



Altıncı Sınıf Öğrencilerinin Kesir Problemleri Çözme Sürecinde Kullandıkları Üstbilis Becerilerinin İncelenmesi*

Sevim SEVGİ**, Melek ÇAĞLIKÖSE***

Makale Bilgisi	ÖZET
Geliş Tarihi: 06.03.2019	Bu araştırmada ortaokul altıncı sınıfa devam eden öğrencilerin kesir problemlerini çözme sürecinde kullandıkları üstbilis becerileri analiz edilmiştir. Birinci sınıfta başlayan kesir konusunun altıncı sınıf matematik öğretim programında öğretiminin tamamlanmasıyla öğrenciler kesirler konusuyla ilgili tüm kazanımları edinmişlerdir. Çalışmanın örneklemini 312 kız, 305 erkek, toplamda 624 altıncı sınıf öğrencisinin öğrenim gördüğü 6 farklı ortaokulda içerisinden rastgele bir okuldan seçilen ve bu ortaokula devam eden öğrencilerden rastgele seçilen 9 öğrenci oluşturmaktadır. Bilişüstü ölçeğindeki veriler doğrultusunda 9 öğrenci yüksek, orta ve düşük gruplardan rastgele seçilmiştir. Beş kesir probleminin bulunduğu problem çözme envanteri, mülakat verileri ve gözlem formundan elde edilen veriler analiz edilmiştir. Kesir problemlerini çözerken öğrencilerin kullandıkları üstbilis becerileri tahmin, izleme, planlama ve değerlendirme kategorilerinde incelenmiştir. Çalışmanın sonucunda, altıncı sınıf öğrencilerinin kesir problemleri çözme sürecinde üstbilis becerilerini tahmin, planlama, izleme ve değerlendirme kategorilerinde kullandıkları gözlemlenmiştir. Üstbilis becerilerini kullanan öğrencilerin problem çözme sürecinde daha başarılı olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Başarılı öğrencilerin en çok kullandıkları üstbilis becerileri sırasıyla izleme, planlama ve tahmin becerileri olurken değerlendirme becerisi ile problem çözme başarısı arasında anlamlı bir ilişki kurulamamıştır.
Kabul Tarihi: 09.07.2019	
Erken Görünüm Tarihi: 26.07.2019	
Basım Tarihi: 31.07.2020	
Anahtar Sözcükler: Üstbilis, kesirler, problem çözme, altıncı sınıf, matematik başarısı	

Analyzing Sixth-Grade Students' Metacognition Skills in Process of Solving Fraction Problems

Article Information	ABSTRACT
Received: 06.03.2019	This study analyzes the metacognitive skills of sixth-grade students while solving fraction problems. Students have learned fractions starting from the first-grade mathematics curriculum up to sixth-grade and they complete all objectives related to fractions at the sixth-grade. The sample of the study consists of 9 sixth-grade students in the randomly selected schools. They were selected randomly from a sample of 312 female and 305 male students from 6 different middle schools. These 9 students' mathematics achievements were higher than the mathematics achievement of their classes. Metacognition Scale and mathematics teachers' opinions were used to determine metacognition levels of the selected students. Problem-solving test with five fraction problems was administered. Students' metacognitive skills were analyzed while solving these fraction problems. The results of the study confirmed that sixth-grade students used metacognitive skills while solving fraction problems. Students used prediction, monitoring, planning and evaluation phases of metacognition during problem-solving. The most frequently used metacognitive skills were monitoring, guessing, planning respectively. Students who used metacognitive skills effectively were successful in the problem-solving process. Successful students used monitoring, planning and guessing most frequently, but the relationship between evaluation and problem solving was not confirmed.
Accepted: 09.07.2019	
Online First: 26.07.2019	
Published: 31.07.2020	
Keywords: metacognition, fractions, problem solving, sixth-grade, mathematics achievement	
doi: 10.16986/HUJE.2019053981	Makale Türü (Article Type): Araştırma Makalesi

Kaynakça Gösterimi: Sevgi, S., & Çağlıköse, M. (2020). Altıncı sınıf öğrencilerinin kesir problemleri çözme sürecinde kullandıkları üstbilis becerilerinin incelenmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 35(3), 662-687. doi: 10.16986/HUJE.2019053981

Citation Information: Sevgi, S., & Çağlıköse, M. (2020). Analyzing sixth-grade students' metacognition skills in process of solving fraction problems. *Hacettepe University Journal of Education*, 35(3), 662-687. doi: 10.16986/HUJE.2019053981

* Bu makale ikinci yazarın "6. Sınıf Öğrencilerinin Kesir Problemleri Çözme Sürecinde Kullandıkları Üstbilis Becerilerinin İncelenmesi" başlıklı ve birinci yazarın danışmanlığında yapılan yüksek lisans tezinden üretilerek yazılmıştır. Erciyes Üniversitesi Bilimsel Projeler Koordinatörlüğünce SYL-2018-8001 kodlu proje kapsamında desteklenmektedir.

** Dr. Öğr. Üyesi, Erciyes Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, Matematik Eğitimi A.B.D., Kayseri-TÜRKİYE. e-posta: sevimsevgi@erciyes.edu.tr (ORCID: 0000-0000-0002-6611-5543).

*** Bilim Uzmanı, Milli Eğitim Bakanlığı, Yıldırım Beyazıt Ortaokulu, Kayseri-TÜRKİYE. e-posta: melekcaqlikose@gmail.com (ORCID: 0000-0001-6631-5257)

1. GİRİŞ

Son yıllarda problem çözme sürecinde üstbilis becerilerinin problem çözme sürecine nasıl etki ettiği ve üstbilis becerilerinin problem çözme sürecinde nasıl kullanıldığına yönelik yapılan araştırmaların arttığı görülmektedir (Schoenfeld, 1982; Pugalee, 2004; Balcı, 2007; Özsoy, 2007; Pilten ve Yener, 2010; Bağçeci, Döş, Sarıca, 2011; Oğraş, 2011; Memnun ve Akkaya, 2012; Kanadlı ve Sağlam, 2013; Aydurmuş, 2013; Azak, 2015; Yıldız ve Güven, 2016; Kaplan, Duran ve Baş, 2016; Demir, 2016). Üstbilis becerilerinin kazandırılmasının problem çözme sürecindeki önemi pek çok araştırmacı tarafından ortaya konmuştur. Üstbilis alanında yapılan çalışmalar farklı yaş grupları ile yürütülmüştür. Küçük yaş grupları ile yürütülen çalışmaların ağırlıklı olarak beşinci sınıf öğrencileriyle yürütüldüğü görülmüştür. Cornoldi (1997) üçüncü ve dördüncü sınıf öğrencilerinin üstbilis becerileri ile nümerik ve geometri problem çözme becerileri arasındaki ilişkiyi inceleyerek üçüncü sınıf öğrencilerinde bu ilişkiyi net bulmuştur. Alexander, Fabricius, Fleming, Zwahr ve Brown (2003) iki çalışmada zekâ ve üstbilis arasındaki ilişkiyi ilköğretim yıllarında incelemiştir. Okul öncesi yıllarda ve üçüncü sınıfa ile dördüncü sınıf öğrencilerini karşılaştırdıkları çalışmalarında üstbilis ve zekâ arasında ilişkiyi boylamsal olarak pozitif yönde incelemiştir. Goldberg ve Bush (2003) üçüncü sınıf öğrencilerinin problem çözerken yalnızca tek strateji kullandıkları ve problem çözerken üstbilis becerilerinden değerlendirme aşamasını kullanmadıklarını bulmuşlardır. Annevirtaa ve Vaurasa (2006) okul öncesinden ikinci sınıfa kadar öğrencilerin problem çözme durumlarında üstbilis becerilerinin gelişimlerini incelemiştir. Panaoura ve Philippou (2007) 8-11 yaş aralığındaki öğrencileri 3-4 ay aralıklar ile matematik derslerinde üstbilis gelişimleri inceledikleri çalışmada matematiksel beceriler ile üstbilis becerileri arasında ilişki bulmuşlardır.

Ektem (2007) beşinci sınıf öğrencilerinin problem çözme sürecinde öğrencilere uygulanan yürütücü bilis stratejilerinin matematiğe karşı tutumu pozitif yönde etkilediğini fark etmişlerdir. Lioe, Fai ve Hedberg (2006) beşinci sınıf öğrencilerinin ikiye bölünmüş gruplar halinde problem çözme sürecini yönettiklerinde üstbilis becerilerinin pozitif yönde arttığını bulmuşlardır. Lee, Teo ve Bergin (2009) beşinci sınıf öğrencilerinin üstbilis becerilerinin günlük problem çözme becerileri ile ilişkisini incelemiştir. Pilten (2008) beşinci sınıf öğrencilerinin problem çözme sürecinde kullandıkları üstbilis becerilerinin matematiksel muhakeme becerilerine etkisini deneysel çalışmada incelemiştir. Üstbilis becerileri düzenleyen kontrol grubu problem çözme süreçlerinde matematiksel muhakeme becerilerini daha etkin kullandıkları sonucuna ulaşmıştır. Özsoy (2007) beşinci sınıf öğrencilerinin üstbilisel problem çözme etkinlikleri öğretim aldıklarında problem çözme becerilerinin arttığını tespit etmiştir. Pilten ve Yener (2010) beşinci sınıf öğrencilerinin üstbilis becerilerini rutin olmayan problemlerin çözüm sürecinde incelemiş ve sırasıyla, işlemsel, ifadesel ve koşullu bilgiyi kullandıkları sonucuna ulaşmışlardır. Pehlivan (2012) beşinci sınıf öğrencilerinin problem çözme sürecinde üstbilis stratejilerinin başarıya, tutuma ve yürütücü üst bilis becerilerine etkisini incelemiştir. Ayrıca, Swanson (1992) üstün yetenekli öğrencilerin problem çözümünde kullandıkları üstbilis becerilerini üst düzey yani başarılı ve al düzey yani başarısız öğrencilerin kullandıkları problem çözme basamakları ile karşılaştırmıştır. Üstün yetenekli öğrenciler daha az problem çözme basamağı kullandıklarını bulmuştur. Ayrıca 6. sınıf öğrencileriyle Küçük-Özcan (2000) kesirler konusunda üstbilis becerileri ile matematiğe karşı tutum, üstbilis becerileri ve matematik başarısını deneysel çalışmada incelemiştir. Altıncı sınıf öğrencilerini deneysel çalışma ile üst, orta yüksek başarı sınıflarında problem çözme süreçlerinde üst bilis becerilerinde yüksek grup lehine artış vardır (Adibnia ve Putt, 1998). 7. sınıf öğrencileri küçük tartışma grupları içerisinde üstbilisel süreçleri daha etkin kullanarak matematik problemlerini çözmektedirler (Artz ve Armour-Thomas, 1992). Yılmaz (1997) üstbilis becerilerini arttırmaya yönelik öğrenim gören yedinci sınıf öğrencilerinin matematik başarısının arttığını savunmuştur. Kramarski, Mavarech ve Arami (2002) yedinci sınıf öğrencileriyle işbirlikçi ve üstbilis becerilerinin birlikte uygulandıkları ortamlarda küçük gruplarda çalışırken üstbilis becerilerinin arttığını tespit etmiştir. Kapa (2001) bilgisayarlı ortamda problem çözme etkinlikleri yapan sekizinci sınıf öğrencilerinin üstbilis becerilerinin arttığı sonucuna ulaşmıştır. 8. sınıf öğrencileriyle problem çözerken kullandıkları üstbilis becerileri (Aydurmuş, 2013) ya da süreç içerisinde geliştirdikleri üstbilis becerileri (Azak, 2015) ve ileri seviyedeki öğrencileri (Lescault, 2002) incelemiştir. Ortaokul ve lise öğrencilerinin üstbilis becerileri birlikte incelenmiştir (Young, 2010).

Üstbilis problem çözme süreci içinde inceleyen çalışmaların sayısının oldukça fazla olduğu görülmüştür (Artz ve Armour-Thomas, 1992; Borkowski, 1992; Çalışkan, 2010; Desoete, Roeyers, Buysee, 2001; Depaepe, de Corte ve Verschaffel, 2010; Goos, Galbraith, 1996; Goos, Galbraith ve Renshaw, 2002; Kapa, 2001; Cornoldi, 1997; Mayer, 1998; Meijer, Veenman ve Van Hout Wolters, 2006; Okur, 2008; Özsoy, 2007). Problem çözenin üstbilis alanında yapılan çalışmalarda sıkça kullanılması bilis ve üstbilis yapının iç içe geçtiği karmaşık bir süreç olmasından kaynaklanmaktadır.

Bu araştırmada, altıncı sınıfa devam eden öğrencilerin kesir problemleri çözme sürecinde kullandıkları üstbilis becerileri nelerdir? araştırma sorusuna cevap aramaktır. Araştırmanın alt araştırma problemleri şöyledir: Altıncı sınıf öğrencilerinin kesir problemleri çözme süresince kullandığı üstbilis becerileri; tahmin, planlama, izleme ve değerlendirme becerilerini ne sıklıkla kullanmaktadırlar? ve Altıncı sınıf öğrencilerinin kesir problemleri çözme başarıları ile kullandıkları üstbilis becerileri arasında nasıl bir ilişki vardır?

Çalışmada kesirler konusunun seçilmesinin sebebi, matematik öğretim programında birinci sınıfta başlayan kesir konusu öğretiminin altıncı sınıfta tamamlanması ve altıncı sınıfta öğrenim gören bir öğrencinin kesirler konusuyla ilgili tüm kazanımları edinmiş olmasıdır. Diğer bir sebep ise kesir kavramının günlük hayatta karşılaşılabilecek bir kavram olması ve öğrencilere kesir problemleri çözümünde farklı stratejiler kullanarak, esnek ve çok yönlü bir süreç izleyebilmeleri için imkân vermesidir.

2. YÖNTEM

Çalışmada altıncı sınıfa devam eden öğrencilerin üstbilis becerileri kesir problemlerini çözme süreçlerinde derinlemesine incelenmektedir. Bundan dolayı bu çalışma nitel araştırma yöntemlerinden bir özel durum çalışmasıdır. Özel durum çalışması belli bir grubun derinliğine ve genişliğine, kendisi ve çevresi ile olan ilişkilerini belirleyerek, o grup hakkında karar vermeyi amaçlayan tarama çalışmalarıdır (Karasar, 2005; 2006).

Çalışmanın örneklemini Kayseri ili Talas ve Melikgazi ilçelerinde öğrenim gören 312 kız, 305 erkek, (624 altıncı sınıf) öğrencinin devam ettiği 6 farklı okuldan rastgele bir okuldan seçilen matematik dersinde ortalamanın üzerinde olan rastgele 9 öğrenci seçilmiştir. Yıldız, Akpınar, Tatar ve Ergin (2009) tarafından geliştirilen Bilişüstü Ölçeği'nden elde edilen puanlara göre öğrenciler yüksek, orta, düşük üst bilis sınıflarına ayrılmıştır. Aynı zamanda öğrencilerin üstbilis becerilerinin belirlenmesinde öğretmenlerinin görüşüne dikkat edilmiştir. Matematik başarıları ve üstbilisleri yüksek 9 öğrenci rastgele seçilmiştir. Öğrencilerin matematik başarıları ve üstbilis becerilerinin analizleri yapılmıştır (Sevgi ve Çağlıköse, 2018; Sevgi ve Çağlıköse, basım aşamasında) çalışmalarında verilmiştir. Problem çözme becerilerinin gözlemlenmesinde Çağlıköse (2019) tarafından geliştirilen gözlem formu kullanılmıştır. Envanter için gerekli problemler alan yazından ve konuyla ilgili uzman kişilerin görüşlerinden yararlanılarak araştırmacı tarafından geliştirilmiştir. Problem çözme envanteri için 12 problemten oluşan bir problem havuzu oluşturulmuş (Çağlıköse, 2019) alandaki 15 uzman görüşleri alınarak ve yenilenen matematik öğretim programındaki kazanımlar (MEB, 2017) dikkate alınarak problem çözme envanterinde yer alan 5 probleme karar verilmiştir. 5 problem altıncı sınıfa devam eden 60 öğrenciye uygulanarak pilot çalışması yapılmıştır. Pilot çalışmanın sonucunda dil ve içerik olarak değişiklik yapılmamıştır (Çağlıköse, 2019). Tablo 1'de verilen problem çözme envanterinde 5 problem bulunmaktadır.

Tablo 1.

Problem Çözme Envanteri

Problem	
1	Bir kilo elmada 5 adet elma bulunmaktadır. Pazar'dan $2\frac{3}{5}$ kg elma alan Ayşe kaç adet elma almıştır?
2	Ahmet Bey 120 kilodur. Zayıflamak için diyet yapmaya başlar. İlk ay başlangıçtaki kilosunun $\frac{1}{6}$ 'i kadar zayıflayan Ahmet Bey, ikinci ay ise birinci ayın sonundaki kilosunun $\frac{1}{10}$ 'u kadar zayıflamıştır. Ahmet Bey toplam kaç kg zayıflamıştır?
3	Bir kolideki yumurtaların $\frac{3}{7}$ 'ü çatlaktır. 3 yumurta daha çatlarsa kolinin yarısı sağlam kaldığına göre kolide kaç yumurta vardır?
4	Elimizde $3\frac{1}{2}$ litre meyve suyu vardır. 4'de 1 litre meyve suyu alan bardaklara doldurulacaktır. Kaç bardak meyve suyu elde edilir?
5	Elinizde 2 yumurta ve 0,3 litre süt ile yapılan bir kek tarifi bulunmaktadır. Sizin 5 yumurtanız var ve yapabileceğiniz en büyük keki yapmak istiyorsunuz. Yapılabilecek en büyük keki hazırlamak için kaç litre süte ihtiyacınız vardır?

Örneklemler olarak belirlenen 9 öğrenci ile problem çözme ve mülakatı içeren birebir ve yüz yüze oturumlar yaklaşık 1 aylık sürede gerçekleştirilmiştir. Öğrenci ve araştırmacının ders saati dışında uygun olduğu bir zaman dilimi seçilmiş ve öğrencilere problem çözümleri için süre sınırı belirtilmemiştir ancak öğrenciler 25-45 dakika arasında oturumları tamamlamışlardır. Öğrenciye problem çözme sürecinin kamera ile kaydedileceği, bu görüntülerin sadece araştırmacı tarafından izleneceği ve problem çözümlerinin başarı notu olarak değerlendirilmeyeceği söylenmiştir. Öğrencilerden veri toplaması için gerekli etik kurul izni ve MEB veri toplama izni ve veli izni alınmıştır. Böylece öğrencilerin rahat çözüm yapması ve oturumların güven havasında gerçekleşmesi sağlanmıştır. Öğrencilerden problem çözme sürecinde sesli olarak düşünmeleri ve süreci anlatmaları istenmiştir. Böylelikle problem çözme sürecinde öğrencilerin üstbilis becerilerini kullanma durumları daha belirgin gözlenmektedir (Chan ve Mansoor, 2007; Flavell, 1979).

Veri toplama süreci problem çözme oturumu ile başlamıştır. Öğrencilere bireysel olarak daha önce uygulanan problem çözme envanteri yaklaşık 2 ay sonra tekrardan sunulmuş ve yeniden çözüm yapmaları istenmiştir. Süreç boyunca gerekli yerlerde öğrencilere mülakat soruları yönlendirilerek problem çözme sürecini ve süreçte kullanılan üstbilis becerilerini derinlemesine incelemek amaçlanmıştır. Mülakat soruları öğrencilere eşzamanlı olarak yöneltilmiştir. Öğrencilerin dikkatinin dağılmasına özen gösterilmiş ve sürece müdahale edilmemiştir. Eşzamanlı ölçme yöntemleri öğrencilerin bilişsel sürecini böldüğü ve öğrenme sonuçlarındaki değişiklikleri açıklamak için yeterli olmadığı (Veenman, 2005) konusunda eleştirilmiştir. Ancak araştırmacının süreci olduğu gibi gözlemleyebilmesi ve öğrencilerin süreci hatırlayamama ihtimaline karşı eşzamanlı ölçme yöntemi uygulanmıştır. Eşzamanlı ölçme yöntemleri üstbilis becerilerini ölçmek için sıklıkla kullanılmaktadır (Pintrich ve de Groot, 1990; Thorpe ve Satterly, 1990; Küçük-Özcan, 2000; Çetinkaya, 2000; Şen, 2003; Yurdakul, 2004; Sperling, Howard ve Staley ve DuBois 2004; Çetin, 2006). Oturum sonrasında kamera kayıtlarından yararlanılarak gözlem formları doldurulmuştur. Kayıtlar dikkatle izlenerek öğrencilerin süreçteki davranışları gözlemlenmiş ve çözüm yolları incelenmiştir.

Çağlıköse (2019) tarafından geliştirilen gözlem formu problem çözme sürecinde göstermiş olduğu üstbilis becerileri gözlemlenmek amacıyla kullanılmıştır. Problem çözme sürecinde gözlenmesi gereken üstbilis becerileri alan yazında yapılan çalışmalar göz önünde bulundurularak dört kategoride belirlenmiştir. Bu alt kategoriler de sırasıyla tahmin (10 madde), planlama

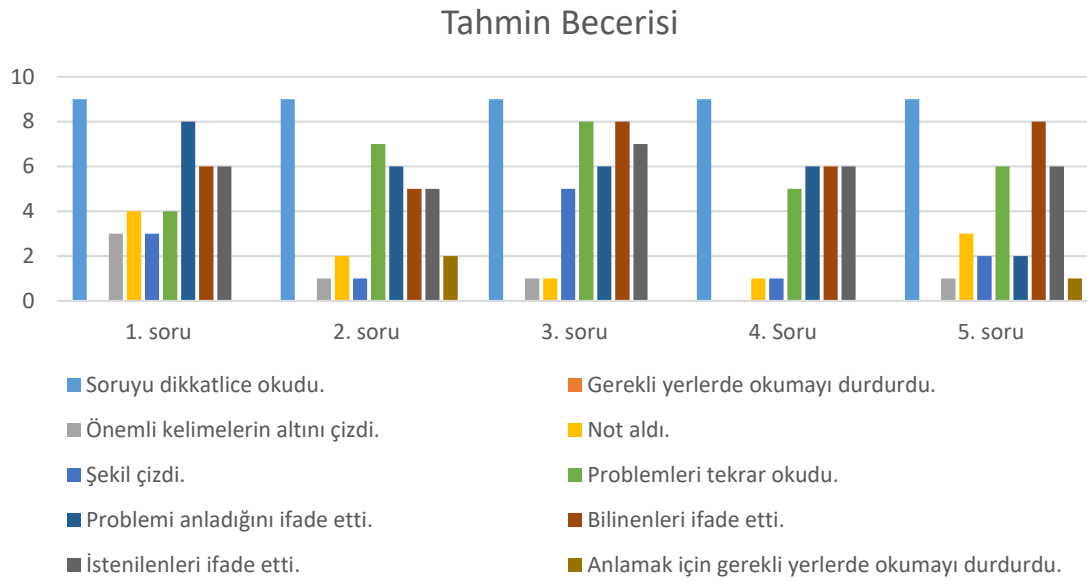
(4 madde), izleme (9 madde), ve değerlendirme (5 madde), toplam 33 madde belirlenmiş ve mülakat ve gözlemlerden elde edilen verilen kategorilendirilmiştir.

3. BULGULAR

Problem çözme envanterinde yer alan her bir problemin çözüm sürecinde kullanılan üstbilis becerilerinin aşamaları olan tahmin, planlama, izleme ve değerlendirme aşamaları sırayla incelenmiştir. Öğrencilerin her problem için verdikleri cevaplar ve mülakat verilerinden yararlanılarak öğrencilerin kullandığı üstbilis becerileri belirlenecektir.

3.1. Tahmin Becerisi

Envantere yer alan 5 problem dokuz öğrenciye yöneltilmiş ve problemlerinin çözümünü yapmaları istenmiştir. Öğrencilerde gözlenen tahmin becerileri Şekil 1’de verilmiştir.



Şekil 1. Problemlerin çözümünde gözlemlenen tahmin becerileri

Bütün öğrencilerin problemi dikkatli bir şekilde okuduğu gözlenmiştir. Dört öğrenci problemi sessiz bir şekilde okurken beş öğrenci sesli bir şekilde okumuştur. Beş öğrenci için problemi bir kez okumak yeterli olmuş, dört öğrenci problemi tekrar okumaya ihtiyaç duymuştur.

Gülnur: (Soruyu birkaç defa sessizce okudu.)

Öğretmen: Soruyu anladın mı?

Gülnur: (Sessizce bir kez daha okudu.)

Tüm öğrencilere problemi anlayıp anlamadıkları sorulmuş ve sekiz öğrenci birinci problemi anladığını ifade etmiştir. Altı öğrenci ne anladığını kendi cümleleriyle ifade ederken diğer öğrenciler “anladım” veya “evet” gibi kısa cevaplar vermiş, anladıklarına dair bir açıklamada bulunmamıştır. Bir kilo elmadaki elma âdetini ve alınacak elmanın kilosunu ifade eden öğrenciler “Bilinenleri ifade eder.” kategorisine dâhil edilmiştir.

Öğretmen: Soruyu anladın mı?

Dilara: Pazardan 1 kg elma aldığımızda 5 tane elma ediyormuş. 2 tam 5’de 3 kg aldığımızda kaç elma edeceğini soruyor.

Öğretmen: Anladın mı soruyu?

Yaren: Anladım hocam.

Öğrencilere çözüm için nasıl bir yol izleyecekleri sorulmuştur. Altı öğrenci yapacakları işlemleri belirleyip ifade etmiştir. İki öğrenci soruyu okuma esnasında cevaba ulaştığı için planlama sürecinin gözlemlenmesini imkânsız hale getirmiştir. İstenilen kilodaki elma âdetini bulması gerektiğini ifade eden öğrenciler “İstenilenleri ifade eder.” kategorisine dâhil edilmiştir.

Öğretmen: Ne yapacaksın peki?

Gülnur: Bir kiloda 5 adet elma var ise burada 2 kilo oluyor. 2 ile 5’i çarpacağım.

Mustafa yabancı uyruklu olduğu için konuşurken problem çözemediğini ifade etmiştir. Sürece müdahale edilmemesi açısından çözüm süreci boyunca öğrenciye hiçbir soru yöneltilmemiştir. Öğrenci probleminden ne anladığını problem çözme envanterine yazmış ve süreç sonunda yaptığı işlemleri dile getirmiştir.

Öğretmen: Ne yapacaksın?

Mustafa: 5'i 2'ye böleceğim (Böldü). Sonra 2 bölü... Hocam çözemiyorum.

Öğretmen: Neden çözemiyorsun?

Mustafa: Sesli çözemiyorum.

Öğretmen: Tamam sessiz çöz sonra anlatabilirsin.

Dilara problemi çözemeyeceğine dair önyargı ile yaklaşıp da yapacağı işlemleri belirleyebilmiştir.

Öğretmen: Ne yapacaksın peki?

Dilara: Hocam bu soruyu çözemem. (Bir süre düşündü). Aslında bölsek olur mu diye düşündüm ama.

Öğretmen: Neyi böleceksin?

Dilara: 5'i

Öğretmen: Kaç kilo elma aldığımız belirli mi soruda?

Dilara: Hayır belirli değil hocam (Soruyu tekrar okudu). 2 tam $\frac{3}{5}$ kg alıyormuş yani belirli.

Öğretmen: Bir kg elmada ne kadar olduğu belirli mi?

Dilara: Evet 5 tane var.

Öğretmen: Bu bildiklerinle ne yapabilirsin?

Dilara: 2 tam dediği 1 kg ediyor 1 tanesi. Hocam ben bu soruyu çözemem ki.

Öğretmen: Daha önce çözmüşsün ama.

Dilara: Ben şöyle düşünmüştüm. 2 kilonun 1 tamı 5 tane olarak düşündüm. Eğer 2 tane alıyorsa 10 elma olur diye düşündüm. Daha sonrasında ise bizim 10 elmamız var ve ayriyeten 5 tane daha almamız gerekiyor sanırım ama biz buradan 3'ünü alacağız. O zaman kaç adet elma alabiliriz bize bunu soruyor.

Mülakata katılan dokuz öğrenciden üç öğrenci önemli olduğunu düşündüğü bilgileri yuvarlak içine alarak altını çizmiş, dört öğrenci de çözümde kullanacakları bilgileri not etmiştir. Örnekler Şekil 2, 3 ve 4'de verilmiştir.

1. Bir kilo elmada 5 adet elma bulunmaktadır. Pazar'dan $2\frac{3}{5}$ kg elma alan Ayşe kaç adet elma almıştır?

$\frac{10}{1}$ (5)

$\frac{25}{5}$

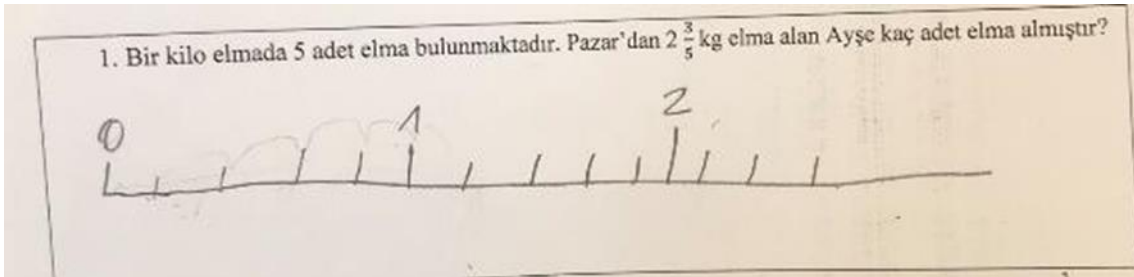
$\frac{3}{5}$

$10+3=13$

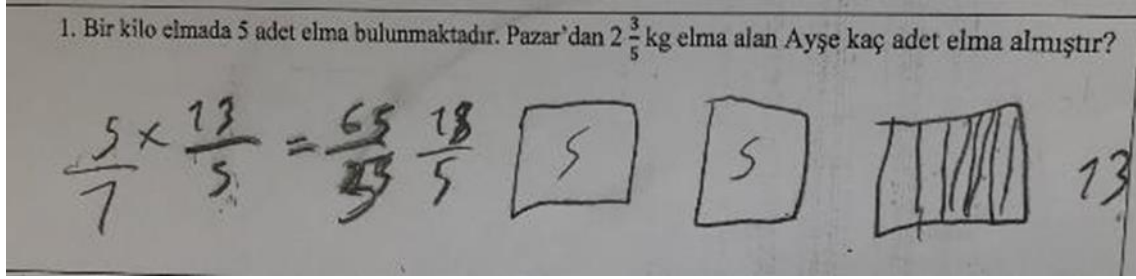
10

Şekil 2. Yaren'in çözümü

Altı öğrenci problemi anlamak için algoritmik işlemleri tercih ederken 2 öğrenci şekil çizmeyi tercih etmiştir. Emirhan, önce algoritmik işlem kullanarak yanlış çözüm yapmış fakat yaptığı işlemleri anlatırken şekil çizmeyi deneyerek doğru cevaba ulaşmıştır. Şekil çizen üç öğrenciden iki öğrenci Şekil 3'de verilen çözümde Efe sayı doğrusu ile modelleme kullanırken Şekil 4'de Emirhan görüldüğü gibi kesir bloklarını kullanmıştır.



Şekil 3. Efe'nin çözümü



Şekil 4. Emirhan'ın çözümü

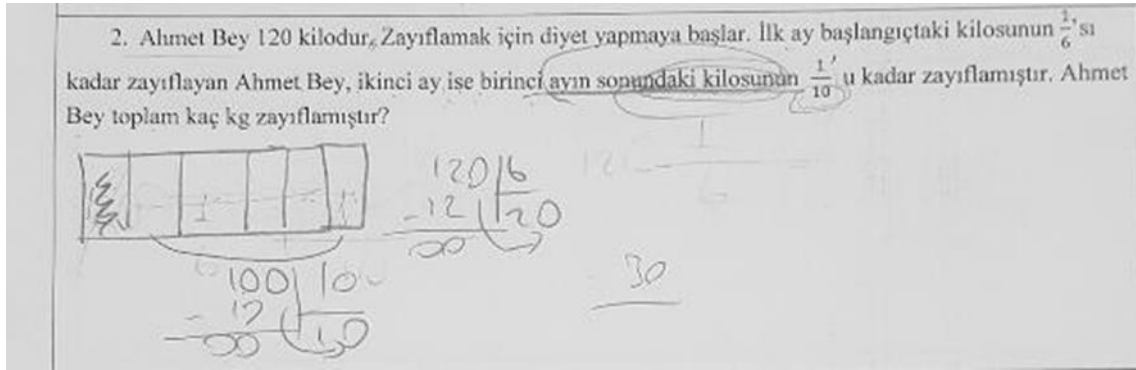
İkinci problemin çözümüne başlamadan önce bütün öğrenciler problemi dikkatli bir şekilde okumuştur. Yedi öğrenci ilk okumada problemin tamamını okurken Sevim ve Dilara problemi belirli bir kısmına kadar okuyup gerekli yerlerde okumayı durdurmuştu. (Kamera kayıtları ve gözlem formu esas alınarak belirlenmiştir. Dilara'nın çözümü Şekil 5'de verilmiştir.)

Sevim: (Sorunun bir kısmını sesli bir şekilde okudu). Önce virgüle kadar yapalım.

Öğretmen: Soruyu neden parça parça okuyup da çözdün?

Sevim: Hepsini okuyunca değil de virgüle kadar anlıyorum sonra devamını getiriyorum.

Dilara: (Sorunun bir kısmını sesli bir şekilde okudu). Hocam ben şu şekilde öğrenmiştim. Sadece bir noktaya kadar okuyup soruyu anlamamız lazım.



Şekil 5. Dilara'nın çözümü

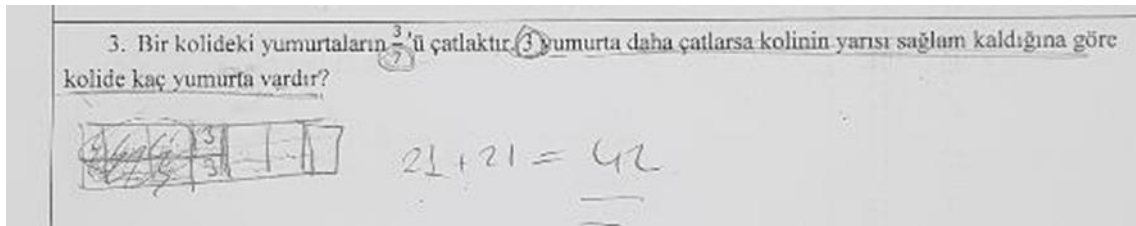
İkinci problemin çözüm sürecinde sadece Dilara önemli yerlerin altını çizmiş ve problemdeki verileri model kullanarak ifade etmiştir. Bu öğrenci "Şekil çizdi." kategorisinde değerlendirilmiştir.

İkinci problemi okuyan öğrencilere problemi anlayıp anlamadıkları sorulmuş ve altı öğrenci problemi anladığını ifade etmiştir. Beş öğrenci ne anladığını kendi cümleleriyle ifade ederken Efe sadece "Anladım." diyerek cevap vermiştir. İkinci problemde anladıklarını ifade ederken Ahmet Bey'in başlangıçtaki kilosunu ve zayıflama oranlarını belirten öğrenciler "Bilinenleri ifade eder." kategorisine, verilen kiloyu bulması gerektiğini belirten öğrenciler ise "İstenenleri ifade eder." kategorilerine dâhil edilmiştir.

Öğretmen: Anladın mı soruyu?

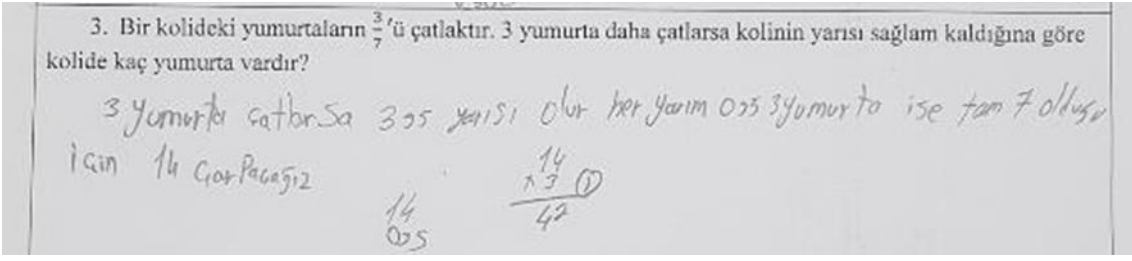
Zehra: Anladım hocam. Ahmet Bey'in kilosunu verip önce ilk ay ne kadar zayıfladığını sormuş. İkinci ay ise onun ne kadar zayıfladığını sormuş.

Tüm öğrencilerin üçüncü problemi dikkatlice okuduğu gözlemlenirken hiçbir öğrenci gerekli yerlerde durma davranışı göstermemiştir. Sadece Dilara önemli olduğunu düşündüğü ifadelerin altını çizmiştir. Şekil 6'da Dilara'nın çözümü verilmiştir.



Şekil 6. Dilara'nın Çözümü

Şekil 7'de verilen Mustafa ifade güçlüğü yaşadığı için problemi okuduktan sonra not alarak problemi ifade etmiştir.



Şekil 7. Mustafa'nın çözümü

Diğer problemlerin aksine bu problemde öğrencilerin çoğunluğu modelleme kullanmıştır. Beş öğrenciye neden şekil kullandıkları sorulmuş ve öğrenciler şekil kullanarak bu problemi daha iyi anladıklarını ifade etmiştir.

Elif: (Problemi sesli bir şekilde okudu.) Ben bunu işlemle yapabileceğimi düşünmüyorum, şekil çizeceğim.

Elif haricinde tüm öğrenciler problemi tekrar okumuştur. Öğrencilere problemi anlayıp anlamadıkları sorulmuş ve altı öğrenci problemi anladığını, Gülnur ise anlamadığını ifade etmiştir.

Gülnur: (Soruyu birkaç defa sessizce okudu.)

Öğretmen: Anladın mı?

Gülnur: Fazla anlayamadım. (İşlem yapmaya başladı.)

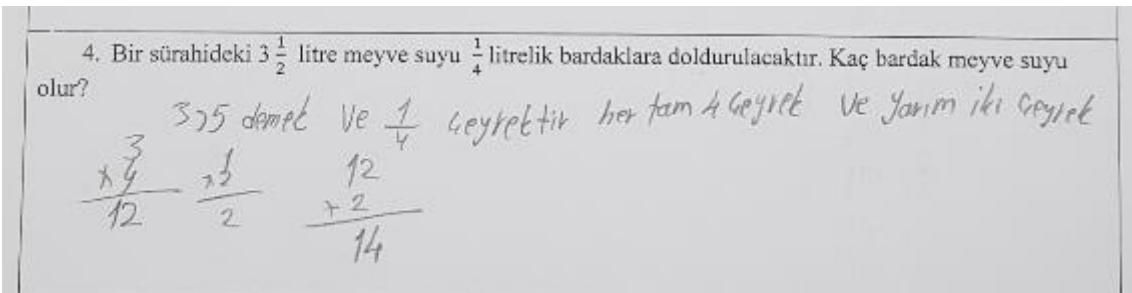
Gülnur dışında diğer öğrenciler bilinenleri ifade etmiştir. Kolideki yumurtanın kesir miktarını ve çatlaman yumurta adedini belirten öğrenciler bu kategoride değerlendirilmiştir.

Zehra: Bir koli varmış. Bu kolide 7'de 3'ü çatlakmış. 3 yumurta daha çatlınca kolinin yarısı sağlam kalıyormuş. O zaman bu soruda kaç yumurta kaldığını soruyor hocam yani kaç yumurta olduğunu soruyor.

Kolideki yumurta sayısını bulmak gerektiğini belirten yedi öğrenci "İstenilenleri ifade eder." kategorisinde değerlendirilmiştir. Sevim bilinenleri ifade ederken istenilenleri belirtmemiştir.

Sevim: (Sorusu sesli bir şekilde okudu.) Ben böyle soruları genelde şekille yapıyorum. (Şekil çizdi.) 7'ye bölerim 3'ü zaten çatlakmış. (3'ünü taradı ve not aldı.) 3 yumurta daha çatlıyormuş (3 bölge daha taradı.). Kolinin yarısı sağlam kalıyor yani 1 tane kalıyor. Bunun da yarısı sağlam kalıyormuş. Yani tekrar çatlıyor burası sağlam kalıyor. Bunun da yarısı kalıyor.

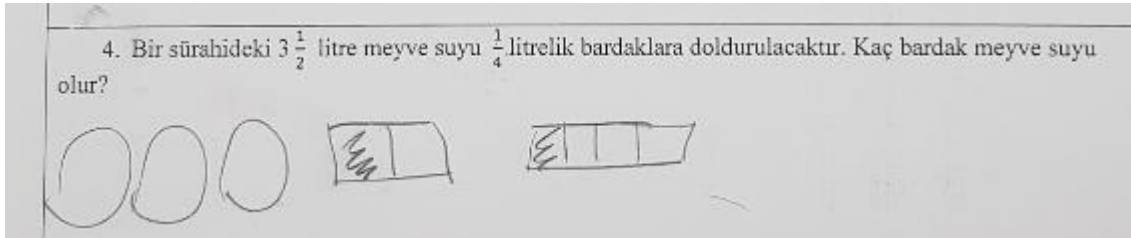
Bütün öğrenciler dördüncü problemi dikkatli bir şekilde okumuştur. Hiçbiri de problemi okurken duraklama ve önemli yerleri belirleme davranışı gözlenmemiştir. Mustafa problemi okuduktan sonra kâğıt üzerine not olarak anladıklarını ifade etmiştir. Şekil 8'de Mustafa'nın çözümü verilmiştir.



Şekil 8. Mustafa'nın çözümü

Dilara ise Şekil 9'da verildiği gibi şekil çizerek daha iyi çözüm yapacağını belirterek kesir modeli kullanmıştır.

Dilara: (Sorunun tamamını sesli bir şekilde okudu.) Şekille çok daha iyi çözdüğüm için şekille yapmak istiyorum.



Şekil 9. Dilara'nın çözümü

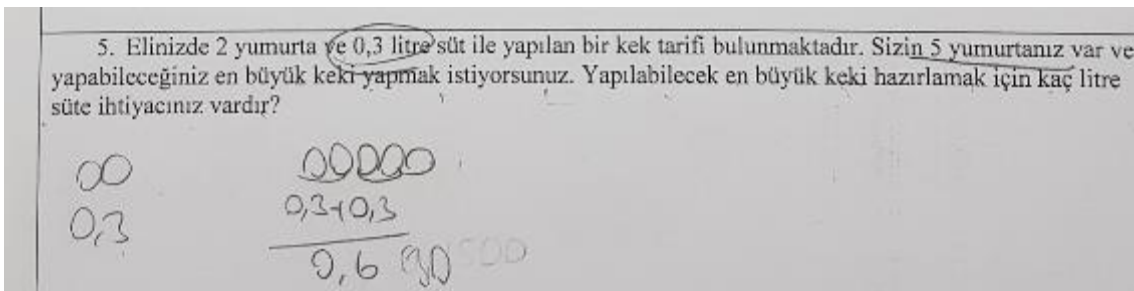
Altı öğrenci bilinenleri ve istenilenleri ifade ederek problemi anladıklarını belirtmiştir.

Gülnur: (Soruyu sessizce okudu.)

Öğretmen: Anladın mı? Ne anladığını anlatır mısın?

Gülnur: Bir sürahide 3 tam $\frac{1}{2}$ litre meyve suyu varmış bunu $\frac{1}{4}$ litrelik bardaklara koyacakmışız. Kaç bardak meyve suyu elde edilir diyor.

Bütün öğrencilerin beşinci problemi dikkatlice okuduğu gözlemlenmiştir. Elif problemi okuma sırasında gerekli yerlerde durarak problemi anlamaya çalışmıştır. Şekil 10'da Dilara önemli yerlerin altını çizmiş ve problemi anlamak için şekil çizerek model kullanmıştır.



Şekil 10. Dilara'nın çözümü

Altı öğrenci problemi tekrar okuyarak anlamaya çalışırken iki öğrenci problemi anladığını ifade etmiştir. Diğer öğrenciler anladıklarından emin olmadıklarını veya biraz anladıklarını belirtmiştir.

Elif: (Soruyu sesli bir şekilde okudu.) Normal bir kek 2 yumurta ve 0,3 litre süt ile yapılıyorymuş o zaman (Soruyu tekrar okudu.). Ben bu soruyu pek anlamadım.

Öğretmen: Anladığın kısmını söyler misin?

Elif: 2 yumurta ve 0,3 litre süt varmış o zaman bunlar bağlantılı. Arasında bir bağ olduğunu anladım ama nasıl bir bağ olduğunu anlamadım.

Dilara: (Soruyu sesli bir şekilde okudu.)

Öğretmen: Anladın mı soruyu?

Dilara: Biraz biraz

Öğretmen: Ne anladığını anlatır mısın?

Dilara: Elimizde 2 tane yumurtamız var, bunu anlayabiliyoruz ve 0,3 litre ile yapılabilecek kek tarifi bulunmakta. Bizim 5 yumurtamız var (5 yumurta çizdi, soruyu okudu).

Emirhan dışındaki sekiz öğrenci problemde bilinen verileri ifade ederken altı öğrenci istenilenleri ifade edebilmiştir.

Yaren: (Soruyu sessizce okudu.) Şimdi 2 yumurta ve 0,3 litre süt ile bir kek yapılıyorymuş bu durumda elimizde 5 yumurta varsa kaç litre süt olması gerekiyor diye bir soru var.

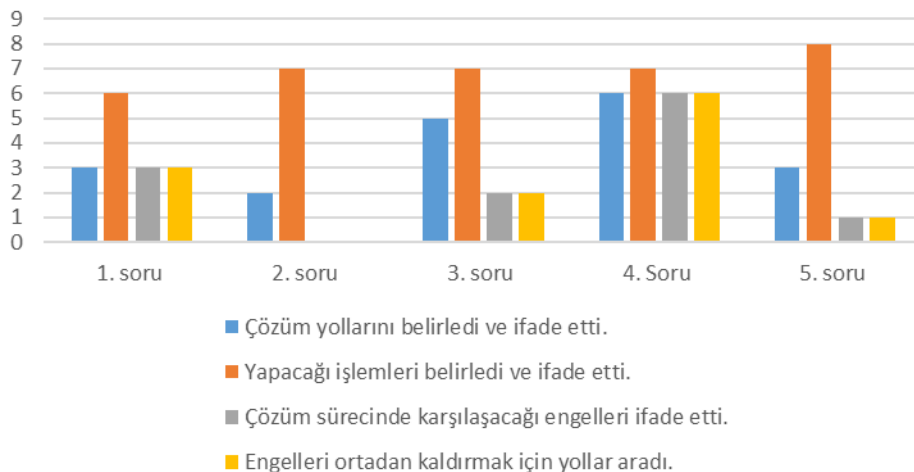
Öğretmen: Anladın mı peki soruyu?

Yaren: Yani (Soruyu sessizce birkaç kez daha okudu.).

3.2 Planlama Becerisi

Problemi anladığını ifade eden öğrencilere; işlemleri yapmaya başlamadan önce ne düşündükleri, çözüm için nasıl bir plan yaptıkları sorulmuş Şekil 11'de belirtilen dört kategoride gözlem yapılmıştır.

Planlama Becerisi



Şekil 11. Problemlerin çözümünde gözlemlenen planlama becerileri

Öğrencilerden çözüm sürecini planlanmaları beklenen bu aşamada üç öğrenci birinci problemin çözüm yollarını belirlemiş, altı öğrenci ise çözüm sürecinde yapacağı işlemleri belirleyerek ifade etmiştir. Bazı öğrencilerin problemi okuduktan sonra direk çözüme geçmesi ve hiçbir açıklamada bulunmaması planlama sürecinin gözlenmesini engellemiştir.

Emirhan: 1 kilo elma alırsak beş adet elma oluyormuş pazardan bizim 2 kilo $\frac{3}{5}$ elma almamız gerekiyormuş yani kaç adet elma olur. 5 ile 2'yi çarparsak 10 adet elma almış oluruz. $\frac{3}{5}$ 'i derken 5'in $\frac{3}{5}$ 'ini almamız lazım diyor.

Problemi okuyan 3 öğrenci problemde kullanılan $2\frac{3}{5}$ tam sayılı kesir ifadesini çözüm süreci için engel olarak görmüş ve bileşik kesre dönüştürmesi gerektiğini ifade etmiştir. Bu işlemin neden yapıldığı sorulmuş ve öğrenciler bileşik kesir ile işlem yapmanın daha kolay olduğunu belirtmiştir.

Sevim: (Soruyu sesli bir şekilde okudu.) 1 kiloda 5 adet elma bulunuyormuş. Önce kesri birleşik kesre çevirmemiz gerekiyor.

Öğretmen: Neden çeviriyoruz?

Sevim: Böyle bulmamız biraz zor çünkü (Çevirdi.) bu kadar elma alıyormuş.

Elif: (Soruyu sesli bir şekilde okudu.)

Öğretmen: Nasıl bir soru sence?

Elif: Basit bence. Önce tam sayılı kesri bileşik kesre çevireceğim.

Öğretmen: Neden çeviriyorsun?

Elif: Çünkü o zaman tam olarak 5'e bölemezdim. Bileşik kesirle işlem yapma daha kolay.

Öğrenciler ikinci problemin çözümünde sadece iki kategoride gözlem yapmıştır. İkinci problemi okuyan öğrencilere ne yapacakları sorulmuştur. Yaren ve Dilara çözüm yollarını belirleyip ifade etmiştir. Bu aşamada öğrencilerden beklenen, çözüm için izlemeleri gereken yolun belirlenmesidir. Yapacakları işlemleri belirtmekten ziyade o işlemleri neden yapacaklarını belirten öğrenciler bu kategori içerisinde değerlendirilmiştir. Örneğin; Yaren "Birinci ay kaç kilo zayıfladığımı bulmamız gerekiyor." ifadesi ile planladığı çözüm yolunu göstermektedir.

Öğretmen: Ne yapacaksın peki?

Yaren: Şimdi önce bunu şey kesir halinde çünkü kesirli bir soru bu. Bunu altı ile çarpacağım, diğeriyle eşit olması için. (Soruyu tekrar okudu.) Şimdi ilk birinci ay kaç kilo zayıfladığımı bulmamız gerekiyor. Onun için çıkaracağız.

İkinci problemin planlama sürecinde çözüm için yapacağı işlemleri belirleyip ifade eden yedi öğrenci gözlemlenmiştir. Bu öğrencilerden beş tanesi çözüm yolunu ifade etmeden sadece yapmayı planladığı işlemleri söylemiş ve çözüm sürecine başlamıştır.

Öğretmen: Ne yapacaksın?

Efe: 120'yi 6'ya böleceğim.

Efe ile yapılan mülakatta görüldüğü gibi öğrenci sadece yapacağı işlemi belirtmiş fakat neden o işlemi seçtiğini, o işlemi yaparak nasıl bir sonuca ulaşmayı planladığını belirtmemiştir. Mustafa ve Gülnur ne yapacakları sorusunun cevabını çözüm yaptıktan sonra vermek istedikleri için planlama sürecinin gözlemlenmesini engellemişlerdir.

*Öğretmen: Ne yapacaksın peki
Gülnur: Önce çözüp sonra anlatsam.*

İkinci problemin planlama becerisi kısmında “Çözüm sürecinde karşılaşıacağı engelleri ifade etti.” ve “Engelleri ortadan kaldırmak için yollar aradı.” kategorilerinde gözlem yapılamamıştır.

Beş öğrenci üçüncü problemin çözüm yollarını belirleyip ifade etmiştir. Öğrencilerden yedisi yapacağı işlemleri belirleyerek neden o işlemleri seçtiğini ifade etmiştir. Öğrencilerin bir kısmı algoritmik işlem yapacağını, diğerleri ise şekil çizmesi gerektiğini belirtmiştir.

Öğretmen: Ne yapacaksın?

Zehra: Önce şekil çizeceğim.

Öğretmen: Neden bu soruda şekil çizmeye karar verdin? Gördüğüm kadarıyla diğer sorularda şekil çizmedin.

Zehra: Çünkü bunda şekille daha iyi anlıyorum. Diğer sorularda şekil çizersem karışır. Bazı sorularda yöntemlerimi değiştiriyorum. Nasıl daha iyi çözebilirsem.

Problemde kullanılan $\frac{3}{7}$ ve yarım ifadesi, 7'nin tek sayı olup 2'ye tam bölünmemesi sebebiyle iki öğrenci için çözüm sürecinde engel olarak görülmüş ve öğrenciler engelleri ortadan kaldırmak için çözüm yolları aramıştır.

Yaren: Anladım. Şimdi ben biraz farklı çözeceğim bu soruyu. $\frac{3}{7}$ eşittir $\frac{6}{14}$ oluyorsa

Öğretmen: Neden öyle yaptın?

Yaren: Çünkü yarısını bulmam için 7'nin yarısı olmadığı için 14 yaptım. Şimdi 14'ün yarısı 7 ediyor. 7 olması için de 6 taneye bir tane daha eklememiz gerekiyor (not aldı) $\frac{7}{14}$ tam yarısı ediyor.

Öğrencilere dördüncü problemi okuduktan sonra altı öğrenci tam sayılı kesri bileşik kesre çevirmesi gerektiğini ifade etmiştir. Bu durumun nedeni sorulduğunda ise öğrencilerin tam sayılı kesirleri bölme işleminde engel olarak gördükleri belirlenmiştir.

Emirhan: (Soruyu sesli bir şekilde okudu). Önce tam sayılı kesri bileşik kesre dönüştürüyorum çünkü böyle öğrendim ben.

Elif: (Soruyu sesli bir şekilde okudu). Bunu buna bölmemiz lazım ama paydalar eşit değil. Paydaları eşitlemek için de tam sayılı kesri bileşik kesre çevirmemiz gerekiyor.

Yaren: (Soruyu sessizce okudu.) Şimdi 3 tam $\frac{1}{2}$ 'yi bileşik kesre çevireceğim.

Öğretmen: Neden?

Yaren: Çünkü yani biri tam sayılı kesir diğeri basit kesir. Bunları bölmek zor olabilir.

Yaren sadece yapacağı işlemleri belirlerken altı öğrenci yapacağı işlemleri ve neden o işlemleri seçtiğini ifade etmiştir. Bu öğrenciler “Çözüm yollarını belirledi.” kategorisine dâhil edilmiştir.

Zehra: (Soruyu sesli bir şekilde okudu). Hocam 3 tam $\frac{1}{2}$ 'yi $\frac{1}{4}$ 'e böleceğiz.

Öğretmen: Neden bölmek istedin?

Zehra: Çünkü paylaştırılıyor.

Öğrencilere beşinci problemin çözümünde işlem yapmaya başlamadan önce ne düşündükleri, çözüm için nasıl bir plan yaptıkları sorulmuş. Elif dışındaki sekiz öğrenci yapacağı işlemleri ifade etmiştir. Bu işlemleri neden yapması gerektiğini belirten üç öğrenci “Çözüm yollarını belirledi.” kategorisine dâhil edilmiştir.

Öğretmen: Ne anladığınızı anlatır mısınız?

Sevim: Şimdi elimde 2 yumurta ve 0,3 litre süt ile yapılan bir kek tarifi bulunuyormuş. 5 yumurtam var ama en büyük keki yapmak istiyormuşum. Kaç litre süte ihtiyacım var? 0,3'ü 2'ye bölerek bulabiliriz aslında.

Öğretmen: Neden böleceksin?

Sevim: Çünkü bu kadar süte 2 yumurta gidiyorsa yumurtayı biliyorum sütü bilmiyorum.

Yaren problemde kullanılan ondalık ifadeleri işlem yapması için engel olarak görmüş ve basit kesre çevirerek işlemlerine devam etmiştir.

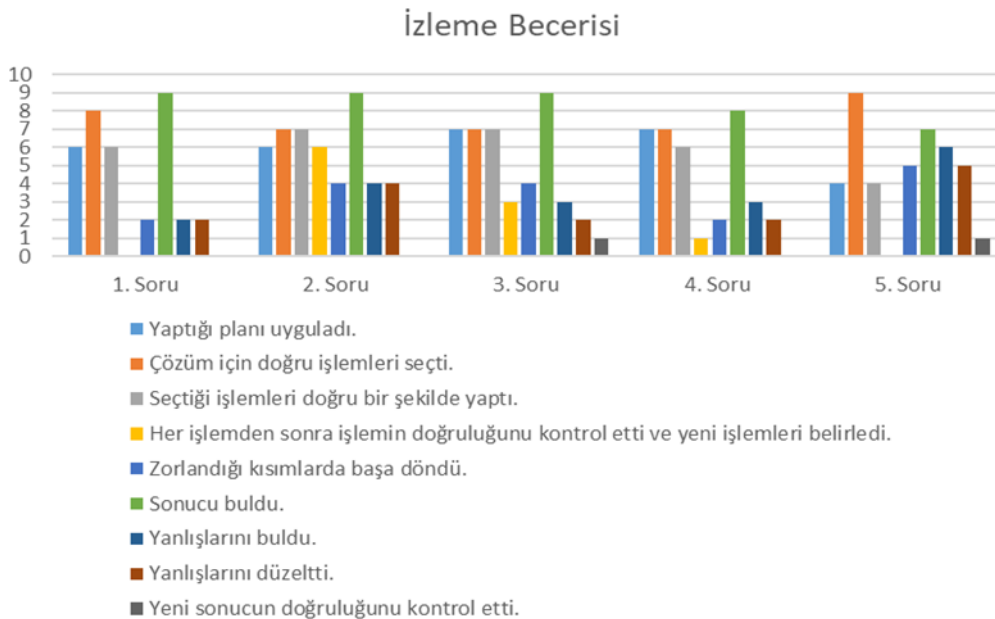
Yaren: 1'i nasıl bulacağız? 0,6'yı 4'e bölebiliriz. Çünkü 4 yumurta var. Bir tanesini bulursak onu ekleyebiliriz. (İşlemi yapmaya çalıştı.) Yani biz virgüllü sayıları bölmeyi öğrenmedik diye hatırlıyorum.

Öğretmen: Öğrendik.

Yaren: $\frac{6}{40}$ olarak çıktı. Kesre çevirdim. $\frac{6}{40}$ Kaç ediyor onu bulacağım şimdi.

3.3 İzleme Becerisi

Öğrencilerin birinci problemin çözümü için planladıkları sürecin nasıl uygulandığını gözlemek için Şekil 12’de verilen izleme becerilerine ait değerler dikkate alınmıştır.



Şekil 12. Problemlerin çözümünde gözlemlenen izleme becerileri

Planlama aşamasında yapacağı işlemleri belirleyen altı öğrenci yaptığı planı doğru bir şekilde uygulamıştır. Birinci problemi çözen dokuz öğrenciden sekiz öğrenci çözüm için doğru işlemleri seçmiş ve doğru sonuca ulaşmıştır. Mustafa ise yanlış işlemler yaparak yanlış bir sonuç bulmuştur. Öğrenci yanlış da olsa bir sonuca ulaştığı için sonucu buldu kategorisine dâhil edilmiştir.

Mustafa: (Çözümü yaptı.) Çözdüm. 4

Öğretmen: Ne yaptığını anlatır mısın?

Mustafa: Önce 5’i 2’ye böldüm 2,5 çıktı.

Öğretmen: 5’i 2’ye neden böldün?

Mustafa: Çünkü 2 tam var. Sonra çıkan sonucu 5 ile böldüm. Sonra virgül 5 çıktı. Sonra 3 ile çarptım.

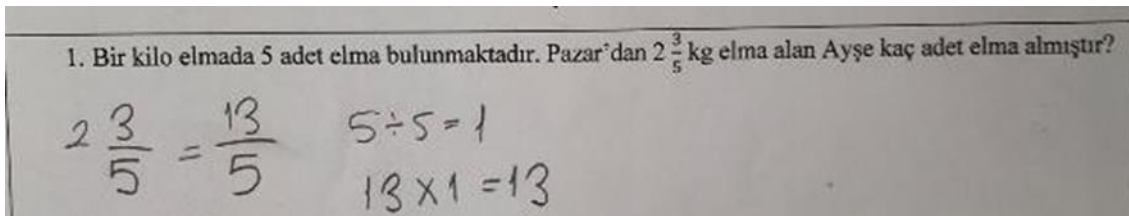
Öğretmen: Bir kilo elmada kaç elma varmış?

Mustafa: 5

Öğretmen: 2 tam $\frac{3}{5}$ elma aldık değil mi? Orada kaç elma olur?

Mustafa: 10 olur o zaman. (5 ile 2’yi çarptı. 3 ile 2’yi çarptı ve topladı.) 16.

Doğru çözüme ulaşan sekiz öğrenciden altısı seçtikleri işlemleri doğru bir şekilde yapmıştır. Elif’in doğru çözümü Şekil 13’de verilmiştir.



Şekil 13. Elif’in çözümü

Yaren ve Emirhan zorlandıkları kısımda başa dönerek yaptıkları yanlışı fark etmiş ve düzeltmiştir.

Yaren: Şimdi bir kilosunu beş adet elma ediyormuş. Burada 2 tam diyor yani toplam 10 adet elma oluyor. Daha sonra 5’de 3 diyor. 1 kiloyu 5’e bölüp 3 tanesini alıyorlar. O yüzden biz şimdi 1 kiloyu 5’e bölünce kaç elma yapacak onu bulmamız gerekiyor (Not aldı.). $\frac{25}{5}$ buldum

Öğretmen: $\frac{25}{5}$ ne?

Yaren: Bir kilodaki elma. Paydali hali bu oluyor. Şimdi 1 kilodan $\frac{25}{5}$ ’i çıkaracağım.

Öğretmen: Soruyu anladığına emin misin?

Yaren: Hızlıca okudum geçtim. (Tekrar okudu.)

Öğretmen: Ne anladın?

Yaren: Bir kilosu 5 tane ediyorsa 3 tanesi 3 elma yapıyor. 10 artı 3, 13 oluyor.

Öğretmen: 10'u nerden buldun?

Yaren: Bir kiloda 5 tane varsa 2 kiloda 10 oluyor.

Emirhan: 1 kilo elma alırsak 5 adet elma oluyormuş pazardan bizim 2 kilo $\frac{3}{5}$ elma almamız gerekiyormuş yani kaç adet elma olur. 5 ile 2'yi çarparsak 10 adet elma almış oluruz. $\frac{3}{5}$ 'i derken 5'in $\frac{3}{5}$ 'ini almamız lazım diyor (Not aldı, 5 ile $\frac{13}{5}$ 'i çarptı ve $\frac{65}{35}$ buldu.).

Öğretmen: Cevabın bu mu? Anlatır mısın?

Emirhan: Eminim. 2 tam $\frac{3}{5}$ 'i bileşik kesre çevirdim ve 5 ile çarptım, sonucu elde ettim.

Öğretmen: Başlangıçta 2 ile çarparsam demiştin o nasıl bir yöntem?

Emirhan: Şekillerle de anlatabilirim. (2 tam kesir ve bileşik kesir modeli çizdi.) Tamlarda beşer adet elma var diğerini 3'e bölmüş 5'ini almış. Yok, 5'e bölmüş 3'ünü almış. 3'ünü alacağız. Yani 13 elma oluyor.

Öğretmen: Bulduğun sonuçlar aynı mı?

Emirhan: Sadeleştirip bakalım (Kesri sadeleştirdi.). Bence aynı değil ikincisi daha doğru gibi geldi bana.

Öğretmen: Peki ilk çözümünde nerede hata yaptın?

Emirhan: (İnceledi ve 5'in paydasına 1 yazdı). Haa 5 ile paydayı çarpmamalıydım. $\frac{65}{5}$ olacaktı.

Öğretmen: Şimdi doğru mu peki?

Emirhan: Evet hocam.

Hiçbir öğrenci birinci problemin çözümünde bulduğu sonucun doğruluğunu kontrol etmemiştir.

İkinci problemin çözümünün planlama aşamasında yapacakları işlemleri belirleyip ifade eden yedi öğrenci çözüm için uygun işlemleri seçip doğru bir şekilde yapmıştır. Bu öğrenciler "Yaptığı planı uyguladı." kategorisine dâhil edilmiştir.

Elif: Başlangıçtaki kilosunu verilmiş ve toplam kaç kilo verdiğini istiyor. İlk ay başlangıçtaki kilosunun $\frac{1}{6}$ 'sı ise önce 120'yi 6'ya bölüyoruz yani ilk ay 20 kilo vermiş (Sorunun devamını sesli bir şekilde okudu.) yani bu kiloyu vermiş sonra da kalan kilonun $\frac{1}{10}$ 'u kadar diyor. 120'den 20 çıkarırsak 100 kalıyor, 100'ü de 10'a bölüyoruz 10 çıkıyor. Toplam kaç kilo zayıfladığını istiyor bizden. Önce 20 kilo vermişti sonra da 10 kilo veriyor. 20 ile de 10'u topluyoruz 30 kilo.

Elif ilk işlemde sonra problemi tekrar okuyarak yapacağı yeni işlemleri belirlemiştir. Bu davranış en fazla ikinci problemde gözlemlenmiş ve altı öğrenci işlem yaptıktan sonra doğruluğunu kontrol ederek yeni işlemleri belirlemiştir. İkinci problemin birbirine bağlı işlemlerden oluşmasının bu duruma sebep olduğu düşünülmektedir.

İkinci problem çözümü sırasında dört öğrenci yanlış işlem yapmış, hatasını fark etmiş, başa dönüp ikinci problemi tekrar okuyarak işlemleri yeniden düzenlemiş ve doğru sonuca ulaşmıştır.

(Çözüm için birkaç deneme yaptıktan sonra)

Dilara: (Soruya tekrar baktı.) Ha hocam 1 dakika yanlış yaptığımı anladım. (Yaptığı işlemleri sildi.) Yine şekille gidersem benim için daha iyi olacak. 6 tane düzlük çiziyim. Bunların hepsi 120 kilo, 1'ine kadar kilo vermiş. 120 kiloyu 6'ya böldüğüm zaman 20 ediyor. 1 tanesi 20'imış yani 120 kilonun 20 kilosunu vermiş. O zaman 100 kilomuz kalır bizim burada. Ondan sonra (Soruyu tekrar okudu.) 100'ü şimdi de 10'a bölmemiz gerekiyor. Bu da 10 çıkıyor. O zaman bize kalan yine 10, 10 kilomuz var yani hocam. Ahmet Bey toplam kaç kilo zayıflamıştır diyor. Şimdi de yaptıklarımızın hepsini toplamamız gerekiyordu değil mi hocam? 20 kilo vardı bir de 10 kilo oldu ikisini toplayacağız değil mi hocam? 20 artı 10, 30 oluyor. Sonucumuz 30 o zaman.

Zehra: Ahmet beyin kilosunu vermiş önce ilk ay ne kadar zayıfladığını sormuş. İkinci ay ise onun ne kadar zayıfladığını sormuş. Önce $\frac{1}{6}$ 'sı diyor. 120'yi 6'ya böleriz (Kâğıt üzerinde böldü.) 20 çıkıyor hocam. Onu da 1 ile çarparsak 20. İlk ay 20 kilo zayıflamış. (Sorunun devamını tekrar okudu.) İkinci ay ise birinci ayın $\frac{1}{10}$ 'u kadar zayıflamış diyor. Yani 20'yi 10'a bölüp onu da 1 ile çarpacağız. (İşlemi yaptı ve bir süre düşündü.)

Öğretmen: 2 buldun cevabı. 2 kilo mu zayıflamıştır?

Zehra: Hayır hocam

Öğretmen: Hata mı yaptın sence?

Zehra: (Soruyu sessizce tekrar okudu.) Hmm 120'den 20'yi çıkarıp sonra onu 10'a böleceğim. (Belirttiği işlemleri yaptı.) 100 kalıyor, 100'ü de 10'a bölersek 10.

Öğretmen: Cevabın 10 mu?

Zehra: 10 değil hocam. 10 ile 1'i çarpıp 20'yi topluyoruz. Çünkü ilk ay 20 sonra da 10 kilo zayıfladığı için bunların toplamını soruyor. 30 hocam.

Efe: Zayıfladığı kilo, kilosunun 6 da 1'i. 120 eksi 20. Yani 100 kilo olmuş. Sonra ikinci ay sonundaki kilosunun $\frac{1}{10}$ 'u (soruyu okudu) yani 100'ü 10'a böleceğiz. (Böldü sonucu buldu.) 100 eksi 10 eşittir 90 kilo.

Öğretmen: Cevabın bu mu?

Efe: Evet hocam.

Öğretmen: Soruda bunu mu soruyor bize?

Efe: (Soruyu tekrar okudu). Aaa hocam kaç kilo zayıflamıştır diyor. O zaman 20 artı 10 eşittir 30.

Efe'nin soruyu çözerken kullandığı işlemler Şekil 14'de verilmiştir.

2. Ahmet Bey 120 kilodur. Zayıflamak için diyet yapmaya başlar. İlk ay başlangıçtaki kilosunun $\frac{1}{6}$ 'sı kadar zayıflayan Ahmet Bey, ikinci ay ise birinci ayın sonundaki kilosunun $\frac{1}{10}$ 'u kadar zayıflamıştır. Ahmet Bey toplam kaç kg zayıflamıştır?

$$\begin{array}{r} 120 \overline{) 6} \\ \underline{120} \\ 000 \end{array}$$

$$120 - 20 = 100$$

$$20 + 10 = 30$$

$$\begin{array}{r} 100 \overline{) 10} \\ \underline{100} \\ 000 \end{array}$$

Şekil 14. Efe'nin çözümü

Bütün öğrenciler problem çözümünü yaparak bir sonuca ulaşmıştır. Yedi öğrenci doğru sonuç bulurken iki öğrenci işlemleri sonucunda yanlış cevap bulmuştur. Hiçbir öğrenci bulduğu sonucu kontrol etmemiştir. Şekil 15'de Elif'in doğru ve Şekil 16'da Emirhan'ın yanlış sonuç örnekleri verilmiştir.

2. Ahmet Bey 120 kilodur. Zayıflamak için diyet yapmaya başlar. İlk ay başlangıçtaki kilosunun $\frac{1}{6}$ 'sı kadar zayıflayan Ahmet Bey, ikinci ay ise birinci ayın sonundaki kilosunun $\frac{1}{10}$ 'u kadar zayıflamıştır. Ahmet Bey toplam kaç kg zayıflamıştır?

$$120 \div 6 = 20$$

$$120 - 20 = 100$$

$$100 \div 10 = 10$$

$$20 + 10 = 30$$

Şekil 15. Elif'in çözümü

2. Ahmet Bey 120 kilodur. Zayıflamak için diyet yapmaya başlar. İlk ay başlangıçtaki kilosunun $\frac{1}{6}$ 'sı kadar zayıflayan Ahmet Bey, ikinci ay ise birinci ayın sonundaki kilosunun $\frac{1}{10}$ 'u kadar zayıflamıştır. Ahmet Bey toplam kaç kg zayıflamıştır?

$$\begin{array}{r} 120 \overline{) 6} \\ \underline{120} \\ 000 \end{array}$$

$$20 + 2 = 22$$

Şekil 16. Emirhan'ın çözümü

Bir önceki aşamada yapacakları işlemleri belirleyen öğrenciler, üçüncü problemin çözümü için doğru işlemleri seçmiş, seçtiği işlemleri doğru bir şekilde yapmış ve yaptığı planı uygulamıştır. Dilara, Efe ve Zehra yaptıkları işlemden sonra işlemini kontrol ederek yeni işlemler belirlemiştir.

Efe: Yumurtaların 7'de 3'ü çatlamış. 3 yumurta daha çatlırsa kolinin yarısı sağlam kaldığına göre diyor. Yani 3 yumurta yarım oluyor, o zaman 3 çarpı 2 eşittir 6. 6'sı 7'de 1'i oluyor. (Soruyu sessizce tekrar okudu.) Yani hocam kolide kaç yumurta vardır? (Düşündü.) 7'de 7'sini mi soruyor?

Öğretmen: Evet

Efe: O zaman 6 ile 7'yi çarpacağız. 7 kere 6, 42 ediyor.

Dört öğrenci zorlandığı kısımda başa dönerek problemi tekrar okumuştur. Dilara, Elif ve Yaren problemde kullanılan "çatlak" ve "sağlam" ifadelerinden dolayı karışıklık yaşamış ve çatlak yumurtaların koliye dâhil edilip edilmeyeceği konusunda kararsız kalmıştır.

Elif: Çünkü 3 yumurta çatlarsa yarısı oluyorsa tamı 6 olur. (Soruyu tekrar okudu.) Bir tanesi 6 oluyor, 3 parçası 18. 6 ile 7'yi çarpacağız. 42 çıkıyor sonuç. (Soruyu sessizce tekrar okudu.)

Öğretmen: Emin değilsin sanki.

Elif: Şeyi anlamadım çatlaklarla birlikte mi soruyor yoksa tümünü mü? (Soruyu tekrar okudu.) Orasını pek anlamadım. O yüzden emin değilim.

Öğretmen: Ne yapacaksın peki?

Elif: (Aynı işlemleri tekrar yaptı.)

Öğretmen: Kafan nerede karıştı?

Elif: Sonucu buldum ama sağlamları mı soruyor çatlakları mı onu anlamadım.

Öğretmen: Ne soruyor soruda?

Elif: (Soruyu tekrar okudu.) Sağlamları mı soruyor?

Öğretmen: Soruda sağlamları mı soruyor?

Elif: Sağlam demiyor o zaman hepsini istiyor. (Bir müddet düşündü.) Ben 42 buldum ama emin değilim sorusunda biraz takıldım.

Elif bulduğu sonuçtan emin olmayarak üçüncü problemi tekrar okuyup işlemleri tekrarlamış ve bulduğu sonuca tekrar ulaşmıştır. Elif "Sonucun doğruluğunu kontrol etti." kategorisine dâhil edilmiştir.

Bütün öğrenciler problemin çözümünü yaparak bir sonuca ulaşmıştır. Sevim ve Gülnur haricinde yedi öğrenci doğru cevaba ulaşmıştır. Şekil 17'de Zehra'nın doğru ve Şekil 18'de Sevim'in yanlış sonuç örnekleri aşağıda verilmiştir.

3. Bir kolideki yumurtaların $\frac{3}{7}$ 'ü çatlaktır. 3 yumurta daha çatlarsa kolinin yarısı sağlam kaldığına göre kolide kaç yumurta vardır?

Şekil 17. Zehra'nın çözümü

3. Bir kolideki yumurtaların $\frac{3}{7}$ 'ü çatlaktır. 3 yumurta daha çatlarsa kolinin yarısı sağlam kaldığına göre kolide kaç yumurta vardır?

Şekil 18. Sevim'in çözümü

Öğrencilerden üçü problemin çözüm sürecinde yaptığı hataları fark etmiştir. İki öğrenci bu hataları düzeltirken Gülnur yaptığı hatayı başka bir hatalı işlemle düzelttiğini düşünmüş ve yanlış sonuca ulaşmıştır.

Gülnur: (İşlem yaptı ve sildi.)

Öğretmen: Ne yaptın ve neden sildin?

Gülnur: (Soruyu sesli bir şekilde okudu.) Ben $\frac{3}{7}$ 'yi 3 ile çarpmaya çalıştım.

Öğretmen: Neden vazgeçtin?

Gülnur: Yanlış çıktı

Öğretmen: Yanlış olduğuna nasıl karar verdin?

Gülnur: Şöyle bir tahminde buldum. 3 tane çatlamışsa 63 tane çıkmaması lazım. (Yeniden işlem yapmaya başladı.)

Öğretmen: Ne yaptın?

Gülnur: 7 ile 3'ü çarptım. (Pay ve paydadaki sayılar.) Çatlayan yumurtaları buldum. 3 yumurta daha çatlarsa dediği için 3 ekledim. 24 buldum. Bunun yarısı olduğuna göre 24 ile 24 toplarsak 48 ediyor. (Soruyu tekrar okudu.) 24 cevap

Öğretmen: İki farklı sonuç buldun hangisi doğru? Neden?

Gülnur: (Soruyu tekrar okudu.) 24

Öğretmen: Emin misin? Hata yaptın mı?

Gülnur: Yapmadım bence.

Öğrencilerin dördüncü problemin çözümünü için yaptıkları planı nasıl uygulandığını gözlemlemek için Şekil'12 de verilen izleme becerilerine ait değerler dikkate alınmıştır. Bir önceki aşamada yapacakları işlemleri ifade eden öğrencilerin yaptıkları planı

uyguladıkları gözlenmiştir. Yedi öğrenci çözüm için doğru işlemleri belirlemiştir. Bu öğrencilerden altısı seçtiği işlemleri doğru bir şekilde uygularken Gülnur doğru işlemi seçmiş olmasına rağmen başarılı bir şekilde uygulayamamıştır.

Gülnur: Bardaklara doldurulduğu için bölmemiz lazım. (Uğraştı.) Bölünmez o zaman paydasını eşitlemek için 2 ile genişletmemiz lazım. (İşlemi yaptı $\frac{14}{4}$ buldu). Bence cevap 14 hocam.

Öğretmen: $\frac{14}{4}$ yazdın ama.

Gülnur: Kesirli olabilir mi?

Öğretmen: Bilmem. Nasıl böldüğünü anlatır mısın?

Gülnur: Paydalar 4 olduğu için aynen yazdım 14'ü 1'e böldüm 14 oldu.

Öğretmen: Cevabın bu mu?

Gülnur: Hayır yanlış yaptım.

Öğretmen: Nereden anladın yanlış olduğunu?

Gülnur: $\frac{14}{4}$ buldum ya bunlar bölünmez.

$$3 \frac{1}{2} = \frac{7}{2} \div \frac{1}{4} = \frac{14}{4} \div \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{14}{4}$$

Şekil 19. Gülnur'un çözümü

Şekil 19'da verilen çözümde görüldüğü gibi öğrenci toplama ve çıkarma işlemlerinde yaptığı gibi payda eşitlemiş ve ortak paydayı aynen sonuca yazmıştır. Çözümün yanlış olduğunu anladığı için bu çözümü silmiş ve başa dönerek başka bir çözüm süreci uygulamıştır.

Dilara çözüm sürecinde sürekli problemi tekrar okuyarak başa dönmüş ancak herhangi bir çözüm yolu geliştirememiştir.

Dilara: Hmm (kontrol etti). 3 tam diyor 3 tam yaptım. $\frac{1}{2}$ diyor. 2'ye ayırdım ve birisini aldım. Burada ise $\frac{1}{4}$ diyor. 4 parçaya ayırdım ve birisini boyadım.

Dilara: (Soruyu sessizce tekrar okudu.) Bu soruda biraz takıldım.

Öğretmen: Sence hangi işlemi yapman gerekir?

Dilara: (Soruyu tekrar okudu.)

Öğretmen: Meyve suyu bardaklara doldurulurken hangi işlem gerekir sence?

Dilara: Dolarken azalıyor yani aslında. Hmm. Litre de var. Hiçbir düşüncem yok.

Dilara dışındaki bütün öğrenciler "Sonucu buldu." kategorisine dâhil edilmiştir. Gülnur hatasını fark etmiş ancak doğru çözüm için gerekli işlemleri belirleyemediği için yanlış sonuca ulaşmıştır. Efe ve Zehra süreçte hata yapmış ancak yanlışlarını bulup düzelterek doğru sonuca ulaşmıştır.

Efe: (Soruyu önce sesli sonra sessiz bir şekilde okudu.)

Öğretmen: Ne yapacaksın?

Efe: Bir litrenin 4'de birine dolduruluyormuş. Bardak o kadar alıyormuş. Burada 3 tam $\frac{1}{2}$ diyor yani 3 buçuk litre ediyor. Çeyrek falan demiş. 3 litreyi 4'e bölersek (İşlemi yapmaya çalıştı.)

Öğretmen: Neden 4'e böldük?

Efe: 1 litresinin 4'de 1'ini istediği için 4'e böldüm.

Öğretmen: 3 litreyi 4'de birlik bardaklara boşaltmak için 4'e mi böleriz?

Efe: Evet hocam. Tam olmuyor ama 0,75. Burada da $\frac{1}{2}$ diyor yani yarısı. Yarısı da 2 çeyrek ediyor. 2 tane çeyrek var.

Burada da 0,75 oluyor. (Bir süre düşündü.)

Öğretmen: Yarımdan 2 çeyrek buldun değil mi?

Efe: Evet hocam.

Öğretmen: 3 tam da 0,75 çeyrek buldun değil mi?

Efe: 4 değil mi hocam?

Öğretmen: 3 tam da mı 4 çeyrek var?

Efe: Aa. 1 litrede 4, 2 litrede 8, 3 litrede 12. O zaman 2 artı 12 eşittir 14 ediyor.

Öğrencilerin beşinci problemin çözümü için planladıkları sürecin nasıl uygulandığını gözlemlemek için Şekil 12'de verilen izleme becerilerine ait değerler dikkate alınmıştır. Tüm öğrenciler çözüm için doğru işlemleri seçerken dört öğrenci seçtikleri işlemleri doğru bir şekilde yaparak bir önceki aşamada yaptığı planı uygulamıştır. Örnek uygulama Şekil 20'de verilmiştir.

Efe: (Soruyu tekrar okudu.) Bir tane yumurtayı bulursak, 2'yi 2'ye bölelim. Bu durumda bunu da bölmemiz lazım (İşlemi yaptı.)15 ediyor. 0,15 litre süt oluyor. Gereken 5 yumurta ise 0,15 ile 5'i çarpabiliriz. (İşlemi yaptı.) 75 yani 0,75 litre.

5. Elinizde 2 yumurta ve 0,3 litre süt ile yapılan bir kek tarifi bulunmaktadır. Sizin 5 yumurtanız var ve yapabileceğiniz en büyük keki yapmak istiyorsunuz. Yapılabilecek en büyük keki hazırlamak için kaç litre süte ihtiyacınız vardır?

Şekil 20. Efe'nin çözümü

Beş öğrenci problemin çözüm sürecinde zorluk yaşamış ve zorlandığı kısımlarda başa dönmüştür. Elif'in çözümü Şekil 21'de verilmiştir.

Elif: 2 yumurta varmış. (2 yumurta ve bir kesir bloğu çizdi. Bloğu 10 parçaya ayırıp 3 parçasını taradı.) Ben şöyle düşündüm. 3 yumurta artıyorsa 0,3 litre süt de artar yani 0,6 olur.
 Öğretmen: 2 yumurtaya 0,3 litre süt, 5 yumurtaya kaç olur sence?
 Elif: Ben 0,6 derim. Soruyu pek anlamadım. (Soruyu sessizce okudu.)
 Öğretmen: Çözemeyecek misin sence?
 Elif: Acaba bölebilir miyim? (2'yi 0,3'e bölmeye çalıştı ama yapamadı.) Galiba tam tersini yapacağız. (Sildi yeni işlemi yaptı.) 0,15 çıkıyor.

5. Elinizde 2 yumurta ve 0,3 litre süt ile yapılan bir kek tarifi bulunmaktadır. Sizin 5 yumurtanız var ve yapabileceğiniz en büyük keki yapmak istiyorsunuz. Yapılabilecek en büyük keki hazırlamak için kaç litre süte ihtiyacınız vardır?

Şekil 21. Elif'in çözümü

Altı öğrenci çözüm sürecinde hata yapmış ve hatasını fark etmiştir. Bir öğrenci hariç diğerleri hatalarını düzeltirken Gülnur çözümü tekrar yapmasına rağmen hatasını düzeltmemiş ve yanlış sonuca ulaşmıştır.

Gülnur: 2 ile 0,3'ü çarpıp 4 yumurta için gereken 0,6 litre sütü buldum. Şimdi 0,3'ü 2'ye bölüp 1 yumurta için gereken sütü bulacağım. 0,15 oldu onu da eklememiz lazım. 0,21
 Öğretmen: Emin misin peki?
 Gülnur: Evet. 0,3'ü 2 ile çarpıp 4 yumurta için gerekeni buldum. Geriye 1 yumurta kaldı onu bulmak için de 0,3'ü 2'ye böldüm. 0,15 buldum. 0,6 ile 0,15'i topladım ve 0,21 buldum.
 Öğretmen: Tekrar toplar mısın?
 Gülnur: Ashnda 0,15'i üste yazmam lazım. (Tekrar toplayıp aynı sonucu buldu.)
 Öğretmen: Doğru mu?
 Gülnur: Evet.

Öğrenci işlemi yeniden yapıp kontrol ettiği için "Yeni sonucun doğruluğunu kontrol etti." kategorisine dâhil edilmiştir.

Zehra ve Dilara problemi çözemeyeceklerini belirtmiş ve herhangi bir sonuca ulaşamamıştır.

Zehra: (Bir süre düşündü.) Eğer 2 yumurta için 3 kullanılıyor da birine 1,5 kullanılıyormuş. Ama bir litrelik sütün... yarım... bi... Hocam bu soru biraz zormuş.
 Öğretmen: Karıştırdın mı?
 Zehra: Karıştı hocam. (Bir süre düşündü.) Hocam 3, 3, 3, 3... hayır olmuyor.
 Öğretmen: Kaç tane 3 saydın?
 Zehra: Ben mi? 6 tane saydım. Hayır, 4 tane.
 Zehra: Hocam 2 yumurta 0,3'müş. Bunu 2'ye bölersek bölemiyoruz.

Öğretmen: 0,3'ü 2'ye mi bölmeye çalışıyorsun?

Zehra: Evet

Öğretmen: Neden?

Zehra: Çünkü 2 tane yumurta 0,3 litre süt ile yapılmış 1 tanesini bulmak için onu 2'ye bölmemiz gerekiyor.

Öğretmen: Nasıl böleceğiz?

Zehra: Sonuna sıfır ekleyip öyle mi bölelim?

Öğretmen: Nasıl istersen.

Zehra: Normalde 2'si için 10'da 3 kullanılıyorsa 1 tanesi için sıfır onda 15 kullanılmaz hocam.

Öğretmen: Çözebilecek misin sence?

Zehra: Hayır.

Sonuca ulaşan yedi öğrenciden altısı doğru sonuca ulaşmıştır. Şekil 22'de Dilara'nın doğru ve Şekil 23'de Sevim'in yanlış cevap örnekleri verilmiştir.

5. Elinizde 2 yumurta ve 0,3 litre süt ile yapılan bir kek tarifi bulunmaktadır. Sizin 5 yumurtanız var ve yapabileceğiniz en büyük keki yapmak istiyorsunuz. Yapılabilecek en büyük keki hazırlamak için kaç litre süte ihtiyacınız vardır?

$$\begin{array}{r} 0,3 \\ \times 2 \\ \hline 0,6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0,3 \overline{) 2} \\ \underline{0,6} \\ 15 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0,15 \\ + 0,15 \\ \hline 0,30 \end{array}$$

Şekil 22. Dilara'nın çözümü

5. Elinizde 2 yumurta ve 0,3 litre süt ile yapılan bir kek tarifi bulunmaktadır. Sizin 5 yumurtanız var ve yapabileceğiniz en büyük keki yapmak istiyorsunuz. Yapılabilecek en büyük keki hazırlamak için kaç litre süte ihtiyacınız vardır?

5 yumurta

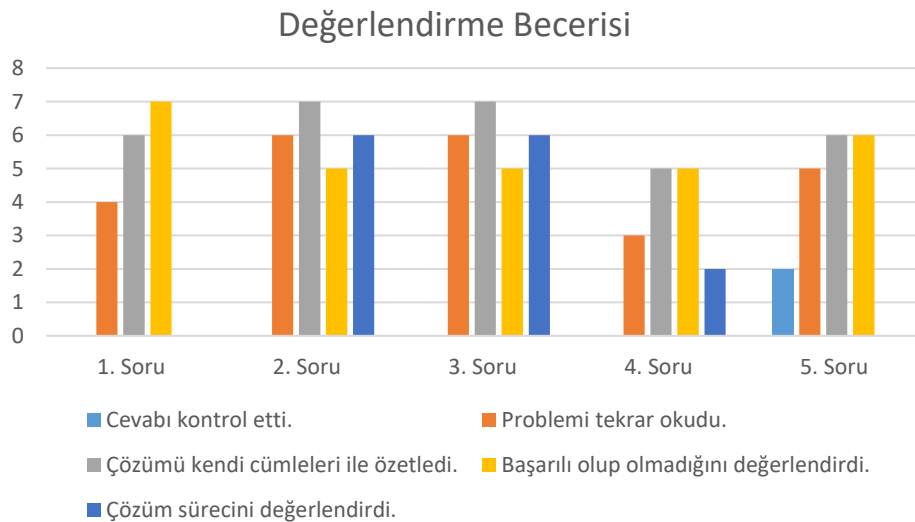
$$\begin{array}{r} \times 10 \\ 0,3 \overline{) 3} \\ \underline{6} \\ 15 \end{array} = 0,15 = 1,5$$

$$\begin{array}{r} 0,15 \\ \times 5 \\ \hline 0,75 \end{array}$$

Şekil 23. Sevim'in çözümü

3.4 Değerlendirme Becerisi

Problemlerin çözümü bittikten sonra öğrencilerden kendilerini ve süreci değerlendirmeleri istenmiştir. Bu aşamada gözlenen değerler Şekil 24'de aşağıda verilmiştir.



Şekil 24. Problemlerin çözümünde gözlemlenen değerlendirme becerileri

İzleme aşamasında olduğu gibi değerlendirme aşamasında da hiçbir öğrenci cevabın doğruluğunu kontrol etmemiştir. “Problemin çözümünde başarılı oldun mu, cevabından emin misin?” şeklinde yöneltilen sorulara “evet” cevabı verilmiş, açıklama yapılmamıştır.

Öğretmen: Kaç elma var yani?

Efe: 13

Öğretmen: Cevabından emin misin?

Efe: Evet eminim doğru.

Öğretmen: Sence cevabın doğru mu?

Zehra: Evet eminim kolay bir soru idi.

Problem çözümünden sonra öğrencilere problemi nasıl çözdükleri sorulmuş ve anlatmaları istenmiştir. Altı öğrenci çözüm sürecini kendi cümleleriyle ifade etmiştir.

Öğretmen: Hangi işlemleri yaptığını anlatır mısın?

Elif: Önce kesri bileşik kesre çevirdim. Sonra 5'i 5'e bölerek 1 sonucunu buldum. Sonra paydaki 13 ile 1'i çarpıp 13 buldum.

Dört öğrenci problemi tekrar okuyarak yaptıkları işlemleri ifade etmiştir.

Öğretmen: Ne yaptığını anlatır mısın?

Sevim: Bir kiloda beş adet elma bulunuyormuş. Pazardan da Ayşe 2 tam $\frac{3}{5}$ kg elma alıyormuş. Bir kilosunu bulmak için çarptım 13 adet elma alıyormuş.

Mülakata katılan dokuz öğrenciden yedi öğrenci başarılı olup olmadığını değerlendirmiş fakat herhangi bir açıklamada bulunmamıştır. Cevabın doğruluğundan emin olduğunu ifade eden öğrencilerin kendilerini başarılı bulduğu kabul edilmiştir.

İkinci problemin çözümü tamamlandıktan sonra öğrencilerden süreci değerlendirmeleri istenmiştir. Hiçbir öğrenci bulduğu cevabı kontrol etmemiştir. İkinci problemin çözüm sürecinin sonunda yedi öğrenci yaptıkları işlemleri kendi cümleleriyle ifade etmiştir.

Gülnur: Önce çözüp sonra anlatsam.

Öğretmen: Tamam.

Gülnur: (Çözümü yaptı.) 120 kilonun $\frac{1}{2}$ 'sını bulmak için 6'ya böldüm. 20 kilo zayıflamış. Sonra ikinci ay da bunun yani birinci ayın sonundaki kilosunun yani 20'nin $\frac{1}{10}$ 'u kadar kilo vermiş diyor. 20'yi 10'a böldüm 2 kilo zayıflamış. 20 ile 2'yi topladım ve 22 kilo zayıflamış.

Öğrenci yanlış bir sonuca ulaşmasına rağmen yaptığı çözümü ifade etmiştir. Öğrenciye ikinci problemin çözümünde başarılı olup olmadığı sorulmuş ve öğrenci ikinci problemin çözümünden çok emin olduğu cevabını vermiştir.

Öğretmen: Doğru mu cevabın? Emin misin?

Gülnur: Ben bu sorudan çok eminim.

Dilara ise doğru sonuca ulaşmasına rağmen başarısından emin olamamıştır.

Öğretmen: Başarılı olduğunu düşünüyor musun?

Dilara: Olabilir. Bazı yerlerde takılmış olabilirim.

Çözüm sonrasında problemin kolay olduğunu ve bulduğu cevabın doğru olduğunu belirten beş öğrenci, başarı değerlendirmesinde bulunmuştur. Çözüm sürecini kendi cümleleriyle ifade ederken süreç ile ilgili değerlendirmelerde bulunan ve problemin zorluk derecesini ifade eden altı öğrenci “Çözüm sürecini değerlendirdi.” kategorisine dâhil edilmiştir.

Öğretmen: Nasıl buldun?

Yaren: 20 kilo zayıfladıysa 120'den 20'yi çıkarınca 100 kalacak. Bu kilonun 10 yani şimdi 100'ü 10'a böleceğiz. 10 buluyoruz sonucu. Yani 10 kilo daha zayıflamış. Toplam kaç kilo zayıfladığını bulmak için 20+10 eşittir 30 çıkıyor. Toplam 30 kilo zayıflamış oluyor.

Öğretmen: Nasıl bir soru?

Yaren: Bence kolay. En başta biraz her zaman dersteki gibi yapmaya çalıştım olmadı. Kendi yorumumu katarak daha kolay çözdüm.

Öğrencilerden problemi farklı bir yol çözmeleri istenmiş ancak çözemedikleri gözlenmiştir.

Öğretmen: Bu soruyu başka bir yol ile çözebilir misin?

Elif: Yapamam. En basit ve anlaşılır yolu bu.

Öğretmen: Başka bir yolla çözebilir misin bu soruyu?

Sevim: İkisini çarpıp sonra 120 ile bölebilirim. Bir deneyim mi? (Denedi ama olmadığını anlayıp sildi.)

Üçüncü problemin çözümü bittikten sonra öğrencilerden kendilerini ve süreci değerlendirmeleri istenmiştir. Bu aşamada gözlenen değerler Şekil 24'de verilmiştir. Problem çözümünü tamamlayan iki öğrenci buldukları cevabı kontrol etmiştir. Öğrencilerden süreci özetlemeleri istenmiş ve altı öğrenci çözümü kendi cümleleri ile özetlemiştir.

Öğretmen: Nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

Emirhan: Kolideki yumurtaların 7'de 3 çatlakmış ben bunu çizdim. 7'de 3'ünü çatlak yaptım. 3 yumurta daha çatlarsa dedi ben de ortadan 2'ye böldüm çünkü tam bölünmüyor. Eşit olması için böldüm. 3'ü de yarıma yazdım. Tamamı 6 olması lazım yani teorime göre. Kolide kaç yumurta var dediği için hepsini topladım.

Öğretmen: Nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

Emirhan: Kolideki yumurtaların 7'de 3 çatlakmış ben bunu çizdim. 7'de 3'ünü çatlak yaptım. 3 yumurta daha çatlarsa dedi ben de ortadan 2'ye böldüm çünkü tam bölünmüyor. Eşit olması için böldüm. 3'ü de yarıma yazdım. Tamamı 6 olması lazım yani teorime göre. Kolide kaç yumurta var dediği için hepsini topladım.

Beş öğrenci başarılı olup olmadığını değerlendirmiştir. Hata yapmadığını ve cevabının doğru olduğunu ifade eden öğrenciler bu kategoriye dâhil edilmiştir.

Öğretmen: Cevabından emin misin?

Zehra: Doğru eminim

Emirhan ve Dilara kendi çözümlerini anlattıktan sonra süreç ile ilgili değerlendirmede bulunmuştur.

Öğretmen: Nasıl bir soruydu sence?

Dilara: Biraz kafa karıştırıcı benim için.

Öğretmen: Nereelerde zorlandın?

Dilara: Şu 3 yumurta zorluk çıkardı benim için. Nasıl yapacağımı bilemedim.

Dördüncü problemin çözümü bittikten sonra öğrencilerden kendilerini ve süreci değerlendirmeleri istenmiştir. Hiçbir öğrenci de cevabı kontrol etme davranışı gözlemlenmemiştir. Üç öğrenci süreç sonunda problemi tekrar okumuş ancak bu davranış cevabı kontrol etmek amacıyla yapılmamıştır. Beş öğrenci çözümü kendi cümleleriyle özetlemiştir.

Öğretmen: Ne yaptın?

Mustafa: $\frac{3}{5}$ demek yani 3,5. $\frac{1}{4}$ çeyrek. Her tam 4 çeyrek. 3 kere 4; 12 ve yarım var. Yarım 2 çeyrek olduğu için 12 ile 2'yi topladım. Cevap 14.

Öğretmen: Ne yaptığını tekrar anlatır mısın?

Sevim: Bir sürahimiz varmış içinde de 3 tam $\frac{1}{2}$ litre yani $\frac{7}{2}$ litre meyve suyu varmış. Bunu da $\frac{1}{4}$ litrelik bardaklara dolduruyormuşuz. Kaç bardak meyve suyu olacağını bulmak için bölüyoruz.

Öğretmen: Bölme işlemi yapman gerektiğine nasıl karar verdin?

Sevim: Dolduruyoruz, eşitliyoruz aslında dökerek bölüyoruz.

Öğretmen: Cevabından emin misin hata yaptığını düşünüyor musun?

Sevim: Hata yapmadım eminim.

Problem sonunda hata yapmadığını ve sonucundan emin olduğunu belirten öğrenciler "Başarılı olup olmadığını değerlendirdi." kategorisine dâhil edilmiştir.

Beşinci problemin çözüm süreci bittikten sonra öğrencilerden kendilerini ve süreci değerlendirmeleri istenmiştir. İzleme sürecini tamamlayan Sevim ve Gülnur buldukları cevabı kontrol etmiştir. Beş öğrenci problemi tekrar okumuştur. Öğrencilere çözüm sürecinde neler yaptıkları sorulmuş ve altı öğrenci yaptıkları sonucu kendi cümleleri ile özetlemiştir.

Öğretmen: Ne yaptığını anlatır mısın?

Emirhan: Elimizde 2 yumurta ve 0,3 litre süt ile yapılan bir kek tarifi bulunmaktaymış hocam. Bizim 5 yumurtamız var ve yapabileceğimiz en büyük keki yapmak istiyormuşuz. Şimdi 5 yumurta varsa bunu 2 ile çarparsak bunu da 2 ile çarpmak zorundayız. Buna 1 eklersek buna 1,5 eklemeliyiz hocam. Çünkü bu 3. 3, 3 daha 6. Bunun yarısı olması lazım. Sonra ona da ekleyince 0,75 yaptım.

Altı öğrenci problemin çözümünde başarılı olup olmadığını değerlendirmiştir. Hata yapmadığını ve cevabının doğru olduğunu ifade eden öğrenciler bu kategoriye dâhil edilmiştir.

Öğretmen: Başarılı oldun mu sence?

Sevim: Hayır. Başarılıyım, başarılıyım.

Öğretmen: Genel olarak soruları değerlendirir misin?

Sevim: Son soruda biraz zorlandım 4 kolaydı, 3 de kolaydı. Sadece 5 zordu.

Öğretmen: Peki bu zorluğu aşmak için ne yaptın?

Sevim: Birçok yol deneyebilirdim. Mantık yürüttüm.

Problem çözme envanterinde yer alan beş problemin çözümü tamamlandıktan sonra öğrencilerden soruları değerlendirmeleri istenmiştir. Verilen cevaplar aşağıda belirtilmiştir.

Efe: Beşinci soru zordu ikinci soru kolaydı.

Elif: Birinci soru kolaydı çünkü bileşik kesre çevirerek kolayca yapabiliriz. Bu basit bir soruydu. İkinci soruda gereken bilgileri vermiş, basit bir soruydu. Üçüncü soru şekille çözebileceğim bir soru işlemle hemen yapamam. Dördüncü soru da kolay bir soru, çevirip bölebiliyoruz. Beşinci soruda baya düşünmemiz gerekiyor şekille değil de işlemle yapılıbiliyormuş.

Emirhan: Beşinci ve ikinci soruda zorlandım diğerleri çok kolaydı.

Gülnur: Benim için ikinci ve dördüncü soru kolaydı. Bir ve üç zorladı.

Mustafa: Birinci soru zordu diğerleri kolaydı.

4. SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

Araştırmada altıncı sınıfa devam eden dokuz öğrencinin kesir problemleri çözüm sürecinde kullandıkları üstbilgi beceriler belirlenmiş ve kullanılan üstbilgi becerileri ile problem çözme başarısı arasındaki ilişki incelenmiştir. Araştırmada üstbilgi beceriler; tahmin, planlama, izleme ve değerlendirme olarak kabul edilmiştir (Schraw ve Moshman, 1995; Cornoldi, 1997; Desoete, Roeyers, Buysee, 2001; Desoete ve Roeyers, 2002). Bu amaç doğrultusunda öğrencilerle birebir problem çözme oturumları ve mülakatlar gerçekleştirilmiştir. Problem çözüm sürecinde kullanıldığı gözlenen üstbilgi beceriler gözlem formuna kaydedilmiştir. Araştırma bulguları öğrencilerin kullandıkları üstbilgi becerilerin belirlenmesi ve problem çözme başarılarının değerlendirilmesi sonucunda elde edilmiştir. Sonuçta altıncı sınıf öğrencilerinin kesir problemleri çözme sürecinde üstbilgi becerileri kullandıkları belirlenmiştir. En fazla kullanılan üstbilgi beceriler sırasıyla izleme, tahmin ve planlama becerileri olarak belirlenmiştir. Aydurmuş (2013) en yoğun kullanılan üstbilgi becerilerini sırasıyla izleme, tahmin, planlama ve değerlendirme olarak belirlemiştir. Öğrencilerin en az kullandığı üstbilgi becerisi değerlendirme becerisi olarak belirlenmiştir. Öğrenciler problem çözümü için planladıklarını uyguladıktan sonra çözüm sürecini değerlendirecek becerileri çok fazla kullanmamışlardır. Ulaştıkları sonucu kontrol etme, sağlama yapma gereksinimi duymadan bir sonraki probleme geçmişlerdir. Bu nedenle değerlendirme becerisi için sınırlı gözlem yapılabilmektedir. Arslan ve Altun (2007) öğrencilerin problem çözümlerinde kullandıkları problemi analiz etme, sonuçları değerlendirme gibi becerilerin yeterli düzeyde olmadığını belirtmiştir. Aksu (1984) problem çözümlerinde sonuç bulduktan sonra, bu sonucun anlamlı olup olmadığına karar verme aşamasının birçok öğrenci tarafından önemsenmediğini ifade etmiştir. Kramarski, Mavarech ve Arami (2002) yedinci sınıf öğrencileriyle gerçekleştirdiği çalışmada problem çözme etkinliklerinin üstbilgi becerilere etkisini incelemiş, deney grubunun üstbilgi becerilerden izleme, değerlendirme ve planlama becerilerini daha sık ve bilinçli kullandıkları sonucuna ulaştıkları bireysel olarak problemleri çözen öğrencilerden çok azının buldukları yanıtı kontrol etme becerisini yerine getirdiği sonucuna ulaşmıştır. Schraw ve Dennison (1994) yüksek üstbilgiye sahip öğrencilerin planlama, izleme ve değerlendirme becerilerini daha fazla kullandıklarını bildirmiştir. Pugalee (2004) problemin hedefini belirlemek için gerekli işlemlerin en çok yapılan beceri olduğunu belirtmekte ancak öğrencilerin buldukları yanıtları değerlendirme sürecini genellikle yerine getirmediklerini ifade etmektedir.

Araştırma bulgularından elde edilen veriler doğrultusunda genel olarak üstbilgi becerileri kullanan öğrencilerin problem çözme sürecinde daha başarılı olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Özsoy (2007) üstbilgi becerilerin öğrencilerin problem çözme başarısında önemli etkiye sahip olduğunu, üstbilgi düzeyleri yüksek olan öğrencilerin daha başarılı olduklarını ortaya koymaktadır. Zan (2000) akademik başarıları düşük öğrencilerin üstbilgi düzeylerinin düşük olduğu sonucuna ulaşarak araştırma sonucunu tersi yönden desteklemiştir. Yabaş ve Altun (2009) öğrencilere üstbilgi becerilerin kazandırılmasının gerek günlük yaşam becerileri gerekse de akademik başarı bakımından önemli olduğunu belirtmektedir. Young (2010), üstbilgi ile akademik başarı arasındaki ilişkiyi incelediği çalışmasında problem çözme sürecinde öğrencilerin matematik başarısı ile üstbilgi arasında sıkı bir ilişkili olduğu sonucuna ulaşmıştır. Ayrıca, Memiş ve Arıcan (2013) matematik başarısı ve üstbilgi arasında orta seviyede ve anlamlı bir ilişki olduğunu belirtmişlerdir. Bunların dışında birçok araştırmada üstbilgi ile problem çözme başarısı arasındaki olumlu ilişki ortaya konulmuştur (Chan ve Mansoor, 2007; Cornoldi, 1997; Karakelle, 2012; Pehlivan, 2012; Erdoğan, 2013; Alan, 2017).

Problem çözme başarısı ile kullanılan üstbilgi becerileri karşılaştırıldığında değerlendirme becerisinin problem çözme başarısı üzerinde etkisinin olmadığı sonucuna ulaşılmıştır. Tahmin, planlama ve izleme becerileri ile problem çözme başarısı arasında anlamlı bir ilişki olduğu belirlenmiştir. Problem çözümlerinde tam başarılı sayılan öğrenciler tahmin, planlama ve izleme becerilerini kullanırken değerlendirme becerisi sadece birkaç öğrenci tarafından kullanılmıştır.

Everson ve Tobias (1998) üniversite öğrencilerinin bilgi izleme yeteneği ile akademik başarı arasında ilişki olduğunu ortaya koymuştur. Victor (2004) göre planlama eksikliği öğrencilerin okuldaki öğrenme güçlüğüne neden olan faktörlerdendir. Schoenfeld (1982) farklı matematiksel başarı düzeyindeki öğrencilerin problem çözme davranışları ile uzman bir matematikçinin problem çözme aşamalarını karşılaştırdığı çalışmasında matematikçinin başarısını, onun planlama ve izleme becerilerine dayandırmıştır. Desoete, Roeyers ve Buysee (2001) çalışması sonucunda ulaştıkları matematiksel problem çözümlerde üstbilgin ve üstbilgi kontrolün alt boyutlarından tahmin becerisi ile anlamlı düzeyde ilişkili olduğu bulgusu araştırma sonucunu desteklerken ve değerlendirme becerisi ile anlamlı ilişki olduğu bulgusu araştırma sonucuyla uyumsuzdur. Benzer şekilde Ekenel (2005) araştırmaları sonucunda ulaştığı üstbilgi öğrenme stratejilerinden planlama becerisinin matematik dersi başarısını artırma ile ilişkili olduğu bulgusu araştırmayı desteklerken değerlendirme becerilerinin de matematik ders başarısı ile ilişkili olduğu sonucu araştırma bulgusuyla ters düşmektedir.

Özetle; altıncı sınıf öğrencileri kesir problemleri çözme sürecinde tahmin, planlama, izleme ve değerlendirme üstbilgi becerilerini kullandıkları gözlemlenmiştir. Üstbilgi becerilerini kullanan öğrencilerin problem çözme sürecinde daha başarılı olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Başarılı öğrencilerin en çok kullandıkları üstbilgi becerileri sırasıyla izleme, planlama ve tahmin becerileri olurken değerlendirme becerisi ile problem çözme başarısı arasında anlamlı bir ilişki kurulamamıştır. Bu çalışmanın sonuçları doğrultusunda aşağıdaki önerilerde bulunulabilir.

- Üstbilgi becerileri kullanan öğrencilerin problem çözme sürecinde daha başarılı olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Bu nedenle öğrencilerin problem çözme başarılarının artırılması için üstbilgi becerilerinin kazandırılması önemlidir. Öğretim süreci içerisinde üstbilgi becerileri geliştiren ve bu gelişimi destekleyici bir öğretim programı yürütülmelidir.
- Matematik öğretimi sırasında algoritmik işlem öğretiminin yanında öğrencileri düşünmeye ve keşfetmeye yönlendiren etkinliklere de yer verilmelidir. Böylece kendi düşünme süreçlerini sorgulayan ve yöneten bireyler yetiştirilebilir.
- Üstbilgin matematik dersi dışında da incelenmesi ve diğer derslerdeki etkisinin araştırılması bireylerin kendi öğrenim süreçlerini düzenlemeleri açısından fayda sağlayacaktır.

Araştırma ve Yayın Etiği Beyanı

Bu araştırma Erciyes üniversitesi Etik kurulundan ve Kayseri Milli Eğitim Müdürlüğünden izin alınarak gerçekleştirilmiştir.

Yazarların Makaleye Katkı Oranları

Tüm yazarlar aynı oranda katkı sağlamışlardır.

Destek Beyanı

Erciyes Üniversitesi Bilimsel Projeler Koordinatörlüğünce SYL-2018-8001 kodlu proje kapsamında desteklenmektedir.

Teşekkür

Bu makalenin geliştirmesine katkılarında dolayı hakemlere teşekkür ederiz. Yüksek lisans jürisinde bulunan Prof. Dr. İbrahim Bayazit'a ve Doç Dr. Arzu Aydoğan Yenmez'e katkılarında dolayı ayrıca teşekkür ederiz.

5. KAYNAKÇA

Adibnia, A., & Putt, I. J. (1998). Teaching problem solving to year 6 students: A new approach. *Mathematics Education Research Journal*, 10(3), 42-58.

Aksu, M. (1984). Matematiksel problemleri çözümlerde öğrenci güçlükleri. *Eğitim ve Bilim Dergisi*, 8(48).

Alan, S. (2017). *Problem genişletme etkinliklerinin problem çözme ve üstbilgiye etkisi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Ordu Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ordu.

Alexander, J. M., Fabricius, W. V., Fleming, V. M., Zwahr, M. & Brown, S. A. (2003). The development of metacognitive causal explanations. *Learning and Individual Differences*, 13(3), 227-238.

Annevirtaa, T. & Vaurasa, M. (2006). Developmental changes of metacognitive skill in elementary school children. *The Journal of Experimental Education*, 74 (3), 195-226.

Arslan, Ç. & Altun, M. (2007). Learning to solve non-routine mathematical problems. *İlköğretim Online*, 6(1).

Artz, A. F. & Armour-Thomas, E. (1992). Development of a cognitive-metacognitive framework for protocol analysis of

mathematical problem solving in small groups. *Cognition and Instruction*, 9(2), 137-175.

Aydurmuş, L. (2013). *8. sınıf öğrencilerinin problem çözme sürecinde kullandığı üstbilgi becerilerin incelenmesi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.

Azak, S. (2015). *Ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin problem çözümede kullandıkları stratejilerin ve üstbilgi davranışlarının belirlenmesi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.

Bağçeci, B., Dös, B. ve Sarıca, R. (2011). İlköğretim öğrencilerinin üstbilgi farkındalık düzeyleri ile akademik başarıları arasındaki ilişkinin incelenmesi. *Mustafa Kemal Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 8(16), 551-566.

Balcı, G. (2007). İlköğretim 5. sınıf öğrencilerinin sözel matematik problemlerini çözme düzeylerine göre bilişsel farkındalık becerilerinin incelenmesi. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Çukurova Üniversitesi, Adana.

Borkowski, J. G. (1992). Metacognitive theory: A framework for teaching literacy, writing, and math skills. *Journal of Learning Disabilities*, 25(4), 253-257.

Chan, C. M. E. & Mansoor, N. (2007). Metacognitive behaviors of primary 6 students in mathematical problem solving in a problem-based learning setting. *Proceedings of the Redesigning Pedagogy: Culture, Knowledge and Understanding Conference*, Singapore.

Cornoldi, D. L. C. (1997). Mathematics and metacognition: What is the nature of the relationship? *Mathematical Cognition*, 3(2), 121-139.

Çağlıköse, M. (2019). *6. Sınıf öğrencilerinin kesir problemleri çözme sürecinde kullandıkları üstbilgi becerilerin incelenmesi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Erciyes Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Kayseri.

Çalışkan, M. (2010). *Öğrenme stratejileri öğretiminin yürütücü biliş bilgisine, yürütücü biliş becerilerini kullanmaya ve başarıya etkisi*. Yayınlanmamış doktora tezi, Selçuk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Konya.

Çetin, B. (2006). İlköğretim 5. sınıf öğrencilerinin bilişüstü becerilerinin incelenmesi. *Ulusal Sınıf Öğretmenliği Kongresi Bildirileri*, 2.

Çetinkaya, P. (2000). *Metacognition: its assessment and relationship with reading comprehension, achievement, and aptitude for sixth grade student*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Boğaziçi University, The Institute of Social Sciences, İstanbul.

Depaepe, F., De Corte, E., & Verschaffel, L. (2010). Teachers' metacognitive and heuristic approaches to word problem solving: analysis and impact on students' beliefs and performance. *ZDM*, 42(2), 205-218.

Demir, Ö. (2016). Ortaokul öğrencilerinde problem çözme ve bilişsel farkındalık beceri düzeylerinin incelenmesi. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 24(2), 789-802.

Desoete, A., Roeyers, H., Buysee, A. (2001). Metacognition and mathematical problem solving in grade 3. *Journal of Learning Disabilities*, 34, 435-449.

Desoete, A., Roeyers, H. (2002). Offline metacognition a domain specific retardation in young children with learning

Ektem, I. S. (2007). *İlköğretim 5. sınıf matematik dersinde uygulanan yürütücü biliş stratejilerinin öğrenci erişimi ve tutumlarına etkisi*, Yayınlanmamış doktora tezi, Selçuk Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü.

Erdoğan, F. (2013). Matematik öğretiminde üstbilişsel stratejilerle desteklenen işbirlikli öğrenme yönteminin 6. sınıf öğrencilerinin akademik başarıları, üstbilişsel becerileri ve matematik tutumuna etkisinin incelenmesi. *Yayımlanmamış doktora tezi, Marmara Üniversitesi, İstanbul*.

Everson, H. T. & Tobias, S. (1998). The ability to estimate knowledge and performance in college: A metacognitive analysis. *Instructional Science*, 26(1-2), 65-79.

Flavell, J. H. (1979). Metacognition and cognitive monitoring: A new area of cognitive developmental inquiry. *American Psychologist*, 34(10), 906-911.

Goldberg, P. D. & Bush, W.S. (2003). Using metacognitive skills to improve 3rd graders' math problem solving. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 25(4), 36.

- Goos, M. & Galbraith, P. (1996). Do it this way! Metacognitive strategies in collaborative mathematical problem solving. *Educational Studies in Mathematics*, 30(3), 229-260.
- Goos, M., Galbraith, P. & Renshaw, P. (2002). Socially mediated metacognition: Creating collaborative zones of proximal development in small group problem solving. *Educational Studies in Mathematics*, 49(2), 193-223.
- Kanadlı, S. ve Sağlam, Y. (2013). Üstbilişsel davranışlar problem çözmede faydalı mıdır? *İlköğretim Online*, 12(4).
- Kapa, E. (2001). A metacognitive support during the process of problem solving in a computerized environment. *Educational Studies in Mathematics*, 47, 317-336.
- Kaplan, A. ve Duran, M. (2015). Ortaokul öğrencilerinin matematik dersine çalışma sürecinde üstbiliş farkındalık düzeylerinin karşılaştırılması. *Bayburt Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, X, Sayı:II.
- Kaplan, A., Duran, M. ve Baş, G. (2016). Ortaokul öğrencilerinin matematiksel üstbiliş farkındalıkları ile problem çözme beceri algıları arasındaki ilişkinin yapısal eşitlik modeliyle incelenmesi. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 17(1), 1-16.
- Karaçam, S. (2009). *Öğrencilerin kuvvet ve hareket konularındaki kavramsal anlamalarının ve soru çözümünde kullandıkları bilişsel ve üstbiliş stratejilerinin soru tipleri dikkate alınarak incelenmesi*. Yayımlanmamış doktora tezi, Gazi Üniversitesi /Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Karakelle, S. (2012). Üst bilişsel farkındalık, zekâ, problem çözme algısı ve düşünme ihtiyacı arasındaki bağlantılar. *Eğitim ve Bilim*, 37(164).
- Karasar, N. (2005). Bilimsel araştırma yöntemi. *Ankara: Nobel Yayın Dağıtım*, 151-152.
- Karasar, N. (2006). Bilimsel Araştırma Yöntemi. Ankara: Nobel Yayınları.
- Kramarski, B., Mavarech, Z. R., & Arami, M. (2002). The effects of metacognitive instruction on solving mathematical authentic tasks. *Educational Studies in Mathematics*, 49, 225-250.
- Küçük-Özcan, Z. Ç. (2000). Teaching metacognitive strategies to 6th grade students. *Unpublished master thesis. Boğaziçi University, the Institute of Science and Engineering*, İstanbul.
- Legg, A. M. & Locker Jr, L. (2009). Math performance and its relationship to math anxiety and metacognition. *North American Journal of Psychology*, 11(3).
- Lioe, L. T., Fai, H. K., & Hedberg, J. G. (2005). Thinker-Listener pair interactions to develop students' metacognitive strategies for mathematical problem solving. *The Third East Asia regional conference on mathematics education, 7-12 August 2005*, Shanghai, China.
- Lee C. B., Teo, T. & Bergin D. (2009). Children's use of metacognition in solving everyday problems: an initial study from an asian context. *The Australian Educational Researcher*, 36(3), 89-102.
- Lescault, J. M. (2002). *Problem solving strategies of eighth grade accelerated mathematics students*. Unpublished doctoral dissertation, Department of Mathematics, Illinois State University, Umi Number: 3064533.
- Mayer, R. E. (1998). Cognitive, metacognitive, and motivational aspects of problem solving. *Instructional science*, 26(1-2), 49-63.
- MEB. (2017). *İlköğretim Matematik Dersi (5-8. Sınıflar) Öğretim Programı*. Ankara: MEB.
- Meijer, J., Veenman, M. V. & Van Hout Wolters, B. (2006). Metacognitive activities in text-studying and problem-solving: Development of a taxonomy. *Educational Research and Evaluation*, 12(3), 209-237.
- Memiş, A. ve Arıcan, H. (2013). Beşinci sınıf öğrencilerinin matematiksel üstbiliş düzeylerinin cinsiyet ve başarı değişkenleri açısından incelenmesi. *Karaelmas Eğitim Bilimleri Dergisi*, 1(1), 76-93.
- Memnun, D. S. ve Akkaya, R. (2012). Matematik, fen ve sınıf öğretmenliği öğrencilerinin bilişötesi farkındalıklarının bilişin bilgisi ve düzenlenmesi boyutları açısından incelenmesi. *Kuramsal Eğitim Bilim Dergisi*, 5(3).
- Oğraş, A. (2011). *İlköğretim öğretmenlerinin matematiksel problem çözme aşamalarını ve üstbiliş düşünme becerilerini uygulama süreçlerinin değerlendirilmesi*. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi, Gaziantep Üniversitesi, Gaziantep.

- Okur, S. (2008). *Students' strategies, episodes and metacognitions in the context of PISA 2003 mathematical literacy items*. Unpublished doctoral dissertation, Middle East Technical University, Graduate School of Naturel and Applied Sciences, Ankara.
- Özcan, Z. Ç. (2007). *Sınıf öğretmenlerinin derslerinde biliş üstü beceri geliştiren stratejileri kullanma özelliklerinin incelenmesi*. Yayınlanmamış doktora tezi, Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Özsoy, G. (2007). *İlköğretim beşinci sınıfta üstbiliş stratejileri öğretiminin problem çözme başarısına etkisi*. Yayınlanmamış doktora tezi, Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Panaoura A. & Philippou G. (2007). The developmental change of young pupils' metacognitive ability in mathematics in relation to their cognitive abilities. *Cognitive Development*, 22, 149-164.
- Pehlivan, F. (2012). *İlköğretim beşinci sınıf matematik dersinde üstbiliş strateji kullanımının öğrencilerin başarı ve tutumlarına etkisi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Niğde Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Niğde.
- Pilten, P. (2008). *Üstbiliş stratejileri öğretiminin ilköğretim besinci sınıf öğrencilerinin matematiksel muhakeme becerisine etkisi*. Yayınlanmamış doktora tezi, Gazi Üniversitesi /Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Pilten, P. & Yener, D. (2010). Evaluation of metacognitive knowledge of 5th grade primary school students related to non-routine mathematical problems. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 2(2), 1332-1337.
- Pintrich, P. R. & De Groot, E. V. (1990). Motivational and self-regulated learning components of classroom academic performance. *Journal of Educational Psychology*, 82(1), 33.
- Pugalee, D. K. (2004). A comparison of verbal and written descriptions of students' problem solving processes. *Educational Studies in Mathematics*, 55, 27.
- Schraw, G., & Dennison, R. S. (1994). Assessing metacognitive awareness. *Contemporary Educational Psychology*, 19, 460-475.
- Schraw, G., & Moshman, D. (1995). Metacognitive theories. *Educational Psychology Review*, 7(4), 351-371.
- Schoenfeld, A. H. (1982). Some thoughts on problem-solving research and mathematics education. In F. K. Lester and J. Garofalo (Eds.) *Mathematical Problem Solving: Issues In Research* (pp. 27-37). Philadelphia: Franklin Institute Press.
- Sevgi, S. & Çağlıköse, M. (2018). Altıncı sınıf öğrencilerinin üst biliş becerilerinin bazı değişkenler açısından incelenmesi, Uluslararası Eğitim Araştırmaları ve Öğretmen Eğitimi Kongresi (2nd Education Research and Teacher Education Congress / ERTE Congress), Kuşadası, Aydın, Türkiye.
- Sevgi, S. & Çağlıköse, M. (basım aşamasında) Altıncı sınıf öğrencilerinin üstbiliş becerilerinin bazı değişkenler açısından incelenmesi. *Cumhuriyet International Journal Education*.
- Sperling, R. A., Howard, B. C., Staley, R. & DuBois, N. (2004). Metacognition and self-regulated learning constructs. *Educational Research and Evaluation*, 10(2), 117-139.
- Swanson, H. L. (1992). The relationship between metacognition and problem solving in gifted children. *Roeper Review*. 15(1), 43-49.
- Şen, Ş. H. (2003). Biliş ötesi stratejilerin ilköğretim okulu besinci sınıf öğrencilerinin okuduğunu anlama düzeylerine etkisi. *Yayımlanmamış doktora tezi*. Gazi Üniversitesi, Ankara.
- Thorpe, K. J. & Satterly, D. J. H. (1990). The development and inter-relationship of metacognitive components among primary school children. *Educational Psychology*, 10(1), 5-21.
- Veenman, M. V. J. (2005). The assessment of metacognitive skills: what can be learned from multi-method designs? In: B. Moschner, C. Artelt (Eds.) *Lernstrategien und Metakognition: Implikationen für Forschung und Praxis* (75-97). Berlin: Waxmann.
- Victor, A. M. (2004). *The effects of metacognitive instruction on the planning and academic achievement of first and second grade children*. Unpublished doctoral dissertation, Graduate College of the Illinois Institute of Technology, Chicago.
- Yabaş, D. ve Altun, S. (2009). Farklılaştırılmış öğretim tasarımının öğrencilerin özyeterlik algıları, bilişüstü becerileri ve akademik başarılarının incelenmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 37, 201-214.
- Yıldız, A. ve Güven, B. (2016). Matematik öğretmenlerinin problem çözme ortamlarında öğrencilerinin üstbilişlerini harekete

geçirmeye yönelik davranışları. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 17(1), 575-598.

Yıldız, E., Akpınar, E., Tatar, N. ve Ergin, O. (2009). Exploratory and confirmatory factor analysis of the metacognition scale for primary school students. *Educational Sciences: Theory and Practice*, 9(3), 1591-1604.

Yılmaz, H. B. (1997). *Effects of metacognitive training on seventh grade students' problem solving performance*. Unpublished master thesis, Graduate Program in Secondary School Science and Mathematics Education, Boğaziçi University, İstanbul.

Young, A. E. (2010). *Explorations of metacognition among academically talented middle and high school mathematics students*. University of California, Berkeley.

Yurdakul, B. (2004). *Yapılandırmacı öğrenme yaklaşımının öğrenenlerin problem çözme becerilerine, bilişötesi farkındalık ve derse yönelik tutum düzeylerine etkisi ile öğrenme sürecine katkıları*. Yayımlanmamış doktora tezi, Hacettepe Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara.

Zan, R. (2000). A Metacognitive intervention in mathematics at university level. *International Journal of Mathematical Education in Science Technology*, 31(1) 143-151.

6. EXTENDED ABSTRACT

Research on how metacognition affects behavior in the problem solving process is increasing in the literature (Schoenfeld, 1982; Pugalee, 2004; Balcı, 2007; Özsoy, 2007; Pilten and Yener, 2010; Bağçeci, Döş, Sarıca, 2011; Oğraş, 2011; Memnun and Akkaya, 2012; Kanadlı and Sağlam, 2013; Aydurmuş, 2013; Azak, 2015; Yıldız and Güven, 2016; Kaplan, Duran and Baş, 2016; Demir, 2016). The importance of gaining metacognitive skills in problem solving process has been revealed by many researchers.

This study aims to reveal the sixth-grade students' metacognition skills they use while solving fraction problems. Sub research problems are: How often do they use metacognitive skills such as prediction, planning, monitoring and evaluation skills during fractions problem solving? and Is there a relationship between achievement level of problem solving and metacognitive skills they use?

The reason for choosing fraction is that teaching fraction subject starts at the first grade and ends the sixth-grade in the mathematics curriculum. Students gain all objectives related to the fraction subject at the second semester of sixth-grade. Other reason for choosing fractions is that fractions are used widely in our daily life and fractions subject is flexible and multi directional and has different problem-solving strategies during the process.

Steps of metacognitive skills were defined as prediction, planning, monitoring and evaluation in this study (Schraw and Moshman, 1995; Cornoldi, 1997; Desoete, Roeyers, Buysee, 2001; Desoete and Roeyers, 2002). Sample of the study consists of 324 female and 305 male students from randomly selected 6 schools in Kayseri. One school was selected randomly from the sample of six schools and 9 students were selected randomly from that school, but their mathematics achievement and metacognition scale results were considered. Their mathematics teachers' opinions were also considered while choosing these 9 students randomly. Metacognition scale (Yıldız, Akpınar, Tatar ve Ergin, 2009) was used to determine students' metacognition levels. Observation form which was developed by the researcher was used to monitor the process of problem-solving activities. For the aim of this study, interviews and problem-solving hours were conducted. Metacognitive skills which were used during the problem-solving process were added to the observation form. Results of the study were determined in relation to determined metacognitive skills of students and revealed students' achievement at problem solving process.

Sixth-grade students' metacognitive skills about problem solving process of fractions were determined at the end of the study. The most frequently used metacognitive skills are monitoring, prediction and planning respectively. Aydurmuş (2013) stated that the mostly used metacognitive skills are monitoring, predicting, planning and evaluating respectively. The least used metacognitive skill is evaluation phase. Students planned the problem solving process but they randomly used evaluation phase after solving the problem. They did not need to evaluate the problem-solving process and they moved to next problem without checking the solution. As a result of the skipping the problem-solving checking process, the evaluation part was observed to be restrictive. Arslan and Altun (2007) revealed that students were not at an average or good level of analyzing the problem and evaluating the results of the problem. Aksu (1984) stated similar result as students were not dealing with the meaning of the result after getting a number at the end of applying a strategy to solution. They did not give importance to checking the meanings of results. Kramarski, Mavarech ve Arami (2002) analyzed the effect of problem solving activities on the metacognitive skills. Experimental group used monitoring, evaluating, planning frequently and ambiguously but few of the students used evaluating phase of metacognitive skills and checked the appropriateness of the solution.

The comparisons of the problem-solving success and the use of metacognitive skills confirmed that evaluation phase did not have an effect on the success of problem-solving process. No meaningful relations between prediction, planning and monitoring phase of the metacognition phases was confirmed. Successful students used prediction, monitoring phases of the metacognitive

skills at problem-solving process. Meanwhile, few of them used evaluating phase of the metacognitive skills at problem-solving process.

Sixth-grade students used prediction, planning, monitoring, and evaluation at the problem-solving process of fractions. Results confirmed that successful students used more metacognitive skills than the students who have an average level of mathematics success. These students frequently used monitoring, planning and prediction phases of metacognitive skills, but evaluation phase of the metacognitive skills and achievement at the problem-solving phases were not related.

Suggestions of the study are:

- Students who used metacognition phases were more successful at the problem-solving phases than the other students. To increase problem solving abilities of the students, the use of metacognitive skills should be increased. Mathematics instruction should be supportive for the development of metacognitive skills. Mathematics curriculums should support the instruction at the classrooms with metacognitive skills.
- Mathematic instruction should cover ambiguous mathematic activities at the classroom for the improvements of the metacognitive skills. These ambiguous mathematics activities should be beyond the algorithmic activities. Student should judge their understandings and they should manage their learning process.
- Metacognitive skills should be analyzed in the other learning areas of the mathematics and other subjects. Students should observe and arrange their learning process at all subject matters.