Journal of Information Systems and Management Research
Bilişim Sistemleri ve Yönetim Araştırmaları Dergisi

http://dergipark.gov.tr/jismar

Literatür Makalesi / Review Article

Daire Paketleme Problemi: Bir Literatür Çalışması

Sedat HAKYEMEZ[*,a], Uğur ÖZCAN[b]

[a,*, b] *Gazi Üniversitesi, Bilişim Enstitüsü, ANKARA, TÜRKİYE*

MAKALE BİLGİSİ

Alınma: 21.05.2020
Kabul: 25.06.2020

Anahtar Kelimeler:
Daire Paketleme Problemi, Kutu Paketleme, Literatür Araştırması

[*]***Sorumlu Yazar***
e-posta:
sedat@gazi.edu.tr

ÖZET

Daire Paketleme Problemi (DPP), palet veya farklı bir alan içine daire şeklindeki nesnelerin birbirleriyle çakışmayacak ve yerleştirildiği alandan dışarı taşmayacak şekilde yerleştirilmesi problemini ifade etmektedir. Bu problemin amacı, dairelerin yerleştirilmesi sırasında kapladığı alanı (veya daire sayısını) maksimize etmek ve yerleşim sırasında oluşan atık alanları minimize etmektir. Yerleştirilen daireler, kendi aralarında özdeş veya özdeş olmayan türden olmakla birlikte, dairelerin yerleştirildiği alanlar daire, kare, dikdörtgen, üçgen gibi farklı geometrik şekillerde olabilmektedir. DPP'de, doğa bilimlerinden mühendislik tasarımına kadar birçok uygulama alanının olduğu söylenebilir. Çalışma kapsamında konuya ilişkin literatür incelendiğinde, tesis planlaması, otomotiv, elektronik, havacılık, savunma sanayi, gıda, inşaat, boya, cam, ahşap sanayi vb. gibi gerçek dünya alanlarında ihtiyaç duyulmaktadır. Bu sebeple son yıllarda DPP ile ilgili çalışmaların literatürde hızlı bir biçimde arttığı görülmektedir. Görülen bu artışla birlikte, çalışmaları bir araya getiren güncel bir literatür çalışmasına ihtiyacın olduğu anlaşılmaktadır. Bu çalışmada, DPP ve bu problemin çözümüyle ilgili kapsamlı bir literatür araştırması ve matematiksel modeller yer almaktadır. Ayrıca dairelerin, daire-kare-dikdörtgen alanlara yerleştirilmesi ile ilgili literatürdeki çalışmalar ayrı ayrı kategorize edilerek araştırmacılara açıklamalar ve tablolar halinde sunulmuştur.

Circle Packing Problem: A Literature Review

ARTICLE INFO

Received: 21.05.2020
Accepted: 25.06.2020

Keywords:
The Circle Packing Problem, Bin Packing, Literature Review

[*]***Corresponding Authors***
e-mail:
sedat@gazi.edu.tr

ABSTRACT

The Circle Packing Problem (CPP) refers to the problem of placing circle-shaped objects in a pallet or a different area so that they do not overlap each other and do not overflow from the area in which they are placed. The aim of this problem is to maximize the area it occupies (or the number of circles) and to minimize the waste areas during the placement. While the placed circles can be the identical or non-identical type among themselves, the areas where the circles are placed can be in different geometric shapes such as circles, squares, rectangles, triangles. CPP has many examples of applications in everyday life, from natural sciences to engineering design. When the relevant literature is examined within the scope of the study, facility planning, automotive, electronics, aviation, defense industry, food, construction, paint, glass, wood industry etc. It is needed in real-world fields such as. For this reason, it is seen that studies on DPP have increased rapidly in the literature in recent years. With this increase, it understood that to need a current literature study that brings together the studies. This study includes a comprehensive literature research and mathematical models on DPP and its solution. Besides, the studies in the literature on placing circles in circle-square-rectangular areas are categorized one by one and reported to the researchers in the form of explanations and tables.

1. GİRİŞ *(INTRODUCTION)*

Günümüz rekabet ortamında üretilen ürünlerin etkili bir şekilde taşınması, işletmelerin lojistik maliyetleri açısından önemli bir konudur. Bu sebeple işletmeler, lojistik faaliyetlerinde maliyetleri düşürmek için stratejiler geliştirmekte ve sürekliliği sağlamak için yoğun çaba harcamaktadırlar. Ürünlerin, üreticiden tüketiciye kadar olan tedarik zincirinin her halkasında güvenli ve etkin bir şekilde taşınabilmesi için gerekli araçlardan en önemlileri paketleme ve palet yüklemedir. Özellikle geniş lojistik ağı bulunan işletmelerde, taşınacak malların çeşidi ve miktarı arttıkça, paketleme ve palet yükleme işleminin taşıma ve stoklama faaliyetlerinde maliyetleri azaltıyor olması dikkate alınması gereken önemli konular arasında yer almaktadır. Bir başka deyişle, paketleme ve palet yükleme işlemi sayesinde ürünler daha etkin taşınmakta, stoklanmakta, ayrıca sabitlenmeleri nedeniyle de zarar görmeleri engellenmektedir.

Paketlenecek ürünler, kare, dikdörtgen veya çokgen gibi çok çeşitli formlarda olabildiği gibi daire şeklinde de olabilmektedir. Boya sanayisindeki sevkiyat, meşrubat şişelerinin kutulanması veya varillerin depolanması, hatta metal tabakalardan disklerin kesilmesi gibi örnekler daire paketleme ile ilgilidir. Daire Paketleme Probleminin (DPP) tesis planlaması, otomotiv, elektronik, havacılık, denizcilik, savunma, gıda, ilaç, cam, tekstil, inşaat endüstrileri için üretim ve paketleme olmak üzere sayısız uygulamaları vardır.

Üretim ve paketleme alanında DPP uygulamaların sayısının artması sebebiyle konu ile ilgili araştırmacıların çalışmalarının da arttığı görülmektedir. Görülen bu artışla birlikte, çalışmaları bir araya getiren güncel literatür çalışmasına ihtiyacın olduğu anlaşılmaktadır. Bu çalışma ile birlikte DPP ve bu problemin çözümüyle ilgili kapsamlı bir literatür araştırması yapılmıştır. Ayrıca dairelerin, daire-kare-dikdörtgen alanlara yerleştirilmesi ile ilgili literatürdeki çalışmalar ayrı ayrı kategorize edilerek araştırmacılara sunulmuştur.

Bu çalışmada, DPP çözüm yöntemleri üzerine, literatürde yer alan çalışmalar incelenmiştir. Bu kapsamda öncelikle birinci bölümde, DPP'nin tanımı, sınıflandırılması, tarihçesi ve kullanım alanları ele alınmıştır. İkinci bölümde, DPP'nin literatürde yer alan çözüm yöntemleri ve matematiksel modelleri daire, kare ve dikdörtgen alanlar üzerinde derinlemesine incelenmiştir. Son bölümde ise bu inceleme sonucunda elde edilen bulgular ve sonuçlar hakkında değerlendirilmelerde bulunulmuştur.

1.1. Problemin Tanımı *(Definition of Problem)*

DPP, n adet dairenin birbirleriyle çakışmayacak (üst üste binmeme) ve paletten dışarı taşmayacak (daireyi bütünüyle palet içine yerleştirme) şekilde palete yerleştirilmesi problemi olarak tanımlayabiliriz.

Bu problemi Chen vd. [1] *"Malzeme kullanımını maksimuma çıkaracak ve atıkları en aza indirecek şekilde, eşit veya eşit olmayan yarıçaplı çok sayıda dairenin büyük paletler içine iyi bir düzenleme bulmasıyla ilgilenen klasik bir kombinatoryal optimizasyon problemidir.*" şeklinde tanımlamışken, Lopez ve Beasley [2] problem hakkında *"Daire ambalajlama problemi, bir palet veya konteyner içindeki üst üste binmeme durumu ile n sayıdaki dairelerin düzenlenmesi ile ilgilidir."* demiştir.

DPP'yi temsil eden matematiksel model temel olarak iki kısıttan oluşur: 1: Paletin dış çevre kısıtı (paletten dışarı taşmanın olmaması); 2: Dairelerin çakışmama kısıtı. Palet sınırlamaları, tüm dairelerin paletin içinde kalmasını sağlarken, çakışmama kısıtlamaları ise, verilen herhangi iki daire için, merkezleri arasındaki mesafenin en azından yarıçaplarının toplamını sağladığını garanti etmelidir. Her iki kısıt sağlandığında, paketleme problemi için uygun çözüm oluşmuş olmaktadır.

1.2. Problemin Sınıflandırılması *(Classification of Problem)*

DPP, bir palet üzerine özdeş ya da farklı boyutlardaki dairesel ürünlerin yerleştirilmesi problemidir. Bu nedenle bu makalede ele alınan problemin, İki Boyutlu Kutu Paketleme Problemi, Stok Kesim Kaybı Problemi, Araç/Konteynır Yükleme Problemi ve Sırt Çantası Problemi gibi literatür içerisinde birçok problem tipi ile yakın ilişkisi bulunmaktadır.

DPP, paketleme problemlerinin sınıflandırılması ile ilgili Şekil 1'de gösterilen ve Dyckhoff [3] tarafından önerilen sınıflandırmaya göre 2/B/O/R ve sonrasında Şekil 2'de gösterilen Dyckhoff'un sınıflandırmasının iyileştirildiği Wascher vd. [4] tarafından yapılan çalışma incelendiğinde, SLOPP sınıfında bir problem olduğu görülmektedir.

Dyckhoff, kesme ve paketleme problemleri için bir sınıflandırma geliştirmiş, Şekil 1'de gösterildiği gibi 4 kritere ayırmıştır. Bu kriterler DPP'ye göre ele alındığında;

-*Boyutluluk* kriterine göre "daire paketleme problemleri" 2-boyutlu, "silindir paketleme problemleri" ise 3-boyutlu olarak kabul edilir.

-*Atama çeşitleri* kriterine göre paketlemenin yapılacağı büyük nesnenin içine, küçük parçaların seçilerek eklenmesi ‘B’ olarak tanımlanırken (Ör: DPP, Palet yükleme problemleri); tüm küçük parçalarla dolu olan büyük nesneler arasından seçim yapılması ‘V’ olarak tanımlanır. (Ör: Araç yükleme, konteyner yükleme veya kutulama problemleri)

-*Büyük nesne çeşitliliği* kriterinde küçük parçaların yerleşeceği büyük nesnelerin çeşitliliğine göre sınıflandırma yapılmaktadır. Sadece bir nesne içine yerleştirme yapılacak ise bu kriter “O” olarak tanımlanırken, birden fazla nesne içine küçük parçalar yerleştirme durumlarında ise özdeş nesneler için “I”, özdeş olmayan nesneler için “D“ olarak tanımlanmaktadır.

-*Küçük parça çeşitleri* ise parçaların birbirleri arasındaki benzerlik dereceleri ve parça sayılarına göre belirlenen bir kriterdir. Palet yükleme problemlerinde parçaların özdeş ya da özdeş olmama durumlarına göre “R” ya da “C” olmakla birlikte, araç ve konteyner yükleme problemlerindeki bu kriter “M” olarak tanımlanmaktadır.

Wascher vd., büyük nesnelerin ve küçük parçaların birbirleri arasındaki benzerliğe göre özdeş, zayıf heterojen ya da güçlü heterojen olarak kategorize edilmesine bağlı bir sınıflandırma önermiştir. Buna göre DPP, tek büyük nesne (one large object) ile zayıf heterojen (weakly heterogeneous) küçük parçalardan oluşan *“Tek Büyük Nesne Yerleştirme Problemi (SLOPP)* olmaktadır.

1. Boyutluluk
   - (1) Tek boyutlu.
   - (2) İki boyutlu.
   - (3) Üç boyutlu.
   - (N) N> 3 boyutlu N = boyutlu.
2. Atama çeşitleri
   - (B) Tüm büyük nesneler ve küçük parçaların seçimi
   - (V) Büyük nesnelerin seçimi ve tüm küçük parçalar
3. Büyük nesnelerin çeşitliliği
   - (O) Bir büyük nesne.
   - (I) Özdeş olan büyük nesneler
   - (D) Farklı olan büyük nesneler
4. Küçük parçaların çeşitleri
   - (F) Farklı boyutlarda birkaç parça
   - (M) Çok farklı boyutlarda çok sayıda parça
   - (R) Daha az farklı boyutlarda çok sayıda parça
   - (C) Özdeş olan çok sayıda parça

Şekil 1. Dyckoff’un Sınıflandırması
(Classification of Dyckoff)

büyük nesnelerin özellikleri \ küçük parça çeşitliliği		özdeş	zayıf heterojen	güçlü heterojen
tüm boyutlar sabit	bir büyük nesne	Özdeş Parça Paketleme Problemi (IIPP)	Tekli Büyük Nesne Yerleşim Problemi (SLOPP)	Tekli Sırt Çantası Problemi (SKP)
	özdeş		Çoklu Özdeş Büyük Nesne Yerleşim Problemi (MILOPP)	Çoklu Özdeş Sırt Çantası Problemi (MIKP)
	heterojen		Çoklu Heterojen Büyük Nesne Yerleşim Problemi (MHLOPP)	Çoklu Heterojen Sırt Çantası Problemi (MHKP)

Şekil 2. Wascher vd.’nin Sınıflandırması
(Classification of Wascher et al.)

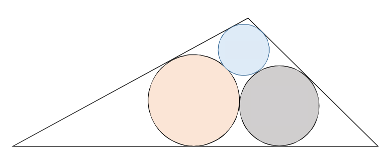
Ayrıca, kesme ve paketleme problemleri genel olarak geniş bir uygulama yelpazesinde bilimsel olarak zorlayıcı problemler arasındadır. Bu sebeple DPP NP-Zor kombinatoryal optimizasyon problemler sınıfına girmektedir [5].

1.3. Problemin Tarihçesi *(The History of Problem)*

DPP benzeri problemler için çalışmaların yüzyıllar önce başladığı ve çözümlerin arandığı görülmektedir. İtalyan Gian-francesco Malfatti, 1803 yılında yaptığı çalışma [6] ile DPP’nin çözümüne katkı sunmuştur. Malfatti, çalışmasında şu soruyu sormuştur:

“Herhangi bir maddeden, örneğin, mermerden yapılmış bir üçgen dik prizmadan en az malzeme ziyan olacak şekilde üç dairesel dik silindir nasıl çıkarılır?”

Malfatti’nin sorusundaki üç boyutlu yapının (prizma ve silindir) dik izdüşümü olan üçgen ve daireler Şekil 3’de gösterilmiştir. Bu problemin çözümündeki amaç, üçgen içine yerleştirilen ve birbiriyle çakışmayan üç dairenin alanlarını maksimize etmek; bir başka deyişle daire dışında bulunan atık alanı minimize etmektir.



Şekil 3. Malfatti Çemberleri
(Malfatti’s Circles)

Malfatti'nin çalışmasından 127 yıl sonra Lob ve Richmond [7], herhangi bir üçgen içindeki üç adet özdeş olmayan dairenin maksimum paketleme alanına ulaşamayacağını ortaya çıkartmıştır. Buna göre, üçgenin kenarlarının eşkenar olması halinde, dairelerin yerleşiminin Malfatti dairelerine göre daha az atık alan oluşturacağı savunulmuştur.

1.4. Daire Paketlemenin Kullanım Alanları *(Usage Areas of Circle Packing)*

DPP, gerçek hayatın birçok alanında karşımıza çıkmaktadır. Doğa bilimlerinden mühendislik tasarımına, lojistik faaliyetlerden iletişim hatlarına günlük hayata dair geniş bir uygulama alanına sahiptir. Kullandığımız mobil telefonların hücre vericilerinin bir coğrafi alanı verimli bir şekilde kapsaması (Şekil 4) veya internet bağlantısı için gerekli fiber kabloların içyapısında bulunan ve çapları 125-900 mikrometre arasında değişen fiber kılların en iyi şekilde yerleştirilmesi DPP ile ilgilidir (Şekil 5). Paketleme probleminin deniz taşımacılığı, motosiklet endüstrisi, malzeme kesimi, moda endüstrisi, kablosuz iletişim, gıda endüstrisi vb. alanlarda geniş bir uygulama alanının olduğu belirtilmiştir [8]. Szabo vd. [9] DPP'nin kullanım alanlarını şu şekilde örneklendirmişlerdir.

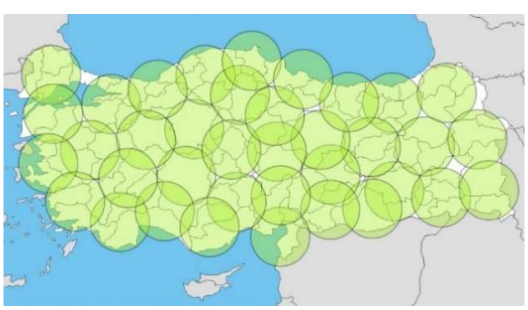
-*Kapsama alanı:* Coğrafi bir bölgeye yerleştirilen radyo kulelerinin mümkün olduğunca az keşişimle maksimum kapsama alanının oluşturması.

-*Depolama:* Bir konteyner içine mümkün olduğunca çok sayıda nesnenin (örneğin varil) yerleştirilmesi.

-*Paketleme:* Belirli sayıda şişeyi içine sığdırabileceğiniz en küçük kutunun belirlenmesi.

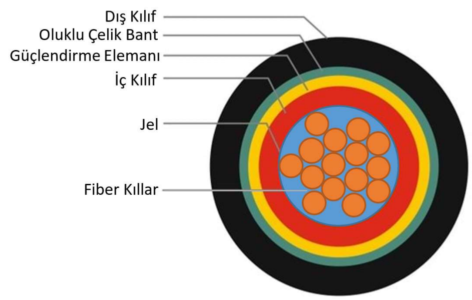
-*Orman geliştirme:* Orman oluşumu için belirlenen bir alana, ağaçların maksimum genişleme alanı dikkate alarak dikim yapılması.

-*Kesim endüstrisi:* Bir parçadan mümkün olduğunca çok sayıda özdeş diskleri kesme.



Şekil 4. Hücre vericisi veya radar kapsama alanı

(Cell transmitter or coverage of radar)



Şekil 5. Fiber optik kablo iç yapısı

(Fiber optic cable structure)

2. *DAİRE PAKETLEME PROBLEMİ* *(CIRCLE PACKING PROBLEM)*

Hifi ve M'Hallah [5], DPP'nin çözümü için sunulan modeller ve metodolojiler ile ilgili kapsamlı bir inceleme sunmuştur. Çok sayıda farklı problemi, amaç fonksiyonuna, daire çeşidine (birbirleri arasında özdeş veya özdeş olmayan), boyut türüne (iki ve üç boyutlu), palet şekline (kare, dikdörtgen, daire) göre sınıflandırarak incelemişlerdir.

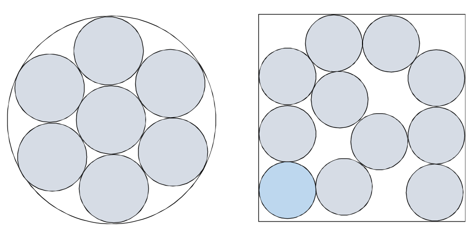
Literatürde, DPP probleminin farklı türleri, farklı hedefleri bulunmaktadır. Bu hedef, palet çevresinin veya alanın en aza indirilmesi olabildiği gibi, sabit boyutlu bir palet içine en fazla dairenin yerleştirilmesi, yerleşecek dairelerin yarıçaplarını maksimize etme veya atık alanı minimize etme olabilmektedir. Specht [10], problem içinde ortaya çıkan parametreleri, problem türlerini ve amaç fonksiyonlarını detaylandırarak sunmuştur. Buna göre;

(i) paketlenen daire sayısı ($\mathcal{N}$),
(ii) tüm dairelerin yarıçap kümesi ($\mathcal{R}$),
(iii) paletin şekli ($\mathcal{G}$), paletin ölçüsü/boyutu ($\mathcal{S}$),
(iv) özel amaç fonksiyonu,

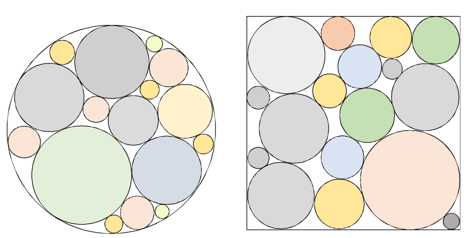
Paketlenen daire sayısı ($\mathcal{N}$), bir palet üzerine yerleştirilmesi hedeflenen ya da yerleştirilen daire sayısını ifade etmektedir. $\mathcal{N}$ sayısı arttıkça gereken çözüm çabası da artmaktadır. $\mathcal{N} \leq 5$ için çözüm denemeleri kolaydır. Ancak daha fazla sayıda daire paketleme ihtiyacı olduğunda, ayrıntılı matematiksel araçlar gerekmektedir. 1960 ile 2000 yılları arası problemin $\mathcal{N} \leq 20$ olduğu durum sıkça çalışılmıştır. [11-23]. 1965 yılında Schaer [12] tarafından $\mathcal{N}=7$ ve $\mathcal{N}=8$ problemi çalışılmış; $\mathcal{N}=9$ problemi ise aynı yıl Schaer ve Meir [13] tarafından çözülmüştür. $\mathcal{N}=10$ dairenin yerleştirilmesi Goldberg [11], Schaer [14], Schlüter [16], Vallette [17], Grünbaum [18], Grannell [19], Mollard ve Payan [20], Groot, Peikert, Würtz

[21] tarafından yapılmıştır. Fodor [23], $\mathcal{N}$=19 daireyi yerleştirecek teoremler geliştirmiştir. Görüldüğü üzere, $\mathcal{N}$ sayısının 20'den küçük daire sayısı ile çözüme ulaştırıldığı çalışmalarda uygun çözümler bulunmuştur. Bulunan bu çözümlerin mükemmele yakın olduğu kanıtlanmış olsa da, problemdeki daire sayısının arttığı durumlarda, paketlemenin optimize edilmesinin zorlaştığı görülmektedir.

Yarıçap kümesi ($\mathcal{R}$) içindeki daireler, birbirleriyle aynı yarıçaplara sahip olduğunda, "özdeş daire" (Şekil 6), farklı yarıçaplara sahip olduğunda ise "özdeş olmayan daire" (Şekil 7) olarak adlandırılmaktadır. Lubachevsky ve Graham [24], Graham vd. [25], Locatelli ve Raber [26], Mladenovic vd. [27], Liu vd. [28], Birgin ve Gentil [29], Huang ve Ye [30], Galiev ve Lisafina [31], He vd. [32] ve Chen vd. [1] yaptıkları çalışmalarda özdeş dairelerin bir geometrik düzleme yerleştirilmesi üzerinde durmakta iken; Wang vd. [33], Wenqi ve Yan [34], Zhang ve Deng [35], Huang vd. [36], Akeb vd. [37], Akeb vd. [38], Ahn vd. [39], Lopez ve Beasley [40], Francesco vd. [41], Specht [42], Lopez ve Beasley [43], Orick vd. [44], Wang vd. [45] özdeş olmayan daire paketleme ile ilgili çalışmalar yapmışlardır.



Şekil 6. Özdeş daire paketleme
(Identical circle packing)



Şekil 7. Özdeş olmayan daire paketleme
(non-identical circle packing)

Palet şekli ($\mathcal{G}$), farklı geometrik şekillerde olabilmektedir. Kare, daire, dikdörtgen paletlerden başka, dik üçgen, eşkenar üçgen, çeyrek veya yarım daire, elips, L tipi şeklindeki paletlere rastlamak mümkündür. Literatürün büyük bir kısmı daire, kare, dikdörtgen palet üzerine daire yerleştirilmesi ile ilgilenmiştir. Az sayıda çalışma ise daire ve dörtgen dışındaki sıra dışı geometrik şekiller üzerinde durmuştur. Buna göre; üçgen palet üzerine daire yerleştirmeyi Graham ve Lubachevsky [46], Birgin ve Gentil [29], Ahn vd. [39] çalışmışken; Galiev ve Lisafina [31] L tipi, Birgin vd. [47] ise elips şeklindeki paletlerle çalışmışlardır.

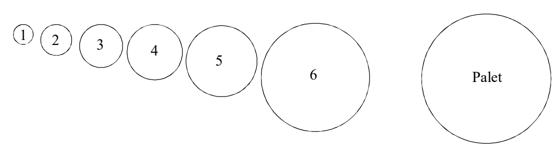
Palet ölçüsü ($\mathcal{S}$), paletin çevre veya alanının hesaplanmasında ihtiyaç duyulan parametredir. Eğer palet şekli ($\mathcal{G}$), kare ya da daire ise palet ölçüsünün hesaplamasında kullanılan parametreler, kare için L, daire için R dir. Paket şekli ($\mathcal{G}$) dikdörtgen olduğunda ise, gerekli parametreler genişlik için W, yükseklik için H olmaktadır.

Specht [10], bu parametrelerle dört farklı paketleme probleminin amaç fonksiyonlarını (A.F.) tanımlamıştır.

A.F.1: $\mathcal{N}$, $\mathcal{G}$ ve $\mathcal{S}$'yi sabit tut, maksimum $\mathcal{R}$'yi belirle,
A.F.2: $\mathcal{R}$, $\mathcal{G}$ ve $\mathcal{S}$'yi sabit tut, maksimum $\mathcal{N}$'yi belirle,
A.F.3: $\mathcal{N}$, $\mathcal{R}$ ve $\mathcal{G}$'yi sabit tut, minimum $\mathcal{S}$'yi belirle,
A.F.4: $\mathcal{N}$, $\mathcal{R}$ ve $\mathcal{S}$'yi sabit tut, en iyi $\mathcal{G}$'yi belirle.

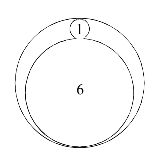
Specht [10]'in verdiği dört amaç fonksiyonunun örneklendirilmesi aşağıda verilmiştir.

Şekil 8'da gösterildiği gibi altı adet daire ($\mathcal{N}$=6), bir dairesel palet ($\mathcal{G}$=daire) bulunmaktadır. Dört amaç fonksiyonuna göre;



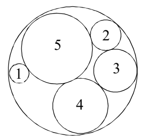
Şekil 8. Paketlenecek daireler ve palet
(Circles to be packed and the pallet)

A.F.1 (maks. $\mathcal{R}$): Palet yarıçapı sabit iken, yerleşecek dairelerin her birinin maksimum $\mathcal{R}$'sini belirlemek için 1. ve 6. dairelerin yerleştirilmesi (Şekil 9);



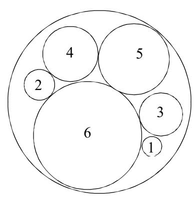
Şekil 9. Paketleme alanını maksimize etme (A.F.1)
(Maximizing the area of circles packed)

A.F.2 (maks. $\mathcal{N}$): Palet yarıçapı sabit iken, maksimum $\mathcal{N}$'yi bulabilmek için 1-5. dairelerin yerleştirilmesi (Şekil 10);



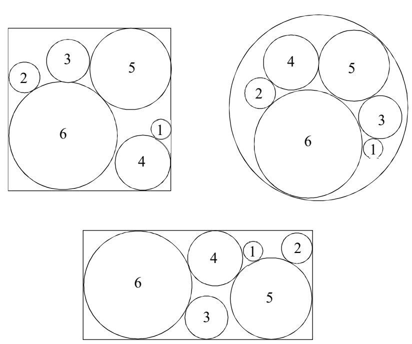
Şekil 10. Daire sayısını maksimize etme (A.F.2)
(Maximizing the number of circles packed)

A.F.3 (min. $\mathcal{S}$): Palet yarıçapı değişken iken, minimum $\mathcal{S}$'yi belirlemek için tüm dairelerin amaç fonksiyonuna uygun yerleştirilmesi (Şekil 11);



Şekil 11. Paletin yarıçapını minimize etme (A.F.3)
(Minimizing the Radius of the pallet)

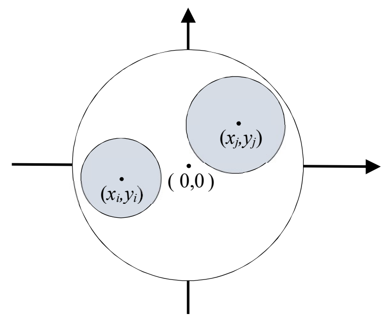
A.F.4: Uygun palet şekline göre ($\mathcal{G}$) (daire, kare, dikdörtgen) tüm dairelerin uygun şekilde diziliminin yapılması (Şekil 12);



Şekil 12. Uygun palet seçimi (A.F.4)
(Selection of feasible pallet)

2.1. Daire Palet Üzerinde DPP *(CPP on Circular Pallet)*

Bu bölümde, özdeş olmayan dairelerin, dairesel bir palet içine yerleştirilmesi probleminin matematiksel modeli ve literatürde bu konu ile ilgili çalışmalar sunulmaktadır.



Şekil 13. Daire Palette Koordinat Sistemi
(Coordinate system on circular pallet)

Şekil 13'de daire palette konumlanan *i* ve *j* daireleri gösterilmektedir. Buna göre;

(i) paletin yarıçapı: R_0
(ii) paletin merkez noktası: daire orijini
(iii) yerleşmeye aday n adet dairenin yarıçapı: R_i (i=1,2,…,n)
(iv) i dairesinin yarıçapı ve orijine göre koordinatı: R_i, (x_i,y_i)
(v) j dairesinin yarıçapı ve orijine göre koordinatı: R_j, (x_j,y_j)

Şekil 13'de R_0 yarıçaplı daire palet içine yerleştirilen R_i ve R_j yarıçaplı iki dairenin koordinat sistemi verilmiştir. Lopez ve Beasley [43] tarafından önerilen matematiksel modele göre, *n* adet özdeş olmayan daireler, yarıçaplarına (R_i) göre sıralanarak ($R_i<R_{i+1}$ $i=1,\dots,n-1$) numaralandırılır. Bu daireler arasında seçim yapılarak, uygun görülen daireler R_0 yarıçaplı palet içinde yerleştirilir.

Lopez ve Beasley [43], problem çözümü için iki hedef ortaya koymaktadır.

1: Alan maksimizasyonu (maks. $\pi\mathcal{R}_i^2$)

2: Daire sayısı maksimizasyonu (maks. $\mathcal{N}$)

Denk.1'deki V_i değeri, birinci hedefe göre $V_i=\pi R_i^2$, ikinci hedefe göre $V_i=1$ olmaktadır. Palet içindeki dairelerin, palet dışına taşmamasını Denk.2 garanti ederken, daire çiftlerinin $Q=\{(i,j)\mid i=1,\dots,n;\ j=1,\dots,n;\ i\neq j\}$ birbirleriyle çakışmamasını ise Denk.3 garanti etmektedir. Dairelerin yerleştirilme durumunu ise Denk.4'deki α_i değeri belirlemektedir ($\alpha_i=1$ paketleme uygun, $\alpha_i=0$ ise paketleme uygun değil).

$$\max \sum_{i=1}^{n} \alpha_i V_i \tag{1}$$

$$x_i^2 + y_i^2 \leq \alpha_i (R_0 - R_i)^2 \qquad i=1,\dots,n \tag{2}$$

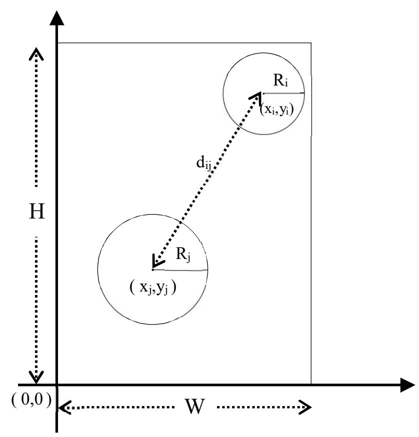
$$(x_i-x_j)^2+(y_i-y_j)^2 \geq \alpha_i \alpha_j (R_i+R_j)^2 \quad \forall (i,j)\in Q \quad j>i \tag{3}$$

α_i= 0 veya 1 i=1,…,n (4)

Lubachevsky ve Graham [24], Graham vd. [25], Wang vd. [33], Wenqi ve Yan [34], Zhang ve Deng [35], Akeb vd. [37], Birgin ve Gentil [29], Francesco vd. [41], Specht [42], Lopez ve Beasley [43], Orick vd. [44], Chen vd. [1], He vd. [32] daire palet üzerinde, DPP çalışması yapmışlardır.

2.2. Dikdörtgen Palet Üzerinde CPP *(CPP on Rectangular Pallet)*

Dikdörtgen paletlerde daire sayısı, kapladığı alan, atık alan yoğunluğu, dairelerin özdeşliği, paletin değişken ölçüleri hedefleri belirlemektedir. Paletin geniş kenarının (W) sabit, uzun kenarının (H) değişken olduğu problemlerde, amaç fonksiyonu uzun kenarın veya çevrenin minimizasyonu olmaktadır. (Bu tip problemler şerit paketleme problemleri olarak da adlandırılabilir.) Ayrıca geniş kenarın (W) ve uzun kenarın (H) sabit olduğu problemlerde ise amaç fonksiyonu daire sayısı ve kullanılan alan maksimizasyonu, atık alan minimizasyonu, veya dairelerin yarıçap maksimizasyonu olabilmektedir. Özdeş olmayan dairelerin, sabit yükseklik ve genişlikteki dikdörtgen bir palet içine yerleştirilmesi probleminin matematiksel modeli ve literatürde bu konu ile ilgili çalışmalar aşağıda sunulmaktadır.



Şekil 14. Dikdörtgen Palette Koordinat Sistemi
(Coordinate system on rectangular pallet)

Şekil 14'de dikdörtgen palette konumlanan i ve j daireleri gösterilmektedir. Buna göre;

(i) palet genişliği: W, palet yüksekliği: H
(ii) palet merkez noktası: sol alt köşe
(iii) yerleşmeye aday n adet dairenin yarıçapı: R_i (i=1,2,…,n)
(iv) i dairesinin yarıçapı ve orijine göre koordinatı: R_i, (x_i,y_i)
(v) j dairesinin yarıçapı ve orijine göre koordinatı: R_j, (x_j,y_j)
(vi) i ve j dairelerinin merkezleri arasındaki uzaklık: d_{ij}

Şekil 14'de uzunluğu H ve genişliği W olan dikdörtgen palet içine yerleştirilen R_i ve R_j yarıçaplı iki dairenin koordinat sistemi verilmiştir. n adet özdeş olmayan daireler artan yarıçaplarına (R_i) göre sıralanarak ($R_i<R_{i+1}$ i=1,…,n-1) numaralandırılır. Bu daireler arasında seçim yapılarak, uygun görülen daireler dikdörtgen palet içine yerleştirilir.
Denk.5 gösterilen V_i değeri, daire alan maksimizasyonuna göre $V_i=\pi R_i^2$, daire sayısı maksimizasyonuna göre V_i=1 olmaktadır. Denk.6 ve Denk.7 ile (x,y) koordinatlarının palet içinde olduklarını garanti altına almaktadır. Dairelerin birbirleriyle çakışma kontrolü Denk.8 ile kontrol edilmektedir. Denk.9'de belirtilen α_i değeri ile dairenin yerleşme durumu belirlenmektedir (yerleşim uygun ise α_i=1 uygun değilse, α_i=0).

$$\max \sum_{i=1}^{n} \alpha_i V_i \tag{5}$$

$$R_i \leq x_i \leq (\mathrm{W}-R_i) \qquad i=1,\dots,n \tag{6}$$

$$R_i \leq y_i \leq (\mathrm{H}-R_i) \qquad i=1,\dots,n \tag{7}$$

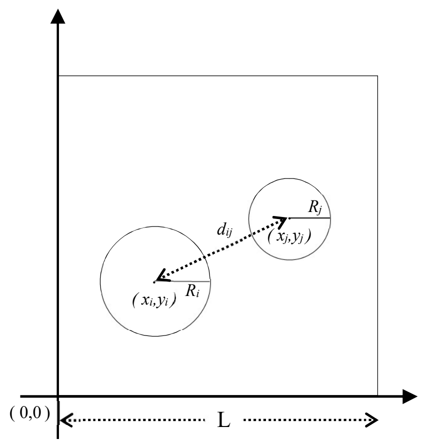
$$R_i + R_j \leq d_{ij} \qquad \forall(i,j) \in \mathrm{Q}\ j>i \tag{8}$$

$$\alpha_i = 0 \text{ veya } 1 \qquad i=1,\dots,n \tag{9}$$

Dowsland [48], George vd. [49], Correia vd. [50], Birgin vd. [51], Dowsland vd. [52], Specht [10], Stoyan ve Yaskov [53] dikdörtgen bir palet üzerine daire paketleme yaparak çözüme katkı sunmuşlardır.

2.3. Kare Palet Üzerinde DPP *(CPP on Square Pallet)*

Bu bölümde, özdeş olmayan dairesel nesnelerin sabit kare bir palet içine yerleştirilmesi probleminin matematiksel modeli ve literatürde bu konu ile ilgili çalışmalar sunulmaktadır.



Şekil 15. Kare Palette Koordinat Sistemi
(Coordinate system on square pallet)

Şekil 15'de gösterilen kare palette konumlanan i ve j daireleri gösterilmektedir. Buna göre;

(i) palet kenar uzunluğu: L
(ii) palet merkez noktası: sol alt köşe
(iii) yerleşmeye aday n adet dairenin yarıçapı: R_i (i=1,2,…,n)
(iv) i dairesinin yarıçapı ve orijine göre koordinatı: R_i, (x_i,y_i)
(v) j dairesinin yarıçapı ve orijine göre koordinatı: R_j, (x_j,y_j)
(vi) i ve j dairelerinin merkezleri arasındaki uzaklık: d_{ij}

Şekil 13'de L kenar uzunluklu kare palete R_i ve R_j yarıçaplı iki dairenin yerleşiminde Denk.10 gösterilen V_i değeri, daire alan maksimizasyonuna göre $V_i=\pi R_i^2$, daire sayısı maksimizasyonuna göre V_i=1 olmaktadır. Denk.11 ve Denk.12 ile (x,y) koordinatlarının palet içinde olduklarını garanti altına almaktadır. Dairelerin birbirleriyle çakışma kontrolü Denk.13 ile kontrol edilmektedir. Denk.14'da ise belirtilen α_i değeri ile dairenin yerleşme durumu belirlenmektedir (yerleşim uygun ise α_i=1 uygun değilse, α_i=0).

$$\max \sum_{i=1}^{n} \alpha_i V_i \qquad (10)$$

$$R_i \leq x_i \leq (\mathrm{L}-R_i) \qquad i=1,\dots,n \qquad (11)$$

$$R_i \leq y_i \leq (\mathrm{L}-R_i) \qquad i=1,\dots,\mathrm{n} \qquad (12)$$

$$R_i + R_j \leq d_{ij} \qquad \forall(i,j) \in \mathrm{Q}\ j>i \qquad (13)$$

$$\alpha_i = 0 \text{ veya } 1 \qquad i<j=1,\dots,\mathrm{n} \qquad (14)$$

Goldberg [11], Mollard [12], Groot vd. [21], Peikert vd. [54], Drezner ve Erkut [55], Theodoracatos ve Grimsley [56], Nurmela ve Östergard [57], Boll vd. [58], Locatelli ve Raber [26], Markot ve Csendes [59], Costa vd. [60], Zeng vd. [61] kare palet üzerinde daire paketleme problemini farklı amaç fonksiyonlarıyla çalışmışlardır.

2.4. DPP'nin çözüm yöntemleri *(Solution Methods of CPP)*

DPP'nin, NP-Zor olduğu kanıtlanmıştır. Bu nedenle, bu problemi çözmek için genellikle sezgisel arama yöntemleri önerilmektedir [62].

Huang vd. [63] "iki seviyeli arama stratejisi" kullanarak, özdeş olmayan daireleri daire palet üstüne yükleme problemini çözmüştür. Hifi ve M'Hallah [64] genetik algoritma ile özdeş olmayan daireleri dikdörtgen palete yükleme konusunu çalışmıştır. Huang vd. [36] iki farklı açgözlü algoritmayla özdeş olmayan daireleri dikdörtgen palet içine yerleştirme problemini çözmüştür. Bu algoritmalardan birincisi "en büyük boşluk derecesi kuralı" yöntemiyle paketlemedeki insanın eyleminden esinlenerek bir sonraki daireyi seçer. İkinci algoritma ise "kendi kendine arama stratejisi" ile ilk algoritmayı geliştirir. Lü ve Huang [65], bir algoritma kullanarak özdeş veya özdeş olmayan daireleri, daire palete yerleştirmesini gerçekleştirmekte ve algoritmanın performansını literatürden alınan önceki çalışmalarla karşılaştırmaktadır. Akeb ve M'Hallah [37] "ışın arama algoritması", Akeb ve Hifi [66] "melez ışın arama algoritması"; Akeb vd. [38] "arttırılmış ışın arama algoritması"; Wang vd. [33] insan davranışını taklit eden ve tabu aramasına uyarlanan yarı-fiziksel yarı-insan algoritması kullanarak çözümüne katkı sunmuşlardır. Zhang ve Deng [67] tabu araması ve tavlama benzetimi ile birlikte bir melez yaklaşım ortaya koymuşlardır. Literatürdeki çalışmaların yöntemleri ve detayları Tablo 1, Tablo 2 ve Tablo 3'de sırasıyla daire, kare ve dikdörtgen paletler olarak kategorize edilerek sunulmuştur.

3. SONUÇ *(CONCLUSION)*

Son yıllarda, rekabet koşullarının artması ve teknolojik gelişimin hızlanmasıyla beraber işletmeler, rekabette ayakta kalabilmek için yeni stratejilere odaklanmış ve bu rekabetin sonucu olarak ise maliyet azaltıcı stratejiler geliştirmeye başlamışlardır. Bu sebeple, paketleme problemlerinin çözümü, malzeme kullanımını maksimuma çıkaracak; ayrıca alan ve malzeme atıklarını en aza indirecek şekilde olumlu katkılar sunmaktadır. Bu çalışma kapsamında DPP'ye ilişkin değerlendirmeler yapan çalışmalar geniş bir açıdan ele alınmış ve DPP'nin, genel yapısı, çeşitleri, geçmişte ve günümüzdeki uygulama alanları, matematiksel modelleri hakkında ayrıntılı incelemelerde bulunulmuştur. DPP uygulama alanlarının büyük bir oranda palet/alan yükleme şeklinde gerçekleştiği düşünüldüğünde, DPP'nin uygulandığı alanların çoğunlukla daire, dikdörtgen veya kare şeklinde olduğu görülmektedir.

Bu çalışmada ele alınan problem kombinatoryal optimizasyon problemleri arasında yer almaktadır. Bu tür problemlerin matematiksel olarak formülasyonu ve küçük boyutlu örnekleri için çözümler elde edilebilir. Bunun yanında kesin çözüm teknikleri de (dal-sınır, dal-kesme, kesme-fiyat algoritmaları, dinamik programlama vb.) bu tür problemlerin çözümünde yaygın olarak kullanılmaktadır. Matematiksel formülasyonlar ve kesin çözüm teknikleri kombinatoryal optimizasyon problemlerinde sınırlı sayıda çeşitliliğe sahip şekilde geliştirilmektedir. Örneğin bir problemin az sayıda birkaç tane matematiksel formülasyonu olabilir. Bu farklılık karar değişkenleri ve kısıt sayısı açısından değişkenlik olduğunda ortaya çıkmaktadır. Özellikle orta ve büyük boyutlu problem örneklerinin çözümünde sezgisel veya metasezgisel yöntemler literatürde ön plana çıkmaktadır. Bu çalışmadaki literatür araştırması sonuçlarına bakıldığında ele alınan problem için matematiksel formülasyonların ve kesin çözüm tekniklerinin kullanıldığı ve yeterli doygunluğa ulaşıldığı görülmektedir. Yine literatür araştırması sonuçlarına bakıldığında çok çeşitli sezgisel veya metasezgisel yöntemlerinin yoğun şekilde kullanıldığı görülmektedir. Ele alınan problemle ile ilgili gelecekte yapılabilecek çalışmalar arasında henüz bu probleme uygulanmamış olan metasezgisel yöntemlerin kullanılması faydalı olacaktır. Sonuç olarak karşılaşılabilecek yeni problemlerin etkin bir şekilde çözümlenebilmesi için daha önce geliştirilmiş yöntemlerin incelenmesi yeni çözümlere önemli katkı sağlayacağını söylemek mümkündür. Bu kapsamda çalışmanın alana ilgi duyan araştırmacılara önemli bir katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

KAYNAKLAR *(REFERENCES)*

[1] M. Chen, X. Tang, T. Song, Z. Zeng, X. Peng, S. Liu, "Greedy heuristic algorithm for packing equal circles into a circular container", *Computer & Industrial Engineering,* 119, 114–120, 2018.

[2] C. O. Lopez, J. E. Beasley, "Packing unequal circles using formulation space search", *Computer & Operations Research*, 40, 1276–1288, 2013.

[3] H. Dyckhoff, "A typology of cutting and packing problems", *European Journal of Operational Research*, 44, 145–159, 1990.

[4] G. Wascher, H. Haußner, H. Schumann, "An improved typology of cutting and packing problems", *European Journal of Operational Research*, 183, 1109–1130, 2007.

[5] M. Hifi, R. M'hallah, "A literature review on circle and sphere packing problems: models and methodologies", *Advances in Operations Research*, 150624, 22, 2009.

[6] G. Malfatti, "Memoria sopra un problema sterotomico", *Memorie di Matematica e di Fisica della Societa Italiana delle Scienze*, 10, 235–244, 1803.

[7] H. Lob, H. W. Richmond, "On the solutions of Malfatti's problem for triangle" *Proceedings of the London Mathematical Society*, s2-30, 287-304, 1930.

[8] K. He, M. Huang, C. Yang, "An action-space-based global optimization algorithm for packing circles into a square container", *Computer & Operations Research,* 58, 67–74, 2015.

[9] P.G. Szabo, M.Cs. Markot, T. Csendes, E. Specht, L.G. Casado, I. Garcia, "New Approaches to Circle Packing in a Square: With Program Codes", *Springer Optimization and Its Applications,* Springer, New York, NY, USA, *vol.6*, 2007.

[10] E. Specht, "High density packings of equal circles in rectangles with variable aspect ratio", *Computers & Operations Research,* 40, 58–69, 2013.

[11] M. Goldberg, "The packing of equal circles in a square", *Mathematics Magazine,* 43, 24-30, 1970.

[12] J. Schaer, A. Meir, "On a geometric extremum problem", *Canadian Mathematical Bulletin*, 8, 21-27, 1965.

[13] J. Schaer, "The densest packing of nine circles in a square", *Canadian Mathematical Bulletin*, 8, 273–277, 1965.

[14] J. Schaer, "On the packing of ten equal circles in a square", *Math*ematics *Magazine*, 44, 139–140, 1971.

[15] H. Melissen, "Densest packing of eleven congruent circles in a circle.", *Geometriae Dedicata*, 50, 15–25, 1994.

[16] K. Schlüter, "Kreispackung in Quadraten. In German.", *Elemente der Mathematik*, 34, 12-14, 1979.

[17] G. Valette, "A better packing of ten circles in a square.", *Discrete Mathematics,* 76, 57-59, 1989.

[18] B. Grünbaum, "An improved packing of ten circles in a square." *Manuscript,* 1990.

[19] M. Grannell, "An even better packing of ten equal circles in a square.", *Manuscript,* 1990.

[20] M. Mollard, C. Payan, "Some progress in the packing of equal circles in a square.", *Discrete Mathematics,* 84, 303-307, 1990.

[21] C. de Groot, R. Peikert, D. Würtz, "The optimal packing of ten equal circles in a square.", *IPS Research Report,* 90-12, 1990.

[22] F. Fodor, "The densest packing of 19 congruent circles in a circle.", *Geometriae Dedicata*, 74, 139–145, 1999.

[23] F. Fodor, "The densest packing of 12 congruent circles in a circle.", *Contributions to Algebra and Geometry*, 41(2), 401–409, 2000.

[24] B.D. Lubachevsky, R.L. Graham, "Curved hexagonal packings of equal disks in a circle", *Discrete & Computational Geometry*, 18, 179-194, 1997.

[25] R.L. Graham, B.D. Lubachevsky, K.J. Nurmela, P.R.J. Östergard, "Dense packings of congruent circles in a circle", *Discrete Mathematics,* 181, 139–154, 1998.

[26] M. Locatelli, U. Raber, "Packing equal circles in a square: a deterministic global optimization approach", *Discrete Applied Mathematics,* 122, 139-166, 2002.

[27] N. Mladenovic, F. Plastria, D.Urosevic, "Reformulation descent applied to circle packing problems", *Computers&Operations Research,* 32, 2419–2434, 2005.

[28] J. Liu, S. Xue, Z. Liu, D. Xu, "An improved energy landscape paving algorithm for the problem of packing circles into a larger containing circle", *Computers&Industrial Engineering,* 57(3), 1144–1149, 2009.

[29] E.G. Birgin, J.M. Gentil, "New and improved results for packing identical unitary radius circles within triangles, rectangles and strips", *Computers&Operations Research,* 37(7), 1318–1327, 2010.

[30] W. Huang, T. Ye, "Global optimization method for finding dense packings of equal circles in a circle", *European Journal of Operational Research,* 210, 474–481, 2011.

[31] S.I. Galiev, M.S. Lisafina, "Linear models for the approximate solution of the problem of packing equal circles into a given domain", *European Journal of Operational Research.* 230, 505-514, 2013.

[32] K. He, H. Ye, Z. Wang, J. Liu, "An efficient quasi-physical quasi-human algorithm for packing equal circles in a circular container", *Computers and Operations Research,* 92, 26–36, 2018.

[33] H. Wang, W. Huang, Q. Zhang, D. Xu, "An improved algorithm for the packing of unequal circles within a larger containing circle", *European Journal of Operational Research,* 141, 440–453, 2002.

[34] H. Wenqi, K. Yan, "A short note on a simple search heuristic for the diskspacking problem", *Annals of Operations Research*, 131, 101–108, 2004.

[35] D. Zhang, A. Deng, "An efective hybrid algorithm for the problem of packing circles into a larger containing circle", *Computers & Operations Research,* 32, 1941–1951, 2005.

[36] W. Huang, Y. Li, H. Akeb, C. Li, "36] algorithms for packing unequal circles into a rectangular container", *Journal of the Operational Research Society,* 56(5), 2005.

[37] H. Akeb, M. Hifi, R. M'Hallah, "A beam search algorithm for circular packing problem", *Computers & Operations Research*, 36, 1513–1528, 2009.

[38] H. Akeb, M. Hifi, S. Negre, "An augmented beam search-based algorithm for the circular open dimension problem", *Computers & Industrial Engineering*, 61, 373–381, 2011.

[39] Y.J. Ahm, C.M. Hoffmann, P. Rosen, "A note on circles packing", *Computers & Electronics,* 13(8), 559-564, 2012.

[40] C.O. Lopez, J.E. Beasley, "Packing unequal circles using formulation space search.", *Computers & Operations Research,* 40, 1276–1288, 2013.

[41] C. Francesco, C. Cerrone, R. Cerulli, "A tabu search approach for the circle packing problem", *Network-Based Information Systems (NBiS) 17th International Conference,* Salerno, Italy, 2014. 201 165-171.

[42] E.Specht, "A precise algorithm to detect voids in polydisperse circle packings", *Proc. R. Soc. A* 471, 2015.

[43] C.O. Lopez, J.E. Beasley, "A formulation space search heuristic for packing unequal circles in a fixed size circular container", *European Journal of Operational Research*, 251, 64-73, 2016.

[44] G. L. Orick, K, Stephenson, C. Collins, "A linearized circle packing algorithm", *Computational Geometry,* 64, 13–29, 2017.

[45] Y. Wang, Y. Wang, J. Sun, C. Huang, X. Zhang, "A stimulus - response - based allocation method for the circle packing problem with equilibrium constraints", *Physica A*, 522, 232–247, 2019.

[46] R. L. Graham, B. D. Lubachevsky, "Dense packings of equal disks in an equilateral triangle: from 22 to 34 and beyond", *The Electronic J. of Combinatorics,*2, 1995.

[47] E. G. Birgin, L. H. Bustamante, H. F. Callisaya, J. M. Martinez, "Packing circles within ellipses", *Internatıonal Transactions Inoperational Research*, 20, 365–389, 2013.

[48] K. A. Dowsland "Optimising the palletisation of cylinders in cases", *OR Spektrum,* 13, 204-212, 1991.

[49] J. A. George, J. M. George, B. W. Lamar, "Packing different-sized circles into a rectangular container", *European Journal of Operational Research,* 84, 693-712, 1995.

[50] M. H. Correia, J. F. Oliveira, J. S. Ferreira, "Cylinder packing by simulated annealing", *Pesquisa Operacional,* 20(2), 269-286, 2000.

[51] E. G. Birgin, J. M. Martinez, D. P. Ronconi, "Optimizing the packing of cylinders into a rectangular container: A nonlinear approach", *European Journal of Operational Research,* 160(1), 19-33, 2005.

[52] K. A. Dowsland, M. Gilbert, G. Kendall, "A local search approach to a circle cutting problem arising in the motor cycle industry", *Journal of the Operational Research Society,* 58(4), 429-438, (2007).

[53] Y. Stoyan, G. Yaskov, "Packing unequal circles into a strip of minimal length with a jump algorithm", *Optimization Letters*, 8(3), 949–970, 2014.

[54] R. Peikert, D.Würtz, M. Monagan, C. de Groot"Packing circles in a square: A review and new results", *Lecture Notes in Control and Information Sciences,* 180, 45-52, 1992.

[55] Z. Drezner, E. Erkut, "Solving the continuous p-dispersion problem using non-linear programming", *The Journal of the Operational Research Society*, 46(4), 516-520, 1995.

[56] V. E. Theodoracatos, J. L. Grimsley, "The optimal packing of arbitrarily-shaped polygons using simulated annealing and polynomial-time cooling schedules", *Computer Methods in Applied Mechanics Engineering*, 125, 53-70, 1995.

[57] K. J. Nurmela, P. R. J. Östergard, "Packing up to 50 equal circles in a square", *Discrete&Computational Geometry,* 18, 111–120 1997.

[58] D. W. Boll, J. Donovan, R. L. Graham, B. D. Lubachevsky, "Improving dense packing of equal disks in a square", *The electronic journal of combinatorics,* 7, 2000.

[59] M. C. Markot, T. Csendes, "A new verified optimization technique for the packing circles in a unit square problems", *SIAM Journal on Optimization,* 16(1), 193-219, 2005.

[60] A. Costa, P. Hansen, L. Liberti, "On the impact of symmetry-breaking constraints on spatial Branch-and-Bound for circle packing in a square", *Discrete Applied Mathematics,* 161, 96–106, 2013.

[61] Z. Zeng, X. Yu, M. Chen, Y. Liu, "A memetic algorithm to pack unequal circles into a square", *Computers and Operations Research,* 92, 47–55, 2018.

[62] J. J. Flores, J. Martínez, F. Calderon, "Evolutionary computation solutions to the circle packing problem", *Soft. Comput*, 20, 1521–1535, 2016.

[63] W. Q. Huang, Y. Li, B. Jurkowiak, C. M. Li, R. C. Xu, "A two-level search strategy for packing unequal circles into a circle container." *Conference: Principles and Practice of Constraint Programming - CP 2003, 9th International,* Kinsale, Ireland, 2003, 2833, 868–872.

[64] M. Hifi, R. M'Hallah, "Approximate algorithms for constrained circular cutting problems" *Computers&Operations Research*, 31(5), 675–694, 2004.

[65] Z. Lü, W. Huang, "Perm for solving circle packing problem", *Computers&Operataions Research*, 35(5), 1742–1755, 2008.

[66] H. Akeb, M. Hifi, "A hybrid beam search looking-ahead algorithm for the circular packing problem", *Journal of Combinatorial Optimization,* 20(2), 101-130, 2010.

[67] D. Zhang, A. Deng, "An effective hybrid algorithm for the problem of packing circles into a larger containing circle", *Computers& Operations Research,* 32, 1941–1951, 2005.

[68] M. H. Correia, J. F. Oliveira, J. S. Ferreira, "A new upper bound fort he cylinder packing problem", *Intl. Trans. İn Op. Res,* 8, 571-583, 2001.

[69] M. Hifi, V. T. Paschos, V. Zissimopoulos, "A simulated annealing approach for the circular cutting problem", *European Journal of Operational Research,* 159, 430-448, 2004.

[70] Y. G. Stoyan, G. Yaskov, "A matematical model and a solution method for the problem of placing various-sized circles into a strip", *European Journal of Operational Research*, 156, 590–600, 2004.

[71] D. Zhang, Y. Liu, S. Chen, "Packing Different-sized Circles into a Rectangular Container Using Simulated Annealing Algorithm", *International Conference on Computational Intelligence,* Istanbul, Turkey,2004, 388-391.

[72] Y. He, Y. Wu, "Packing non-identical circles within a rectangle with open length", *Journal of Global Optimization,* 56, 1187-1215, 2013.

[73] D. Zhang, W. Huang, "A Simulated Annealing Algorithm for the Circles Packing Problem", *Conference: Computational Science - ICCS 2004, 4th International Conference, Kraków, Poland,* 2004, 3036, 206-214.

[74] R. Torres-Escobar, J. A. Marmolejo-Saucedo, I. Litvinchev, P. Vasant, "Monkey Algorithm for Packing Circles with Binary Variables", *Intelligent Computing & Optimization*, 547-559, 2019.

[75] K. He, M. Zhang, J. Zhou, Y. Jin, C. Li, "Stochastic Item Descent Method for Large Scale Equal Circle Packing Problem", *arXiv preprint arXiv:2001.08540*, 2020.

[76] Y. Wang, L. Zhang, "Swarm intelligence labor division algorithm for solving unequal circle packing problem", *Journal of ZheJiang University (Engineering Science)*, 53, 2129-2138, 2020.

.

Tablo1. Daire palette DPP literatürü
(CPP literature on circle pallet)

Çalışma	Boyut	Amaç Fonksiyonu	Yaklaşım	Açıklama
Lubachevsky, Graham [24]	Özdeş	Sabit boyuttaki 'daire palet' içerisine en fazla sayıda özdeş dairelerin yerleştirilmesi	Sezgisel	Bilardo Benzetimi Algoritması
Graham, Lubachevsky, Nurmela, Östergard [25]	Özdeş	Sabit boyuttaki 'daire palet' içerisine en fazla sayıda özdeş dairelerin yerleştirilmesi	Sezgisel	Bilardo Benzetimi Algoritması
Wang, Huang, Zhang, Xu [33]	Farklı	Daire paletin yarıçap minimizasyonu	Sezgisel	Tabu Araması
Huang, Li, Jurkowiak, Li, Xu [63]	Farklı	Daire paletin yarıçap minimizasyonu	Sezgisel	İki Seviyeli Arama Strateji
Wenqi, Yan [34]	Farklı	Çakışmama minimizasyonu	Sezgisel	Yarı Fiziksel Algoritma
Zhanh, Huang [73]	Farklı	Çakışmama minimizasyonu	Sezgisel	Tavlama Benzetimi
Zhang, Deng [67]	Farklı	Çakışmama minimizasyonu	Sezgisel	Tavlama Benzetimi / Tabu Araması
Akeb, Hifi, M'Hallah [37]	Farklı	Daire paletin yarıçap minimizasyonu	Sezgisel	Işın Arama Algoritması
Birgin, Gentil [29]	Özdeş	Daire paletin yarıçap minimizasyonu	Sezgisel	Doğrusal olmayan Programlama
Francesco, Cerrone, Cerulli [41]	Farklı	Daire paletin yarıçap minimizasyonu	Sezgisel	Tabu Arama
Specht [42]	Farklı	Dış çap minimizasyonu ve daire sayısı maksimizasyonu	Sezgisel	Polidispersite Algoritması
Lopez ve Beasley [43]	Farklı	Farklı boyuttaki dairelerin yerleştirilmesinde alan ve daire sayısı maksimizasyonu	Sezgisel	Boşluk Arama Formülasyonu
Orick, Stephenson, Collins [44]	Farklı	Farklı boyuttaki dairelerin yerleştirilmesinde daire sayısı maksimizasyonu	Kesin	Doğrusallaştırılmış Algoritma
Chen, Tang, Song, Zeng, Peng, Liu [1]	Özdeş	Dış çap minimizasyonu	Sezgisel	Açgözlü Algoritması
He, Ye, Wang, Liu [32]	Özdeş	Dış çap minimizasyonu	Sezgisel	Yarı fiziksel –Yarı insan Algoritması
He, Zhang, Zhouin, Jin, Li [75]	Özdeş	Özdeş dairelerin yerleştirilmesinde daire sayısı maksimizasyonu	Sezgisel	Stokastik Parça İniş Yöntemi ile Yarı fiziksel –Yarı insan Algoritması
Wang, Ling [76]	Farklı	Farklı boyuttaki dairelerin yerleştirilmesinde daire sayısı maksimizasyonu	Sezgisel	Sürü Zeka İş Bölümü Algoritması

Tablo 2. Kare palette DPP literatürü
(CPP literature on square pallet)

Çalışma	**Boyut**	**Amaç Fonksiyonu**	**Yaklaşım**	**Açıklama**
Goldberg [11]	Özdeş	Sabit boyuttaki karenin içerisinde, özdeş dairelerin sayısını maksimize etmek	Sezgisel	Çember Paketleme
Mollard, Payan [20]	Özdeş	Sabit boyuttaki karenin içerisinde, özdeş dairelerin sayısını maksimize etmek	Sezgisel	Cabri- Geometri
Groot, Peikert, Würtz [21]	Özdeş	Sabit boyuttaki karenin içerisinde, özdeş dairelerin sayısını maksimize etmek	Kesin	CRAY X-MP 13 daireye kadar optimalliği ispatlanmıştır.
Peikert, Würtz, Monagan, Groot [54]	Özdeş	Sabit boyuttaki karenin içerisinde, özdeş dairelerin sayısını maksimize etmek	Kesin	-
Drezner, Erkut [55]	Özdeş	Sabit boyuttaki karenin içerisinde, özdeş dairelerin sayısını maksimize etmek	Kesin	Doğrusal Olmayan Programlama
Theodoracatos, Grimsley [56]	Özdeş	Sabit boyuttaki karenin içerisinde, özdeş dairelerin sayısını maksimize etmek	Sezgisel	Tavlama Benzetimi
Nurmela, Östergard [57]	Özdeş	Sabit boyuttaki karenin içerisinde, özdeş dairelerin sayısını maksimize etmek	Kesin	50 daireye kadar kesin çözüm yaklaşımı
Boll, Donovan, Graham, Lubachevsky [58]	Özdeş	Sabit boyuttaki karenin içerisinde, özdeş dairelerin sayısını maksimize etmek	Sezgisel	Bilardo Benzetimi Algoritması
Locatelli, Raber [26]	Özdeş	Sabit boyuttaki karenin içerisinde, özdeş dairelerin sayısını maksimize etmek	Kesin	Dal – Sınır Algoritması
Markot, Csendes [59]	Özdeş	Sabit boyuttaki karenin içerisinde, özdeş dairelerin sayısını maksimize etmek	Kesin	Dal – Sınır Algoritması
Costa, Hansen, Liberti [60]	Özdeş	Sabit boyuttaki kare paletlerin içerisine verilen daire sayısında özdeş dairelerin yarıçap maksimizasyonu	Kesin	Dal – Sınır Algoritması
He, Huang, Yang [8]	Farklı	Kare şeklindeki paletin kenar uzunluk minimizasyonu	Sezgisel	ASGO Algoritması

Tablo 3. Dikdörtgen palette DPP literatürü
(CPP literature on rectangle pallet)

Çalışma	Uygulama Alanı	Boyut	Amaç Fonksiyonu	Yaklaşım	Açıklama
Dowsland [48]	Dikdörtgen Palete Silindirik nesne yerleştirme	Özdeş	Daire/silindir sayısı maksimizasyonu ve toplam palet sayısı minimizasyonu	Sezgisel	Geometrik analizle, daire komşuluklar arası açıyı optimize etme.
Stoyan, Yaskov [53]	Dikdörtgen Palete Daire Yerleştirme Problemi	Farklı	Dikdörtgen palete yerleştirmede uzun kenarı minimize etme	Kesin	Matematiksel Model / Zıplama Algoritması
Correia, Oliveriai Ferreira [50]	Dikdörtgen Palete Daire Yerleştirme	Özdeş	Sabit boyuttaki dikdörtgen içine yerleştirilen daire sayısını maksimize etme	Sezgisel	Tavlama Benzetimi
Correia, Oliveriai Ferreira [68]	Dikdörtgen Palete Daire Yerleştirme	Özdeş	Palet içinde atık alan minimizasyonu	-	Üst Sınırlar
Hifi, M'Hallah [64]	Dairesel Kesme Problemi	Farklı	Sabit boyuttaki dikdörtgenin kullanım alanı maksimizasyonu	Sezgisel	Genetik Algoritma
Hifi, Paschos, Zissmopolos [69]	Dairesel Kesme Problemi	Farklı	Sabit boyuttaki dikdörtgenin kullanım alanı maksimizasyonu	Sezgisel	Tavlama Benzetimi
Stoyan, Yaskov [70]	Dairesel Kesme	Farklı	Sabit boyuttaki dairelerin, dikdörtgen palete yerleştirmede uzun kenarı minimize etme	Kesin	Matematiksel Model
Birgin, Martinez, Ronconi [51]	Daire Paketleme	Özdeş	Paketlenen daire sayısının maksimize etmek	Sezgisel	Doğrusal Olmayan Programlama
Zhang, Liu, Chen [71]	Daire Paketleme	Farklı	Çakışmama minimizasyonu	Sezgisel	Tavlama Benzetimi
Akeb, Hifi, Negre [38]	Daire Paketleme	Farklı	Sabit boyuttaki dairelerin, dikdörtgen palete yerleştirmede uzun kenarı minimize etme	Sezgisel	Arttırılmış Algoritma
He, Wu [72]	Daire Paketleme	Farklı	Sabit sayıdaki dairelerin yerleşiminde uzun kenar minimizasyonu	Sezgisel	Genetik Algoritma
Specht [10]	Değişken ölçülü palete Daire Paketleme	Özdeş	Sabit sayıdaki dairelerin yerleşiminde uzun kenar minimizasyonu	-	Altıgen Paketleme
Torres-Escobar, Marmolejo-Saucedo, Litvinchev, Vasant [74]	Değişken ölçülü palete Daire Paketleme	Farklı	Dairelerin kapladığı alanı maksimize etmek	Sezgisel	Maymun Algoritması