

5. Sınıf Öğrencilerinin Kesirlerle Toplama ve Çıkarma İşlemine Yönelik Kurdukları Problemlerin Analizi*

Ayşe Özer**¹, Arzu Karacaköylü² ve Reyhan Tekin Sitrava³

Öz

Bu çalışmanın amacı, 5. sınıf öğrencilerinin kesirlerle toplama ve çıkarma işlemine yönelik kurdukları problemleri incelemektir. Araştırmada nitel araştırma yöntemlerinden bütüncül tek durum deseni kullanılmıştır. Araştırma 2017-2018 eğitim-öğretim yılında, Kırıkkale il merkezindeki iki farklı devlet okulunda öğrenim gören 40 beşinci sınıf öğrencisi ile yürütülmüştür. Katılımcıların belirlenmesinde tipik durum örnekleme tekniği kullanılmıştır. Çalışmanın verileri, altı açık uçlu sorudan oluşan problem kurma soru seti kullanılarak toplanmış ve veriler içerik analizi ve betimsel analiz yöntemi kullanılarak analiz edilmiştir. İlk olarak, öğrencilerin yazdıkları ifadeler problem, problem değil ve boş kategorileri olarak sınıflandırılmıştır. İkinci olarak, problem olarak kodlanan ifadeler, matematiksel açıdan doğru olup olmadıklarına göre analiz edilmiştir. Çalışmadan elde edilen bulgulara göre, öğrencilerin yazdıkları ifadelerin % 81.25'i problem kategorisinde, % 16.25'i problem değil ve % 2.5'i boş kategorisinde yer almıştır. Çalışmanın amacı doğrultusunda problem olarak değerlendirilen ifadelerdeki hatalar incelenmiştir. Buna göre, parça-bütün ilişkisini kuramama, kesir sayılarına doğal sayı anlamı yüklemek, problemde ifade eksikliği ve veri eksikliği olarak isimlendirilen dört farklı hata türü tespit edilmiştir.

Anahtar Sözcükler

Problem kurma
Kesirler
5. sınıf öğrencileri

Makale Hakkında

Gönderim Tarihi

20 Nisan 2019

Kabul Tarihi

07 Mayıs 2020

Makale Türü

Araştırma Makalesi

DOI: 10.12984/egcedf.556447

Analysis of the Problems 5th Grade Students Posed related to Addition and Subtraction in Fractions*

Abstract

The aim of this case study is to examine the problems that 5th grade students posed related to addition and subtraction in fractions. Holistic single case design which is one of the qualitative research methods was used in this study. It was conducted with 40 fifth grade students enrolled in two different public schools in 2017-2018 academic year. The data were collected through a questionnaire consisting of 6 open-ended questions and analyzed by using content analysis and descriptive analysis methods. Firstly, the expressions of students were classified as problem, not problem and empty. Secondly, the expressions which were coded as problem were analyzed in terms of whether they were mathematically correct or not. According to the findings of the study, 81.25 % of the students' expressions were coded as problem, 16.25 % were coded as not problem and 2.5 % were denoted as empty. In accordance with the aim of the study, the expressions which were stated as problem were analyzed to determine the errors in the problems. Accordingly, four different errors were identified which were named as unable to establish part-whole relationship, attributing natural number meaning to the fractions, lack of expression in the problem, and lack of givens.

Keywords

Problem posing
Fractions
5th grade students

Article Info

Received

April 20, 2019

Accepted

May 07, 2020

Article Type

Research Paper

Atf: Özer, A., Karacaköylü, A. ve Tekin Sitrava, R. (2020). 5. sınıf öğrencilerinin kesirlerle toplama ve çıkarma işlemine yönelik kurdukları problemlerin analizi. *Ege Eğitim Dergisi*, 21 (1), 19-37. doi:10.12984/egcedf.556447

* Bu çalışma 6-8 Eylül 2018 tarihleri arasında Amasya'da düzenlenen *Uluslararası Öğrenme, Öğretim ve Eğitim Araştırmaları Kongresinde* sunulmuştur. [This study was presented at the *International Learning, Teaching and Educational Research Congress (ILTER)* in Amasya, September 6-8, 2018]

** Sorumlu Yazar/Corresponding Author

¹ Kızılcağaç Ortaokulu, Beyağaç, Denizli, Türkiye, ayseozer93@hotmail.com.

² Kale Şehit Ferhat Bozkurt Ortaokulu, Merkez, Kırıkkale, Türkiye, arzu_2209@hotmail.com.

³ Kırıkkale Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi, Türkiye, reyhantekin@kku.edu.tr.

Extended Abstract

Introduction

In recent years, problem posing has become as important as problem solving in mathematics teaching and learning (Kilpatrick, 1987; Silver, 1994). From the point of mathematics learning, problem posing offers opportunities to students to improve their mathematical understanding, mathematical reasoning, creative thinking, and creativity (English, 1998; Silver, 1994; Stoyanova, 2003). On the other hand, from the point of mathematics teaching, it helps teachers develop their content knowledge and pedagogical content knowledge, analyze students' work, assess students' learning, discover students' misconceptions and errors, and promote students' problem solving ability (Lin, 2004; Ticha & Hospesova, 2009). Due to the positive effects on mathematics teaching and learning, problem posing has an important role in mathematics curriculums in the world including our country (Milli Eğitim Bakanlığı, [MEB], 2018; Törner, Schoenfeld, & Reiss, 2007) and it is suggested to include problem posing activities in the mathematics classroom (Silver, 2013). Problem posing activities were categorized based on the knowns and unknowns that can be used to pose problem (Christou, Mousoulides, Pittalis, Pitta-Pantazi, & Sriraman, 2005; Silver, 1994; Silver & Cai, 1996; Stoyanova & Ellerton, 1996). Among these, Stoyanova and Ellerton's (1996) categorization, which includes free problem posing, semi-structured problem posing, and structured problem posing, is the main issue for the present study. According to Stoyanova and Ellerton (1996), in free problem posing, students pose a problem in a natural setting without any restraint, in semi-structured problem posing, they pose problems similar to given problems or write problems using table, diagram or pictures, and lastly in structured problem posing, students pose problem depending on a problem or the solution of the problem. In light of this categorization, many researchers conducted studies to understand students' problem posing process and to identify their problem posing performance (Çetinkaya & Soybaş, 2018; Kılıç, 2013; Ngah, Ismail, Tasir, Said, & Haruzuan, 2016; Özgen, Aydın, Geçici, & Bayram, 2017). Some of the studies resulted in that students' problem posing performance was low and they had errors and difficulties in posing problem. In this respect, it would be necessary to investigate their difficulties or errors to overcome them and increase their problem posing performance. From this point of view, the present study aims to examine the problems that 5th graders posed related to addition and subtraction operations in fractions and to enlighten the errors in these problems. In this direction, the answers to the following questions were addressed.

1. What is the achievement of 5th grade students in posing problems with the addition and subtraction in fractions?
2. What are the errors in problems that 5th grade students posed related to addition and subtraction in fractions?

Method

In order to reveal the findings and to support methodological perspective of the study, a case study method, which is one of the qualitative approaches, was used. The aim of conducting case study is to develop an in-depth description and analysis of an individual, an institution, or an environment (Merriam, 1998). Due to the fact that the study was aimed to analyze the problems that were posed by 5th grade students and the errors in problems that they posed in the context of addition and subtraction in fractions, the single-case holistic design was most appropriate to use.

This study was carried out with 40 fifth grade students attending two different public schools in Kırıkkale during the second semester of 2017-2018 academic year. The data of this research were collected through the problem posing questionnaire consisting of 6 open-ended questions. The questionnaire was developed by the researchers based on the problem posing classification of Stoyanova and Ellerton (1996) with respect to the learning outcomes related to the addition and subtraction in fractions in the 5th grade mathematics curriculum (MEB, 2018). The data were analyzed using descriptive analysis technique to determine whether students' expressions were an actual problem or not. Then, the expressions which were regarded as problem were analyzed in order to specify the errors in problems that 5th grade students posed through both descriptive and content analysis techniques. For the reliability of data analysis, inter-rater reliability was calculated based on the formula of Miles and Huberman (1994), and the reliability was found 94 %, which is acceptable.

Findings

Based on the analysis of the data, it was found that almost 81.25 % of the expressions that 5th grade students wrote were coded as problem. Most of the expressions that were defined as not problem were written for

structured problem posing situations. In this problem posing situation, the solution consisting of two operations were given to the students and it was asked to pose a problem which could be solved using both operations. However, the students were successful in posing problems when they use the given figure or writing similar problems. The expressions that were coded as problems were analyzed to determine whether they were mathematically correct or incorrect. As a result of this analysis, most of the expressions which were coded as problem were incorrect. Although approximately 80 % of the students' expressions in problem posing situations were denoted as problem, only 30 % of them were correct and solvable problems. The incorrect problems were examined to determine the errors in problems that the 5th graders posed related to the addition and subtraction in fractions. Based on this investigation, 4 errors were emerged, which were not being able to establish part-whole relationship, attributing natural number meaning to the fractions, lack of expression in the problem, and lack of givens. Among these errors, attributing natural number meaning to the fractions and not being able to establish part-whole relationship were the most common errors that 5th graders made while posing problems. Furthermore, the students made the most errors while posing problems in accordance with the given table.

Discussion and Conclusion

Based on the analysis of the data, it could be stated that most of the 5th graders could pose problems related to the addition and subtraction operation in fractions; however, their problems were incorrect mathematically. In other words, the achievement of 5th grade students was low in posing correct problems. Consistent with the existing literature, students in the current study also had difficulties in posing a problem (English, 1998; Ev Çimen & Tat, 2018; van Harpen & Sriraman, 2013). The errors that the 5th grade students most frequently made was attributing natural number meaning to the fractions and not being able to establish part-whole relationship. In this respect, the findings were consistent with the study of Işık and Kar (2012) and Kar and Işık (2014). As in the case of the present study, they determined the same errors in problems posed by students. One of the most important reasons for making these errors might be students' lack of knowledge of addition and subtraction in fractions. In order to improve students' achievements in problem posing and overcome their errors in problem that they pose, the teachers and the teachers educators might engage in problem posing activities in their mathematics lessons, and the curriculum developers and the textbook writers might integrate problem posing activities in the curriculum and textbooks.

Giriş

Problem, bireyin karşılaştığı herhangi bir duruma ilişkin daha önceden belirlediği ya da ezberlediği kural veya çözümlerin doğrudan uygulanmadığı görev ya da etkinlik olarak tanımlanırken (Hiebert ve diğ., 1997), problem çözme ise böyle bir durumda bireyin ne yapabileceğini bilme veya yapılması gerekenler ile ilgili akıl yürütmesidir (Altun, 2009). Matematik eğitiminin yapı taşlarından biri olan problem çözme, öğrencilerin kavramları yorumlamaları, muhakeme etmeleri, anlamaları, içselleştirmeleri ve yeni durumlara uygulamaları için önemli bir araçtır. Bundan dolayı, matematik eğitiminin başlıca amaçlarından biri öğrencilerin problem çözme becerilerini artırmaktır (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2018). Yapılan çalışmalarda, öğrencilerin problem çözme becerilerini artırmanın yollarından birinin, problem kurma becerilerinin artırılması olduğu ifade edilmiştir (Abu-Elwan, 1999; Abu-Elwan, 2002; Crespo ve Sinclair, 2008; English, 1998; Işık, Işık ve Kar, 2011).

Problem kurma, öğrencilerin belirli koşullar çerçevesinde yeni problemler ortaya koyması veya var olan problemde değişiklikler yaparak yeni bir problem oluşturmasıdır (Silver, 1994; Tichá ve Hošpesová 2009). Problem kurmanın matematik öğretimi ve öğrenimine pek çok katkısının olduğu bilinmektedir (English, 1998; MEB, 2015; National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000). Matematik öğretimi açısından problem kurma, öğrencilerin bilgi, beceri ve tutumları hakkında bilgi sahibi olmak ve öğrencilerin matematiksel anlamaları ile öğrenmelerini ölçmek için öğretmenler tarafından kullanılabilir önemli bir araçtır (Barlow ve Cates, 2006; Lavy ve Shriki, 2007; Lin, 2004). Diğer taraftan matematik öğrenimi açısından problem kurma, öğrencilerin matematiksel durumları inceleyerek, keşfederek ve ilişkilendirerek bunları sözlü ve yazılı olarak ifade etme özelliği ile yaratıcılık, eleştirel düşünme, muhakeme becerilerini güçlendirir. Ayrıca öğrencilerin problem çözme becerilerini geliştirerek onların matematik başarıları ve matematiğe karşı tutumları üzerinde olumlu etki yaratır (Akay, Soybaş ve Argün, 2006; English, 1998; Silver, 1994). Matematik öğretimi ve öğrenimi üzerindeki olumlu etkilerinden dolayı problem kurma, ülkemiz de dahil olmak üzere dünyadaki matematik müfredatlarında önemli bir yere sahiptir (Törner, Schoenfeld ve Reiss, 2007) ve sınıf içi etkinliklerinde problem kurma çalışmalarına yer verilmesi önerilmektedir (Silver, 2013). Örneğin, ABD’de Matematik Öğretmenleri Ulusal Konseyi’nde yer alan “Öğrencilere belirli durumlardaki problemleri formüle etme ve belirli bir problemin koşullarını değiştirerek yeni problemler yaratma fırsatı verilmelidir.” (NCTM, 2000, s. 95) ifadesi ile problem kurmanın matematik eğitime dahil edilmesi gerektiği belirtilmiştir. Benzer şekilde, Çin Milli Eğitim Bakanlığı da öğrencilerin ortaokul seviyesinde iken matematik problemlerini nasıl oluşturacaklarını, problemleri nasıl anlayacaklarını ve problemleri çözmek için bilgi ve becerilerini nasıl kullanacaklarını öğrenmeleri matematik uygulamalarına ilişkin farkındalıklarını arttırmaları için problem kurmanın gerekli olduğunu ifade etmiştir (Cai ve Jiang, 2017). Ayrıca, Avustralya okulları için matematik üzerine yazılan ulusal tebliğde de öğrencilerin kendi kurdukları problemleri çözmelerinin onların problem çözme, eleştirel düşünme ve muhakeme etme becerilerini güçlendirdiği ifade edilmiş ve öğretmenlerin sınıf içi matematik etkinliklerine problem kurma çalışmalarını dahil etmeleri gerektiğinin üzerinde önemle durulmuştur (Australian Education Council ve Curriculum Corporation, 1991).

Alanyazındaki problem kurma çalışmalarına bakıldığında bazı araştırmacıların problem kurma durumlarını sınıfladığı görülmektedir (Christou, Mousoulides, Pittalis, Pitta-Pantazi ve Sriraman, 2005; Silver ve Cai, 1996; Stoyanova ve Ellerton, 1996). Buna göre Silver ve Cai (1996) problem kurma çalışmalarını 3’e ayırmıştır:

- *Çözüm öncesi problem kurma*: Belirtilen durumdan önce problem kurmak
- *Çözüm içinde problem kurma*: Daha önceden çözülmüş bir problemi yeniden formüle edip problem kurmak
- *Çözüm sonrası problem kurma*: Önceden çözülmüş problemlerin durumlarını veya amaçlarını değiştirerek problem kurmak

Stoyanova ve Ellerton (1996) ise serbest, yarı-yapılandırılmış ve yapılandırılmış olmak üzere 3 farklı problem kurma çalışmasını aşağıda belirtilen şekilde ortaya koymuştur:

- *Serbest problem kurma*: Herhangi bir sınırlama getirmeksizin doğal veya suni bir ortama dayandırılarak problem kurma
- *Yarı-yapılandırılmış problem kurma*: Bir resim, tablo, hikâye veya benzer duruma bağlı olarak problem kurma
- *Yapılandırılmış problem kurma*: Bir problem, çözüm ya da bir problem durumuna bağlı olarak problem kurma

Ayrıca Christou ve arkadaşları (2005), Stoyanova ve Ellerton’un (1996) sınıflamasını öğrencilerin bilişsel süreçlerini benimseyerek tekrar gruplandırmışlardır. Bu gruplamada yarı-yapılandırılmış problem kurma

çalışmasını düzenleme ve aktarma; yapılandırılmış problem kurma çalışmasını ise seçme ve kavrama olarak aşağıda belirtilen şekilde ele alınmıştır.

- *Düzenleme*: Bir hikaye veya resme göre problem kurma
- *Aktarma*: Grafik, tablo veya diyagramlara göre problem kurma
- *Seçme*: Verilen cevaba uygun problem kurma
- *Kavrama*: Matematiksel denklemler ya da hesaplamalara yönelik problem kurma

Problem kurma durumlarının sınıflandırıldığı çalışmaların yanı sıra alanyazında öğrencilerin problem kurma becerisini, problem çözme ve kurma başarıları arasındaki ilişkiyi, öğrencilerin alan bilgisinin problem kurma başarıları üzerinde etkisini, öğrencilerin problem kurarken kullandıkları teknikler ile ilgili uluslararası ve ulusal çalışmaların olduğu görülmektedir (Çetinkaya ve Soybaş, 2018; English, 1998; Silver ve Cai, 1996; Tertemiz ve Sulak, 2013; van Harpen ve Presmeg, 2013). Örneğin, English (1998) problem kurma başarısı ile problem çözme başarısı arasındaki ilişkiyi ortaya çıkarmak için problem çözmede başarılı olan 3. sınıf öğrencilerinin problem kurmadaki başarılarını incelemiştir. Çalışma sonucunda, öğrencilerin problem çözmede başarılı olmalarına rağmen problem kurmada başarılı olmadıklarını belirtmiştir. Aynı amaç doğrultusunda, Silver ve Cai (1996) 6. ve 7. sınıf öğrencileri ile bir çalışma yürütmüştür. English'in (1998) çalışmasının aksine, Silver ve Cai problem çözmede başarılı olan öğrencilerin problem kurma becerilerinin de yüksek olduğunu iddia etmişlerdir. Başka bir çalışmada, 11. ve 12. sınıf öğrencilerinin problem kurma becerileri ile alan bilgileri arasındaki ilişki araştırılmıştır (van Harpen ve Presmeg, 2013). Çalışmanın sonucunda matematik alan bilgisi ile problem kurma becerileri arasında pozitif bir ilişki olduğu, matematik alan bilgisi iyi düzeyde olan öğrencilerin problem kurma becerilerinin de iyi düzeyde olduğu belirtilmiştir. Uluslararası alanyazında olduğu gibi, ulusal alanyazında da problem kurma becerisini araştıran pek çok çalışma mevcuttur. Örneğin, Çetinkaya ve Soybaş (2018), Stoyanova ve Ellerton'ın (1996) ortaya koyduğu problem kurma durumları doğrultusunda 8. sınıf öğrencilerin problem kurma becerilerini araştırmışlardır. Çalışmadan elde edilen bulgular doğrultusunda, 8. sınıf öğrencilerinin yarı-yapılandırılmış ve serbest problem kurma durumlarında zorlanırken yapılandırılmış problem kurma durumlarında başarılı oldukları sonucuna ulaşmışlardır. Öğrencilerle yapılan başka bir çalışmada, 5. sınıf öğrencilerinin problem kurarken kullandıkları teknikler araştırılmıştır (Tertemiz ve Sulak, 2013). Problem kurma durumları verilmeden önce öğrencilere problem çözme etkinliği uygulanmış ve daha sonra öğrencilerden çözdükleri problemlere benzer problem kurmaları istenmiştir. Çalışma sonucunda, öğrencilerin problemdeki koşulları, istenen ve verilen bilgilerin yerini ve konuyu değiştirmeyip sadece verilen verilerin değerini değiştirdiği belirtilmiştir. Başka bir çalışmada, Özgen, Aydın, Geçici ve Bayram (2019) 8. sınıf öğrencilerinin serbest, yarı-yapılandırılmış ve yapılandırılmış problem kurma durumlarındaki başarılarını incelemiştir. Öğrencilerin yarı-yapılandırılmış problem kurma durumlarında daha başarılı oldukları ve genel olarak rutin problemler kurdukları sonucuna varmışlardır. Bu çalışmalar sonucunda, öğrencilerin problem kurmada, problem çözme kadar başarılı olmadıkları, kurdukları problemlerin matematiksel karmaşıklık açısından en düşük düzeyde olduğu ve problem kurarken benzer problemlerdeki verilerin değerini değiştirdikleri belirlenmiştir.

Öğrencilerin problem kurmada başarılı olmaları, onların matematiksel durumları inceleyip keşfetmelerini ve ilişkilendirmelerini, eleştirel düşünme, yaratıcılık, muhakeme ve problem çözme becerilerini artırmaları ve matematiğe karşı olumlu tutum geliştirmeleri açısından önemlidir (Akay, Soybaş ve Argün, 2006; English, 1998; Silver, 1994). Öğrencilerin problem kurmada başarılı olmalarını sağlamak için, onların problem kurarken karşılaştıkları güçlüklerin ve kurdukları problemlerdeki hataların belirlenmesinin ve giderilmesinin gerekliliği ortaya çıkmaktadır. Bu amaç doğrultusunda yapılan çalışmalar incelendiğinde alanyazında öğrencilerin kurdukları problemlerdeki hataları belirleyen az sayıda çalışma olduğu belirlenmiştir. Örneğin, Işık ve Kar (2012) ilköğretim 7. sınıf öğrencilerinin kesirlerde toplama işlemine yönelik kurdukları problemlerdeki hataları belirlemeyi amaçlamıştır. Çalışma sonucunda öğrencilerin hataları 7 kategoriye ayrılmıştır. Bunlar arasından, en fazla öğrencilerin, sonucun tam sayılı kesir olduğu iki basit kesrin toplamına, en az ise sonucun basit kesir olduğu iki basit kesrin toplamına yönelik problem kurma durumlarında güçlük yaşadıkları sonucuna varılmıştır. Kar ve Işık (2014) bir diğer çalışmalarında, ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin kesirlerle çıkarma işlemine yönelik kurdukları problemlerdeki hataları belirlemeyi amaçlamışlardır. On iki hata türü belirlenen çalışmada, eksilen ve çıkan kesirlerin tam sayılı kesir olduğu işlemlerde öğrencilerin daha fazla hata yaptıkları belirlenmiştir. Bu çalışmalardan elde edilen verilere göre, öğrencilerin kesirlerle toplama ve çıkarma işlemine yönelik kurdukları problemlerde birçok hata yaptıkları sonucuna varılabilir. Bunun nedeni kesirler ve kesirlerde işlemler konusunun öğrenciler için anlaşılması zor bir konu olmasıdır (Ma, 1999). Oysaki kesirler, etkili matematik öğrenimi için çok önemli bir yere sahiptir (Bailey, Hoard, Nugent ve Geary, 2012; Booth ve Newton, 2012; Siegler ve diğ., 2012). Kesirleri anlamakta ve kesirlerle işlem yapmakta zorlanan öğrencilerin, bu zorluklarını gidermek için onların kesirleri kendi aralarında ilişkilendirebilecekleri, kesirleri günlük hayata aktarabilecekleri ve günlük hayat durumları ile kesirler arasında ilişki kurabilecekleri etkinlikler sunmak önemlidir. Bu etkinliklerin özellikle kesirler ile ilgili farklı problem kurma durumları içermesi, öğrencilerin kesirleri ilişkilendirmelerini ve günlük

hayata aktarmalarını sağlamak için etkili bir yöntemdir. Ayrıca, öğrencilerin problem kurarken kavramsal öğrenmeyi gerçekleştirmesinin yanında problem kurarken yaptıkları hataların belirlenmesi de kesirleri öğrenmeleri açısından önemlidir. Matematik dersi öğretim programı incelendiğinde, kesirlerle toplama ve çıkarma işlemine yönelik problem kurma kazanımına 5. sınıfta yer verildiği görülmektedir (MEB, 2018). Bu kazanım doğrultusunda, 5. sınıf öğrencilerinin ders kapsamında kesirlerle toplama ve çıkarma işlemine yönelik problem kurma çalışmaları yaptığı öngörülmektedir. Problem kurma çalışmalarının öğrencilerin matematiksel anlamalarını ölçmek için kullanılabilir bir araç olduğu göz önünde bulundurulduğunda, öğrencilerin problem kurarken yaptıkları hataların, onların kesirlerle toplama ve çıkarma işlemini anlamalarına dair bilgiler sunacağı düşünülmektedir. Bu doğrultuda, öğrencilerin hatalarından elde edilen bulgular, öğrencilerin kesirlerle toplama ve çıkarma işlemine dair kavram yanılgıları, eksik anlamaları veya yaşadıkları zorluklar ile ilgili bilgi sahibi olunmasını da sağlayacaktır. Ayrıca, alanyazın incelendiğinde de, 5. sınıfları içeren kesirlerle toplama ve çıkarma işlemine yönelik problem kurmalarını içeren bir çalışmaya rastlanmadığı görülmektedir. Bu çalışmanın, ilgili araştırmacıların gelecek çalışmalarına ışık tutacağı düşünülmektedir. Ayrıca, eğitimcilerle de çalışmanın bulgularına göre tedbir almaları açısından bir kaynak olacağı ön görülmektedir. Buradan hareketle, bu çalışmada 5. sınıf öğrencilerinin kesirlerle toplama ve çıkarma işlemine yönelik kurdukları problemleri analiz etmek ve yaptıkları hataları belirlemek amaçlanmaktadır. Bu amaç doğrultusunda aşağıdaki araştırma sorularına cevap aranmıştır.

1. 5. sınıf öğrencilerinin kesirlerle toplama ve çıkarma işlemine yönelik problem kurmadaki başarıları ne düzeydedir?
2. 5. sınıf öğrencilerinin kesirlerle toplama ve çıkarma işlemine yönelik problemler kurarken yaptıkları hatalar nelerdir?

Yöntem

Araştırmanın Deseni

Bu araştırmada, verilerin toplanması, analizi ve yorumlanmasında nitel araştırma desenleri içerisinde yer alan durum çalışması yöntemi kullanılmıştır. Durum çalışması deseni bir ya da daha fazla bireyi, olayı veya programı belirli sınırlılıklar çerçevesinde derinlemesine incelemeyi amaçlamaktadır (Merriam, 1998). Yin (2003) durum çalışması deseni çalışmadaki durum sayısı ve analiz birimi sayısına göre gruplandırarak detaylı bir çerçeve sunmuştur. Mevcut çalışmanın durumu 5. sınıf öğrencileri ve analiz birimi öğrencilerin kesirlerle toplama ve çıkarma işlemine yönelik kurdukları problemlerdir. Bu durumda 5. sınıf öğrencilerinin kurdukları problemler kesirlerle toplama ve çıkarma işlemi ile sınırlandırılmış ve öğrencilerin kurdukları problemler bütüncül bir şekilde tek bir analiz birimi çerçevesinde incelendiği için çalışmanın deseni bütüncül tek durum deseni olarak belirlenmiştir.

Katılımcılar

Çalışmanın araştırma sorularına cevap verebilmek için amaçlı örnekleme yöntemlerinden biri olan tipik durum örnekleme yöntemi kullanılarak katılımcılar belirlenmiştir. Patton'a (2005) göre tipik durum örneklemesinde evrene genelleme yapmaktan ziyade ortalama durumları göz önünde bulundurarak belirli bir konu hakkında fikir sahibi olmak amaçlanmaktadır. Bu amaç doğrultusunda, tipik durumlar toplum içinde ortalama olarak kabul edilen ve sıra dışı olmayan durumlardır (Patton, 2005). Buradan hareketle; mevcut çalışmada, 5. sınıf öğrencilerinin kesirlerle toplama ve çıkarma işlemine yönelik kurdukları problemlere ve problemlerdeki hatalara ilişkin daha geniş ve kapsamlı veriler elde edilebilmek için ortalama durumlar değerlendirilmiştir. Başka bir deyişle, çalışmanın amacına uygun olarak Kırıkkale ilinin kent kırsalından ve kent merkezinden ortalama tipik durumu yansıtan iki okul seçilerek çalışmanın verileri toplanmıştır. Kent merkezindeki okul, Kırıkkale'nin merkezinde öğrenim gören öğrencilerin matematik başarısının ortalamasını yansıtırken, kent kırsalındaki okul merkeze uzak olan okullarda öğrenim gören öğrencilerin matematik başarısının ortalamasını yansıtmaktadır. Buradan hareketle, bu iki okulda öğrenim gören öğrencilerin başarıları, kent ve kırsal olmak üzere Kırıkkale ilindeki 5. sınıf öğrencilerinin matematik başarısının ortalamasını temsil etmektedir. Çalışma, A okulundan 14 erkek 7 kız öğrenci ile B okulundan 6 erkek 13 kız öğrenci olmak üzere toplamda 40 beşinci sınıf öğrencisinin katılımı ile 2017-2018 eğitim - öğretim yılının ikinci döneminde yürütülmüştür.

Milli Eğitim Bakanlığı tarafından 2017-2018 yılında 5. sınıf düzeyinde uygulanmaya başlanan yeni ortaokul matematik öğretim programına (MEB, 2018) göre; bu öğrencilerin çalışmanın yürütüldüğü tarihte kesirlerle işlemler alt öğrenme alanındaki kazanımları edinmiş olmaları beklenmektedir. Çalışmanın katılımcılarının "Paydaları eşit veya birinin paydası diğerinin paydasının katı olan kesirlerle toplama ve çıkarma işlemleri gerektiren problemleri çözer ve kurar." (MEB, 2018, s. 53) kazanımı doğrultusunda kesirlerle toplama ve çıkarma işlemleri gerektiren problem kurma çalışmalarını matematik derslerinde yaptıkları öngörülmektedir.

Çalışmaya katılan öğrencilerin gerçek isimlerinin gizli tutulması amacıyla A okulunda öğrenim gören öğrenciler A1, A2,...,A21 ve B okulunda öğrenim gören öğrenciler B1, B2,..., B19 olarak kodlanmıştır.

Veri Toplama Aracı

Bu araştırmanın verileri araştırmacılar tarafından geliştirilen 6 tane açık uçlu sorudan oluşan problem kurma soru seti aracılığıyla toplanmıştır. Bu soru seti, ilgili araştırmalardan ve Milli Eğitim Bakanlığının Talim Terbiye Kurulu Başkanlığı kurul kararı ile 2017-2018 yılında 5. sınıf matematik dersinde okutulmak üzere onayladığı ders kitaplarından yararlanılarak ilgili kazanım çerçevesinde hazırlanmıştır. Veri toplama aracı, Stoyanova ve Ellerton (1996) tarafından geliştirilen serbest, yarı-yapılandırılmış ve yapılandırılmış problem kurma türlerine göre oluşturulmuştur. Katılımcılara herhangi bir problem durumunun verilmeyip sadece 'kolay veya zor bir problem kurunuz' gibi yönergeler doğrultusunda problem kurmalarının istendiği durumlar serbest problem kurma kapsamında ele alınmıştır. Katılımcıların problem kurmasını sayı ve işlem yönünden belli ölçülerde kısıtlayan (şekil, tablo vb.) durumlar yarı-yapılandırılmış ve öğrencileri sayı ve işlem yönünden tamamen kısıtlayan, sonucu ve kullanılacak sayıları belli olan problem kurma durumları ise yapılandırılmış problem kurma olarak ele alınmıştır. Problem kurma soru setine ilişkin bilgiler Tablo 1'de verilmiştir.

Tablo 1
Problem Kurma Soru Setine İlişkin Bilgiler


Sorular	Türü	Özellikleri
1. soru 2. soru	Serbest problem kurma	Kolay problem kurma Zor problem kurma
3. soru 4. soru	Yarı yapılandırılmış problem kurma	Verilen şekle uygun problem kurma Verilen tabloya uygun problem kurma
5. soru 6. soru	Yapılandırılmış problem kurma	Verilen bir probleme benzer problem kurma Verilen işlemi çözüm kabul eden bir problem kurma

Problem kurma soru setindeki problem kurma durumlarının, araştırmanın amaçlarına uygun olup olmadığını anlamak için matematik eğitimi alanındaki bir uzmandan uzman görüşü alınmış ve bu doğrultuda gerekli düzenlemeler yapılmıştır. Bazı sorularda ifade eksikliği görülmüş olup öğrencilerin soruları daha iyi anlamaları için değişiklik yapılmıştır. Uzman görüşü ile yarı yapılandırılmış problem kurma durumlarına, toplama veya çıkarma işlemi içeren kesir problemleri kurmaları gerektiği ibaresi eklenmiştir. Bu düzenlemeler sonrasında, problem kurma soru seti, Yozgat ilinde bulunan bir okulda öğrenim gören 16 öğrenciye uygulanarak çalışmanın pilot çalışması yapılmıştır. Pilot çalışma sonrasında 3. sorudaki şekilde renkler tam olarak ayırt edilmediği için gerekli düzenlemeler yapılarak soru setinin son hali verilmiştir (Şekil 1).


1) Kesirlerde toplama veya çıkarma ya da iki işlemi birden içeren kolay bir problem kurunuz. Kurduğunuz problemin neden kolay bir problem olduğunu detaylı bir şekilde açıklayınız.

2) Kesirlerde toplama veya çıkarma ya da iki işlemi birden içeren zor bir problem kurunuz. Kurduğunuz problemin neden zor bir problem olduğunu detaylı bir şekilde açıklayınız.

3) Yanda verilen şekildeki duruma uygun kesirlerde toplama veya çıkarma ya da iki işlemi birden içeren bir problem oluşturunuz.



Eda



Efe

	1. Gün	2. Gün
Ali	$\frac{2}{6}$	$\frac{1}{3}$
Ayşe	$\frac{2}{3}$	$\frac{5}{6}$

4) Yan tarafta verilen tablodaki bilgileri kullanarak kesirlerde toplama veya çıkarma ya da iki işlemi birden içeren bir problem oluşturunuz.

5) Bir çiftçi tarlanın $\frac{1}{6}$ 'ine soğan, $\frac{1}{3}$ 'üne domates ve $\frac{1}{4}$ 'üne biber ekmiştir. Geriye kalan alana da maydanoz ekileceğine göre maydanoz ekili alan tarlanın kaçta kaçtır?
Yukarı verilen probleme benzer bir kesir problemi kurunuz.

6) $\frac{3}{5} + \frac{1}{10} = \frac{7}{10}$ $\frac{7}{10} - \frac{2}{5} = \frac{3}{10}$ Çözümü yandaki verilen işlemler olacak şekilde bir kesir problemi kurunuz.

Şekil 1. Problem Kurma Soru Seti

Problem kurma soru seti, ilgili kazanım üzerinde çalışıldıktan sonra öğrencilere matematik dersinde uygulanmıştır. Öğrenciler zaman kısıtlaması olmaksızın en fazla 40 dakikada soru setini tamamlamışlardır.

Veri Analizi

Çalışma kapsamında katılımcıların kesirlerle toplama ve çıkarma işlemine yönelik kurdukları problemlere ilişkin elde edilen veriler, hem betimsel analiz hem de içerik analizi yaklaşımı ile analiz edilmiştir. Betimsel analiz, elde edilen verilerin daha önceden belirlenen bir yapı çerçevesinde özetlenmesi ve yorumlanmasına dayanır. İçerik analizinde ise, özetlenen ve yorumlanan veriler daha derin kapsamda incelenir ve fark edilemeyen kavram ve temalar bu analiz sonucu keşfedilir (Yıldırım ve Şimşek, 2016). Bu doğrultuda, çalışmanın amacına uygun olarak öğrencilerin istenen durumlar kapsamında kurdukları problemler derinlemesine incelenmiştir. Buna göre, veri analizinin ilk aşamasında öğrencilerin her bir soruya vermiş oldukları yanıtlar problem, problem değil ve boş kategorilerine ayrılmıştır. Problem değil kategorisine, istenen duruma uygun olmayan ifadeler, soru kökü olmayan ve alıştırmaya türündeki cevaplar dâhil edilmiştir. Problem kategorisinde değerlendirilen ifadeler, matematiksel açıdan hatalı ve hatasız olma durumuna göre analiz edilerek öğrencilerin problem kurmadaki başarıları belirlenmiştir.

İkinci aşamada, hatalı problem olarak belirlenen ifadelerde birbirine benzeyen hatalar belirli kavramlar çerçevesinde bir araya getirilerek daha derinlemesine incelenmiş ve öğrencilerin kurdukları problemlerdeki hatalar belirlenmiştir. 5. sınıf öğrencilerinin kesirlerle toplama ve çıkarma işlemine yönelik kurdukları problemlerdeki hatalar, betimsel analiz ve içerik analizi yöntemi kullanılarak belirlenmiştir. Daha detaylı olarak belirtmek gerekirse, betimsel analiz yöntemi çerçevesinde alanyazındaki çalışmalarda ortaya konulan kodlar ve içerik analizi yöntemi çerçevesinde mevcut çalışmanın verilerinden elde edilen kodlar ile öğrencilerin hataları sınıflandırılmıştır. Bu doğrultuda, öncelikle Işık ve Kar'ın (2012) ilköğretim 7. sınıf öğrencilerinin kesirlerle toplama işlemine yönelik kurdukları problemler ile Kar ve Işık'ın (2014) 7. sınıf öğrencilerinin kesirlerle çıkarma işlemine yönelik kurdukları problemlerde tespit ettikleri hata türleri temel alınmıştır. Veri analizi sonucunda öğrencilerin yazdıkları problem cümlelerindeki hata türlerinden *parça-bütün ilişkisini kuramama* [Hata 1(H₁)] hatası Işık ve Kar (2012) ve Kar ve Işık'ın (2014) çalışmalarından aynen alınmıştır. Kesirlere doğal sayı anlamı yükleme (H₂) hatası ise Işık ve Kar (2012) ve Kar ve Işık'ın (2014) çalışmalarında yer alan işlem sonucuna doğal sayı anlamı yükleme ve verilen işlemdeki kesirlere doğal sayı anlamı yükleme hatalarını kapsayacak şekilde genelleştirilerek tek bir hata şeklinde belirlenmiştir. Daha sonra mevcut çalışmadan elde edilen verilerin analizi sonucunda *problemde ifade eksikliği* (H₃) ile *veri eksikliği* (H₄) olmak üzere iki hata türü daha belirlenmiştir. Her bir soruya ait hatalar incelenirken bir sorunun birden fazla hata türü içerdiği görülmüştür. Bu hatalar tespit edilmiş ve belirlenen hata türlerine ait açıklamalara bulgular kısmında yer verilmiş; tespit edilen hata türlerinin soru bazında dağılımı frekans (yüzde) tablosu ile sunulmuştur.

Veri analizinin güvenilirliğini test etmek amacıyla elde edilen veriler iki araştırmacı tarafından ayrı ayrı kodlanarak, kodlar arasındaki uyum yüzdesi, Uyum Yüzdesi= [Görüş Birliği/ (Görüş Birliği + Görüş Ayrılığı)] x 100 formülü (Miles ve Huberman, 1994) ile hesaplanmış ve uyum yüzdesi % 94 olarak belirlenmiştir. Görüş farklılığı olan kısımlar tartışılarak görüş birliği sağlanmıştır. Örneğin;

6) $\frac{3}{5} + \frac{1}{10} = \frac{7}{10}$ **Çözümü yandaki verilen işlemler olacak bir kesir problemi**
 $\frac{7}{10} - \frac{2}{5} = \frac{3}{10}$ **kurunuz.** Alper meyve suyunun önce $\frac{3}{5}$ sonra $\frac{1}{10}$ unu içmiştir. Ernce de önce $\frac{7}{10}$ sonra $\frac{2}{5}$ ini içmiştir. buna göre ikisinin içtiği meyve suyundan Farkı kaçtır?

Şekil 2. A12'nin 6. Soru İçin Yazdığı İfade

A12'nin yazdığı ifadenin problem olup olmadığına karar verilirken yazarlar arasında görüş ayrılığı ortaya çıkmıştır. Bu doğrultuda, A12'nin ifadesi için uzman görüşü alınmış ve tartışılmıştır. Öğrencinin ifadesi, problem olmasına rağmen problemin çözmek için verilen işlemlerden daha fazla işleme ihtiyaç duyulmaktadır. Fakat öğrencilerden sadece verilen işlemler kullanılarak çözülebilecek problemler yazması istendiğinden bu ifade istenen duruma uygun değildir. Bu nedenle, bu çalışma kapsamında, A12'nin ifadesinin problem olmadığına karar verilmiştir.

Etik Konular

Bu çalışmanın yazım sürecinde Yükseköğretim Kurulu Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği Yönergesinde (Yükseköğretim Kurulu [YÖK], 2016) yer alan bilimsel ve etik kurallara tüm araştırmacılar tarafından uyulmuştur. Bu doğrultuda, makale içinde kullanılan verilerin elde edildiği okul ve öğrenci özel bilgileri gizli tutulmuş, çalışmanın amacı öğrencilere açık ve net bir şekilde açıklanmış, çalışmanın katılımcıları (5. sınıf öğrencileri) gönüllülük esasına dayalı olarak belirlenmiş, kullanılan verilerde herhangi bir tahrifat yapılmamış, araştırmanın tamamı veya bir kısmı farklı bir yayın platformunda yayımlanmak için gönderilmemiştir. Ayrıca, bu çalışma özgün olup kaynakça listesi eksiksiz hazırlanarak alıntı yapılan kaynaklara atıflar yapılmıştır.

Bulgular

Bu çalışmanın amacı 5. sınıf öğrencilerinin kesirlerle toplama ve çıkarma işlemine yönelik matematiksel açıdan doğru olan problemler kurmadaki başarılarını belirlemek ve matematiksel açıdan hatalı olan problemlerdeki hatalarını ortaya çıkarmaktır. Bu amaç doğrultusunda elde edilen bulguların problem, problem değil, boş kategorilerine göre dağılımları ile hatalı ve hatasız problemlere ait frekans dağılımları sunulmuştur. Daha sonra hatalı problemlerdeki hatalara ait bulgular detaylı bir şekilde açıklanmış ve son olarak bu hataların soru tabanlı dağılımlarına ait bulgulara yer verilmiştir.

Öğrencilerin Kurdukları Problemlerin Analizi

Çalışmanın amacı doğrultusunda öğrencilerin problem kurma başarıları incelenmiştir. Bu doğrultuda öncelikle öğrencilerin yazdıkları ifadeler; problem, problem değil ve boş kategorilerine ayrılmıştır. Öğrencilerin yazdıkları ifadelerden elde edilen veriler, Tablo 2’de problem durumu bazında verilmiştir:

Tablo 2
Öğrencilerin İfadelerinin Problem, Problem Değil ve Boş Kategorilerine Göre Dağılımı

Problem Türü	Sorular	Problem		Problem değil		Boş	
		<i>f</i>	%	<i>f</i>	%	<i>f</i>	%
Serbest Problem Kurma	1. Soru	36	90.00	4	10.00	0	0.00
	2. Soru	33	82.50	7	17.50	0	0.00
Yarı Yapılandırılmış Problem Kurma	3. Soru	38	95.00	2	5.00	0	0.00
	4. Soru	33	82.50	6	15.00	1	2.50
Yapılandırılmış Problem Kurma	5. Soru	37	92.50	2	5.00	1	2.50
	6. Soru	18	45.00	18	45.00	4	10.00
Toplam		195	81.25	39	16.25	6	2.50

Elde edilen verilere göre, problem kurma soru setindeki problem durumlarının hepsine ilişkin yazılan ifadelerin % 81.25’i problem olarak değerlendirilirken, % 16.25’i problem değil ve % 2.5’i boş olarak değerlendirilmiştir. Başka bir deyişle, veri analizine göre öğrencilerin büyük çoğunluğu istenen durumlara uygun problem kurmuşlardır. Öğrenciler, en fazla yapılandırılmış problem kurma durumu ile ilgili olan 6. sorudaki duruma yönelik problem kurmada zorlanmışlardır. Bu problem durumunda öğrencilere herhangi bir problemin iki işlemden oluşan çözümünü verilmiş ve bu çözüme uygun bir problem kurmaları istenmiştir. 40 öğrenciden 18’i verilen çözüme uygun problem yazarken 18’inin yazdığı ifade problem değil olarak belirlenmiş ve 4 tanesi de bu problem kurma durumuna ilişkin hiçbir şey yazmayarak boş bırakmıştır. Son olarak, öğrencilerin büyük çoğunluğu yarı yapılandırılmış problem kurma durumu ile ilgili olan 3. soruda ve yapılandırılmış problem kurma durumu ile ilgili olan 5. soruda uygun problem kurmuşlardır. Başka bir deyişle, öğrenciler verilen şekle uygun problem kurma ve verilen probleme benzer problem kurabilmişlerdir. Öğrencilerin yazdıkları ifadelerden problem değil kategorisinde yer alanlara ilişkin örnekler aşağıda sunulmuştur:

- 2) Kesirlerde toplama veya çıkarma ya da iki işlemi birden içeren zor bir problem kurunuz. Kurduğunuz problemin neden zor bir problem olduğunu detaylı bir şekilde açıklayınız.

Zeynep $\frac{8}{10}$ problem çözmüştür. Merjem $\frac{5}{10}$ kadar problem çözmüştür. Buna göre Zeynep ve Merjem çözdüğü problemlerin 6 etisinin 10 fazlasını bulmak istiyor.

Şekil 3. A4'ün 2. Soru İçin Yazdığı İfade

A4'ün yazdığı ifadede soru kökü olmadığı için öğrencinin bu cevabı *problem değil* kategorisinde yer almaktadır.

$$6) \frac{3}{5} + \frac{1}{10} = \frac{7}{10}$$

$$\frac{7}{10} - \frac{2}{5} = \frac{3}{10}$$

Çözümü yandaki verilen işlemler olacak bir kesir problemi kurunuz.

Ben $\frac{3}{5} + \frac{1}{10}$ işlemi: çözdü ve $\frac{7}{10}$ buldu
ve $\frac{7}{10} - \frac{2}{5}$ in sonucunu çözdü $\frac{3}{10}$ buldu ve yıldız aldı,

Şekil 4. B18'in 6. Soru İçin Yazdığı İfade

B18, verilen işlemleri problemin çözümünde kullanılan işlemler olarak kabul eden problem kurmak yerine verilen işlemleri sözel olarak ifade ederek sonuçlarını kendisi belirtmiştir. Ayrıca yazdığı ifadede soru kökü olmadığı için *problem değil* kategorisinde yer almaktadır.

Problem kategorisinde ele alınan ifadeler matematiksel açıdan hatalı ve hatasız olma durumuna göre incelenerek öğrencilerin kesirlerle toplama ve çıkarma işlemine yönelik problem kurma başarıları belirlenmiştir. Elde edilen verilere ait dağılım Tablo 3'te verilmiştir:

Tablo 3
Öğrenci Problemlerinin Hatasız ve Hatalı Problem Kategorilerine Göre Dağılımı

Problem Türü	Sorular	Problem		Hatasız Problem		Hatalı Problem	
		f	%	f	%	f	%
Serbest Problem Kurma	1. Soru	36		8	22.20	28	77.80
	2. Soru	33		7	21.20	26	78.80
Yarı Yapılandırılmış Problem Kurma	3. Soru	38		25	65.60	13	34.40
	4. Soru	33		2	6.10	31	93.90
Yapılandırılmış Problem Kurma	5. Soru	37		16	43.2	21	56.80
	6. Soru	18		2	0.05	16	99.95
Toplam		195		60	30.70	135	69.30

Tablo 3'e göre, öğrencilerin kurdukları problemlerin % 69.3'ü matematiksel hata içermektedir. Hatasız problem kurabilen öğrenci sayısı 3. ve 5. sorular dışındaki sorularda % 25'in altındadır. Başka bir deyişle öğrencilerin problem kurma durumlarına yazdıkları ifadelerden % 81.25'i problem olmasına rağmen (Tablo 2) bunların sadece % 30.7'si hatasız, çözülebilen problemlerdir. Başka bir deyişle, öğrencilerin büyük çoğunluğu problem kurmuş olmalarına rağmen matematiksel açıdan hatasız problem kurabilen öğrenci sayısı azdır. Hatasız olan problemlere ait örnekler aşağıda yer almaktadır:

5) Bir çiftçi tarlanın $\frac{1}{6}$ 'ine soğan, $\frac{1}{3}$ 'ine domates ve $\frac{2}{6}$ ' sine biber ekmiştir. Geriye kalan alana da maydanoz ekileceğine göre maydanoz ekili alan tarlanın kaçta kaçtır?

Yukarıda verilen probleme benzer bir kesir problemi kurunuz.

TEMA bir yere orman kurmak istemiş 1.gün $\frac{2}{4}$ sini ekmişler 2.gün $\frac{3}{4}$ sini ekmişler 3. günde $\frac{2}{4}$ sini ekmişler buna göre ekim bitmiş midir?

Şekil 5. A12'nin 5. Soru İçin Yazdığı Problem

A12'nin yazdığı ifade problem kategorisinde yer almaktadır. Yazılan problem gerçek hayat durumu içermekte ve problemde kesirlere uygun olarak soru yöneltilmektedir.

- 1) Kesirlerde toplama veya çıkarma ya da iki işlemi birden içeren kolay bir problem kurunuz. **Kurduğunuz problemin neden kolay bir problem olduğunu detaylı bir şekilde açıklayınız.**

Problemi: Ali pizzanın $\frac{2}{8}$ sini, Ahmet $\frac{3}{8}$ sini, Barış $\frac{2}{8}$ ünü yemiştir, kalan pizzayı da Savaş yemiştir. Savaş pizzanın kaçta kaçını yemiştir?

Şekil 6. B17'nin 1. Soru İçin Yazdığı Problem

B17'nin yazdığı ifadede verilenler ve istenenler değerlendirildiğinde bu problem matematiksel olarak doğru bir problem olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Yukarıda verilen örneklere benzer olarak, 40 öğrencinin 6 problem kurma durumuna ilişkin yazdıkları ifadelerin % 30.7'si A12 ve B17'nin yazdıkları problemlere benzer problemlerdir.

Öğrencilerin Kesirlerle Toplama ve Çıkarma İşlemine Yönelik Kurdukları Problemlerdeki Hata Türleri

Öğrencilerin yazdıkları ifadeler problem olup olmaması yönünde incelendikten sonra problem olarak değerlendirilenler daha detaylı analiz edilmiştir. Bu analiz sonucunda, öğrencilerin kesirlerle toplama ve çıkarma işlemine yönelik verilen problem durumuna uygun problem kurmalarına rağmen bu problemlerin matematiksel olarak bazı açılardan hatalı olduğu belirlenmiştir. Oysaki problem kurma etkinliklerindeki amaç öğrencilerin verilen durumları inceleyip sayılar ve kavramlar arasındaki ilişkiyi kurarak çözümü olan bir problem kurmalarınıdır (English, 1998; Silver, 1994). Ayrıca, problem kurma etkinlikleri, öğrencilerin kurdukları problemlerin matematiksel açıdan değerlendirilip hatalı problemlerin belirlenerek öğrencilerin belirlenen konuya ilişkin kavram yanlışları ve hatalarını ortaya koymayı amaçlamaktadır. Buradan hareketle, öğrencilerin kurdukları problemler detaylı analiz edilerek öğrencilerin problem kurma durumlarında ne tür hatalar yaptıklarının belirlenmesi önemlidir. Bu bağlamda, öğrencilerin kesirlerle toplama ve çıkarma işlemine yönelik kurdukları problemlerde 4 farklı hata türü belirlenmiştir. Hata türlerine ait açıklamalar ve örnekler aşağıda sunulmuştur:

Parça-Bütün İlişkisi Kuramama (H_1). Kurulan problemde verilen kesirlerin veya işlem sonucundaki kesirlerin bütünden büyük olması ve bütünün parçalarla uyumsuz olması durumunun dikkate alınmaması ile oluşan hata türüdür. Bu hata türü çoğunlukla serbest problem kurma durumlarında ortaya çıkmıştır. Hata türüne ait örnekler aşağıda verilmiştir.

- 2) Kesirlerde toplama veya çıkarma ya da iki işlemi birden içeren zor bir problem kurunuz. **Kurduğunuz problemin neden zor bir problem olduğunu detaylı bir şekilde açıklayınız.**

Benim $\frac{18}{60}$ hobim vardı. $\frac{10}{5}$ 'unu kardeşime, $\frac{1}{2}$ 'sini abime $\frac{4}{25}$ 'ünü anneme verdim. Bana düşen hobi sayısı kaçtır.

Şekil 7. A18'in 2. Soru İçin Kurduğu Problem

A18'in kurduğu problemde öğrencinin kardeşine verdiği çikolata miktarı ile abisine verdiği çikolata miktarı elinde bulunan çikolata miktarından fazladır. Dolayısıyla öğrenci elinde olan miktar ile paylaştığı miktarların arasındaki ilişkiyi kuramamıştır. Ayrıca öğrenci problemin soru kökünde "bana düşen çikolata sayısı" diyerek kesirlere doğal sayı anlamı yüklemiştir (H_2) hatası yapmıştır.

- 1) Kesirlerde toplama veya çıkarma ya da iki işlemi birden içeren kolay bir problem kurunuz. Kurduğunuz problemin neden kolay bir problem olduğunu detaylı bir şekilde açıklayınız.

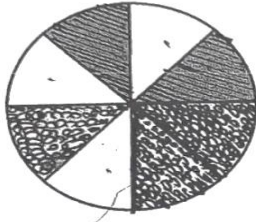
Bir Sepette $\frac{4}{8}$ tane elma var Bu sepetten $\frac{1}{7}$ tanesini Aldık geriye kaç kalır?

Şekil 8. A9'un 1. Soru İçin Yazdığı Problem

Örnekteki problemde A9'un sepetteki elmaların tamamını bir bütün kabul olarak etmesi gerekirken parçayı bütün olarak ele almıştır. Diğer taraftan belirttiği kesirlere ve bu kesirler arasındaki ilişkiye bakılacak olursa parça-bütün ilişkisi kurulamadığı açıkça görülmektedir. Ayrıca A9 öğrencisinin "1/8 tane elma" diyerek kesirleri doğal sayı gibi düşündüğünü söylemek mümkündür. Kurulmuş olan bu problem için öğrencinin kesirlere doğal sayı anlamı yüklemiştir (H_2) hatası da yapıldığı söylenebilir.

Kesirlere Doğal Sayı Anlamı Yükleme (H_2). Bu hata türü, öğrencilerin problem kurarken kesirleri yazması ancak problem içinde veya soru kökünde bu kesirleri doğal sayı olarak ele alan ifadeler yazmaları olarak tanımlanmıştır. Bu hata türü, en fazla serbest problem kurma durumlarında yapılmıştır. B6 ile A8'in kurduğu problemler bu hata türüne örnek olarak aşağıda verilmiştir:

3)



Yandaki verilen şekildeki duruma uygun kesirlerde toplama veya çıkarma ya da iki işlemi birden içeren bir problem oluşturunuz.

Eda

Efe

Eda dosumlarında $\frac{3}{8}$ Efe ise $\frac{2}{8}$ sini yemiştir. Buna göre iki arkadaş toplam kaç pasta yemiştir? Bulunuz. U

Şekil 9. B6'nın 3. Soru İçin Kurduğu Problem

B6 kesirleri uygun ve anlamlı şekilde kullanmasına rağmen soru kökünde; "İki arkadaş toplam kaç pasta yemiştir?" diyerek işlem sonucuna doğal sayı anlamı yüklemiştir. Problemin doğru olması için "İki arkadaşın yediği pasta miktarı bu pastanın kaçta kaçtır?" şeklinde düzeltilebilir.

4)

	1. Gün	2. Gün
Ali	$\frac{2}{6}$	$\frac{1}{3}$
Ayşe	$\frac{2}{3}$	$\frac{5}{6}$

Yan tarafta verilen tablodaki bilgileri kullanarak kesirlerde toplama veya çıkarma ya da iki işlemi birden içeren bir problem oluşturunuz.

Ali 1.gün $\frac{2}{6}$ adet pasta yiyor 2.gün ise $\frac{1}{3}$ ini yiyor Ayşe ise 1.gün $\frac{2}{3}$ adet 2.gün $\frac{5}{6}$ adet pasta yiyor buna göre toplam kaç adet pasta yemişlerdir?

Şekil 10. A8'in 4. Soru İçin Kurduğu Problem

A8'in hatası bir önceki örnekte (Şekil 9) yapılan hataya benzerdir. Öğrencinin 4. soru için kurduğu problemde "2/6 adet pasta" diyerek kesirleri doğal sayı gibi düşünmüştür. Soru kökünde de "Toplam kaç adet pasta yemişlerdir?" ifadesi öğrencinin kesirlere doğal sayı anlamı yüklediğini göstermektedir.

Problemde İfade Eksikliği (H₃). Kurulan problemlerde problem içinde veya problemin soru kökündeki ifade eksikliğinden dolayı oluşan belirsizlikleri içeren hata türüdür. Bu hata türü daha çok yapılandırılmış problem kurma durumlarında görülmektedir. İfade eksikliğinden kaynaklanan hata türüne ilişkin örnekler aşağıda sunulmuştur:

- 5) Bir çiftçi tarlanın $\frac{1}{5}$ 'ine soğan, $\frac{1}{3}$ 'üne domates ve $\frac{2}{6}$ 'sine biber ekmiştir. Geriye kalan alana da maydanoz ekileceğine göre maydanoz ekili alan tarlanın kaçta kaçtır?

Soğan: $\frac{1}{5}$
Domates: $\frac{2}{6}$
Biber: $\frac{1}{5}$
Maydanoz: 8

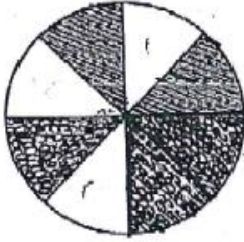
Yukarıda verilen probleme benzer bir kesir problemi kurunuz.

Çiftçinin Soğanda diktiği sebzeler verilmiştir. Çiftçi kaç gün Maydanoz'u kaçta kaçını dikmiştir?

Şekil 11. B4'ün 5. Soru İçin Yazdığı Problem

B4'ün kurduğu bu problemde soru kökünde ifade eksikliğinden kaynaklan bir hata vardır. Problemde, maydanozun tarlanın geri kalanının tamamına mı yoksa bir kısmına mı ekileceği hakkında ya da başka bir sebze dikilip dikilmeyeceği konusunda bir bilgi verilmemiştir. Soru köküne "tarlanın kalan kısmına maydanoz ekileceğine göre" diye bir ifade eklenerek bu hata giderilebilir.

3)



Yandaki verilen şekildeki duruma uygun kesirlerde toplama veya çıkarma ya da iki işlemi birden içeren bir problem oluşturunuz.

Eda

Efe

Bir kek 10'üne 2'üne eda 8'üne efe yemiştir. Buna göre Ayşe kaçta kaçını yemiştir.

Şekil 12. B5'in 3. sorusu için yazdığı problem

B5'in yazdığı bu problemde Ayşe'nin yiyeceği miktar kalan kısım mı yoksa kalan kekin bir kısmı mı olduğu net bir şekilde ortaya koyulmamıştır. Bu hata "Kalan keki Ayşe yiyeceğine göre Ayşe kekin kaçta kaçını yemiştir?" şeklinde düzeltilir.

Veri Eksikliği (H₄). Kurulan problemde isteneni karşılayacak bir değer verilmemesini ifade eden hata türüdür. Bu hata türü çoğunlukla yarı yapılandırılmış problem durumlarında görülmektedir. Bu hata türüne örnek olarak A1 ve B2'nin problemleri aşağıda verilmiştir:

4)

	1. Gün	2. Gün
Ali	$\frac{2}{6}$	$\frac{1}{3}$
Ayşe	$\frac{2}{3}$	$\frac{5}{6}$

Yan tarafta verilen tablodaki bilgileri kullanarak kesirlerde toplama veya çıkarma ya da iki işlemi birden içeren bir problem oluşturunuz.

Ali ve Ayşe kendilerine birer kitap aldılar. Ali 1. gün kitabın $\frac{2}{6}$ 'sını, 2. gün $\frac{1}{3}$ 'sini okudu. Ayşe ise 1. gün kitabın $\frac{2}{3}$ 'sünü, 2. gün $\frac{5}{6}$ 'sini okudu. İkisinin kitabı bitirmeden kaç sayfa olduğunu bulun.

Şekil 13. A1'in 4. Soru İçin Yazdığı Problem

A1, Ali ve Ayşe'nin kitaplarının bitmesi için kaç sayfa kaldığını sormasına rağmen Ali ve Ayşe'nin kitaplarının sayfa sayılarının kaç olduğuna dair bir bilgi vermemiştir. Bu nedenle A1'in kurduğu problemde veri eksikliği hatası yapılmıştır. Ali ve Ayşe'nin kitaplarının sayfa sayısı verilerek problemdeki hata giderilmiş olur.

2) Kesirlerde toplama veya çıkarma ya da iki işlemi birden içeren zor bir problem

kurunuz. Kurduğunuz problemin neden zor bir problem olduğunu detaylı bir

şekilde açıklayınız. Filiz Bonçesine $\frac{14}{20}$ tane demet, $\frac{8}{10}$ tane gül dikiyorsa, bonçesine birde orkide dikiyorsa, Filiz'in kaç tane gül dikiyeceği yerini kollar?

Şekil 14. B2'nin 2. Soru İçin Yazdığı Problem

B2'nin yazdığı bu problemde Filiz'in kalan yerini bulmak için orkideden ne kadar diktiği bilinmesi gerekmektedir. Bu nedenle, bu problemde orkide miktarının bilgisi verilmediği için veri eksikliği hatası yapılmıştır. Eksik olan veri verilerek problemdeki hata giderilebilir. Ayrıca B2'nin yazdığı bu problemde "8/10 tane gül" diyerek kesir sayılarına doğal sayı anlamı yüklemesi (H₂) da yapılmıştır.

Elde edilen verilerin analizi sonucunda 40 öğrencinin problem setinde yer alan 6 problem kurma durumuna ilişkin problem kurarken yaptıkları hatalar belirlenmiş ve her hata türü ayrı ayrı ele alınmıştır. Öğrencilerin problem kurarken yaptıkları hataların problem kurma durumlarına göre dağılımına ait bulgular aşağıda açıklanmıştır.

Öğrencilerin Kesirlerle Toplama ve Çıkarma İşlemine Yönelik Kurdukları Problemlerdeki Hataların Problem Durumları Bazında Dağılımı

5. sınıf öğrencilerinin kesirlerle toplama veya çıkarma işlemine yönelik yazdıkları ifadelerden problem kategorisinde değerlendirilenler incelenerek bu problemlerdeki hatalar belirlenmiş ve bu hataların problem durumlarına göre dağılımı Tablo 4'te verilmiştir. Öğrenciler bazı problem durumlarında birden fazla hata yapmışlardır. Tablo 4'te belirtilen veriler 6 problem kurma durumunun her birinde yapılan hata sayısını göstermektedir.

Tablo 4

Hata Türlerinin Problem Durumlarına Göre Dağılımı

Hatalar	Serbest problem kurma				Yarı yapılandırılmış problem kurma				Yapılandırılmış problem kurma				Toplam	
	1. soru		2. soru		3. soru		4. soru		5. soru		6. soru		f	%
	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%		
H ₁	13	37.1	15	44.1	1	9.1	25	48.1	13	50.0	1	6.7	68	39.3
H ₂	17	48.6	14	41.2	7	63.6	20	38.5	8	30.8	11	73.3	77	44.5
H ₃	4	11.4	2	5.9	1	9.1	0	0	5	19.2	2	13.3	14	8.1
H ₄	1	2.9	3	8.8	2	18.2	7	13.4	0	0	1	6.7	14	8.1
Toplam	35	100	34	100	11	100	52	100	26	100	15	100	173	100

Öğrencilerin kurdukları hatalı problemler detaylı incelendiğinde, kesirlere doğal sayı anlamı yükleme hatası (H_2) ve parça-bütün ilişkisi kuramama (H_1) hatası en fazla yapılan hata türlerindedir. Farklı problem kurma durumlarının hepsinde en fazla parça bütün ilişkisi kuramama (H_1) ve kesirlere doğal sayı anlamı yükleme hatası (H_2) yapılmıştır. Bunun yanı sıra, tüm problem durumlarında karşılaşılan en az hata türleri ise problemde ifade eksikliği (H_3) ve veri eksikliği (H_4) hatasıdır. Ayrıca, öğrenciler en fazla hatayı 4. soru olan verilen tabloya uygun problem kurma durumunda yapmışlardır.

Sonuç ve Tartışma

Bu çalışmanın amacı beşinci sınıf öğrencilerinin kesirlerle toplama ve çıkarma işlemine yönelik kurdukları problemleri incelemektir. İlk olarak, öğrencilerin yazdıkları ifadeler problem, problem değil ve boş kategorilerinde incelenerek öğrencilerin problem kurmadaki durumları belirlenmiş ve daha sonra öğrencilerin ifadelerinden problem kategorisinde değerlendirilenler daha detaylı analiz edilerek hatalı ve hatasız problemler belirlenmiştir. Hatasız problem kurabilen öğrencilerin problem kurmada başarılı olduğu düşünülerek bunun sonucunda 5. sınıf öğrencilerinin problem kurmadaki başarıları ortaya konmuştur. Ayrıca, hatalı problemlerdeki hata türleri de belirlenmiştir.

Çalışmadan elde edilen bulgular incelendiğinde öğrencilerin % 81.25'inin verilen durumlara uygun problem kurduğu görülmektedir. Fakat yapılan detaylı analiz sonucunda problem kategorisinde yer alan ifadelerin % 69.30'unun matematiksel açıdan hatalı olduğu sonucuna varılmıştır. Başka bir deyişle, verilen durumla ilgili problem kurabilmelerine rağmen 5. sınıf öğrencilerinin hatasız problem kurmadaki başarıları oldukça düşüktür. Alanyazında mevcut çalışmanın bulgularını destekleyen araştırmalar bulunmaktadır. Örneğin, English (1998) 3. sınıf öğrencilerinin problem kurma başarılarının düşük olduğunu belirtmiştir. Ayrıca, 8.sınıf öğrencilerinin bölme işleminde kalanın yorumlanmasına yönelik problem kurma durumlarında zorlandıkları ifade edilmiştir (Ev Çimen ve Tat, 2018). Benzer şekilde, Gökkurt, Örnek, Hayat ve Soylu (2015) da çalışmalarından elde ettikleri bulgular doğrultusunda 8. sınıf öğrencilerinin problem kurma becerilerinin istenen düzeyde olmadığını ifade etmişlerdir. Öğrencilerin problem kurarken sadece sayıları değiştirdiğini veya çözümü olmayan problemler kurdukları sonucuna varmışlardır. Ayrıca matematik başarısı yüksek olan öğrencilerin de problem kurma başarılarının düşük olduğu ifade edilmiştir (van Harpen ve Sriraman, 2013). Bunun yanında, alanyazındaki bazı çalışmaların bulguları mevcut çalışmanın bulgularından farklıdır (Cai, 2003; Lin ve Leng, 2008; Şengül-Akdemir ve Türnüklü, 2017). Şengül-Akdemir ve Türnüklü (2017) altıncı sınıf öğrencilerinin açılar ile ilgili problem kurma süreçlerini inceledikleri araştırmalarında, öğrencilerin problem kurmada çok sıkıntı yaşamadıkları sonucuna ulaşmışlardır. Benzer şekilde, Lin ve Leng (2008) üstün zekâlı ortaokul öğrencilerinin başarılı bir şekilde problem kurabildiklerini belirtmişlerdir.

Öğrencilerin farklı problem kurma durumlarında kurdukları problemler karşılaştırıldığında verilen şekle uygun problem kurmayı içeren yarı-yapılandırılmış problem kurma durumlarında daha başarılı oldukları görülmektedir. Verilen tabloya uygun problem kurma (yarı yapılandırılmış) ve verilen işlemi çözüm kabul eden bir problem kurma (yapılandırılmış) durumlarındaki başarıları oldukça düşüktür. Buradan hareketle, bazı öğrenciler belirli sınırlar doğrultusunda problem kurarken zorlanmaktadır. Benzer şekilde Çetinkaya ve Soybaş'ın (2018) çalışmasında 8. sınıf öğrencilerinin problemlerin çözümlerinin verildiği ve bu çözümlere uygun problem kurmalarının istendiği durumlarda öğrencilerin genel başarılarının düşük olduğu tespit edilmiştir. Ayrıca, az sayıda öğrenci çok fazla sınırlama olmayan ve yaratıcılıklarını kullanabilecekleri problem kurma durumlarında daha kolay problem kurabilmektedirler. Bu bulguların aksine geçmiş çalışmalarda, öğrencilerin serbest problem kurma durumlarında daha çok zorlandıkları ifade edilmiştir (Nğah, Ismail, Tasir, Said ve Haruzuan, 2016; Özgen, Aydın, Geçici ve Bayram, 2017).

Problem kurmanın öğrencilerin matematiksel anlama becerilerinin, yaratıcılıklarının, muhakeme becerilerinin ve matematik başarılarının üzerinde olumlu bir etkisi vardır (English, 1998; Silver, 1994; Stoyanova, 2003). Ayrıca problem kurma öğrencilerin kavram yanılgılarını ve hatalarını belirlemek için kullanılabilecek önemli bir araçtır (Tichá ve Hošpesová, 2009). Buradan hareketle, öğrencilerin verilen problem durumlarında kurdukları problemler daha detaylı analiz edilerek öğrencilerin kesirlerle toplama ve çıkarmaya yönelik hataları belirlenmiştir. Elde edilen bulgular doğrultusunda öğrencilerin büyük çoğunluğu problem kumalarına rağmen bu problemlerin çoğunda matematiksel olarak hataların olduğu tespit edilmiştir. Başka bir deyişle, problem kurmada başarılı olmalarına rağmen öğrencilerin verilen problem durumlarındaki sayıları, nesnelere, kavramları ve durumları inceleyip ilişkilendirerek doğru problem kurma konusunda eksiklikleri vardır. Bu bulgu doğrultusunda, öğrencilerin problem yazabilmeleri demek onların matematiksel açıdan doğru problem kurmuş olmaları anlamına gelmemektedir. Mevcut çalışmanın bulgularına bakıldığında, öğrencilerin yazdıkları problemlerin sadece % 30.7'si hatasızken, geri kalan problem cümleleri hata içermektedir. Benzer çalışmalarda da öğrencilerin kesirlerle işlemlere yönelik kurdukları problem cümlelerinde hatalar belirlenmiştir. Öğrencilerin yaklaşık yarısı kesirlere doğal sayı anlamı yüklediği için yazdıkları problemler hatalıdır. Ayrıca, parça-bütün ilişkisi kurmakta zorlanan öğrencilerin sayısı da oldukça fazladır. En az karşılaşılan hata türleri ise problemde

ifade eksikliği ve veri eksikliğidir. Parça-bütün ilişkisini kuramama (H1) ile kesir sayılarına doğal sayı anlamı yükleme (H2) hataları Işık ve Kar (2012) ile Kar ve Işık'ın (2014) çalışmalarında karşılaşılan hata türleri ile paralellik göstermektedir. Öğrencilerin bu hataları yapmasının en önemli nedenlerinden biri öğrencilerin kesir kavramına dair alan bilgilerinin yetersiz olmasıdır. Parça-bütün ilişkisi kesir kavramının temelini oluşturmasına rağmen (Van de Walle, Karp ve Bay-Williams, 2013; Cramer ve Whitney, 2010) öğrencilerin büyük çoğunluğu bu ilişkiye yönelik hata yapmışlardır. Kesir kavramının öğretilmesinde parça-bütün ilişkisi kadar kesir kavramının öğrencilerin doğal sayı bilgisi üzerine kurulması gerektiği vurgulanmaktadır. Fakat doğal sayılar ile ilgili bilgiler kesirlerin öğretimini kolaylaştırmasına rağmen bazı durumlarda engellemektedir (Van de Walle, Karp ve Bay-Williams, 2013). Çalışmadan elde edilen bulgular, öğrencilerin problem durumunda verilen kesirleri doğal sayı olarak yorumlayıp bu doğrultuda problem kurduklarını göstermektedir. Ayrıca, öğrencilerin yazdıkları problem cümlelerinde ifade eksikliği ve veri eksikliğinin olması öğrencilerin problemleri yazdıktan sonra çözmemelerinden kaynaklanmaktadır. Bu sonuçların temelinde öğrencilerin kesir kavramını anlamakta zorlandıklarını ve kesirleri doğal sayı olarak düşündükleri söylenebilir (Armstrong ve Bezuk, 1995; Mack, 1998). Bu çalışmanın en önemli bulgusu, Tichá ve Hošpesová'nın (2009) da vurguladığı gibi öğrencilerin yazdıkları problem cümlelerinden yararlanarak onların kesirlerdeki hatalarının ortaya konulmasıdır.

Sonuç olarak, çalışmaya katılan beşinci sınıf öğrencilerinin istenilen duruma uygun problem kurma etkinliklerinde problem kurmada başarısız olmadıkları fakat bu problemlerin birçoğunun matematiksel olarak hatalı olduğu sonucuna varılmıştır. Buradan hareketle, öğretmenlere, öğretmen eğitimcilerine, müfredat geliştiren uzmanlara ve ders kitabı yazarlarına bazı tavsiyelerde bulunulabilir. Problem kurma etkinliklerinin öğrencilerin matematiksel kavramları anlamlandırmadaki rolünü göz önünde bulundurarak sınıf içi etkinliklerde problem kurmaya daha fazla yer vermeleri önerilmektedir. Ayrıca öğrencilerin kurdukları problemleri sınıf içinde çözmeleri sağlanarak bu problemlerdeki hataları fark etmeleri sağlanabilir. Öğretmenler de öğrencilerin kurdukları problemleri temel alarak öğrencilerin herhangi bir konuda ne tür hatalara ve kavram yanlışlarına sahip olduklarını belirleyebilirler. Öğretmenlerin sınıfta problem kurma etkinliklerine daha fazla yer vermeleri için müfredat geliştiren uzmanlar, müfredatta her sınıf düzeyinde her konu ile ilgili problem kurmaya ilişkin kazanımlara yer vererek öğretmenleri bu konuda teşvik edebilirler. Buna paralel olarak, ders kitabı yazarları da farklı problem kurma etkinlikleri içeren ders kitapları yazarak öğretmenlere bu konuda yol gösterebilirler. Son olarak, öğretmen eğitimcileri, öğretmen adaylarına problem kurmanın matematik öğretimi açısından önemini anlatıp sınıf içi etkinliklere problem kurmayı dahil etme konusunda öğretmen adaylarını teşvik edebilirler.

Bu çalışmanın sonuçları doğrultusunda bu alanda yapılacak çalışmalara yönelik bazı öneriler getirilebilir. Alanyazında, öğrencilerin kavram yanlışlarını ve hatalarını belirlemeyi amaçlayan birçok çalışma yer almaktadır (Aktaş ve Ünlü, 2017, Ashlock, 2010; Mack, 1995; Stafylidou ve Vosniadou, 2004; Tan-Şişman ve Aksu, 2015). Araştırmacılar öğrencilerin hatalarını ve kavram yanlışlarını belirlemek için problem çözme etkinliklerinin yanında problem kurma etkinliklerini bir araç olarak kullanabilirler. Mevcut çalışmada 5. sınıf öğrencilerinin kesirlerle toplama ve çıkarma işlemine yönelik kurdukları problemler ve bu problemlerdeki hatalar belirlenmiştir. Çalışmanın verileri 6 tane açık uçlu sorudan oluşan problem kurma soru seti aracılığıyla toplanmıştır. Buna ek olarak, öğrencilerle yarı-yapılandırılmış görüşmeler yapılarak öğrencilerin kurdukları problemlerdeki hataların nedenleri ve problem kurarken karşılaştıkları zorluklar belirlenerek öğretmenlere önerilerde bulunulabilir.

Kaynakça/References

- Abu-Elwan, R. (1999). The development of mathematical problem posing skills for prospective middle school teachers. In A. Rogerson (Ed.), *Proceedings of the International Conference on Mathematical Education into the 21st Century: Social Challenges, Issues and Approaches* (vol. II, pp. 1-8). Cairo, Egypt: Third World Forum.
- Abu-Elwan, R. (2002). Effectiveness of problem posing strategies on prospective mathematics teachers' problem solving performance. *Journal of Science and Mathematics Education*, 25(1), 56-69.
- Akay, H., Soybaş, D. ve Argün, Z. (2006) Problem kurma deneyimleri ve matematik öğretiminde açık-uçlu soruların kullanımı. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 14(1), 129-146.
- Aktaş, G. S., & Ünlü, M. (2017). Understanding of eight grade students about transformation geometry: Perspectives on students' mistakes. *Journal of Education and Training Studies*, 5(5), 103-119. doi:10.11114/jets.v5i5.2254
- Altun, M. (2009). *Eğitim fakülteleri ve ilköğretim matematik öğretmenleri için matematik öğretimi*. Bursa: Erkam Matbaacılık.
- Armstrong, B. E., & Bezuk, N. (1995). Multiplication and division of fractions: The search for meaning. In J. Sowder & B. P. Schappelle (Ed), *Providing a foundation for teaching mathematics in the middle grades* (pp. 85-119). Albany, NY: State University of New York Press.
- Ashlock, R. B. (2010). *Errors patterns in computation: Using error patterns to help each student learn*. (10th ed.). Boston, MA: Allyn & Bacon.
- Australian Education Council & Curriculum Corporation (Australia). (1991). *A national statement on mathematics for Australian schools*. Victoria, Australia: Curriculum Press.
- Bailey, D. H., Hoard, M. K., Nugent, L., & Geary, D. C. (2012). Competence with fractions predicts gains in mathematics achievement. *Journal of Experimental Child Psychology*, 113(3), 447-455. doi:10.1016/j.jecp.2012.06.004
- Barlow, A. T., & Cates, J. M. (2006). The impact of problem posing on elementary teachers' beliefs about mathematics and mathematics teaching. *School Science and Mathematics*, 106(2), 64-73. doi:10.1111/j.1949-8594.2006.tb18136.x
- Booth, J. L., & Newton, K. J. (2012). Fractions: Could they really be the gatekeeper's doorman? *Contemporary Educational Psychology*, 37(4), 247-253. doi:10.1016/j.cedpsych.2012.07.001
- Cai, J. (2003). Singaporean students mathematical thinking in problem solving and problem posing: an exploratory study. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 34(5), 719-737. doi:10.1080/00207390310001595401
- Cai, J., & Jiang, C. (2017). An analysis of problem-posing tasks in Chinese and US elementary mathematics textbooks. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 15(8), 1521-1540. doi:10.1007/s10763-016-9758-2
- Christou, C., Mousoulides, N., Pittalis, M., Pitta-Pantazi, D., & Sriraman, B. (2005). An empirical taxonomy of problem posing processes. *Zdm*, 37(3), 149-158. doi:10.1007/s11858-005-0004-6
- Cramer, K. A., & Whitney, S. (2010). Learning rational number concepts and skills in elementary classrooms: Translating research to the elementary classroom. In D. V. Lambdin, & F. K. Lester (Eds.), *Teaching and learning mathematics: Translating research to the elementary classroom* (pp. 15-22). Reston, VA: NCTM.
- Crespo, S., & Sinclair, N. (2008). What makes a problem mathematically interesting? Inviting prospective teachers to pose better problems. *Journal Mathematics Teacher Education*, 11, 395-415. doi:10.1007/s10857-008-9081-0
- Çetinkaya, A. ve Soybaş, D. (2018). İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin problem kurma becerilerinin incelenmesi. *Kuramsal Eğitim Bilim Dergisi*, 11(1), 169-200. doi:10.30831/akukeyg.333757
- English, D. L. (1998). Children's problem posing within formal and informal contexts. *Journal for Research in Mathematics Education*, 29(1), 83-106. doi:10.2307/749719

- Ev Çimen, E. ve Tat, T. (2018) Sekizinci sınıf öğrencilerinin bölme işleminde kalanın yorumlanması konusunda problem kurma becerilerinin incelenmesi. *Eğitim ve Öğretim Araştırmaları Dergisi*, 7(4), 1-11.
- Gökkurt, B., Örnek, T., Hayat, F. ve Soylu, Y. (2015). Öğrencilerin problem çözme ve problem kurma becerilerinin değerlendirilmesi. *Bartın Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 4(2), 751-774. doi:10.14686/buefad.v4i2.5000145637
- Hiebert, J., Carpenter, T., Fennema, E., Fuson, K. C., Human, P., Murray, H., Olivier, A., & Wearne, D. (1997). *Making sense: Teaching and learning mathematics with understanding*. Portsmouth, NH: Heinemann.
- Işık, C., Işık, A. ve Kar, T. (2011). Matematik öğretmeni adaylarının sözel ve görsel temsillere yönelik kurdukları problemlerin analizi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30(II), 39-49.
- Işık, C. ve Kar, T. (2012). 7. sınıf öğrencilerinin kesirlerde toplama işlemine kurdukları problemlerin analizi. *İlköğretim Online*, 11(4), 1021-1035. doi:10.17051/io.2014.13224
- Kar, T. ve Işık, C. (2014). Ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin kesirlerle çıkarma işlemine kurdukları problemlerin analizi. *İlköğretim Online*, 13(4), 1223-1239.
- Kılıç, Ç. (2013). Sınıf öğretmeni adaylarının farklı problem kurma durumlarında sergilemiş oldukları performansın belirlenmesi. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 13(2), 1195-1211.
- Kilpatrick, J. (1987). Problem formulating: Where do good problems come from. In A. H. Schoenfeld (Ed.) *Cognitive science and mathematics education* (pp. 123-147). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Lavy, I., & Shriki, A. (2007). Problem posing as a means for developing mathematical knowledge of prospective teachers. In J. H. Woo, H. C. Lew, K.H. Park, & D. Y. Seo (Eds.), *Proceedings of the 31st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, pp. 129-136). Seoul, The Republic of Korea: PME.
- Lin, K. M., & Leng, L. W. (2008, July). Using problem-posing as an assessment tool. In *Proceedings of the 10th Asia-Pacific Conference on Giftedness*. Retrieved from http://hkage.org.hk/en/events/080714_10th_APCG.htm
- Lin, P. J. (2004). Supporting Teachers on Designing Problem-Posing Tasks as a Tool of Assessment to Understand Students' Mathematical Learning. *International Group for the Psychology of Mathematics Education*.
- Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics: Teacher's understanding of fundamental mathematics in China and the United States*. Lawrence Erlbaum Associates, Incorporated.
- Mack, N. K. (1995). Confounding whole-number and fraction concepts when building on informal knowledge. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26(5), 422-441. doi:10.2307/749431
- Mack, N. K. (1998). Building a foundation for understanding the multiplication of fractions. *Teaching Children Mathematics*, 5(1), 34-39.
- Merriam, S. B. (1998). *Qualitative research and case study applications in education. Revised and expanded from "Case study research in education."*. San Francisco: Jossey-Bass Publishers.
- Miles, M., & Huberman, M. (1994). *An expanded sourcebook qualitative data analysis* (2nd ed.). California: Sage Publications.
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2015). *İlkokul matematik dersi (1, 2, 3 ve 4. sınıflar) öğretim programı*. Ankara, Türkiye: MEB.
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2018). *Ortaokul matematik dersi öğretim programı 5 - 8. sınıflar*. Ankara, Türkiye: MEB.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Ngah, N., Ismail, Z., Tasir, Z., Said, M., & Haruzuan, M. N. (2016). Students' ability in free, semi-structured and structured problem posing situations. *Advanced Science Letters*, 22(12), 4205-4208. doi:10.1166/asl.2016.8106

- Özgen, K., Aydın, M., Geçici, M. E. ve Bayram, B. (2017). Sekizinci sınıf öğrencilerinin problem kurma becerilerinin bazı değişkenler açısından incelenmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 8(2), 323-351. doi:10.16949/turkbilmat.322660
- Özgen, K., Geçici, M. E., Aydın, M., & Bayram, B. (2019). An Investigation of Eighth Grade Students' Skills in Problem-Posing. *International Journal for Mathematics Teaching & Learning*, 20(1), 106-130.
- Patton, M. Q. (2005). *Qualitative Research*. New York: John Wiley & Sons, Ltd.
- Siegler, R. S., Duncan, G. J., Davis-Kean, P. E., Duckworth, K., Claessens, A., Engel, M., & Chen, M. (2012). Early predictors of high school mathematics achievement. *Psychological science*, 23(7), 691-697. doi:10.1177/0956797612440101
- Silver, E. A. (1994). On mathematical problem posing. *For the Learning of Mathematics*, 14(1), 19-28.
- Silver, E. A. (2013). Problem-posing research in mathematics education: Looking back, looking around, and looking ahead. *Educational Studies in Mathematics*, 83(1), 157-162. doi:10.1007/s10649-013-9477-3
- Silver, E. A., & Cai, J. (1996). An analysis of arithmetic problem posing by middle school students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27, 521-539. doi:10.2307/749846
- Stafylidou, S., & Vosniadou, S. (2004). The development of students' understanding of the numerical value of fractions. *Learning and Instruction*, 14(5), 503-518. doi:10.1016/j.learninstruc.2004.06.015
- Stoyanova, E. (2003). Extending students' understanding of mathematics via problem posing. *Australian Mathematics Teacher*, 59(2), 32-40.
- Stoyanova, E., & Ellerton, N. F. (1996). A framework for research into students' problem posing in school mathematics. In P. Clarkson (Ed.), *Technology in Mathematics Education* (pp. 518-525). Melbourne: Mathematics Education Research Group of Australasia.
- Şengül Akdemir, T. ve Türnüklü, E. (2017). Ortaokul 6. Sınıf öğrencilerinin açılar ile ilgili problem kurma süreçlerinin incelenmesi. *International Journal of New Trends in Arts, Sports & Science Education (IJTASE)*, 6(2), 17-39.
- Tan-Şişman, G., & Aksu, M. (2016). A study on sixth grade students' misconceptions and errors in spatial measurement: Length, area, and volume. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 14(7), 1293-1319. doi:10.1007/s10763-015-9642-5
- Tertemiz, N. I. ve Sulak, S. E. (2013). İlköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin problem kurma becerilerinin incelenmesi. *İlköğretim Online*, 12(3), 713-729.
- Tichá, M., & Hošpesová, A. (2009, January). Problem posing and development of pedagogical content knowledge in pre-service teacher training. In *meeting of CERME* (Vol. 6).
- Törner, G., Schoenfeld, A. H., & Reiss, K. M. (2007). Problem solving around the world: Summing up the state of the art. *ZDM*, 39(5-6), 353-353. doi:10.1007/s11858-007-0053-0
- Van de Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2013). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally* (8th ed.). New York: Longman.
- Van Harpen, X. Y., & Presmeg, N. C. (2013). An investigation of relationships between students' mathematical problem-posing abilities and their mathematical content knowledge. *Educational Studies in Mathematics*, 83(1), 117-132. doi:10.1007/s10649-012-9456-0
- Van Harpen, X. Y., & Sriraman, B. (2013). Creativity and mathematical problem posing: An analysis of high school students' mathematical problem posing in China and the USA. *Educational Studies in Mathematics*, 82(2), 201-221. doi:10.1007/s10649-012-9419-5
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2016). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Yin, R. K. (2003). *Case study research: Design and methods* (3rd ed.). Applied Social Research Methods Series, (Volume 5). Thousand Oaks, CA: Sage Publications, Inc.
- Yükseköğretim Kurulu [YÖK]. (2016). *Yükseköğretim kurulu bilimsel araştırma ve yayın etiği yönergesi*. https://www.yok.gov.tr/Documents/Mevzuat/yuksekogretim_kurumlari_bilimsel_arastirma_ve_yayin_etigi_yonergesi.pdf adresinden elde edildi.