Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi (EFMED)
Cilt 14, Sayı 1, Haziran 2020, sayfa 661-690. ISSN: 1307-6086

Necatibey Faculty of Education Electronic Journal of Science and Mathematics Education
Vol. 14, Issue 1, June 2020, pp. 661-690. ISSN: 1307-6086

Araştırma Makalesi / Research Article

Exploring, Conjecturing and Proving with Dynamic Geometry Software: a case study*

Emel ÖZDEMİR ERDOĞAN[1], Abdulkadir ERDOĞAN[2], Zeliha DUR[3], Zeynep AKKURT DENİZLİ[4]

[1] Anadolu University, Faculty of Education, eoerdogan@anadolu.edu.tr , http://orcid.org/0000-0003-2703-9530

[2] Anadolu University, Faculty of Education, abdulkadirerdogan@anadolu.edu.tr, http://orcid.org/0000-0002-6553-8309

[3]MEB,Emine Emir Şahbaz BİLSEM, zeliha_dur@hotmail.com, http://orcid.org/0000-0001-5128-6457

[4]Ankara University, Faculty of Educational Sciences, zakkurt@ankara.edu.tr , http://orcid.org/0000-0003-1996-1285

Received : 17.02.2020 Accepted : 15.06.2020

Doi: 10.17522/balikesirnef.689742

Abstract –The potential of Dynamic Geometry Software (DGS) in exploring, conjecturing and proving process has been revealed and the complexity of an effective use of DGS in this purpose has been underlined. The aim of this study is to examine this process in a teaching session which was designed to allow 7th grade students comparing the lengths of the auxiliary elements of a triangle. This case study focuses on that teaching session prepared by a mathematics teacher who has used DGS in her courses. The data of the study included the detailed plan of the teacher, the video and audio recording of the teaching session and the teacher's report about the session. The data were descriptively analyzed according to the teaching design principles of the theory of didactical situations, which had also been used by the teacher in planning the teaching. The results showed that students exclusively used measuring tools and the teacher could not help students move from empirical verifications based on measurements to mathematical arguments as a first step pf proving.

Key words: Dynamic geometry software, dragging, measuring, auxiliary elements of a triangle, 7th grade.

Corresponding author: Emel ÖZDEMİR ERDOĞAN, Anadolu University, Faculty of Education, Eskişehir, eoerdogan@anadolu.edu.tr

---

* A previous version of this paper was presented at MATDER 11th Mathematics Semposium.

Summary

Introduction

Dynamic geometry software (DGS) has potential in exploring, conjecturing and proving. With the use of dragging tool, it is possible to move a geometrical figure from one point in order to observe related changes in the figure properties. Similarly, with the use of measuring tools, one can easily measure and compare measurable properties of a figure. Therefore, these tools create a bond from spatio-graphical field to theoretical field, for example, by providing user with generalizations and conjectures and from theoretical field to spatio-graphical field, for example, by providing user with testing conjectures. Thus, these tools may support and facilitate exploring, conjecturing and proving process (Arzarello et al., 2002; Olivero and Robutti, 2007). However, studies have underlined that an effective use of DGS with this regard is not a natural process and have highlighted the importance of the teacher's role. For example, if the use of these tools is not carefully organized by the teacher, students may less need for a mathematical proof, taking empirical verifications they made with DGS as a mathematical proof (Jones, 2000; Pandiscio, 2002). Therefore, the aim of this study is to examine exploring, conjecturing and proving process with DGS in a teaching designed to allow students comparing the lengths of the auxiliary elements of a triangle. The study focuses on the use of DGS in the designed learning environment and the role the teacher plans and accomplishes in exploring, conjecturing and proving process.

Method

The study was designed as a case study with a focus on the teaching plan and the teaching session prepared by a mathematics teacher, with more than five years of teaching experience, who has used dynamic geometry software in her courses. The students involved in the study were 20 seventh grade students who were worked in pair using TI-Nspire CAS on computers. The data of the study included the detailed teaching plan prepared by the teacher, the video and audio recording of the teaching session and the teacher's report about the session. The data were descriptively analyzed according to the teaching design principles of the theory of didactical situations, which had also been used by the teacher in planning the teaching. The analyses were carried out with a focus on the teacher's interventions and, the teaching plan was compared with the analysis of teaching session.

Results

The teacher created a learning environment in which students could mainly interact with DGS as a source of information about the lengths of median, angle bisector and altitude of a

triangle. Students got quickly involved in drawing various triangles and exploring the relation of length of their auxiliary elements. Finally, they came up with several conjectures about equilateral, isosceles, right and scalene triangles. However, the use of dragging tool was not observed and the teacher did not create opportunities for its use. Students' conjectures were discussed and proved or refuted only by measuring on a given triangle. The proving process for each conjecture took place in a similar way:

- A pair of students puts a conjecture forward,
- A student from pair comes to the computer connected to a projector, draws a triangle and its auxiliary elements and measures lengths,
- The teacher asks other students if they agree with this conjecture or if they disagree and want to refute this conjecture,
- If all the students agree with the conjecture, it is accepted as a theorem
- If students disagree with the conjecture, they come to the computer connected to the projector, puts another conjecture forward and draw a triangle and its auxiliary elements fitting this conjecture.

Conclusion

Although the learning environment designed by the teacher supported students' exploring and conjecturing processes about auxiliary elements of various kinds of triangle, this environment appeared to be weak to trigger mathematical arguments as a first step of proving. The teacher did not interact with the students in order to bring the use of dragging tool into the forefront even in situation where dragging can easily solve the disagreement. The teacher could not help students move from empirical verifications based on measurements to mathematical arguments. Finally, drawing a particular triangle and its auxiliary elements from only one vertex was considered to be enough to accept that a conjecture is true (Balacheff, 1988; Chazan, 1993; Jones, 2000; Pandiscio, 2002). It is to be noticed that the teacher was reticent to direct students to the use of a targeted tool or to impose mathematical arguments because she adopted a passive role in the whole process (Drijvers et al., 2010) as she tried to be in line with the principles of the theory of didactical situations. As pointed out by Leung and Lee (2013), the results of the study underline the need for specially designed tasks which allow students moving from empirical evidence to deductive reasoning.

Dinamik Geometri Yazılımı ile Keşif, Varsayım ve İspat : Bir durum çalışması*

Emel ÖZDEMİR ERDOĞAN [1], Abdulkadir ERDOĞAN[2], Zeliha DUR[3] , Zeynep AKKURT DENİZLİ[4]

[1] Anadolu Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, eoerdogan@anadolu.edu.tr , http://orcid.org/0000-0003-2703-9530

[2] Anadolu Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, abdulkadirerdogan@anadolu.edu.tr, http://orcid.org/0000-0002-6553-8309

[3]MEB, Emine Emir Şahbaz BİLSEM, zeliha_dur@hotmail.com, http://orcid.org/0000-0001-5128-6457

[4]Ankara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Fakültesi, zakkurt@ankara.edu.tr , http://orcid.org/0000-0003-1996-1285

Gönderme Tarihi: 17.02.2020 Kabul Tarihi: 15.06.2020

Doi: 10.17522/balikesirnef.689742

Özet – Dinamik geometri yazılımları (DGY), bir geometrik özelliğin keşfedilmesi, genellenmesi ve ispatlanması için önemli bir potansiyele sahiptir. Araştırmalar, DGY'nin bu bağlamda etkin kullanımının doğal bir süreç olmadığının altını çizmekte ve bu sürecin karmaşıklığına dikkat çekmektedirler. Bu çalışmanın amacı DGY kullanılarak üçgenin yardımcı elemanlarının uzunlukları arasındaki ilişkinin incelenmesi için tasarlanan bir öğretim ortamında keşif, varsayım ve ispat süreçlerinin nasıl gerçekleştiğini incelemektir. Durum çalışması yönteminin benimsendiği çalışmada beş yıldan fazla mesleki tecrübeye sahip ve dinamik geometri yazılımlarını derslerinde kullanmaya çalışan bir matematik öğretmeninin hazırlamış olduğu öğretim planına ve öğretim seansına odaklanılmıştır. Çalışmanın verileri, öğretmenin hazırladığı detaylı öğretim planından, öğretim seansının video ve ses kaydından ve öğretmenin uygulama sonrası raporundan oluşmaktadır. Veriler, öğretmenin öğretim sürecini planlarken başvurduğu Didaktik Durumlar Teorisinin aşamalarına göre betimsel olarak analiz edilmiştir. Verilerin analizi DGY'nin ölçme aracının kullanımının ön plana çıktığını ve öğretmenin ölçme aracı kullanılarak elde edilen ampirik doğrulamadan matematiksel argümanlara geçişi sağlamakta yetersiz kaldığını göstermektedir.

Anahtar kelimeler: Dinamik geometri, sürükleme, ölçme, üçgenin yardımcı elemanları, ortaokul 7. sınıf.

Sorumlu yazar: Emel ÖZDEMİR ERDOĞAN, Anadolu Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Eskişehir, eoerdogan@anadolu.edu.tr

---

* Bu makale MATDER 11. Matematik Sempozyumunda sunulan bildirinin genişletilmesiyle elde edilmiştir.

Giriş

Matematiğin önemli alanlarından biri olan geometri, öğrencilerin muhakeme ve sorgulama becerilerini geliştirebildikleri bir alandır (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000). Teknolojinin gelişerek eğitim-öğretime uygulanmasıyla birlikte geometri öğretiminde büyük bir değişim yaşanmaya başlanmıştır. Cabri Geometri, Geogebra, Geometer's Sketchpad gibi dinamik geometri yazılımları (DGY) ile iki veya üç boyutlu geometrik nesneleri oluşturabilmek ve bu nesneleri hareket ettirebilmek mümkün hale gelmiştir (Gürbüz ve Gülburnu, 2013; Uğur, Urhan ve Akgün Kocadere, 2016). Böylece, kağıt-kalem ortamında statik olarak yapılan geometri çalışmaları bilgisayar ortamında dinamik bir boyut kazanmıştır. Bu gelişmeler matematik dersi öğretim programlarına da yansımış ve DGY'nin geometri öğretiminde etkin kullanıma yönelik beklenti ve vurgular artmıştır. Örneğin, güncel ilköğretim matematik dersi öğretim programı incelendiğinde, pek çok kazanımın açıklamasında DGY'nin kullanımının önerildiği görülmektedir (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2018).

DGY'nin temel özelliği olan *sürükleme* ile bir geometrik şekil belirli bir noktadan hareket ettirilerek pek çok durum hızlıca incelenebilmekte ve böylelikle şeklin değişen ve değişmeyen özellikleri gözlemlenebilmektedir (Laborde, 2001). DGY'nin diğer temel aracı olan *ölçme* ise bir geometrik şeklin ölçülebilir özelliklerini kâğıt-kalem ortamında yapılan ölçmeye göre daha hızlı ve doğru bir şekilde ölçme imkânı sunmaktadır (Olivero ve Robutti, 2007). Sürükleme ve ölçme araçları birlikte kullanıldığında, şekiller hareket ettirildikçe veya dönüştürüldükçe ölçülen özelliklerdeki değişimler de eş zamanlı olarak gözlemlenebilmektedir. Böylelikle DGY, geometri yapmanın temel süreçlerinden keşif, varsayım ve ispat için etkin alternatifler sunmaktadır (Baccaglini-Frank, 2019; Baccaglini-Frank ve Mariotti, 2010; Christou, Mousoulides, Pittalis ve Pitta-Pantazi, 2004; Komatsu ve Jones, 2019; Leung ve Lee, 2013; Sinclair ve Robutti, 2013).

Edwards (1997) keşif, varsayımda bulunma, açıklama ve matematiksel argümanlar öne sürmeyi ispat öncesi kavramsal alan olarak tanımlamakta, bu kavramların formal ispata geçişi kolaylaştırdığını belirtmektedir. Laborde (2005), DGY ile keşfetme ve varsayım oluşturma süreçleri ile varsayımı doğrulama ve ispatlama süreçleri arasındaki etkileşimi uzamsal-grafiksel dünya ile teorik dünya arasındaki etkileşim olarak tanımlamaktadır. Hem sürükleme aracı hem de ölçme aracı bu etkileşimde önemli rol oynamakta, bir durumu keşfetmek için yapılan amaçsız sürükleme ve ölçmeden bir varsayımı doğrulamak için yapılan planlı bir sürükleme veya ölçmeye kadar sürükleme ve ölçmenin pek çok farklı kullanımı ile karşılaşılabilmektedir

(Arzarello, Olivero, Paola ve Robutti, 2002; Baccaglini-Frank ve Mariotti, 2010; Olivero ve Robutti, 2007).

Sürükleme ve ölçme araçlarının keşif, varsayım ve ispat sürecindeki var olan potansiyelleri bu amaçla kullanımlarının da doğal ve sorunsuz bir süreç olacağını garanti etmemektedir. Hoyles ve Healy (1999), DGY'nin öğrencilere keşif ve varsayım sürecinde yardımcı olduğunu fakat ispat üzerinde çalışmaya başladıklarında bilgisayar ortamında oluşturdukları yapıları terk ettiklerini belirtmektedir. DGY'nin sürükleme özelliği ile pek çok farklı durumun hızlıca incelenmesi öğrenciler tarafından bir varsayımı ispatlamak için yeterli görülebilmekte, hatta öğretmen adayları bile DGY ile elde ettikleri sonuçları ispatlamaya gerek görmeden doğru olarak kabul edebilmektedirler (Christou ve diğerleri, 2004; Pandiscio, 2002). Benzer şekilde, DGY kullanılarak yapılan bir ölçmenin sonucu yaklaşık değer olup bu ölçme bazı teoremleri doğrulamakta yetersiz kalmakta, oysa öğrenciler ölçme sonuçlarını ispat gibi algılayabilmektedirler (Olivero ve Robutti, 2007). Sonuç olarak, kağıt-kalem ortamında yapılan genellemelerin veya özel durum incelemelerinin ispat olarak algılanması (Balacheff, 1988; Chazan, 1993) DGY ortamında da gözlemlenebilmektedir. Bu anlamda, DGY'nin keşif ve varsayım sürecini desteklemesi ile ispat için kullanımı arasında doldurulması gereken bir boşluk olduğundan bahsedilmektedir (Christou ve diğerleri, 2004). Yapılan çalışmalar incelendiğinde, bu boşluğun doldurulmasında öğretmenin rolüne yapılan vurgu dikkati çekmektedir.

Teknoloji ortamında öğretmenin rolünün önemli ve karmaşık olduğu pek çok çalışmada ortaya konulmuştur (Kendal ve Stacey, 2002; Lagrange ve Monaghan, 2009; Lagrange ve Ozdemir Erdogan, 2009; Monaghan, 2004). Bu çalışmalar DGY ortamının kompleks yapısına dikkat çekmekte ve DGY'nin geometri öğretiminde kullanımından beklenen sonuçların elde edilebilmesi için DGY ortamının değişkenlerini öğretmenin nasıl yönettiğini veya yönetebileceğini belirlemeye çalışmaktadır. Drijvers, Doorman, Boon, Reed ve Gravemeijer (2010) teknoloji ortamında öğretmenlerin sınıf yönetimleri için başvurdukları yaklaşımları öğrenci ve öğretmen merkezli olmak üzere iki ana kategoriye ayırmakta ve öğrenciye belli işlemleri teknolojik araç üzerinde yaptırmaktan ekrana yansıyan bilgileri tüm sınıfça tartışmaya kadar altı farklı başlıkta sınıflamaktadır. Bretscher (2009) ise DGY özelinde öğretmenin rolünü üç eylem etrafında tanımlamaktadır: teknik ve kavramsal ögeleri belirginleştirme; DGY'nin farklı araçlarını bir özelliği keşfetmek veya doğrulamak için kullanma; DGY ortamı ile kağıt-kalem ortamında yapılan matematik arasında bağlantı kurma. Bu çalışmalar, DGY'nin özellikle keşif, varsayım ve ispat sürecinde kullanımında öğretmene kritik görevler düştüğü şeklinde yorumlanabilir.

Dünyada olduğu gibi ülkemizde de DGY'nin geometri öğretimi için potansiyeli ve öğrencilerin DGY kullanım şekilleri kapsamlı şekilde ortaya konulmuştur (örneğin, Işıksal ve Aşkar, 2003; Güven ve Karatas, 2003; Köse ve Özdaş, 2009). Bununla birlikte, DGY'nin keşif, varsayım ve ispat sürecindeki kullanımı ile ilgili ülkemizde yeterince çalışma yapılmadığı, özellikle de DGY ortamında öğretmenlerin ne tür bir rol ve sorumluluk üstlendiklerinin incelenmediği görülmektedir.

Bu çalışmanın amacı; keşif, varsayım ve ispat sürecinde DGY'nin kullanımını öğretmenin rolü açısından incelemektir. Çalışmada bir öğretmenin, öğrencilerinin üçgenin yardımcı elemanlarının uzunlukları arasındaki ilişkiyi keşfetmeleri ve genelleyerek varsayımda bulunmaları için tasarladığı bir öğretim sürecine odaklanılmış ve aşağıdaki sorulara cevap aranmıştır:

- Öğretmen keşif, varsayım ve ispat süreci ile ilgili nasıl bir DGY kullanımı planlamaktadır?
- Öğretmen bu süreçteki üstleneceği rolü nasıl tanımlamaktadır?
- Öğretim sürecinde DGY nasıl kullanılmaktadır?
- Öğretim sürecinde öğretmen nasıl bir rol üstlenmektedir?

Yöntem

Bu çalışmada nitel araştırma yaklaşımlarından durum çalışması yöntemi kullanılmıştır. Durum çalışması, olguların doğal ortamlarında derinlemesine incelenmesine olanak veren bir araştırma yöntemidir (Yıldırım ve Şimşek, 2013; Yin, 2009). Durum çalışmasında çıktılardan ziyade süreçle, incelenen olguyu etkileyen belirli unsurlardan ziyade olgunun bağlamıyla, olguları doğrulamaktan ziyade keşfetmekle ilgilenilir (Merriam, 1998). Bu çalışmada da bir matematik öğretmeninin kendi hazırladığı öğretim planına ve öğretim uygulamasına odaklanılarak DGY ile keşif, varsayım ve ispat sürecindeki rolünün incelenmesi hedeflendiğinden durum çalışması yöntemi benimsenmiştir.

Araştırmanın etik kurul onay belgesi, Balıkesir Üniversitesi Fen ve Mühendislik Bilimleri Etik komisyonundan 29.06.2020 tarihinde alınmıştır.

Katılımcılar

Çalışmada Ayşe Öğretmen'in durumu incelenmiştir. Ayşe Öğretmen beş yıldan fazla mesleki tecrübeye sahip olup derslerinde zaman zaman dinamik geometri yazılım kullanımına yer vermektedir. Ayrıca Ayşe Öğretmen doktora eğitimine devam etmekte olup teknolojinin öğretmenin rolünde yaptığı değişiklikler konusunda bilgi sahibidir. Hem dinamik geometriyi sınıfta kullanması hem de belli bir mesleki tecrübeye sahip olması nedeniyle Ayşe Öğretmen bu durum çalışması için uygun bulunmuştur. Çalışmada Ayşe Öğretmen'in hazırladığı, üçgenin yardımcı elemanlarını konu alan ve Ayşe Öğretmenin matematik derslerini yürüttüğü 7. sınıfa devam eden 20 öğrencisi ile gerçekleştirdiği bir dersi incelenmiştir. Çalışmaya katılan öğrenciler, TI-Nspire CAS yazılımının dinamik geometri sayfası olan Cabri Geometri II'yi daha önce belirli bir süre kullanmış olup özellikle sürükleme aracının kullanımı konusunda bilgi sahibidirler.

Veriler

Ayşe Öğretmen, Cabri Geometri ile öğrencilerinin üçgenin yardımcı elemanları arasındaki uzunluk ilişkilerini keşfedip doğrulayabilecekleri bir öğretim süreci tasarlamak istemiştir. 2009-2013 ve 2018 matematik öğretim programlarında "üçgende açıortay, kenarortay ve yüksekliği inşa eder" kazanımına 8. sınıfta yer verilmektedir (MEB, 2018, 2013, 2009). Ayşe Öğretmen öğrencilerinin üçgenlerle ilgili öğrendikleri bilgileri işe koşabileceklerini ve DGY desteği ile söz konusu elemanların uzunlukları arasındaki ilişkiyi farklı üçgenler üzerinden keşfedip doğrulayabileceklerini düşünerek bu kazanıma yönelik bir öğretim süreci tasarlamak istemiştir.

Çalışmanın verileri, Ayşe Öğretmen'in, öğretim planının detaylı raporu, öğretim sonrası raporu ve öğretim seansının ses ve video kaydından oluşmaktadır. Ayşe Öğretmen'e dersini planlaması veya raporlarını hazırlaması için ne içerikle ilgili ne de formatı ile ilgili herhangi bir müdahalede bulunulmamıştır. Planlama aşamasında yapılan görüşmede Ayşe Öğretmen dersini doktora eğitimi sırasında inceleme fırsatı bulduğu Didaktik Durumlar Teorisinin (Brousseau, 1997) ışığında hazırlamak istediğini belirtmiştir. Buna bağlı olarak, Ayşe Öğretmen'in her iki raporunu da bu teoride benimsenen öğretim süreçlerine göre yapılandırması konusunda hem fikir olunmuştur. Ayşe Öğretmen'den öğretim planı raporunda öğretim planının amacını, öngördüğü öğrenci eylemlerini ve öğretim sürecinde kendisi için belirlediği rolü açıklaması istenmiştir. Öğretim sonrası raporunda ise öğretim planının hedeflendiği gibi gerçekleşip gerçekleşmediğini, aksayan yönleri oldu ise nedenlerini değerlendirmesi istenmiştir.

Ayşe Öğretmen bir hazırlık seansı bir de öğretim uygulaması gerçekleştirmiştir. Bu çalışmada öğretim uygulamasına odaklanılmış ve bu uygulamanın ses ve görüntü kaydı yapılmıştır. Kayıtlar Ayşe Öğretmen tarafından gerçekleştirilmiştir ve ortamda başka araştırmacı bulunmamıştır. Bir kamera, hem bir kaç öğrenci grubunun çalışmalarını genel hatlarıyla görüntüleyebilecek hem de grup açıklamaları sırasında öğretmenin ve grup öğrencilerinin ses ve konuşmalarını kaydedebilecek şekilde projeksiyona bağlı bilgisayara yakın bir yere yerleştirilmiştir. Ayrıca öğretmen üzerinde taşıdığı bir ses kayıt cihazı ve yaka mikrofonu ile hareket halindeki konuşmasını ve gruplarla diyaloglarını kesintisiz kaydetmiştir (Resim 1).

Resim1. Uygulamadan Bir Görüntü

Planlama

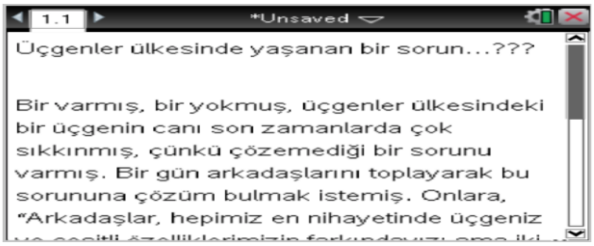
Öğretmen, laboratuvardaki bilgisayarlara TI-Nspire yazılımını ve hazırladığı etkinlik dosyasını yüklemiş ve gruplar arası çalışmalarda kullanılmak üzere bir bilgisayarı projektöre bağlamıştır.

Öğretmen çalışmanın amacına ulaşabilmesi için öğrencilerin dinamik geometri ortamında sorunsuzca üçgen çeşitlerini oluşturabilmeleri ve yardımcı elemanlarını çizebilmeleri gerektiğini düşünerek bir hazırlık seansı planlamıştır. Bu seansta öğretmen öğrencilerden, TI-Nspire programının geometri çalışma sayfalarında sırasıyla; dar açılı, dik açılı ve geniş açılı üçgenler; çeşitkenar, ikizkenar ve eşkenar üçgenler çizmelerini, açı ve kenar uzunluk ölçümü yapmalarını beklemiştir. Öğretmen sonraki aşamada açıortay, kenarortay ve yüksekliklerin çizimi için geometri çalışma sayfasındaki menülerin tanıtımına yer vermiştir.

Uygulama hazırlık etkinliğinden bir hafta sonra aynı laboratuvarda ve aynı öğrenci grupları ile gerçekleştirilmiştir. Öğretmen, uygulamasını DGY ortamında sunduğu aşağıdaki hikâye üzerine kurmuştur:

> *Üçgenler ülkesinde yaşanan bir sorun...*
> Bir varmış, bir yokmuş, üçgenler ülkesindeki bir üçgenin canı son zamanlarda çok sıkkınmış, çünkü çözemediği bir sorunu varmış. Bir gün arkadaşlarını toplayarak bu sorununa çözüm bulmak istemiş. Onlara, "Arkadaşlar, hepimiz en nihayetinde üçgeniz ve çeşitli özelliklerimizin farkındayız; ama iki gündür benim aynı köşeden çizilen kenarortay, açıortay ve yüksekliklerim sürekli tartışıyorlar. Hepsi kendisinin diğerlerinden daha uzun olduğunu iddia ediyor. Ben bu işin içinden çıkamadım.

Siz, bunları uzunluklarına göre nasıl sıralayacağımı biliyor musunuz?" diye sormuş. Üçgenler, çok şaşırmışlar ve daha önce bunu hiç düşünmediklerini fark etmişler. Arkadaşlarına yardım etmek isteyen üçgenler, bu sorunu nasıl çözeceklerini kara kara düşünmeye başlamışlar...



Resim 2. DGY Etkinlik Giriş Sayfası

Verilerin Analizi

İlk olarak öğretmenin öğretim planı raporunun analizi yapılmıştır. Ardından öğretmenin öğretim sonrası raporu eşliğinde ses ve video kayıtlarının analizi yapılmıştır. Öğretmen, öğretim planını Didaktik Durumlar Teorisi (DDT)'nin temel süreçlerine göre yapılandırdığından her iki analiz de bu süreçlere göre gerçekleştirilmiştir. Söz konusu teorinin genel yaklaşımı ve öğretim uygulamaları için benimsediği temel süreçler aşağıda kısaca açıklanmıştır.

Yapılandırmacı yaklaşımdan beslenen DDT'nin merkezinde öğrenci-öğrenme ortamı etkileşimi bulunmaktadır (Brousseau, 1997). Teoride, hedeflenen bilginin kaynağı olabilecek ve öğrenci etkileşimi ile gelişen dinamik bir ortam tasarımı söz konusudur (Margolinas, 1995). Öğrencinin böyle bir ortamla etkileşimi, ortamın gelişimi ve böyle bir ortamda öğretmenin sorumluluğu aşamalar şeklinde ifade edilmektedir. Bu aşamalar; Türkçeye *sorumluluk devretme, eylem, ifade etme, doğrulama ve kurumsallaştırma* olarak tercüme edilmiştir (Erdoğan, 2016). Brousseau'nun ana eserinden (Brousseau, 1997) bu yana pek çok şekilde açıklanıp yorumlanan bu aşamalar Erdoğan (2016)'dan yararlanılarak kısaca şu şekilde ifade edilebilir:

- Sorumluluk devretme: Hedeflenen bilgiye ulaşma sorumluğunu öğrencilerin üstlenmesinin sağlanması
- Eylem: Öğrencilerin ortamın parametreleri ve araçları ile etkileşim içinde bilgiyi keşfetmesi
- İfade etme: Öğrencilerin keşfettikleri bilgiyi başkaları ile paylaşılabilir bir şekle getirmesi
- Doğrulama: İfade edilen bilginin öğrencilerin kendi argüman ve kanıtlarıyla doğrulanması veya reddedilmesi
- Kurumsallaştırma: Öğretmen önderliğinde ulaşılan bilginin yapılandırılarak sınıfın ortak bilgisine dönüştürülmesi

Öğretmenin öğretim planı raporunun analizinde ilk olarak öğretimin amacı ve tasarlanan öğretim ortamının ana parametreleri teori bağlamında incelenmiştir. Ardından planlanan öğretim süreci yukarıdaki aşamalara göre analiz edilmiştir.

Sonrasında uygulama ses kaydının dökümü yapılmıştır. Bu döküm, kamera kayıtları ile eşleştirilerek öğretmenin tüm sınıfa hitaben yaptığı açıklamalar, öğrenci veya öğrenci grupları ile olan diyalogları not edilmiştir. Yapılan dökümler ve uygulama sonrası rapor beraber incelenerek uygulamanın akışı *sorumluluk devretme-eylem, ifade etme-doğrulama ve kurumsallaştırma* olmak üzere üç bölüme ayrılmıştır. Daha sonra her bir bölüme ait veri betimsel olarak analiz edilmiştir. Her bir bölümdeki analizler öğretmen-öğrenci diyalogları üzerine inşa edilmiş, gerektiğinde doğrudan alıntılarla desteklenmiştir.

Tüm analizler alan uzmanı araştırmacılar tarafından beraberce gerçekleştirilmiştir. Gerektiğinde bazı kamera görüntüleri tekrar izlenmiş, öğretmenin eylemleri raporları ile karşılaştırılarak verilerin bir birini destekleyip desteklemediği kontrol edilmiş ve kayıtlardan gelen veri kaybı minimum düzeyde tutulmaya çalışılmıştır.

Bulgular

Çalışmanın bulguları, öğretim planıyla ilgili bulgular ve uygulama ile ilgili bulgular olmak üzere iki başlıkta sunulmuştur.

Öğretim Planıyla İlgili Bulgular

Ayşe Öğretmen öğretim planının amacının "dinamik geometri ortamında üçgenlerde aynı tabana inen kenarortay, açıortay ve yükseklik uzunluklarının nedenlerinin açıklanarak karşılaştırılması" olduğunu belirtmiş ve elde edilecek sonuçların mantıksal nedenlerinin açıklanmasının gerektiğini öğretim planı raporunda aşağıdaki gibi vurgulamıştır:

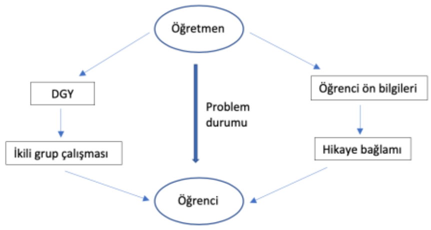
> Kenarortay-açıortay-yükseklik karşılaştırması gibi bir karşılaştırma, ilk bakışta karmaşık olmayan bir durum gibi görülse de aslında üçgen çeşitlerine göre, üçgenlerin farklı konumlarına göre incelenmesi ve tartışılması gerekli görülen özel bir durumdur. Bu karşılaştırma, derin anlamda düşünüldüğünde; üçgen özellikleri, en kısa uzaklık, eğim, açıortay teoremi ve hatta Pisagor Teoremi ve başka birçok matematik konusu ile ilişkilendirilebilir. Ancak 7. sınıf öğrencilerinin ön bilgileri ve bulundukları geometrik düşünme düzeyi dikkate alındığında, öğrencilerin bu karşılaştırmayı en basit düzeyde çeşitkenar üçgenler için ve daha üst düzeylerde ise ikizkenar ve eşkenar üçgenler için doğru bir şekilde yapabilmeleri ve yaptıklarını mantıklı bir şekilde açıklamaları önemlidir.

Böylelikle öğretmenin, üçgenin yardımcı elemanlarına yönelik bir keşif, varsayım ve doğrulama süreci planladığı ve öğrencilerinden daha önceden öğrendikleri kavramlara dayalı olarak üçgenin yardımcı elemanları arasındaki ilişkileri tartışmalarını ve açıklamalarını beklediği söylenebilir.

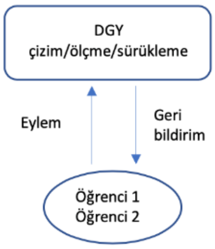
Öğretmen öğretim planı raporunda sorumluluk devretme, eylem, ifade etme, doğrulama ve kurumsallaştırma aşamalarını nasıl gerçekleştireceğini açıklamış, üstleneceği rolünü belirlemeye ve öğrencilerin yaklaşımlarını tahmin etmeye çalışmıştır. Tablo 1'de sunulan bulgular bu plandan sentezlenmiştir.

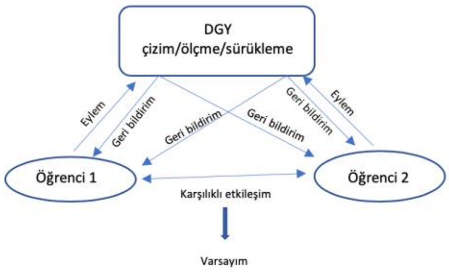
Tablo1. Öğretim Uygulaması Süreç Planı

<table>
<tr><th>DDT Aşamaları ve temel parametreler</th><th>Süreç planı</th></tr>
<tr><td>Sorumluluk Devretme

• DGY,
• Öğrenci ön bilgileri,
• Hikâye bağlamı,
• Grup çalışması</td><td>Öğretmen öğrencilerinin üstlenmeleri gereken sorumluluğu, bir yandan hikâye bağlamı ve öğrenci ön bilgileri, diğer yandan DGY kullanımı odaklı grup çalışması ile sağlamayı öngörmüştür.

</td></tr>
<tr><td>Eylem

• Ölçme
• Sürükleme
• Öğrenci ön bilgileri</td><td>Öğretmen, çizdikleri herhangi bir üçgenin; kenarortay (k), açıortay (a) ve yüksekliğini (h) belirleyen öğrencilerden bazılarının, göz kararı karşılaştırmalar yapacağını, bazılarının sürükleme ile bazılarının ise ölçme ile varsayım geliştireceklerini öngörmüştür.

Öğretmen bu aşamada öğrencilerin dar açılı, geniş açılı ve eşkenar üçgenler üzerinde çalışacaklarını öngörmektedir.

</td></tr>
<tr><td>İfade etme

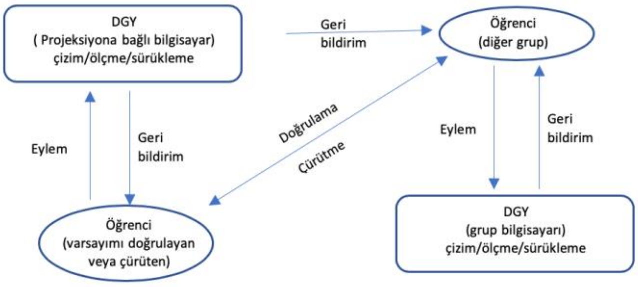
• Ölçme
• Sürükleme
• Grup içi etkileşim</td><td>Öğretmen grupların varsayımlarının dinamik geometri etkileşimine (çizimleri gözlemleme, bir noktadan sürükleme ve uzunlukları ölçme) ve grup içi etkileşime dayanacağını öngörmektedir.


Öğretmenin bu aşamada farklı üçgenler için ortaya çıkabileceğini tahmin ettiği varsayımlar ve bunların hangi tür eylemlerin bir sonucu olabileceği yönündeki düşünceleri aşağıdaki tabloda sırasıyla verilmiştir.

<table>
<tr><td>Üçgen çeşidi</td><td>Varsayım</td><td>Varsayıma götüren eylem</td></tr>
<tr><td rowspan="4">Çeşitkenar</td><td>a>k>h</td><td>Gözlem</td></tr>
<tr><td rowspan="3">k>a>h</td><td>Gözlem</td></tr>
<tr><td>Ölçme</td></tr>
<tr><td>Sürükleme</td></tr>
<tr><td>İkizkenar</td><td>k=a=h</td><td>Sürükleme</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Eşkenar</td><td rowspan="2">k=a=h</td><td>Gözlem (yeni çizim)</td></tr>
<tr><td>Sürükleme (yeni çizim)</td></tr>
</table></td></tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>Doğrulama

• Ölçme
• Sürükleme
• Grup içi etkileşim
• Gruplar arası etkileşim</td>
<td>Öğretmen, ortaya çıkacak varsayımların açıklanması için formal bir ispat beklemediğini belirtmekle birlikte dinamik geometri ile yapılan çizim, ölçme veya sürükleme ile yetinmeyip varsayımların matematiksel argümanlarla desteklenmesini beklediğinin belirtmektedir.



Öğretmen, farklı grupların çizimlerinin izlenmesinin, kullanmadıkları yolları da görmelerini ve yeni denemeler yapmalarını sağlayabileceğini düşünmektedir. Örneğin; sürükleme yapmayan bir grubun sürükleme yapan bir grubun çizimini ve yaptıklarını izlediğinde kendi varsayımını doğrularken ya da kurduğu varsayımı incelerken sürükleme yoluna gidebileceğini belirten öğretmen öğrencilerin bu şekilde farklı üçgen çeşitlerini düşünebileceklerini ve dolayısıyla keşfetme sürecine tekrar dönüş yapabileceklerini belirtmiştir. Öğretmenin bu süreçte, yanlış bir varsayımın sınıfça doğru kabul edilmesi veya doğru bir varsayımın sınıfça çürütülmesi olasılıklarını da göz önünde bulundurduğu ve sorgulatmaya yönelik sorularla (Neden öyle yaptınız? Nasıl açıklarsınız?) bu tarz durumlara müdahale etmeyi planladığı görülmektedir.</td>
</tr>
<tr>
<td>Kurumsallaştırma</td>
<td>Öğretmen, doğrulanan varsayımları tekrar açıklayacağını ve bunların sınıfın teoremleri olarak ifade edileceklerini, çürütülen varsayımların ise terk edileceğini belirtmektedir. Öğretmen bu şekilde, bilginin sınıf tarafından oluşturulacağını ve matematiksel açıdan doğrulanarak sınıfın ortak bilgisi şeklinde kabul edileceğini düşünmektedir.</td>
</tr>
</table>

Tablo 1'deki bulgulardan öğretmenin hazırlamak istediği öğrenme ortamının etkileşim temelli bir ortam olduğu görülmektedir. Bu ortamda üç tür etkileşimden bahsetmek mümkündür. Bunlar; öğrenci-dinamik geometri etkileşimi, öğrenci-öğrenci etkileşimi (grup çalışması) ve grup-sınıf etkileşimidir (gruplar arası çalışma). Öğretmen, sürükleme ve ölçme araçlarıyla öğrencilerin herhangi bir üçgenin yardımcı elemanlarını kolaylıkla çizebileceklerini ve kısa sürede bazı varsayımlara ulaşabileceklerini düşünmektedir. Varsayımları doğrulama ile ilgili ise, öğretmenin dinamik geometri ortamında varsayımın bir örnek durum üzerinden gösterilmesi ile yetinmeyeceği ve öğrencilerden seviyelerine uygun matematiksel argümanlar bekleyeceği söylenebilir.

Öğretim Uygulaması ile İlgili Bulgular

Yaklaşık 70 dakika süren öğretim uygulaması, öğrenci gruplarının kendi bilgisayarlarına geçmeleri ve geometri programında kayıtlı olan etkinlik dosyasını açmaları ile başlamıştır. Öğretmen, yapılacak etkinlik hakkında öğrencileri bilgilendirmiş ve etkinlik sırasında gruplar arasında bir etkileşimin ve yardımlaşmanın olmamasını istemiştir.

Sorumluluk Devretme ve Eylem

Öğretmen öğrencilerinden, üçgenler dosyasındaki hikâyeyi grupça okumalarını istemiştir. Grupların çoğu hikâyeyi okuduktan sonra üzerinde çok fazla düşünme gereği duymamıştır. Hikâyeyi tam olarak anlamayan bir öğrenci, "*Hocam, biz burada neyi bulmaya çalışıyoruz*" sorusunu sormuş, öğretmen bu soruyu "*Onu hikâyeden anlamamız gerekiyor, size bir görev veriliyor, sizden ne isteniyor acaba?*" şeklinde başka bir soruyla yanıtlayarak hikaye bağlamına gönderme yapmış ve beklenen görevle ilgili ayrı bir açıklama yapmaktan kaçınmıştır. Bu arada bazı gruplar eylem sürecine geçerek DGY ortamında üçgenler çizmeye başlamıştır. Hikâyenin tüm gruplar tarafından okunduğunu düşünen öğretmen, daha önce okumak isteyen öğrencinin hikâyeyi okumasını, ardından bir öğrencinin hikâyeyi özetlemesini istemiştir. Hikâyeyi özetleyen öğrenci, kenarortay, açıortay ve yüksekliğin *üçgenin aynı köşesinden* çizileceğine değinmemiş, öğretmen de bu noktaya tekrar dikkat çekmemiştir. Buraya kadar olan süreç ilk dört dakika içerisinde gerçekleşmiştir.

Bu sürenin sonunda çoğu grubun eylem aşamasına geçtiği öğrencilerin "*Farklı üçgen çeşitlerini çizebilir miyiz ?*", "*Üçgenleri tek tek mi yapacağız ?*" şeklindeki sorularından anlaşılmaktadır. Öğretmen bu sorulara "*Size bağlı, nasıl istiyorsanız*", "*Düşündüğünüzü not edin sonra konuşacağız*", vb. şeklinde dolaylı cevaplar vermiş yalnızca kavram veya çizimlerle ilgili "*Kenarortay neydi ?*", "*Nasıl çiziyoruz ?"* vb. şeklindeki sorulara doğrudan cevap vermiştir. Bununla birlikte, bir grubun sorusuna yönelik öğretmenin *"Düşüncelerinizin hepsini geometri sayfasında yapın, ispatlayın, ölçün, biçin*" yanıtını vererek ölçme aracının kullanımına doğrudan atıf yaptığı da görülmektedir.

Çalışmanın 15. dakikasından itibaren bazı öğrencilerin varsayımlarını yüksek sesle dile getirdiklerini (*Öğretmenim, eşkenar üçgende hepsi şey çıkıyor*) ve gruplar arası tartışmalar yaptıklarını (*Biz dik üçgen yaptık*) fark eden öğretmen, "*Karşınıza çıkan sonuçları not alın*" şeklinde uyarılar yaparak öğrencilerden varsayımlarını yazılı bir şekilde kaydetmelerini ve gruplar arası paylaşımda bulunmamalarını beklemiştir.

İfade Etme ve Doğrulama

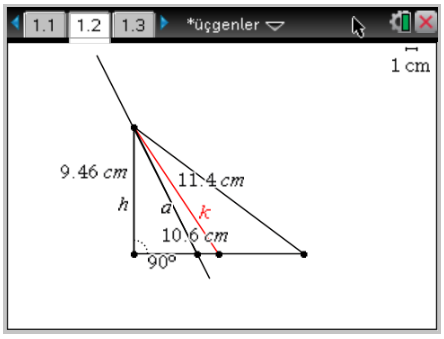
Dersin 35. Dakikasında, öğrencilerinin yeterli süre çalıştıklarını düşünerek öğretmen aşağıdaki açıklamasıyla birlikte ifade etme ve doğrulama sürecine geçiş yapmıştır.

> Yeterince zaman verdik, şimdi biraz toparlayalım. Şu çalışmanız sırasında düşündüğünüz, söylemek istediğiniz hipotezleri son kez gözden geçirin, sonra bir şey söylemek istediğinizde bunu ana bilgisayara gelerek gösteriyoruz, şöyledir, böyledir. Eğer bütün herkes ikna olursa, yani bunu doğruluyorsunuz önce, hipotezi doğruluyorsunuz, doğruladıktan sonra eğer herkes ikna olursa, bütün gruplar ikna olursa o zaman bu hipotez sizin teoreminiz haline gelecek. Yani bir matematikçi gibi çalışıyoruz, ortaya bir hipotez atıyoruz ve hipotezi doğrularsak ve bütüüün herkesi ikna edebilirsek o bizim teoremimiz olacak. Ama bir grup bile ikna olmazsa o zaman onu da ikna etmek zorundayız. Yani kesinlikle hipotezi doğrulamak zorundayız. Evet, alıyoruz yavaş yavaş. Hipotezlerini doğrulamaya veya çürütmeye çalışacağız. Bunun için bekliyoruz bir grubu.

Bunun ardından öğretmen, projeksiyona bağlı bilgisayara gelen gruba, "*Evet hipotezini açıklıyorsunuz ve doğruluyorsunuz. Hipotezini söyler misiniz*" diyerek ilk varsayımı öğrencilerden dinlemiş ve projeksiyonda görülecek şekilde yazarak gruba doğru yazıp yazmadığını onaylatmıştır.

Varsayım 1: Dik üçgende; kenarortay>açıortay>yükseklik

Grup elemanları, varsayımlarını doğrulamak için projeksiyona bağlı bilgisayarda TI-Nspire programında öncelikle bir dik üçgen çizmiş (Şekil 2) ve bu üçgende bir köşeden sırasıyla kenarortay, açıortay ve yükseklikleri çizerek uzunluklarını ölçmüşlerdir. Bu sırada öğretmen diğer gruplardan kendi bilgisayarlarında bu varsayımın doğru olup olmadığını test etmelerini istemiştir.



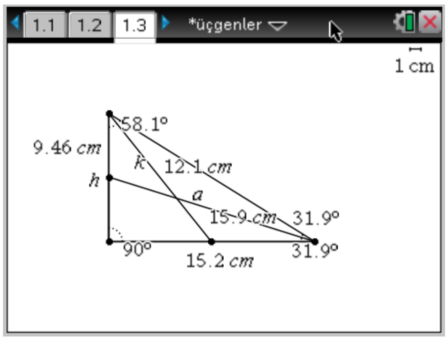
Şekil 2. Varsayım 1 İçin Yapılan Çizim

Grup bu dik üçgeni oluşumla değil ölçmeyle inşa etmiş ve dik açı elde etmekte zorlandığından öğretmen "*89 derece, tamam bunu dik kabul edebiliriz*" şeklinde bir açıklamada bulunmuştur. Grup, çizim ve ölçümleri tamamladıktan sonra öğretmen, "*Evet hipotez neydi, bir dik üçgende; kenarortay>açıortay>yükseklik". Bunu ispatladılar mı bakalım. Ne yaptılar, herhangi bir dik üçgen aldılar, kenarortay, açıortay ve yükseklik çizdiler. Nerden? Herhangi bir köşeden yaptılar. Ve bir sıralama yaptılar. Sizler de bu sıralamaya katılıyor musunuz?"*

diye sorduğunda bir grup itiraz etmiş ve kendi çizdikleri dik üçgendeki (Şekil 3) açıortay, kenarortay ve yükseklik uzunluklarını ifade ederek yeni bir varsayım öne sürmüşlerdir.

Varsayım 2: Dik üçgende; açıortay>yükseklik>kenarortay

Öğretmen ilk gruba, onların varsayımlarını birazdan tekrar tartışacaklarını belirterek ikinci gruba projeksiyona bağlı bilgisayarın 1.3 sayfasında (1.1. sayfası varsayımları not etmeye ayrılmıştır) çizimlerini yapmalarını istemiştir. Grup çizimlerini yaparken diğer öğrencilerin varsayımı aralarında tartıştıkları ve bir öğrencinin arkadaşına "*doğru, zaten yükseklik dik olduğu için en kısa*" şeklinde bir açıklama yaptığı görülmektedir.



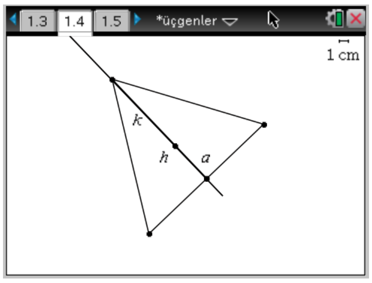
Şekil 3. Varsayım 2 İçin Yapılan Çizim

Grup elemanları yaklaşık beş dakika süren bir çalışma sonunda üçgenlerini çizerek yardımcı elemanlarını oluşturmuş ve ölçümlerini yapmışlardır. Öğretmen, bu varsayımı da projeksiyonla yansıtarak sınıfa katılıp katılmadıklarını sormuştur. Sınıftan "*evet*" ve "*hayır*" sesleri yükselmiştir. Fakat öğretmenin önderliğinde, bu grubun üçgenin farklı köşelerini kullanarak açıortay ve yükseklik inşa ettikleri, kenarortayı çizmedikleri ve bir kenar ile karşılaştırma yaptıkları sınıfça anlaşılınca bu varsayımdan vazgeçilmiştir. Öğretmen bu varsayım doğru olmadığı için varsayım 1'in çürütülemediğini ve başka bir açıklamaya ihtiyaç duymadan varsayım 1'in bu durumda doğru kabul edilmesi gerektiğini *"Bunu herkes kabul ediyorsa, yani herhangi bir dik üçgende kenarortay>açıortay>yükseklik, bunu herkes kabul ediyorsa bu bizim teoremimiz olacak arkadaşlar"* açıklamasıyla sınıfa onaylatmıştır. Öte yandan, öğretmen her iki varsayım için de yardımcı elamanların üçgenin keyfi bir köşesi seçilerek çizildiğine dikkat çekmemiş, öğrenci çizimlerinde de görüldüğü üzere, dik üçgende sadece bir köşeden yardımcı elemanlar çizilebilir gibi bir anlayışla tüm sınıf hareket etmiştir.

Varsayım 3: Eşkenar üçgende; kenarortay=açıortay= yükseklik

Öğretmen "*Başka varsayım var mı?"* sorusunu yönelterek devam etmiş ve varsayım ileri sürmek isteyen bir grubu projeksiyona bağlı bilgisayara çağırmıştır. Bu grubun varsayımı

"*Eşkenar üçgende kenarortay, açıortay ve yükseklik eşit uzunluktadır*" şeklinde olmuştur. Gruptan bir öğrenci (Ahmet), yeni bir sayfaya bu varsayımı doğrulamak için bir eşkenar üçgen ve herhangi bir köşesinden kenarortay ve açıortay çizmiştir (Şekil 4).



Şekil 4. Varsayım 3 İçin Yapılan Çizim

Öğretmen Ahmet'e yüksekliği de aynı köşeden çizmesi gerektiğini hatırlatarak "*yüksekliği de çiz, sonra arkadaşlar anlayamazsa şeklinizi birazcık oynatırsınız*" diyerek sürüklemeye örtük bir şekilde atıf yapmıştır. Bu arada öğrenci ile öğretmen arasında şu diyalog yaşanmıştır:

Ahmet: İşte hocam. Üçünü de ölçersek…(yüksekliği farklı bir köşeden çizmiştir).

Öğretmen: Yüksekliği doğru çizdin mi?

Ahmet: 108.8 değil mi hocam yükseklik?

Öğretmen: O ama, o yükseklik de kabul ama yüksekliği de aynı köşeden çizmenizi istiyoruz ya, yani şu köşeden şuraya çizecektin.

Ahmet: Nasıl olacak hocam o?

Öğretmen: Bu köşeden, yüksekliği aldıktan sonra buraya tıklayınca sana bir yükseklik çizer (ekranda göstererek).

Ahmet: O zaman bu bir yükseklik! (açıortay ve kenarortay doğrusunu kastederek).

Öğretmen: İşte, aynı yere geliyor mu onu göstermen lazım. Sen öyle olduğunu düşünüyorsun ama arkadaşlarına göstermen lazım. Şimdi git, construction 1, o köşeye tıkla, karşıdaki kenara tıkla, karşıdaki kenar, köşenin karşısındaki kenar (bir öğrenci: tabana, tabana), şu kenar üzerine tıkla (ekranda göstererek)… Şu anda çizdi. Ne oldu bakın (tüm sınıfa).

Ahmet: Hepsi üst üste. Ya, hepsi üst üste geliyor hocam.

Öğretmen: Evet hepsini alıyor, tek tek ölçemiyoruz.

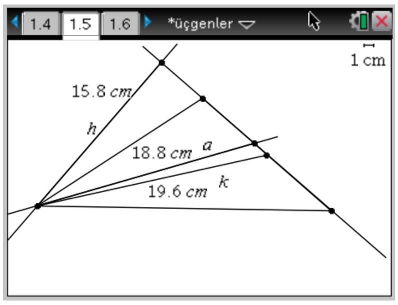
Ahmet: Zaten eşit olduğunu biliyoruz.

Öğretmen: (Tüm sınıfa) Tek bir çizim varmış gibi görünüyor hepsi üst üste geldiği için. Ne yaptı, açı ortayı çizdi, kenar ortayı çizdi, yüksekliği çizdi. Şimdi hipotezini söyler misin tekrar?

Ahmet'in çizdiği tüm yardımcı elemanlar üst üste gelmiştir. Öğretmen "*Bu varsayımın doğruluğuna inanmayan ve çürütmek isteyen var mı?*" sorusunu yöneltmiş ve bütün sınıftan "*Hayır, yok*" yanıtı gelmiştir. Öğretmen yine bir önceki varsayımda olduğu gibi bunun nedenine yönelik argümanlar istemeden, "*Hepiniz kabul ettiniz, hepiniz inandınız*" diyerek bu varsayımın sınıfın teoremi olduğunu ifade etmiş ve 1.1. sayfasına not etmiştir.

Varsayım 4: Çeşitkenar üçgende; kenarortay > açıortay > yükseklik

Bu varsayımın ardından öğretmen tekrar "*Başka varsayım var mı?*" sorusunu yönelterek sürece devam etmiştir. Başka bir grup daha gönüllü olmuş ve "*Çeşitkenar üçgende; kenarortay büyük açıortay büyük yükseklik olur*" varsayımını öne sürmüştür. Gruptan bir öğrenci varsayımını doğrulamak için bir çeşitkenar üçgen ve bu üçgenin herhangi bir köşesinden de kenarortay, açıortay ve yüksekliği çizmiştir (Şekil 5). Öğretmen, öğrencilerin ölçüm sonuçlarını yüksek sesle okuduktan sonra sınıfa "*Doğru mu? İkna olmayan var mı?*" sorularını sormuştur. Öğretmen bir açıklama talebinde bulunmadığından öğrenciler de doğrulamak için açıklama yapmamış ve bu varsayım da doğru kabul edilerek öğretmen tarafından 1.1. sayfasına yazılmıştır.



Şekil 5. Varsayım 4 İçin Yapılan Çizim

Varsayım 5/6/7/8: İkizkenar üçgende; h=a>k / h=a=k/a=h<k / h<a<k

Öğretmenin "*Başka varsayım var mı?*" sorusu üzerine eşkenar üçgenle ilgili varsayım 3'ü ortaya atan grup başka bir varsayım ileri sürmek istemiştir. Grubun, bu seferki varsayımı "*İkizkenar üçgende yükseklik eşittir açıortay o da büyüktür kenarortay*" şeklinde olmuştur. Grubun bu varsayıma bir ikizkenar üçgen ve bu üçgenin ikiz olmayan açıyı oluşturan bir köşesinden kenarortay, açıortay ve yükseklik çizerek ulaştığı anlaşılmaktadır. Varsayım 3'te de söz alan Ahmet bilgisayara gelmek istemiş ve gelirken de yeni varsayımlarından şüphe duyarak "*yanlış olabilir, yanlış çizmiş olabilirim ama her neyse*" diye mırıldanmıştır. Çizimler keyfi olduğu için, Ahmet grup içinde çizilen üçgenden elde ettikleri ile aynı ölçümlere ulaşmakta zorlanmış, grup arkadaşı ve bir başka öğrencinin yardımıyla yönergeye uygun bir çizim yaparak hatasını fark etmiştir. Bunun üzerine sınıfta şöyle bir tartışma gerçekleşmiştir:

> Ahmet : Hocam hepsi eşit çıktı ya...
>
> Öğretmen: Az önce bir varsayım ortaya attı ve şimdi kendisi bu varsayımı çürüttü, yeni varsayımı söyle bakayım.
>
> Ahmet : Üçü de eşittir.
>
> Öğretmen: Büşra bir şey söylemek istiyormuş bu konu ile ilgili.
>
> Büşra: Ben ölçtüm, bir ikizkenar üçgende yükseklik ve açıortay eşit, bu ikisi de kenar ortaydan küçük.
>
> Ceyda: Hocam biz de öyle diyoruz. (Sınıfta gürültü ve tartışma başlar)

Diyalogdan anlaşılacağı üzere, sınıfta ikizkenar üçgenlerle ilgili hangi köşeden yardımcı elemanların çizildiğine bağlı olarak iki varsayım ortaya çıkmıştır. Ahmet, ikizkenar üçgenin tepe açısına ait köşeden yardımcı elemanları çizerek ve baştaki hatalı varsayımını terk ederek k=a=y varsayımını benimserken Büşra taban açılara ait köşelerden birinden yardımcı elemanları çizerek k>a=y varsayımını benimsemiştir. Burada öğretmenin rolü ile ilgili iki durum dikkati çekmektedir. Birincisi dik üçgenlerle ilgili de iki varsayım öne sürülebilecek iken öğretmenin bu yönde bir açıklaması veya sorusu olmamıştır. İkincisi ise, öğrenci varsayımları yaklaşık ölçmelere dayanmasına rağmen öğretmenin ölçümlerden kaynaklanacak hatayı tartışmaya açmaması, hatta aşağıda ki diyalogda Ahmet'in sorusunu (*Hocam şu bir santimden bir şey olmaz değil mi?*) cevapsız bırakmasından da anlaşılacağı üzere, öğretmenin bunun üzerinde durmaktan kaçınmasıdır.

Yukarıdaki iki varsayımın ard arda çıkmasına ek olarak Ahmet'in ilk ortaya atıp sonra düzelttiği yanlış varsayım ile beraber netlik kazandırılması gereken varsayım sayısı bir anda üçe çıkmıştır. Bu durum gruplar arasında öğretmenin yönetmekte zorlandığı bir tartışmanın gerçekleşmesine neden olmuştur.

> Öğretmen: Bak şimdi burada iki durum söz konusu. Arkadaşınızın yaptığına yanlıştır diyen var mı? (Ahmet'in ikinci varsayımını kastetmiştir.)
>
> Ceyda: Ben.
>
> Öğretmen: Doğru değil mi, bakın çizimler yaptı, ölçümler yaptı, hepsi üst üste geldi, bu doğru değildir, diyebilir misiniz?
>
> Ahmet : (Hala bilgisayarın başında) Hocam şu bir santimden bir şey olmaz değil mi?
>
> Deniz.: Üst üste gelmesi doğru da Ahmet'in ilk söylediği varsayımı yanlıştı.
>
> Öğretmen: Bunun hipotezi nasıl olur peki söyle bana. Eğer bu doğruysa bu bir hipotez. Bir hipotez oluştur bana. Bir ikizkenar üçgende….

Deniz: Bir ikizkenar üçgende yükseklik=açıortay=kenarortay.

Öğretmen: Ne zaman...Ne zaman…

Emir: (Sınıfta bir an için sessizlik olur) İşte hocam kenarından kenarına fark ediyor.

Öğretmen: Kenarında kenarına… Fark eder. Şimdi… Büşra bir çizim yapmış kendi bilgisayarında bunu çürütmek istiyor ve diyor ki benim çizdiğimde ikizkenar üçgen diyor.

Ahmet : Ama köşeye göre farklı oluyor hocam.

Fatma: Ben köşeye göre farklı demek istiyorum.

Gamze: Bence de…

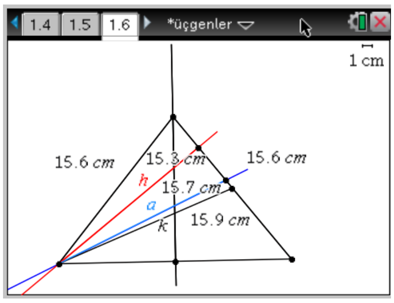
Hülya: Bence de…

Öğretmen: Bir dakika, bir dakika. Köşeye göre farklı.

Ahmet: (Hala bilgisayarda). Bir de şu köşeyi deneyim mi hocam?

Öğretmen: Bir de o köşeyi dene, hadi. Ona göre bana bir hipotez söyleyin ikizkenar üçgende, acaba hangisi doğru ya da bunlar doğru mu?

Ahmet doğru parçalarının karışmaması için renklendirmenin de iyi olacağını belirterek daha önce çizdiği üçgen üzerine karışmaması için renklendirmeler de yaparak aşağıdaki çizimi gerçekleştirmiştir (Şekil 6).



Şekil 6. Varsayım 8 İçin Yapılan Çizim

Öğretmen: Şimdi bunların hemen uzunluklarına bir bakalım.

Mehmet: Köşeden köşeye değişiyor.

Emir: Hocam farklı olan köşeden çizince farklı oluyor (İkiz açıları oluşturan köşeleri kastederek).

Hülya: Üst köşeden çizdiğimizde eşit oluyor, alt köşelerden değişiyor (İkiz olmayan açıyı oluşturan köşeyi kastederek).

Ceyda: Hocam köşeden köşeye değişiyor.

Öğretmen: Şimdi onu hipotez haline getireceksiniz.

Bunun üzerine tüm sınıf, öğretmenin de katılımıyla doğruların renklerine bakarak bir sıralama yapmaya çalışmış ve bazı öğrencilerin itirazlarına rağmen k>a>h varsayımı tahtaya yazılmıştır.

Öğretmen: Şimdi arkadaşlar, hepsini ölçmeye gerek yok. Hepsini ölçersek karışıyor, üst üste geliyor. Ekrana bakalım, kırmızıyla çizdiği neydi?

Ahmet: Yükseklik.

Öğretmen: Mavi ile çizdiği, ortada olan neydi.

İdil: Açıortay.

Öğretmen: Siyah olan neydi?

Nesrin: Kenarortay.

Öğretmen: Kenarortayı ölçelim.

Ahmet: Ölçtüm hocam, 15,9 cm.

Öğretmen: Yükseklik?

Ahmet: 15,3 cm.

Öğretmen: Açıortay bunların ortasında. Ölçtüklerimizden hangisi daha büyük?

Mehmet: Kenarortay daha büyük.

Öğretmen: Açıortay bunların ortasında, ölçüsü de bunların ortasında mı olmalı?

Ceyda: Yükseklik en küçüktür, sonra açıortay, sonra kenarortay gelir.

Ahmet: Yükseklik dik, en küçük (Diğer öğrencilerden de yüksekliğin dik olmasına dayalı bazı açıklamalar duyulur).

Öğretmen: (Ceyda'ya cevap olarak) Arkadaşımızın söylediği doğru mu, katılmayan var mı?

("Hayır" sesleri gelir.)

Ceyda: Bence değil.

Öğretmen: (Hafif sinirlenerek) Bence ile olmuyor. Bak bakalım oradakiler eşit mi? Üst üste gelmiş mi?

Ceyda: Hı, yok.

Öğretmen: (Vurgulayarak) Arada fark varsa eşit değildir. Tam üst üste gelmesi lazım. Var mı katılmayan?

Öğrenciler: Hayır.

Öğretmen: O zaman bana bunu hipotez haline getirmeniz lazım şimdi.

Ceyda: İkizkenar üçgende yükseklik< açıortay<kenarortay.

Ceyda: Doğru.

Öğretmen: Şöyle bir şey sormanız lazım, şimdi: doğru; ama neye göre doğru?

Ceyda: Aynı köşeden olmaya göre.

Öğretmen: Farklı söyleyeceksin. O zaman diyeceksin ki…

Ceyda: İkizkenar üçgende aynı köşeden olmaya göre.

Öğretmen: Aynı köşeden olmaya göre mi diyeceğiz, öyle mi söyleyeceğiz?

Ahmet: Taban köşelerinden biri.

Ceyda: İkiz kenar üçgende taban köşeden çıkan yükseklik< açıortay<kenarortay

Ahmet: Ama hocam tepe köşesinden çıkarsa da…

Öğretmen: Onu da söyleyeceğiz.

Ahmet: Onu da ben söyleyeceğim.

Bu diyalog sonunda öğretmen bilgisayara gelerek ve yüksek sesle vurgulayarak bu varsayımı da diğerlerinin altına not etmiştir. Yukarıdaki diyalogdan anlaşıldığı üzere, burada ikizkenar üçgenlerle ilgili temel varsayım olması gereken tepe açısına ait köşeden çizilen yardımcı elemanlar için k=a=h varsayımı ikinci plana düşmüştür. Onun yerine çeşitkenar üçgenlerle ilgili varsayıma denk olan varsayım sınıfın odak noktasına dönüşmüştür. Önceki varsayımlarda olduğu gibi bu varsayım da çizim ile yetinilerek kabul edilmiştir. Öğretmen bazı öğrencilerden gelen yüksekliğin en kısa olması gerektiğine yönelik açıklamaları değerlendirmeye almamıştır. Bu sürecin ardından ilk varsayıma (h=a=k) dönülmüş ve o da yeni argümanlar öne sürülmeden kabul edilmiştir. Böylelikle, ikizkenar üçgenler için iki farklı varsayım öne sürülerek onaylanmıştır.

Kurumsallaştırma

Öğrencilerin ileri süreceği başka varsayım kalmayınca öğretmen ortaya atılan varsayımları tekrar hatırlatmıştır. Öğretmen, varsayım 1'in (Dik üçgende; k>a>h) bütün sınıf tarafından kabul edildiği için sınıfın teoremi haline geldiğini ve bu teoremi istedikleri zaman ispatlayabileceklerini söylemiştir. Bu söylemi ile öğretmen aslında varsayımın doğrulanması için yapılan çalışmanın bir ispatlama olmadığını kabul etmiş görünmektedir. Ardından öğretmen doğru kabul edilen eşkenar üçgenler (varsayım 3) ve çeşitkenar üçgenler (varsayım 4) ile ilgili varsayımları hatırlatmıştır. Bunun üzerine Ahmet araya girerek "*Ama hocam çeşitkenar üçgende her köşeden çıkanlar eşit olmayabilir*" şeklinde bir itirazda bulunmuştur. Diğer varsayımlarda olduğu gibi varsayım 4 de tek bir üçgen çizimi ile doğrulanmıştı. Ahmet'in bu itirazı, tek bir çizim üzerinden yapılan açıklama ile tatmin olmadığını ve ispata ihtiyaç duyduğu şeklinde okunabilir. Öğretmenin de bu durumu fak ettiği aşağıdaki diyalogdan anlaşılmaktadır:

Öğretmen: (Ahmet'e cevaben) Bunu test edebiliriz. Tekrar dönüp bakalım mı? Zaten burada başka çizimleri var arkadaşlarının. Gel şunun üzerinde hemen test et.

Ahmet : Hocam karışır ya…

(Burada öğrenci başka bir köşeden elemanları çizmiş ve aynı sıralamaya ulaşmıştır. Öğretmen, diğer köşeden de çizilebileceğini, bunu kimin yapmak istediğini sormuş, öğrenciler bunun üzerine, o köşeden de aynı sıralamaya ulaşılacağını belirtmiş ve diğer köşeden çizmeye gerek olmadığını söylemişlerdir.)

Öğretmen: Yani çeşitkenar üçgende bütün köşelerden çizilen kenarortay> açıortay> yüksekliktir.

Bu şekilde öğretmen yine aynı üçgen üzerine fakat farklı köşelerden çizilen yardımcı elemanlara da yer vererek bu varsayımın doğruluğuna yönelik tartışmaları sonlandırmıştır.

Öğretmen ikiz kenar üçgenlerle ilgili kabul edilen varsayımları da hatırlatarak bunların da sınıfın birer teoremi halini aldığını belirtmiştir. Sonrasında bilgisayarlara dosyalar kaydedilerek etkinlik sonlandırılmıştır.

Tartışma ve Sonuç

Araştırma soruları; planlanan DGY kullanımı, öngörülen öğretmen rolü, süreçte DGY kullanımı ve süreçte ortaya çıkan öğretmen rolü etrafında ifade edilmişti. Çalışmanın bulguları bu başlıklar altında tartışılmıştır.

Planlanan DGY Kullanımı

Öğretim planının analizlerinden elde edilen bulgular, öğretmenin DGY'nin hem sürükleme hem de ölçme aracına vurgu yaptığını ve süreçte her iki aracın da kullanılmasını beklediğini göstermektedir. Öğretmenin planının tüm aşamalarında öğrenci-DGY veya öğrenci grubu-DGY etkileşiminin öne çıktığı görülmektedir. Öğretmen, öğrencilerin ulaşacakları varsayımların DGY ile etkileşimlerinin bir ürünü olacağını düşünmüş ve bu varsayımlardan ikisinin sürükleme aracının kullanımına (ikizkenar üçgende k=a=h ve eşkenar üçgende k=a=h) birinin ise hem sürükleme hem de ölçme aracının kullanımına (eşitkenar üçgende k>a>h) bağlı olarak ortaya çıkacağını öngörmüştür. Öğretmenin bu öngörüsünün söz konusu araçların özellikleriyle uyumlu olduğu söylenebilir. Varsayımların doğrulanması aşaması ile ilgili olarak ise, öğretmenin sınıf içi yapılacak tartışmaların hem sürükleme hem de ölçme aracının kullanımı etrafında şekilleneceğini öngördüğü anlaşılmaktadır. Bununla birlikte, hazırlık seansında öğretmen sadece yardımcı elemanların çizimine ve ölçümüne yer vermiştir. Öğrenciler DGY'nin sürükleme özelliğini daha önce kullanma fırsatı buldukları için öğretmenin bu özelliğin kullanımına hazırlık etkinliğinde yer vermediği anlaşılmaktadır. Bu bağlamda öğretmenin, teorik dünya ile uzamsal-grafiksel dünya arasındaki etkileşime dayalı bir şekilde (Arzarello ve diğerleri, 2002; Laborde, 2005; Oliveore ve Robutti, 2007) öğrencilerin üçgenin yardımcı elemanları arasındaki ilişkiyi keşfedip doğrulamada DGY'yi aktif ve etkili şekilde işe koşabilecekleri bir öğretim süreci tasarladığı söylenebilir.

Planlanan Öğretmen Rolü

Öğretmenin DDT'den yararlanarak tasarladığı öğretim planında, öğrencilerin keşif, varsayım ve doğrulama süreçlerine doğrudan müdahale etmeyi düşünmediği ve kendisi için öğrenci-DGY ve öğrenci grubu-DGY etkileşimini organize edecek bir aracı rolü benimsediği anlaşılmaktadır. Bu amaçla öğretmen etkinliği DGY ortamında sunduğu bir hikaye bağlamında kurgulamış, ikili grup çalışması ve gruplar arası tartışmayı DGY kullanımı etrafında planlamıştır. Öğretmenin yalnızca problemin sorumluluğunu öğrencilere devretme ve öğrencilerin ulaştıkları bilgileri kurumsallaştırma aşamasında aktif bir rol oynamayı planladığı görülmektedir. Öğretmenin öğrenme ortamını ve bu ortamdaki bilginin gelişimini tasarımının merkezine koyduğu (Brousseau, 1997; Erdoğan, 2016; Margolinas, 1995) ve DGY'yi bu ortamın en önemli parametresi olarak tasarladığı görülmektedir. Bu bağlamda öğretmenin Drijvers ve diğerleri (2010) tarafından belirlenen sınıflamadan sorumluluk devretme ve eylem aşamalarında "teknik özellikleri gösterme", ifade etme ve doğrulama aşamalarında ise "öğrencilerin çalışmalarından hareketle tüm sınıfla ekranda olanı tartışma " rolüne paralel bir süreç planlaması yaptığı söylenebilir.

Süreçte DGY Kullanımı

Çalışmanın bulguları, öğrencilerin tüm uygulama boyunca DGY ile etkileşim içinde olmakla birlikte DGY'nin özellikle ölçme aracına odaklandıklarını göstermektedir. İfade etme ve doğrulama aşamasında öğrencilerin ilk ortaya attığı varsayım dik üçgenlerle ilgili olduğu görülmektedir. Bu varsayımı sırasıyla eşkenar üçgen, çeşit kenar üçgen ve ikizkenar üçgenlerle ilgili varsayımlar takip etmiştir. Tüm varsayımların ortaya atılması ve doğrulanması aşamalarında DGY'nin tek bir formatta kullanımı dikkat çekmektedir:

- Bir grup, bir varsayım öne sürer,
- Gruptan bir öğrenci projeksiyona bağlı bilgisayara gelerek varsayımına uygun çizim ve ölçümlerini yapar,
- Öğretmen tüm sınıfa bu varsayıma katılıp katılmadıklarını, bu varsayımı çürütmek isteyen olup olmadığını sorar,
- Sınıftan itiraz gelmezse varsayım teorem olarak kabul edilir,
- Sınıftan bir itiraz olursa, itirazda bulunan kişi veya grup kendi varsayımını açıklar ve projeksiyona bağlı bilgisayara gelerek varsayımına uygun çizimi yapar.

Sonuç olarak, uzamsal-grafiksel dünyadan ile teorik dünya arasındaki geçişlerin sadece ölçme aracının bu formatta kullanımı üzerinden kurulduğu, ve literatürde belirtildiği gibi

(Balacheff, 1988; Chazan, 1993; Jones, 2000; Pandiscio, 2002) özel durumlar üzerinde yapılan çizimlerin sınıfın teoremleri olarak kabul edildiği söylenebilir.

Bu formatın ortaya çıkmasında sürükleme aracının kullanılmamasının önemli rolü olduğu söylenebilir. Öğrenciler, sürükleme aracı ile üçgenleri belirli köşelerden hareket ettirerek, üçgenlerdeki değişmelere göre yardımcı elemanların uzunluklarının nasıl değiştiğini kolayca gözlemleme imkanı bularak varsayımlara ulaşabilir veya öne sürülen bir varsayımı sürükleme ile test edebilirlerdi. Böylelikle ölçme aracının yanında, sürüklemenin de kullanımı tek bir DGY kullanım formatı yerine alternatif kullanımların ulaşmasına imkan verebilirdi. Sürükleme aracının beklendiği şekilde kullanılmaması, öğrencilerin sürükleme aracını doğrulama veya ispat için kullanmaya alışık olmamalarından kaynaklanmış olabilir. Arzarello ve diğerlerinin (2002) de belirttiği gibi her ne kadar öğrenciler daha önceki çalışmalarda sürükleme aracını kullanma imkanı bulmuş olsalar da bu çalışmalar DGY ile geometri yapma kültürünün oluşmasında yetersiz kalmış olabilir. Bununla birlikte, sürükleme aracının kullanılmamasının büyük oranda öğretmenin kendisi için planladığı ve süreçte üstlendiği rol ile açıklanabileceği düşünülmektedir.

Süreçte Öğretmenin Rolü

Planladığı şekilde, öğretmenin süreçte öğrencilerin yaklaşımlarına doğrudan müdahalelerde bulunmadığı ve öğrencilerin DGY ile etkileşimlerini ön plana çıkardığı görülmektedir. Bu anlamda öğretmenin DGY'nin merkezde olduğu bir öğrenme ortamı planlamakta ve öğrenci-DGY etkileşiminin tüm uygulama boyunca sürmesini sağlamakta başarılı olduğu söylenebilir. Bununla birlikte öğretmen, öğretim uygulamasının başından sonuna kadar, "ispatlayın, ölçün, biçin" ifadesinde de görüldüğü gibi, ölçme aracının kullanımını ön plana çıkarmıştır. Sürükleme aracının oldukça kullanışlı olacağı bazı durumlarda dahi öğretmenin bu yönde bir beklentisinin oluşmadığı dikkat çekmektedir. Örneğin, eşkenar üçgende üç yardımcı elemanın üst üste gelmesinden oluşan karmaşada öğretmen "*Tek bir çizim varmış gibi görünüyor hepsi üst üste geldiği için*" demekle yetinmiş, sürükleme ile bu elemanların nasıl üst üste geldiğinin veya ayrıştığının fark edilmesine yönelik bir müdahalede bulunmamıştır. Diğer yandan ölçme aracının yaklaşık ve şüpheye yol açacak sonuçlar ürettiği durumlarda da öğretmen herhangi bir açıklama yapmamıştır. Örneğin, öğrencilerin dik üçgen oluştururken 89 derece ölçtükleri açıyı 90 derece kabul edebileceklerini belirtmiş veya bir öğrencinin başka bir diyalogda "*Hocam şu bir santimden bir şey olmaz değil mi*?" şeklindeki sorusunu yanıtsız bırakmıştır. Varsayımların doğrulanması sürecinde de öğretmen tek bir özel durum üzerinden yapılan ölçümleri varsayımın doğrulanması için yeterli görmüş ve öğrencilerden matematiksel argümanlar istememiştir. Özellikle, sınıfın bu tarz argümanlar üretebilecek kadar gözlem ve genelleme yaptıklarının anlaşıldığı bazı durumlarda dahi öğretmen matematiksel argümanların geliştirilmesini desteklememiştir. Örneğin, ikizkenar üçgenlerle ilgili varsayımların incelendiği sırada öğrencilerin "y*ükseklik zaten dik, en küçük*" şeklindeki ifadeleri çalışma sırasındaki gözlemlerine veya daha önceki bilgilerine dayalı bir argüman olarak önemli olmasına rağmen öğretmen bunu destekleyecek bir eylemde bulunmamıştır. Bretscher (2009)' in çalışmasında da görüldüğü gibi, öğretmen, DGY ortamından elde edilen bilgilerle kağıt-kalem ortamında yapılabilecek çıkarımlar arasında gerekli ilişkilendirmeler yapmamıştır. Öğretmenin bu yaklaşımı, çalışmanın başında benimsediği "teknik özellikleri gösterme" ve "öğrencilerin çalışmalarından hareketle tüm sınıfla ekranda olanı tartışma" rollerine sadık kalması ile açıklanabilir. Öğretmenin, öğretim tasarımında başvurduğu teorinin prensiplerine sadık kalarak, ölçme veya sürükleme aracının seçimi ve kullanımı ile ilgili veya sunulabilecek matematiksel argümanlarla ilgili doğrudan yönlendirme yapmaktan kaçındığı söylenebilir. Ayrıca, öğretmenin planladığı problem durumunda yardımcı elemanların aynı köşeden çizilmesi gerektiğine yönelik belirgin bir vurgu olmamasından ve öğrencilerin bu durumu fark edip benimsemesinin çok fazla zaman almış olmasından matematiksel argümanlarla yapılacak doğrulamaya yeterince vakit ayrılamamış olabilir. Kurumsallaştırma aşamasında öğretmenin "*Bu teoremi istediğiniz zaman ispatlayabilirsiniz*" şeklindeki açıklaması veya Ahmet'i son anda varsayımını test etmeye davet etmesi, kendisinin de matematiksel argümanlarla yapılacak doğrulama sürecinin eksik kaldığının farkında olduğu şeklinde yorumlanabilir.

Öneriler

Bu çalışmada matematik öğretiminde DGY kullanımı konusunda deneyimli ve matematik eğitimindeki gelişmeleri takip edip derslerinde uygulamaya çalışan Ayşe Öğretmen'in durumu incelenmiştir. Çalışmanın sonuçları, öğretmenin DGY ile bir geometrik özelliğin öğrenciler tarafından keşfedilip varsayıma dönüştürülmesi sürecinden bu özelliğin matematiksel olarak kabul edilebilir argümanlarla doğrulanması sürecine geçişi organize etmekte zorlandığını göstermektedir. Bu bağlamda, Leung ve Lee (2013)'ün de belirttiği gibi, öğrencileri görsel algıdan tümdengelimsel düşünmeye taşıyacak görevlerin tasarlamasının önemli olduğu düşünülmektedir. Ayşe Öğretmen her ne kadar öğrencilerin DGY ile etkileşimlerini destekleyen bir görev tasarlamış ve süreçleri teorik bir çerçeve kullanarak yapılandırmış olsa da bu görevde ve tasarlanan süreçlerde doğrulama ve ispatın bir zorunluluk olarak ortaya çıkmadığı söylenebilir. Öte yandan, alanyazında sürükleme ve ölçme araçlarının aynı bir görevde, özellikle de keşif, varsayım ve ispat süreçlerinde eş zamanlı kullanımını hedefleyen çalışmalar olmaması dikkat çekmektedir. Yapılacak çalışmaların bu iki aracın bir arada kullanımı sağlayan veya engelleyen değişkenleri ele almasının da önemli olduğu düşünülmektedir. Diğer yandan, Ayşe Öğretmen'in matematiksel doğrulama ve ispatı nasıl algıladığına, matematiksel doğrulama ve ispatta DGY'nin statüsü hakkında ne düşündüğüne, ortaokul öğrencilerinin matematiksel doğrulama ve ispat yapmak için hazırbulunuşlukları hakkındaki görüşlerine bu çalışmada yer verilmemiş olup bunlar çalışmanın sınırlılıkları olarak düşünülebilir. Yapılacak çalışmalarda bu değişkenlerin de incelemesi, hem DGY'nin keşif, varsayım ve ispat için etkin şekilde kullanımına hem de öğretmenlerin bu süreçte benimsediği rollerin belirlenmesine katkı sağlayabilir.

Kaynakça

Arzarello, F., Olivero, F., Paola, D. & Robutti O. (2002). A cognitive analysis of dragging practises in Cabri environments. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, *34,* 66–72.

Baccaglini-Frank, A. (2019). Dragging, instrumented abduction and evidence, in processes of conjecture generation in a dynamic geometry environment. *ZDM Mathematics Education*, *51***,** 779–791.

Baccaglini-Frank, A., & Mariotti, M.A. (2010). Generating Conjectures in Dynamic Geometry: the Maintaining Dragging Model. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, *15*(3), 225-253.

Balacheff, N. (1988). A study of students' proving processes at the junior high school level. In *Second UCSMP international conference on mathematics education*. Chicago: NCTM.

Bretscher, N. (2009). Dynamic geometry software: The teacher's role in facilitating instrumental genesis. Paper presented in WG9, Cerme 6 Conference, 28 January–1 February 2009, Lyon, France.

Brousseau, G. (1997). *Theory of Didactical Situations in Mathematics : Didactique des mathématiques, 1970-1990*. Kluwer Academic Publishers (Springer).

Chazan, D. (1993). High school geometry students' justification for their views of empirical evidence and mathematical proof. *Educational Studies in Mathematics, 24,* 359–387.

Christou , C., Mousoulides, N., Pittalis, M., & Pitta-Pantazi, D. (2004). Proofs through Exploration in dynamic geometry environments. *International Journal of Science and Mathematics Education, 2,* 339–352.

Drijvers, P., Doorman, M., Boon, P., Reed, H. & Gravemeijer, K. (2010). The teacher and the tool: instrumental orchestrations in the technology-rich mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*,75, 213-234.

Edwards, L. (1997). Exploring the territory before proof: Students' generalizations in a computer microworld for transformation geometry. *International Journal of Computers for Mathematical Learning, 2,* 187-215.

Erdoğan, A. (2016). Didaktik durumlar teorisi. In E. Bingölbali, S. Arslan, ve İ. Ö. Zembat (Ed.), *Matematik Eğitiminde Teoriler* (s. 413-430). Ankara: Pegem.

Gürbüz, R. & Gülburnu, M. (2013). 8. sınıf geometri öğretiminde kullanılan cabri 3D'nin kavramsal öğrenmeye etkisi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education, 4(3)*, 224-241.

Güven, B. & Karataş, İ. (2003). Dinamik geometri yazılımı cabri ile geometri öğrenme: Öğrenci görüşleri. *The Turkish Online Journal of Educational Technology – TOJET, 2(2),* 1303-652.

Hoyles, C. & Healy, L. (1999). Linking informal argumentation with formal proof through computer-integrated teaching experiments. In the *Proceedings of the Twentythird International Conference for the Psychology of Mathematics Education*. Haifa, Israel.

Işıksal, M. & Aşkar, P. (2003). Elektronik tablolama ve dinamik geometri yazılımını kullanarak çalışma yapraklarının geliştirilmesi. *İlköğretim Online, 2(2),* 10-18.

Jones, K. (2000). Providing a foundation for a deductive reasoning: students' interpretation when using dynamic geometry software and their evolving mathematical explanations. *Educational Studies in Mathematics, 44(1-2),* 55–85.

Kendal, M., & Stacey, K. (2002). Teachers in transition: Moving towards CAS-supported classrooms. *ZDM, The International Journal on Mathematics Education, 34*(5), 196–203.

Komatsu, K., & Jones, K. (2019). Task design principles for heuristic refutation in dynamic geometry environments. *International Journal of Science and Mathematics Education, 17***,** 801–824.

Köse, N. Y. & A. Özdaş, (2009). İlköğretim 5. sınıf öğrencileri geometrik şekillerdeki simetri doğrularını cabri geometri yazılımı yardımıyla nasıl belirliyorlar? *İlköğretim-Online, 8(1),* 159-175.

Laborde, C. (2005). The hidden role of diagrams in students' construction of meaning in geometry. In: Kilpatrick J., Hoyles C., Skovsmose O., Valero P. (Eds) *Meaning in Mathematics Education. Mathematics Education Library*, vol 37. Springer, New York, NY.

Laborde, C. (2001). Integration of technology in the design of geometry tasks with cabri-geometry. *International Journal of Computers for Mathematical Learning, 6(3),* 283–317.

Lagrange, J.-B. & Monaghan, J. (2009). On the adoption of a model to interpret teachers' use of technology in mathematics lessons. *Paper presented in WG7, Cerme6 conference,* 28 January–1 February 2009, Lyon, France.

Lagrange, J.-B., & Ozdemir Erdogan, E. (2009). Teachers' emergent goals in spreadsheet-based lessons: analyzing the complexity of technology integration. *Educational Studies in Mathematics, 71(1),* 65–84.

Leung, A. & Lee, A.M.S. (2013). Students' geometrical perception on a task-based dynamic geometry platform.*Educational Studies in Mathematics, 82 (3),* 361–377.

Margolinas, C. (1995). La structuration du milieu et ses apports dans l'analyse a posteriori des situations. In C. Margolinas (Ed.) *Les Débats De Didactique Des Mathématiques (pp.89103).* Grenoble: La Pensée sauvage.

MEB (2018). *Matematik Dersi Öğretim Programı (ilkokul ve Ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. Sınıflar).* Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı

MEB (2013). *Ortaokul Matematik Dersi* (*5, 6, 7 ve 8. Sınıflar) Öğretim Programı.* Ankara:

MEB(2009). *İlköğretim Matematik Dersi 6-8. Sınıflar Öğretim Programı ve Kılavuzu.* Ankara

Merriam, S. B. (1998). *Qualitative research and case study applications in education.* San Francisco: Jossey-Bass.

Monaghan, J. (2004). Teachers' activities in technology-based mathematics lessons. *International Journal of Computers for Mathematical Learning, 9,* 327–357.

NTCM (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics Pub.

Olivero, F., & Robutti, O. (2007). Measuring in dynamic geometry environments as a tool for conjecturing and proving. *International Journal of Computers for Mathematical Learning, 12 (2),* 135 - 156.

Pandiscio, E. A. (2002). Alternative geometric constructions: Promoting mathematical reasoning. *Mathematics Teacher, 95(1),* 32–36.

Sinclair, N.& Robutti, O. (2013). Technology and the role of proof: The case of dynamic geometry. In M.A.K. Clements, A. Bishop, C. Keitel-Kreidt, J. Kilpatrick, F.K.-S Leung (Eds.), *Third International Handbook Of Mathematics Education* (pp. 571–596). New York, NY: Springer.

Uğur, B., Urhan, S. & Akgün Kocadere, S. (2016). Geometrik cisimler konusunun dinamik geometri yazılımı ile öğretimi. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi, 10 (2),* 339-366.

Yıldırım, A. & Şimşek, H. (2013). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri* (8. Baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Yin, R.K. (2009). *Case Study Methods: Design And Methods* (4. Baskı). Thousand Oaks: Sage