olarak da adlandırılır. Periyodik yapıların dalga boyuna bağlı yansıtma spektrumlarında iki temel özellik vardır. Bunlardan birincisi, periyodik yapının toplam kalınlığının artmasıyla beraber durdurma bandının yansıtma değerinin de artmasıdır. Diğer bir özellik ise periyodik tabakalar arasındaki kırılma indisi farkının büyümesiyle, durdurma bandının genişliğinin artmasıdır. Bu özellik ilk kez Rayleigh tarafından açıklanmıştır (Rayleigh, 1887).

Çeyrek dalga boyu şartına uyan optik yoğunluklu periyodik yapılarda yansıtma ve geçirgenlik spektrumları  $2w_0 = 4\pi c/\lambda_0$  frekans periyodunda kendini tekrar eder. Periyodik yapıların yansıtma spektrumlarının merkez dalga boyuna göre simetrik olduğu bilinmektedir. Aperiyojik yapılarda mertebeye sayısı arttıkça merkez dalga boyuna göre simetri kırılmaktadır.

Aperiyojik yapılara ait dalga boyuna bağlı yansıtma spektrumlarının birbirlerine benzer desenler sergiledikleri görülmüştür. Bir dizilişin üst mertebesinin yansıtma spektrumu kendinden önceki mertebelere ait yansıtma spektrumlarını dalga boyunda belli bir miktar kayma olacak şekilde içinde barındırmaktadır. Örneğin Şekil 2b'de görülen  $F_5$  yapısındaki tepe, Şekil 2c'deki  $F_6$  yapısında iki kez tekrarlanmaktadır. Bunun sebebi aperiyojik yapıların yerine koyma yöntemiyle oluşturulmasıdır. Bu özellik literatürde Conway teoremi olarak bilinmektedir (Maciá, 2012).

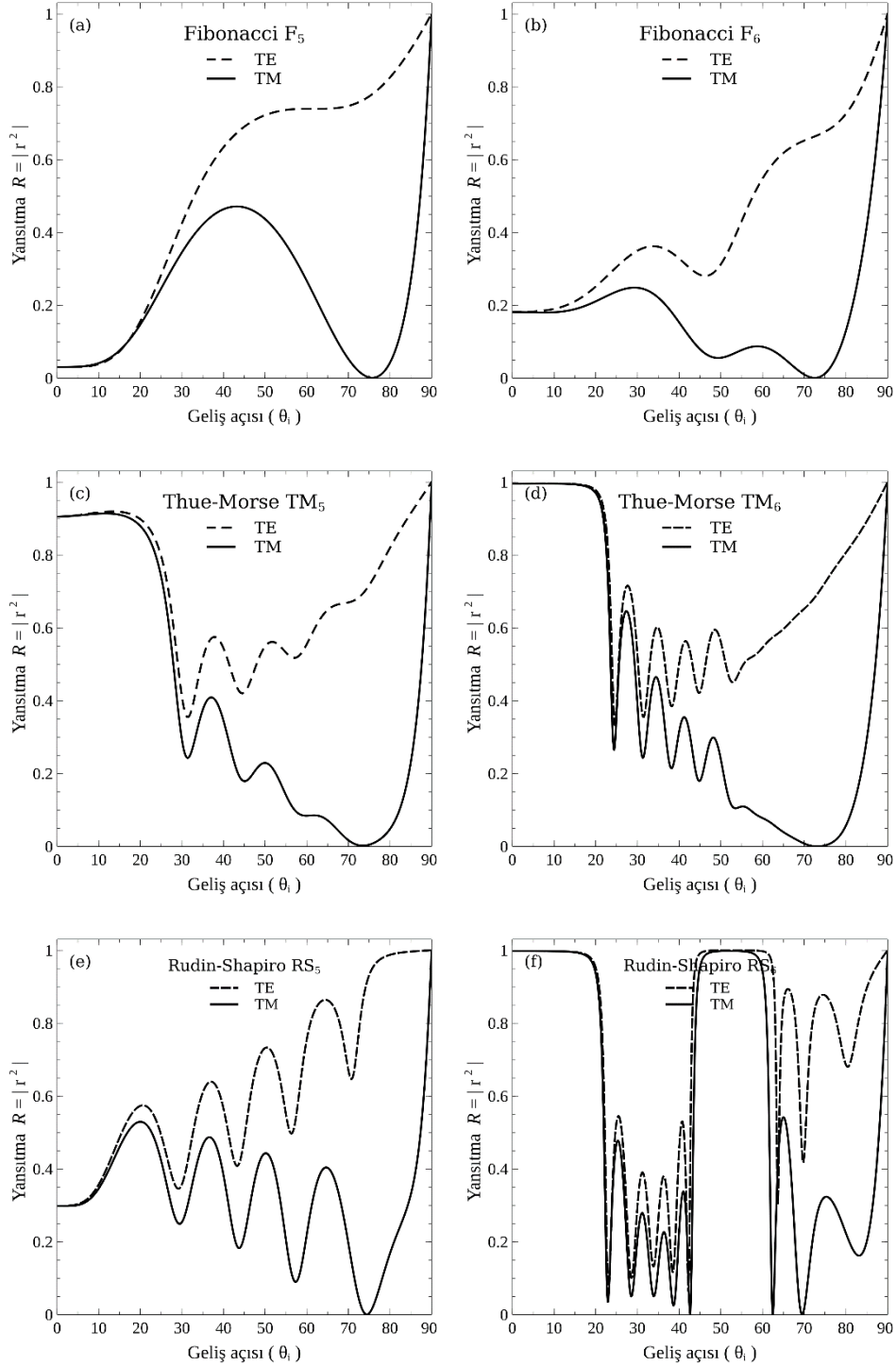


**Şekil 2.** 20 Periyot, {2, 5, 6} mertebeleri için Fibonacci (a-c), Thue-Morse (d-f) ve Rudin-Shapiro (g-i) dizilişlerinin yansıtma spektrumları.

### Yansıtmanın Işığın Geliş Açısına Bağlı Değişimi

Yansıtmanın geliş açısına bağlılığını incelemek için ışık, hava katmanından geçerek yapıya gönderilmiştir. Hesaplamalarda gelen ışığın dalga boyu  $1.3 \mu\text{m}$  olarak seçilmiştir. Bu dalga boyunda GaAs ve AlAs yarıiletken malzemelerinin Brewster açıları sırasıyla  $\theta_B(\text{GaAs}) = 73^\circ.637$  ve  $\theta_B(\text{AlAs}) = 71^\circ.027$ 'dir. Şekil 3'te 5. ve 6. mertebeye Fibonacci, Thue-Morse ve Rudin-Shapiro dizilişlerinin 5 periyot tekrarlanması sonucu oluşturulmuş olan yapıların, TE ve TM polarize ışığın yüzeyin normali ile yaptığı açığa bağlı yansıtma spektrumları verilmiştir. TM uyarımında yansıtmanın sıfır olduğu noktaların Brewster açılarıdır. Şekil 3'te görüldüğü gibi aperiyyodik dizilişlerin mertebeye sayıları arttırıldıkça yansıtma spektrumlarındaki salınımların sayısı da artmaktadır. Mertebeye sayıları arttırıldıkça TE ve TM polarize ışık için elde edilen spektrumlar birbirlerine yaklaşmaktadır. Ayrıca Şekil 3f'de görüldüğü gibi, RS<sub>6</sub> yapısında birden fazla Brewster açısı olduğu tespit edilmiştir.





**Şekil 3.** 5 Periyot, {5, 6} mertebeleri için Fibonacci (a-b), Thue-Morse (c-d) ve Rudin-Shapiro (e-f) dizilişlerinin ışığın geliş açısına bağlı yansıtma spektrumları.

## SONUÇ

Bir boyutta periyodik ve aperiyojik dizilişli dielektrik ince filmlerin yansıtma spektrumları, ışığın dalga boyuna ve geliş açısına göre teorik olarak incelenmiştir. Aynı kalınlık ve tabaka sayısına sahip periyodik yapılar ile aperiyojik yapılar karşılaştırıldığında dar bantlı yansıtma filtresi olarak kullanımda, aperiyojik yapıların daha uygun olacağı gösterilmiştir.

Aynı dalga boyu aralığında, aperiyojik yapıların dalga boyuna bağlı yansıtma spektrumlarında birden fazla yansıtma tepesi varken, periyodik yapılarda sadece merkez dalga boyunda bir adet yansıtma

tepesi mevcuttur. Bu özellik aperiyyodik yapıların birden fazla dalga boyunda seçici filtre olarak kullanımına imkan sağlamaktadır. Ayrıca Thue-Morse yapısına ait yansıtma bantlarının, aynı merteye ve periyyottaki diğer yapılara ait olan yansıtma bantlarına nazaran daha keskin ve dar olduğu görülmüştür. Bu özellik Thue-Morse yapısının tek bant filtresi olarak kullanımının diğer yapılara nazaran daha uygun olacağını göstermektedir.

Yansıtmanın geliş açısına bağıllığını incelemek için yapılan çalışmalar sonucunda aperiyyodik yapıların merteye sayısı arttıkça, yapıların polarizasyon bağıllığının özellikle  $45^\circ$  den küçük açılar için azaldığı belirlenmiştir. Bu durum 6. merteye Rudin-Shapiro (RS\_6) yapısında daha da belirginleşmektedir. Dolayısıyla yüksek mertebeli Rudin-Shapiro dizilişlerinin çok yönlü (geliş açısından bağımsız), polarizasyondan bağımsız ayna yapımı için uygun olacağı söylenebilir. Aperiyyodik yapıların yansıtma filtresi ve farklı dalga boylarında seçici filtre olarak kullanımı ile ilgili çalışmalar, teknolojik anlamda gelişim gösteren III-V grubu ternary ve quaternary yarıiletken malzemeler için de genişletilebilir.

### Çıkar Çatışması

Makale yazarları aralarında herhangi bir çıkar çatışması olmadığını beyan ederler.

### Yazar Katkısı

Yazarlar makaleye eşit oranda katkı sağlamış olduklarını beyan ederler.

### KAYNAKLAR

- Albuquerque EL ve Cottam MG, 2003. Theory of elementary excitations in quasiperiodic structures. *Physics Reports*, 376(4-5): 225-337.
- Bienstman P, 2001. Rigorous and efficient modelling of wavelength scale photonic components. Ghent University, Ghent, Belgium, Doktora Tezi (Basılmış).
- Bienstman P. CAMFR (CAvity Modelling FRamework). <http://camfr.sourceforge.net> (Erişim Tarihi: 10.04. 2019).
- Boriskina SV, Dal Negro L, 2008. Sensitive label-free biosensing using critical modes in aperiodic photonic structures. *Optics Express*, 16(17): 12511-12522.
- Chilwell J ve Hodgkinson I, 1984. Thin-films field-transfer matrix theory of planar multilayer waveguides and reflection from prism-loaded waveguides. *Journal of the Optical Society of America A*, 1(7): 742.
- Chuang SL, 2009. *Physics of photonic devices*. John Wiley & Sons, 2. Baskı, S. 206-209. Hoboken N.J.
- Dal Negro L, Stolfi M, Yi Y, Michel J, Duan X, Kimerling LC, LeBlanc J, Haavisto J, 2004. Photon band gap properties and omnidirectional reflectance in Si-SiO<sub>2</sub> Thue-Morse quasicrystals. *Applied Physics Letters*, 84(25): 5186-5188.
- Fink Y, 1998. A dielectric omnidirectional reflector. *Science*, 282(5394): 1679-1682.
- Gellermann W, Kohmoto M, Sutherland B, Taylor PC, 1994. Localization of light waves in Fibonacci dielectric multilayers, *Phys. Rev. Lett.* 72: 633-636.
- Golmohammadi S, Rostami A, 2010. Optical filters using optical multi-layer structures for optical communication systems. *Fiber and Integrated Optics*, 29(3): 209-224.
- Gökşin S, 2019. Aperiyyodik Yapılarda Işığın Yayılmasının İncelenmesi. İstanbul Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Yüksek Lisans Tezi (Basılmış).
- Hiltunen M, Negro LD, Feng NN, Kimerling LC, Michel J, 2007. Modeling of aperiodic fractal waveguide structures for multifrequency light transport. *Journal of Lightwave Technology*, 25(7): 1841-1847.

- Luis LSS, Juan JM, Alberto GB, José FC, 2012. The transfer matrix: A geometrical perspective. *Physics Reports*, 513(4): 191-227.
- Lusk D, Abdulhalim I ve Placido F, 2001. Omnidirectional reflection from Fibonacci quasi-periodic one-dimensional photonic crystal. *Optics Communications*, 198(4–6): 273-279.
- Kroon L, Lennholm E, Riklund R, 2002. Localization-delocalization in aperiodic systems. *Phys. Rev. B*, 66: 094204.
- Maciá, E, 2006. The role of aperiodic order in science and technology. *Reports on Progress in Physics*, 69(2): 397-441.
- Maciá E, 2012. Exploiting aperiodic designs in nanophotonic devices. *Reports on Progress in Physics*, 75(3): 036502.
- Nguyen DT, Norwood RA, Peyghambarian N, 2010. Multiple spectral window mirrors based on Fibonacci chains of dielectric layers. *Optics Communications*, 283(21): 4199-4202.
- Sibilia C, Masciulli P, Bertolotti M, 1998. Optical properties of quasiperiodic (self-similar) structures. *Pure and Applied Optics: Journal of the European Optical Society Part A*, 7(2): 383–391.
- Strutt JW (Lord Rayleigh), 1887. On the maintenance of vibrations by forces of double frequency, and on the propagation of waves through a medium endowed with a periodic structure. *Phil. Mag. S. 24*(1887): 145-159.