Ömer Halisdemir Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi
Yıl: 2021 Cilt-Sayı: 14(3) ss: 800–821

Academic Review of Economics and Administrative Sciences
Year: 2021 Vol-Issue: 14(3) pp: 800–821

https://dergipark.org.tr/tr/pub/ohuiibf

Araştırma Makalesi
Research Article

ISSN: 2564-6931
DOI: 10.25287/ohuiibf.776905
Geliş Tarihi / Received: 04.08.2020
Kabul Tarihi / Accepted: 06.10.2020
Yayın Tarihi / Published: 31.07.2021

ENTROPİ TEMELLİ LANCHESTER SAVAŞ MODELİ İLE BİR FUTBOL MAÇININ ANALİZİ

Nuri ÖMÜRBEK [1]
Gamze KILINÇ [2]
Meltem KARAATLI [3]

Öz

Eskiden beri kullanılmakta olan savaş strateji modelleri karar vermeye yardımcı modellerdir. Lanchester savaş kanunları, Frederick Lanchester'ın II. Dünya Savaşı sırasında geliştirmiş olduğu savunma stratejilerini temel alan matematiksel bir savaş modelidir. Bu model savaş ya da mücadele içeren olaylarda matematiksel bir analiz ile simülatör görevi görmektedir. Diferansiyel denklemler yardımıyla, tarafların çeşitli durumlar altındaki yıpranma oranları hesaplanır ve olay matematiksel olarak canlandırılır. Böylece, tarafların farklı senaryolar altında vereceği tepkilerin öngörülmesi ile risk analizi ve karar verme aşamaları daha sağlıklı bir şekilde gerçekleştirilmiş olacaktır. Günümüzde Lanchester'ın savaş modelleri sadece savaş stratejilerinde değil aynı zamanda karşılıklı rekabet halinde olan tüm durumlarda kullanılmaktadır. Lanchester denklemleri; işletmelerin risk analizi ve pazar paylarının belirlenmesinde, hayvan gruplarının mücadelesinde, biyoloji ve sağlık gibi çeşitli alanlarda kullanılmaktadır. Bu çalışmada ise Lanchester savaş modeli Süper Lig kapsamında 23.02.2020 tarihinde oynanan Fenerbahçe-Galatasaray maçına uyarlanmıştır. Çalışmanın amacı, Lanchester denklemleri yardımıyla çeşitli durumlar altında tarafların saldırı-savunma stratejilerinin incelenmesidir. Bu model kapsamında senaryo niteliği taşıyan Fenerbahçe'nin favori olduğu durum ile Galatasaray'ın kazandığı mevcut durumların matematiksel analizi yapılmıştır. Analizler sonucunda; senaryo niteliği taşıyan modelde Fenerbahçe takımı kazanmıştır. Mevcut durum analizinde ise gerçekleşen durumla uyumlu sonuçlara ulaşıldığı görülmüştür.

Anahtar Kelimeler *: Senaryo analizi, Strateji, Lanchester Savaş Modeli, FB-GS Maçı*

Jel Sınıflandırması *: C2, C63, C7.*

[1] Prof. Dr., Süleyman Demirel Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi İşletme Bölümü Üretim Yönetimi ve Pazarlama Ana Bilim Dalı, nuriomurbek@sdu.edu.tr. ORCID: 0000-0002-0360-4040.

[2] 100/2000 YÖK Doktora Bursiyeri, Süleyman Demirel Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü İşletme Ana Bilim Dalı, gamzeeklncc@gmail.com, ORCID: 0000-0001-7746-3634.

[3] Doç. Dr., Süleyman Demirel Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi İşletme Bölümü Sayısal Yöntemler Ana Bilim Dalı, meltemkaraatli@sdu.edu.tr, ORCID: 0000-0002-7403-9587.

Atıf / Citation (APA 6):
Ömürbek, N., Kılınç, G., & Karaatlı, M. (2021). Entropi temelli Lanchester Savaş Modeli ile bir futbol maçının analizi. *Ömer Halisdemir Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi, 14*(3), 800–821. http://doi.org/10.25287/ohuiibf.776905.

ANALYSIS OF A FOOTBALL MATCH WITH THE ENTROPY BASED LANCHESTER WAR MODEL

Abstract

Warfare strategy models that have been used since the past are models that help decision making. Lanchester's war laws are a mathematical model of warfare based on the defense strategies developed during II. World War by Frederick Lanchester. This model acts as a simulator with a mathematical analysis in events involving war or struggle. With the help of differential equations, the attrition rates of the parties under various conditions are calculated and the event is mathematically animated. Thus, risk analysis and decision-making stages will be carried out in a healthier way by predicting the reactions of the parties under different scenarios. Today, Lanchester's war models are used not only in war strategies, but also in all cases where there is mutual competition. Lanchester equations are used in various fields such as in risk analysis of enterprises and in determining market shares, in the struggle of animal groups, biology and health. In this study, Lanchester war model was adapted to Fenerbahçe-Galatasaray match played on 23.02.2020 within the scope of Super League. The aim of this study is to examine the attack-defense strategies of the parties under various cases with the help of Lanchester equations. Within the scope of this model, a mathematical analysis of the scenario situation in which Fenerbahçe was the favorite and the current situation in which Galatasaray won. As a result of the analysis; Fenerbahçe team won in the model which is a scenario. In the current situation analysis, it was seen that results compatible with the actual situation were achieved.

Keywords ***:*** *Scenario analysis, Strategy, Lanchester War Model, FB-GS Match.*

Jel Classification ***:*** *C2, C63, C7.*

GİRİŞ

İngiliz mühendis Frederick Lanchester'ın II. Dünya savaşı esnasında Almanlara karşı İngiltere hava sahasını korumak amaçlı hava savunma stratejilerini temel alarak kurduğu Lanchester eşitlikleri, savaş dönemlerinde ve mücadele içeren çeşitli olaylarda karar verme mekanizmasına yardımcı olmak için kullanılan matematiksel bir analizdir. Gerçek savaşları ya da rekabet halindeki taraf ve olayları bir çeşit simülasyon yaparak taktikleri belirlemek için eskiden beri yaygın olarak kullanılan bir modeldir. Günümüzde rekabet halindeki işletmelere de uygulanarak Yeni Lanchester kanunları olarak literatürde yerini korumaya devam etmektedir. İşletmeler Lanchester kanunları yardımıyla simüle ettikleri çeşitli durumlar da saldırı veya savunma stratejileri geliştirebilmekte ya da pazar paylarını belirleyebilmektedir (Stanescue, Barriga, Buro, 2015: 86–87; Tang, Leu, Abbass, 2019: 35–40).

Bu çalışmada ise Lanchester kanunları, Süper Lig Takımlarından ve iki ezeli rakip olan Fenerbahçe-Galatasaray maçına uyarlanmıştır. Süper Lig kapsamında 23.02.2020 tarihinde oynanan Fenerbahçe-Galatasaray maçını 1-3 skor ile Galatasaray kazanmıştır. Bu uygulama Lanchester modelinin temelinde yatan zayıf tarafın dahi savunma stratejileri ile düşmanı maksimum zarara uğratabilmesinin mümkün olduğu mantığına da uyum göstermiştir. Çalışmada ilk olarak maç sonucunu etkileyecek iki farklı durum incelemesi yapılarak istatistik ve stratejilerin önemi vurgulanacaktır. Bunun için önce her bir kriterin entropi ağırlıkları bulunacak ve daha sonra normalize edilmiş kriter değeri ile entropi değerleri çarpılarak Fenerbahçe-Galatasaray maçının ağırlıklandırılmış karar matrisi oluşturulacaktır. Ardından bu matrislere Lanchester diferansiyel denklemleri uygulanarak analiz ve incelemeleri yapılacaktır.

Bu çalışmanın amacı, entropi ve Lanchester Savaş Kanunları hakkında bilgi vermek ve Lanchester Kanunları ile Fenerbahçe-Galatasaray maçının matematiksel bir simülasyonunu yaparak uygulama sonuçlarının analizi ve incelemesini yapmaktır.

I. LİTERATÜR TARAMASI

Bu bölümde Lanchester Savaş Kanunları ile ilgili yapılmış bazı çalışmalara yer verilmiştir.

Sir Frederick Lanchester tarafından 1915 yılında II. Dünya savaşı sırasında geliştirilen Lanchester stratejileri literatürde çeşitli alanlarda kullanılmıştır. Çalışmalar askeri alanda, rekabet halindeki işletmelerde ve biyoloji-sağlık alanında olmak üzere üç kategoride sınıflandırılabilir.

Askeri alandaki Lanchester modelleri: Özdağoğlu (2019: 18–40); Preveze Deniz Zaferini Lanchester'ın savaş kanunları ile incelemesini yapmıştır. Biri mevcut durum analizi, ikisi farklı stratejiler altında alternatif senaryolar olmak üzere toplamda üç farklı durumu Lanchester savaş kanunları ile analizi yapılmıştır. Flores (2017: 432–435); Tunç çağının sonlarında gerçekleşen Truva-Yunan savaşının analizini, yerleşik topolojik alanlar ve arkeolojik verilerden yararlanarak parametrelerin değerlendirilmesi ile birlikte Lanchester yasalarını kullanarak analizini yapmıştır. Modelin önemli dinamikleri olan parametre tahminleri özellikle Truva'nın sekiz metrelik duvarları iki rakip arasındaki önemli bir kalkan görevi görmüş ve bu bilgiler ışığında modelin analizi yapılmıştır. Özdağoğlu (2013: 63–94); çalışmasında Türk Kurtuluş Savaşı'nda Büyük Taarruz için Lanchester kanunlarından ve bu savaş senaryolarının modellenmesinde sistem dinamikleri programlarından yararlanmıştır. Stella 9.1.4 programı ile model hazırladıktan sonra mevcut durum analizi ve program senaryosu olan cephe taarruzu yapılsaydı sonuçların ne olacağına dair karşılaştırmalar yapılmış ve sonuç olarak cephe taarruzunun başarılı olmayacağını, savaşın gerçek durumla uyumlu olduğunu göstermiştir.

Sheeba ve Ghose (2008: 581–591); iki farklı saldırı gücünün farklılaşan güç ve yeteneği karşısında, savunma gücünün optimum şekilde bölmelere ayrıldığı bir Lanchester kare kanununa dayanan optimal karar verme sürecini incelenmişlerdir. Ancak Lanchester yıpranma modelindeki gibi zaman sıralı stratejilerden farklı olarak statik optimizasyon çerçevesine dayalı daha basit kaynak tahsis stratejileri elde etmeye çalışmışlardır. Elde edilen stratejiler, diğer karmaşık dinamik optimal yöntemler ile karşılaştırıldığında benzer sonuçlar verdiğini göstererek bir çözüm elde etmişlerdir. Wiper, Pettit ve Young (2000: 541–558); II. Dünya savaşını, Lanchester savaş kanunları ile ordunun saldırıya geçmesi ya da savunma halinde kalması gibi iki farklı durumda yaralıların sayısındaki değişikliği incelemişlerdir.

İşletme alanındaki Lanchester modelleri: Jorgensen ve Sigue (2019: 1–14); çalışmalarında Lanchester modelinde reklam ve fiyatlandırmanın dinamik bir oyununu modellemişlerdir. Bu modelde iki rakip işletme sınırlı bir zaman aralığında reklamcılığı ve fiyatlandırmayı kullanarak mevcut zamanı ve mevcut pazar paylarını gözlemleme şansı elde ederek oluşturulan bir model analizi yapmışlardır. Dockner ve Jorgensen (2018: 468–489); rekabet ortamındaki işletmelerin müşteri kazanma başarılarında sadece işletmenin kendi çabası değil diğer işletmelerin çabalarının da etkili olduğunu ileri sürmüşler ve bu yönüyle Lanchester modeli ile bağdaştırarak işletmelerin optimizasyon problemlerini analiz etmişlerdir. Kress, Caulkins, Feichtinger, Grass, Seid (2018: 46–54); Lanchester'in karşılıklı yıpratmanın sürekli olduğu iki rakibin arasında geçen doğrusal ve kare kanunlarından özellikle kare kanununu üç oyuncu arasında olacak şekilde genişletmişler ve böylece mevcut modeli üç oyunculu dinamik bir oyun haline getirmişlerdir.

Chalikias ve Skordoulis (2017: 737–745); savaş sonuçlarını tahminleyen ve diferansiyel denklemlere sahip olan Lanchester savaş modellerini uygun teorik varsayımlar altında Yunanistan pazarındaki Coca-Cola ve Pepsi tedarik zincirine uygulamışlardır. Uygulama sonucu çıkan değerler ile gerçek hayattaki değerlerin neredeyse aynı olduğunu göstermişlerdir. Stanescu ve ark. (2015: 86–92); gerçek zamanlı strateji oyunlarında iyi bir sonuç alabilmek için taktiksel seviyede karar vermenin çok önemli olduğunu vurgulamış ancak oyun esnasında insanlar tecrübelerine dayanarak nasıl ve ne zaman saldıracaklarına karar verebilirken yapay zekanın bu sonuçları tahmin etmesinin zor olduğunu belirtmişlerdir. Literatürde simülasyon yöntemi ile bu sonuçların tahminlendiği çalışmalar yaygın bir şekilde kullanılmakta olup, bu yöntem hem zaman alıcı hem de oyunu doğru bir şekilde modellemenin kapsamlı kodlama gerektirdiğini belirtmişlerdir. Bu sebeple Lanchester Kanunları'na dayanan, simülasyondan daha hızlı fakat bazı kısıtlamalar içeren bir model sunmuşlardır. Ayrıca hem simülasyon hem de Lanchester kanunları ile oluşturulan modellerle ne zaman saldıracağına ve ne zaman geri çekileceğine dair StarCraft oyununun içerisine dahil edilerek her iki versiyonun da performanslarını karşılaştırma imkânı bulmuşlardır.

Hohzaki ve Higashio (2015: 691–707); Lanchester kanunlarının temelinde yatan karşılıklı ve sürekli yıpranma durumunu bu çalışmada ağ güvenliği, terörle mücadele operasyonları gibi olaylar üzerinde uygulamışlardır. Çalışmada; rakipler, oyuncular ya da birimler arasındaki rekabet sorunlarının ayrıntılı bir şekilde araştırılması amaçlanmıştır. Böylece çalışmada, ağ ortamında bir saldırgan ve bir savunucunun savaşları üzerine iki rakipli Lanchester yıpranma modelini uygulamışlardır. Özdağoğlu, Özdağoğlu, Göktepe, Eyüboğlu (2013: 51–65); günümüzdeki işletmelerin rekabet stratejilerini geliştirebilmesi, piyasadaki durumlara anlık ve hızlı cevap verebilmesi için rakiplerin detaylı ve dinamik analizinin önemine vurgu yaparak Angiotension Reseptor önleyicileri ve Statin ilaç türleri kapsamında altı ilaç firmasının pazar paylarını Lanchester stratejisi altında incelemişlerdir. Böylece olası pazar payı değişimlerinin uzun dönemli karşılaştırmasını yapmışlardır.

Biyoloji-sağlık ile ilgili Lanchester modelleri: Bauer (2019: 1–39); savaş sonuçlarını tahminleyen gerçekçi Lanchester modellerini ve bulaşıcı hastalıkları incelemek için kullanılan çeşitli kurgusal matematiksel modellerini incelemiştir. Böylece iki ayrı dinamiğe sahip gerçekçi ve kurgusal modeller arasındaki benzerlikleri belirlemeyi amaçlamıştır. Her bir modelin varsayım kümesini ve değişkenlerdeki değişimin nüfus sınıfları üzerindeki etkisini inceleyerek analizler yapılmıştır. Cerny, Lee, Madalyası, & Blumstein (2019: 426–433); Mercan kayalığı balıklarının bireysel ya da grup halindeki savaş kabiliyetlerini Lanchester savaş kanunları ile incelemişlerdir. Lanchester doğrusallık kanununun deniz ekosistemlerindeki türler arası rekabeti incelemek için faydalı olduğunu ileri sürmüşlerdir. Johnson & MacKay (2015:152–163); Lanchester savaş kanunu modellerinin sadece askeri taraflar üzerine değil aynı zamanda insanların evrimsel sürecine uyarlanabileceğine vurgu yapmışlardır. İnsanların birden fazla tür ile baskın ve en tehlikeli mücadelesini, Lanchester doğrusallık kanununda olduğu gibi mücadele gücünün doğrudan grup büyüklüğü ile değil, Lanchester kare kanununda olduğu gibi grup büyüklüğünün karesi ile ilişkili olduğu sonucunu elde etmişlerdir.

II. ENTROPİ YÖNTEMİ

Entropi yöntemi birçok farklı bilim dalı içerisinde kullanılabilen ve oldukça fayda sağlayan bir yöntemdir. Entropi kavramının, kullanıldığı tüm bilim dallarında kavramın mantığından sapmayan fakat o bilim dalına özgü birer tanımı vardır. Fizik alanında Entropi kavramı; Rudolph Clausius tarafından ilk kez termodinamiğin ikinci kanununda tanımlanmış ve termodinamiğin üçüncü kanununda Entropi hesabının temeli oluşturulmuştur. İstatistik alanında Entropi yöntemi; Ludwig Boltzmann tarafından ünlü denklemi ile istatistik alanına özgü şekillendirilmiştir. Bilgi kuramında Entropi kavramı; ilk kez Claude E. Shannon tarafından tanımlanmıştır. Entropi kavramı daha birçok felsefe, kent estetiği vb. alanlarda kullanılmaktadır. Tüm bu alanlar incelendiğinde kabul gören ortak Entropi kavramı; sistemdeki düzen ve düzensizlik miktarının ölçüsü ya da sistemdeki rastgelelik ölçüsü olarak tanımlanmaktadır (Clausius, 1879; Lebowitz, 1993: 32–38; Shannon, 1948: 379–423).

Bir sistemdeki belirsizliğin ve düzensizliğin ölçüsü olarak tanımlanan entropi kavramı Shannon (1948) tarafından enformasyon teorisine uyarlanarak karar matrisi olarak bilinen verilerin nesnel ağırlıklarının hesaplanmasına olanak tanımıştır. Kriterlerin önem sırasını belirleyen Entropi kavramı 4 adımda hesaplanmaktadır (Jaynes, 1957: 620–623; Mon, Cheng, & Lin, 1994: 129; Shannon 1948: 379–423):

Adım 1: Bir ölçütün ağırlığını hesaplamak için öncelikle $m_x n$ biçiminde bir karar matrisi oluşturulur. Karar matrisinin normalizasyonu Eşitlik (1) yardımı ile hesaplanır.

$$p_{ij} = \frac{x_{ij}}{\sum_{i=1}^{m} x_{ij}} \tag{1}$$

i: Alternatifler

j: Kriterler

p_{ij}: Normalize edilmiş değerler

x_{ij}: Verilen fayda değerleri

Böylece alternatiflerin göreceli performansını ifade eden normalleştirilmiş performansları (p_{ij}) elde edilir.

Adım 2: Her bir kriter için Entropi değeri Eşitlik (2) ile hesaplanır.

$$p_{ij} = -k \sum_{i=1}^{n} p_{ij} ln p_{ij} \tag{2}$$

k: $(\ln(n))^{-1}$

k: Entropi katsayısı

e_j: Entropi değeri

p_{ij}: Normalize edilmiş değerler

Normalize edilmiş karar matrisinde, her ölçütten elde edilen bilgi miktarı e_j entropi değeri ile ölçülebilir. Burada, ln doğal logaritmayı; k ise, k = 1/ ln m(alternatif sayısı) 'den hesaplanan ve $0 \leq ej \leq 1$ olmasını sağlayan bir sabiti temsil etmektedir.

Adım 3: Her bir ölçeğin göreli önemi, bilginin sapma derecesi, d_j hesaplanır.

$$dj = 1 - ej \tag{3}$$

d_j değeri bütün alternatiflerin bir ölçüte göre aldığı değerlerin birbirinden ne kadar farklı olduğunu göstermekte ve bir ölçüte göre performans değerleri birbirine ne kadar yakınsa, ölçüt o kadar önemsiz, yani düşük ağırlıklı olarak değerlendirilmektedir.

Adım 4: Her bir kriterin ağırlık değeri Eşitlik (5) ile hesaplanır.

$$\sum_{i=1}^{m} w_j = 1 \tag{4}$$

$$w_j = \frac{1-e_j}{\sum_{i=1}^{m}(1-e_j)} \tag{5}$$

w_j: Ağırlık değerleri

e_j: Entropi değerleri

III. LANCHESTER SAVAŞ MODELİ

Birinci Dünya Savaşı sırasında İngiliz mühendis Frederick Lanchester (1916), *Aircraft in Warfare: The Dawn of the Fourth Arm* adlı kitabında bir ordunun büyüklüğü ile savaş başarısı arasındaki ilişkiyi açıklamak için sadece iki düşman tarafın bulunduğu modelinde bir dizi matematiksel eşitlikler önerdi. Bu modelde diferansiyel denklemler yardımıyla her iki tarafın süreklilik arz eden yıpranma oranlarına odaklanılmaktadır. Ancak modelin sade bir matematiksel ifade için bazı kısıtları vardır. Bunlar; her iki karşıt gücün büyüklüklerinin aynı olması, arazinin durumu, takviye asker gücünün olmaması, askerlerin eğitimleri ve rütbeleri sebebiyle savaş anındaki farklı etkililiklerinin göz ardı edilmesi gibi durumlar söz konusudur. Bu sebeple önerilen modelde, kazanan taraf ve geriye kalan orduyu tahmin etme hızına ve doğruluğuna önem verilmiştir (Deitchman, 1962: 818; Engel, 1954: 163–164; Stanescue ve ark., 2015: 87).

Frederick Lanchester iki tip savaş modeli önermiştir. Lanchester'ın birinci kanunu olan Doğrusallık Kanunu; antik dönem savaşlarını ele alan, daha çok birebir mücadelelerin olduğu ve silah gibi savaş üstünlüğü sağlayacak ekipmanın olmadığı savaşlar için geçerli bir modeldir. Modellerde kullanılan simgeler aşağıdaki gibidir (Wiper ve ark., 2000: 541–545; Tang ve ark., 2019:35–40);

A_0: A $tarafının\ başlangıç$ (t = 0) $zamanındaki\ kuvvetleri$

A: A $tarafının\ t\ zaman\ sonra\ elinde\ kalan\ kuvvetleri$

α: m tarafının silah üstünlük oranı

B_0: B $tarafının\ başlangıç$ (t = 0) $zamanındaki\ kuvvetleri$

B: B $tarafının\ t\ zaman\ sonra\ elinde\ kalan\ kuvvetleri$

β: n tarafının silah üstünlük oranı

E: $Silah\ etkinliği$ (β/α)

Lanchester'ın birinci kanunu olan Doğrusallık Kanunu, Eşitlik (6) ile hesaplanır. (Stanescue ve ark., 2015: 87–88);

$$\frac{dA}{dt} = -\beta AB \quad \text{ve} \quad \frac{dB}{dt} = -\alpha BA \tag{6}$$

A ve B kuvvet güçleri zamana bağlı bir fonksiyon haline getirilerek α ve β parametrelerine bağlı sonuçlar gözlemlenmektedir. Burada α ve β parametreleri bir ordudaki askerin diğer ordudaki askere göre ne kadar daha hızlı yok edilebildiğini gösteren, yıpranma oranlarını veren ifadelerdir. Bu diferansiyel denklem çifti zaman değişkeni kaldırılarak Eşitlik (7) ve Eşitlik (8)'te görüldüğü gibi de formüle edilir.

$$\alpha(A_0 - A) = \beta(B_0 - B) \tag{7}$$

$$A_0 - A = E(B_0 - B) \tag{8}$$

Frederick Lanchester'ın Modern Savaş Kanunu olarak da bilinen, ikinci kanunu olan N^2 Kanunu'nda önemli olan yeni hedeflere ulaşma oranıdır. Doğrusallık kanununun temeli olan, hedefle birebir mücadelenin aksine N^2 Kanununda silahların menzilli olması sebebi ile askerlerin ateş edebildikleri kadar hızlı hedeflere ulaşabilme imkanları vardır. Bu mantıkla taraf kuvvetlerin başlangıçtaki askeri güçleri 1'e 2 oranında olsa bile N^2 Kanunu ile bu oran 1'e 4 olmaktadır ve bu diferansiyel denklem çifti Eşitlik (9) ile hesaplanır.

$$\frac{dA}{dt} = -\beta B \quad \text{ve} \quad \frac{dB}{dt} = -\alpha A \tag{9}$$

Eşitlik (9) ile verilen diferansiyel denklem çifti zaman değişkeni kaldırılarak Eşitlik (10) ve Eşitlik (11)'de görüldüğü gibi de formüle edilir.

$$\alpha(A_0^2 - A^2) = \beta(B_0^2 - B^2) \tag{10}$$

$$A_0^2 - A^2 = E(B_0^2 - B^2) \tag{11}$$

Lanchester Modern Savaş Kanunu genel haliyle Eşitlik (12) ile hesaplanır.

$$\frac{dA}{dt} = -\beta A^{(2-n)}B \quad \text{ve} \quad \frac{dB}{dt} = -\alpha B^{(2-n)}A \tag{12}$$

Eşitlik (12) ile verilen diferansiyel denklem çifti zaman değişkeni kaldırılarak Eşitlik (13) ve Eşitlik (14)'de görüldüğü gibi de formüle edilir.

$$\alpha(A_0^n - A^n) = \beta(B_0^n - B^n) \quad (13)$$

$$A_0^n - A^n = E(B_0^n - B^n) \quad (14)$$

Eşitlik (15)'te görüldüğü üzere (Tang ve ark., 2019: 38– 39);

$$\alpha(A_0^2 - A^2) - \beta(B_0^2 - B^2) = C \quad (15)$$

C sabiti üzerine çeşitli yorumlamalar yapılmaktadır. Eğer; $C > 0$ ise A kuvvet tarafı savaşı kazanır, $C < 0$ ise B kuvvet tarafı savaşı kazanır ve $C = 0$ ise savaş berabere sonuçlanır yorumları yapılmaktadır.

IV. ENTROPİ TEMELLİ LANCHESTER SAVAŞ KANUNLARIYLA FENERBAHÇE-GALATASARAY MAÇININ ANALİZİ

Süper Lig kapsamında 23.02.2020 tarihinde oynanan Fenerbahçe-Galatasaray maçı, Lanchester eşitlikleri yardımıyla mevcut durum analizi ve bir senaryo ile simüle edilmiştir. Maç sonucu istatistiklerinden elde edilen veriler; Tablo 1.'de genel, Tablo 2.'de hücum ve Tablo 3.'de savunma kategorileri altında birleştirilerek analizleri yapılmıştır. Öncelikle entropi yöntemiyle her bir kriterin ağırlığı hesaplanarak Fenerbahçe-Galatasaray maçının ağırlıklandırılmış karar matrisi oluşturulmuş ardından Lanchester eşitlikleri yardımıyla iki farklı durum analizi yapılmıştır.

Tablo 1. Genel İstatistik Sonuçları

	Topla Oynama	İkili Mücadele Kazanma	Hava Topu	Pas Arası	Ofsayt	Korner	Pas	Uzun Pas	Pas İsabeti	Faul	Sarı Kart	Kırmızı Kart
FB	0.5510000000	0.4530000000	0.5830000000	6.0000000000	2.0000000000	6.0000000000	386.0000000000	60.0000000000	0.7950000000	22.0000000000	5.0000000000	1.0000000000
GS	0.4490000000	0.5470000000	0.4170000000	7.0000000000	2.0000000000	4.0000000000	324.0000000000	48.0000000000	0.8180000000	14.0000000000	5.0000000000	1.0000000000
Σ	1.0000000000	1.0000000000	1.0000000000	13.0000000000	4.0000000000	10.0000000000	710.0000000000	108.0000000000	1.6130000000	36.0000000000	10.0000000000	2.0000000000

Tablo 2. Hücum İstatistik Sonuçları

	Şut	İsabetli Şut	Şut Engelleme	Ceza Sahası Dışından Şut	Ceza Sahası İçinden Şut	Şut İsabeti	Rakip Yarı Sahada Pas İsabeti	Orta	Orta İsabeti
FB	10.0000000000	4.0000000000	3.0000000000	5.0000000000	5.0000000000	0.4000000000	0.6220000000	27.0000000000	0.1480000000
GS	14.0000000000	7.0000000000	1.0000000000	2.0000000000	12.0000000000	0.5000000000	0.6380000000	14.0000000000	0.2140000000
Σ	24.0000000000	11.0000000000	4.0000000000	7.0000000000	17.0000000000	0.9000000000	1.2600000000	41.0000000000	0.3620000000

Tablo 3. Savunma İstatistik Sonuçları

	Top Kapma	Top Kapma Başarısı	Uzaklaştırma
FB	8.0000000000	0.8750000000	8.0000000000
GS	8.0000000000	0.6250000000	25.0000000000
∑	16.0000000000	1.5000000000	33.0000000000

IV.I. Entropi Yöntemiyle Kriter Ağırlıklarının Hesaplanması

23.02.2020 tarihinde oynanan FB-GS derbi maçının istatistiksel sonuçları (Mackolik.com, 2020) kullanılarak; genel, hücum ve savunma açısından ayrı ayrı her bir alandaki kriterlerin ağırlıkları Entropi yöntemiyle hesaplanmıştır.

Adım 1: Normalizasyon Matrisinin Oluşturulması

İlk olarak Tablo 1. (genel), Tablo 2. (hücum) ve Tablo 3. (savunma) ile verilen karar matrisleri Eşitlik (1) yardımıyla normalize karar matrisi elde edilmiştir.

Tablo 4. Normalize Edilmiş Genel Kriterlerin Karar Matrisi (P_{ij} Matrisi)

	Topla Oynama	İkili Mücadele Kazanma	Hava Topu	Pas Arası	Ofsayt	Korner	Pas	Uzun Pas	Pas İsabeti	Faul	Sarı Kart	Kırmızı Kart
FB	0.5510000000	0.4530000000	0.5830000000	0.4615384615	0.5000000000	0.6000000000	0.5436619718	0.5555555556	0.4928704278	0.6111111111	0.5000000000	0.5000000000
GS	0.4490000000	0.5470000000	0.4170000000	0.5384615385	0.5000000000	0.4000000000	0.4563380282	0.4444444444	0.5071295722	0.3888888889	0.5000000000	0.5000000000

Tablo 5. Normalize Edilmiş Hücum Kriterlerinin Karar Matrisi (P_{ij} Matrisi)

	Şut	İsabetli Şut	Şut Engelleme	Ceza Sahası Dışından Şut	Ceza Sahası İçinden Şut	Şut İsabeti	Rakip Yarı Sahada Pas İsabeti	Orta	Orta İsabeti
FB	0.4166666667	0.3636363636	0.7500000000	0.7142857143	0.2941176471	0.4444444444	0.4936507937	0.6585365854	0.4088397790
GS	0.5833333333	0.6363636364	0.2500000000	0.2857142857	0.7058823529	0.5555555556	0.5063492063	0.3414634146	0.5911602210

Tablo 6. Normalize Edilmiş Savunma Kriterlerinin Karar Matrisi (P_{ij} Matrisi)

	Top Kapma	Top Kapma Başarısı	Uzaklaştırma
FB	0.5000000000	0.5833333333	0.2424242424
GS	0.5000000000	0.4166666667	0.7575757576

*Adım 2: Entropi (**E_j**) Değerinin ve K Değerinin Hesaplanması*

Tablo 4., Tablo 5. ve Tablo 6.'daki her bir kriter değeri (P_{ij}), Eşitlik (2) dikkate alınarak hesaplanmış ve Tablo7., Tablo 8. ve Tablo 9' da verilmiştir.

Tablo 7. Genel Kriterler için Entropi Değerinin Hesaplanması

	Topla Oynama	İkili Mücadele Kazanma	Hava Topu	Pas Arası	Ofsayt	Korner	Pas	Uzun Pas	Pas İsabeti	Faul	Sarı Kart	Kırmızı Kart
FB	-0.3284072789	-0.3587140085	-0.3145681980	-0.3568568715	-0.3465735903	-0.3064953743	-0.3313226110	-0.3265481472	-0.3487102455	-0.3009578520	-0.3465735903	-0.3465735903
GS	-0.3595288437	-0.3300086427	-0.3647369968	-0.3333288045	-0.3465735903	-0.3665162927	-0.3580069735	-0.3604134294	-0.3443352700	-0.3672906257	-0.3465735903	-0.3465735903
∑	-0.6879361225	-0.6887226512	-0.6793051948	-0.6901856760	-0.6931471806	-0.6730116670	-0.6893295845	-0.6869615766	-0.6930455155	-0.6682484777	-0.6931471806	-0.6931471806
e_j	0.9924820324	0.9936167535	0.9800302359	0.9957274521	1.0000000000	0.9709505945	0.9944923731	0.9910760598	0.9998533283	0.9640787648	1.0000000000	1.0000000000

Tablo 8. Hücum Kriterleri İçin Entropi Değerinin Hesaplanması

	Şut	İsabetli Şut	Şut Engelleme	Ceza Sahası Dışından Şut	Ceza Sahası İçinden Şut	Şut İsabeti	Rakip Yarı Sahada Pas İsabeti	Orta	Orta İsabeti
FB	-0.3647786406	-0.3678548770	-0.2157615543	-0.2403373119	-0.3599339505	-0.3604134294	-0.3484813780	-0.2750939127	-0.3656793559
GS	-0.3144146254	-0.2876268969	-0.3465735903	-0.3579322767	-0.2458635489	-0.3265481472	-0.3445851755	-0.3669074712	-0.3107541274
∑	-0.6791932660	-0.6554817739	-0.5623351446	-0.5982695886	-0.6057974994	-0.6869615766	-0.6930665536	-0.6420013839	-0.6764334833
ej	0.9798687567	0.9456603046	0.8112781245	0.8631205686	0.8739810481	0.9910760598	0.9998836798	0.9262122127	0.9758872318

Tablo 9. Savunma Kriterleri İçin Entropi Değerinin Hesaplanması

	Top Kapma	Top Kapma Başarısı	Uzaklaştırma
FB	-0.3465735903	-0.3144146254	-0.3435311563
GS	-0.3465735903	-0.3647786406	-0.2103270732
∑	-0.6931471806	-0.6791932660	-0.5538582295
ej	1.0000000000	0.9798687567	0.7990485210

*Adım 3: **D_j** Değerinin Hesaplanması*

D_j değerleri Eşitlik (3) yardımıyla hesaplanmış ve Tablo 10., Tablo 11. ve Tablo 12. ile verilmiştir.

Tablo 10. Genel Kriterlerin D_j Değerleri

	Topla Oynama	İkili Mücadele Kazanma	Hava Topu	Pas Arası	Ofsayt	Korner	Pas	Uzun Pas	Pas İsabeti	Faul	Sarı Kart	Kırmızı Kart	∑
D_J	0.0075179676	0.0063832465	0.0199697641	0.0042725479	0.0000000000	0.0290494055	0.0055076269	0.0089239402	0.0001466717	0.0359212352	0.0000000000	0.0000000000	0.1176924056

Tablo 11. Hücum Kriterlerinin D_j Değerleri

	Şut	İsabetli Şut	Şut Engelleme	Ceza Sahası Dışından Şut	Ceza Sahası İçinden Şut	Şut İsabeti	Rakip Yarı Sahada Pas İsabeti	Orta	Orta İsabeti	∑
D_j	0.0201312433	0.0543396954	0.1887218755	0.1368794314	0.1260189519	0.0089239402	0.0001163202	0.0737877873	0.0241127682	0.6330320134

Tablo 12. Savunma Kriterinin D_j Değerleri

	Top Kapma	Top Kapma Başarısı	Uzaklaştırma	∑
D_j	0.0000000000	0.0201312433	0.2009514790	0.2210827223

Adım 4: Kriter Ağırlıklarının Hesaplanması

W_j değerleri Eşitlik (5) yardımıyla hesaplanmış ve Tablo 13., Tablo 14. ve Tablo 15.'de gösterilmiştir.

Tablo 13. Genel Kriterlerinin W_j Değerleri

	Topla Oynama	İkili Mücadele Kazanma	Hava Topu	Pas Arası	Ofsayt	Korner	Pas	Uzun Pas	Pas İsabeti	Faul	Sarı Kart	Kırmızı Kart	∑
W_j	0.0638781026	0.0542366902	0.1696775933	0.0363026644	0.0000000001	0.2468248091	0.0467967910	0.0758242651	0.0012462286	0.3052128554	0.0000000001	0.0000000001	1

Tablo 14. Hücum Kriterlerinin W_j Değerleri

	Şut	İsabetli Şut	Şut Engelleme	Ceza Sahası Dışından Şut	Ceza Sahası İçinden Şut	Şut İsabeti	Rakip Yarı Sahada Pas İsabeti	Orta	Orta İsabeti	∑
W_j	0.0318013038	0.0858403592	0.2981237466	0.2162282926	0.1990720046	0.0140971388	0.0001837509	0.1165624893	0.0380909143	1

Tablo 15. Savunma Kriterlerinin W_j Değerleri

	Top Kapma	Top Kapma Başarısı	Uzaklaştırma	∑
W_j	0.0000000001	0.0910575152	0.9089424847	1

Tablo 13. ile verilen genel kriterlerin arasında en önemli kriter 0.3052128554 ağırlık değeri ile faul; en önemsiz kriterlerin ise 0.0000000001 ağırlık değeri ile ofsayt, sarı kart ve kırmızı kart olduğu görülmektedir. Tablo 14. ile verilen hücum kriterleri arasında en önemli kriter 0.2981237466 ağırlık değeri ile şut engelleme; en önemsiz kriterin 0.0001837509 ağırlık değeri ile rakip yarı sahada pas isabeti olduğu görülmektedir. Tablo 15. ile verilen savunma kriterleri arasında en önemli kriter 0.9089424847 ağırlık değeri ile uzaklaştırma; en önemsiz kriterin ise 0.0000000001 ağırlık değeri ile top kapma başarısı olduğu görülmektedir.

Hücum kriterleri (Tablo 14.) içerisinde en önemli paya sahip kriterin şut engelleme olması ve Savunma kriterleri (Tablo 15.) içerisinde en önemli paya sahip kriterin de uzaklaştırma olması Lanchester savaş kanunlarının da temelinde yatan savunma stratejisinin her alanda önemini göstermektedir.

IV.II. Fenerbahçe-Galatasaray Maç İstatistiklerinin Ağırlıklandırılmış Karar Matrisinin Oluşturulması

Her bir kriterin normalize edilmiş değeri (P_{ij}) ile kriter ağırlıklarının (W_j) çarpım sonucu elde edilmiş genel, hücum ve savunma durumlarına ilişkin ağırlıklandırılmış karar matrisleri Tablo 16., Tablo 17., Tablo 18.'de gösterilmiştir.

Tablo 16. Genel Kriterlerinin Ağırlıklandırılmış Karar Matrisi

	Topla Oynama	İkili Mücadele Kazanma	Hava Topu	Pas Arası	Ofsayt	Korner	Pas	Uzun Pas	Pas İsabeti	Faul	Sarı Kart	Kırmızı Kart
FB	0.0351968345	0.0245692207	0.0989220369	0.0167550759	0.0000000001	0.1480948854	0.0254416357	0.0421245917	0.0006142292	0.1865189672	0.0000000001	0.0000000001
GS	0.0286812681	0.0296674696	0.0707555564	0.0195475885	0.0000000001	0.0987299236	0.0213551553	0.0336996734	0.0006319994	0.1186938882	0.0000000001	0.0000000001

Tablo 17. Hücum Kriterlerinin Ağırlıklandırılmış Karar Matrisi

	Şut	İsabetli Şut	Şut Engelleme	Ceza Sahası Dışından Şut	Ceza Sahası İçinden Şut	Şut İsabeti	Rakip Yarı Sahada Pas İsabeti	Orta	Orta İsabeti
FB	0.0132505432	0.0312146761	0.2235928099	0.1544487804	0.0585505896	0.0062653950	0.0000907088	0.0767606637	0.0155730810
GS	0.0185507605	0.0546256831	0.0745309366	0.0617795122	0.1405214150	0.0078317438	0.0000930421	0.0398018256	0.0225178333

Tablo 18. Savunma Kriterlerinin Ağırlıklandırılmış Karar Matrisi

	Top Kapma	Top Kapma Başarısı	Uzaklaştırma
FB	0.0000000001	0.0531168839	0.2203496933
GS	0.0000000001	0.0379406313	0.6885927914

İki takımın genel (Tablo 16), hücum (Tablo 17) ve savunma (Tablo 18) durumlarına ilişkin matrislerinde elde edilen değerlerin satır bazında toplanması sonucu Tablo 19.'da görülen ve iki takımın ağırlıklandırılmış karar matris değerleri elde edilmiş olur.

Tablo 19: FB-GS Maç İstatistiklerinin Ağırlıklandırılmış Karar Matrisi

	Genel	Hücum	Savunma
Fenerbahçe	0.5782374774	0.5797472477	0.2734665772
Galatasaray	0.4217625226	0.4202527523	0.7265334228

IV.III. Lanchester Kanunları ile Fenerbahçe-Galatasaray Maçının Analizi

Süper Lig kapsamında 23.02.2020 tarihinde oynanan Fenerbahçe-Galatasaray maçını Galatasaray 1-3 skor ile kazanmıştır. Bu çalışmada Fenerbahçe-Galatasaray maçı iki farklı durum açısından Lanchester N^2 kanunlarında yer alan denklemler ile analiz edilmiştir. Bu durumlardan ilki senaryo niteliği taşıyan ve Galatasaray'ın ezeli rakibi karşısında 20 yıldır galip gelemediğinden (Galatasaray, Fenerbahçe deplasmanındaki son galibiyetini 1999–00 sezonunda 22 Aralık 1999 tarihinde oynanan maçta rakibini 2-1'lık skorla devirerek almıştı.) maç sonucunda Fenerbahçe'nin favori olup kazanması durumudur. İkincisi ise mevcut durum analizi niteliği taşıyan Galatasaray'ın kazanma durumudur. Bu iki durumun Lanchester denklemleri aracılığı ile matematiksel bir simülasyon kapsamında analizi ve incelemesi yapılmıştır.

a. Fenerbahçe'nin favori olduğu durumda Lanchester Kanunları ile Fenerbahçe-Galatasaray maçının analizi

Senaryo niteliği taşıyan ve Fenerbahçe'nin favori olduğu ilk durumda; zamana bağlı olarak değişimi görmek üzere, 90 dakikalık maçı dokuz aşama ve uzatmaların da temsili açısından ek bir aşama ile toplamda on aşama olacak şekilde alt parçalara ayrılarak Lanchester N^2 eşitlikleri uygulanmıştır. Maç esnasında maçın seyrini etkileyen kriterler; maç sonu istatistiklerinden alınan verilere göre *genel, hücum* ve *savunma* olmak üzere üç ana kriter olarak belirlenmiştir. Hesaplamalar ise hücum ve savunmaya ait incelemelerin, genel kriterin bir fonksiyonu olarak öngörülmüş ve buna bağlı olarak denklemler oluşturulmuştur. Takımların durumlarını ve kayıplardaki değişimi daha net gözlemleyebilmek açısından yuvarlama yapılmamış ve virgülden sonra on basamak bırakılmıştır. Bu hesaplamalar doğrultusunda; takımların zamana bağlı durumları, kalan durumları, kayıp ve kümülatif kayıpları genel, hücum ve savunma kriterleri için sırasıyla Tablo 20. (genel), Tablo 21. (hücum) ve Tablo 22. (savunma)'de verilmiştir.

Lanchester eşitliklerinde bulunan silah etkinliği (E) parametresinin bu çalışmada takımların teknik direktörlerinin etkinliği olarak görülmüş ve eşit oldukları kabul edilerek çalışmada analiz edilen her iki durumda da E=1 alınmıştır.

Tablo 20.'de yer alan hesaplamaların nasıl yapıldığına dair açıklamalar şu şekilde ifade edilebilir: İlk olarak FB-GS maç istatistiklerinin ağırlıklandırılmış karar matrisi Tablo 19.'da yer alan FB genel değeri ve GS genel değeri Tablo 20.'de yer alan başlangıç değerleri olarak yerleştirilmiştir.

A_0: GS'ın genel durumu; $A_0 = 0.4217625226$

B_0: FB'nin genel durumu; $B_0 = 0.5782374774$

Eşitlik (11) doğrudan uygulandığında 10. satırda yer alan değerler elde edilecektir. Ancak zaman içindeki değişimi gözlemleyebilmek adına GS'ın birim zamanda kaybettiği güç 0.045 olacak şekilde düzenleme yapılmıştır.

A: GS'ın t. zaman dilimi sonunda kalan durumu olup, ilk on dakikalık süreç kabul edilen ilk denklem sonucunda GS'ın kalan durumu; A= 0.3767625226 olarak hesaplanmaktadır. Bu değerlere bağlı olarak FB'nin kalan durumu Eşitlik (16) ile elde edilmiştir.

$$B = \sqrt{B_0^2 - A_0^2 + A^2} \tag{16}$$

$$B = \sqrt{(0.5782374774\,)^2 - (0.4217625226)^2 + (\,0.3767625226\,)^2} = 0.5462828509$$

B: FB'nin t. zaman dilimi sonunda kalan durumu

Daha sonraki her bir aşamada, FB kalan durumu Lanchester eşitliği ile hesaplandıkça bir sonraki satırda FB durum haline gelmekte ve tekrar bir Lanchester eşitliği ile FB kalan durumu bulunarak bu döngü dokuzuncu aşamaya kadar böyle devam etmektedir. Aynı durum GS hesaplamalarında da geçerlidir. Ancak Tablo 20.'de yer alan dokuzuncu denklemde GS kalan durum değeri 0.0167625226, GS kayıp değeri 0.0450000000'ndan az kaldığı görülmektedir. Bu sebeple maç uzatmalarını temsil eden onuncu denklemde GS kalan durumunun tamamı, GS kayıp olarak alınır ve GS son aşamada sıfırlanmış ve genel kriterindeki üstünlüğünü kaybetmiş duruma gelir.

Tablo 20. FB'nin Favori Olma Durumunda Genel Durum Matrisindeki Kayıplar

Denklem	FB Durum	FB Kalan Durum	FB Kayıp	FB Kümülatif Kayıp	GS Durum	GS Kalan Durum	GS Kayıp	GS Kümülatif Kayıp
1	0.5782374774	0.5462828509	0.0319546265	0.0319546265	0.4217625226	0.3767625226	0.0450000000	0.0450000000
2	0.5462828509	0.5162764048	0.0300064461	0.0619610726	0.3767625226	0.3317625226	0.0450000000	0.0900000000
3	0.5162764048	0.4885772192	0.0276991856	0.0896602582	0.3317625226	0.2867625226	0.0450000000	0.1350000000
4	0.4885772192	0.4635990424	0.0249781768	0.1146384350	0.2867625226	0.2417625226	0.0450000000	0.1800000000
5	0.4635990424	0.4418036272	0.0217954151	0.1364338501	0.2417625226	0.1967625226	0.0450000000	0.2250000000
6	0.4418036272	0.4236824495	0.0181211777	0.1545550279	0.1967625226	0.1517625226	0.0450000000	0.2700000000
7	0.4236824495	0.4097233103	0.0139591392	0.1685141671	0.1517625226	0.1067625226	0.0450000000	0.3150000000
8	0.4097233103	0.4003617913	0.0093615190	0.1778756860	0.1067625226	0.0617625226	0.0450000000	0.3600000000
9	0.4003617913	0.3959241555	0.0044376358	0.1823133219	0.0617625226	0.0167625226	0.0450000000	0.4050000000
10	0.3959241555	0.3955691529	0.0003550026	0.1826683244	0.0167625226	0.0000000000	0.0167625226	0.4500000000

Genel durum kriterine bağlı bir fonksiyon olan hücum kriterinin zaman içindeki durum, kalan durum, kayıp ve kümülatif kayıplarının her iki takım için de sonuçları Tablo 21.'de verilmektedir. Tablo 21.'de yer alan değerlerin hesaplamaları şu şekildedir;

FB'nin hücum kriterindeki kaybı; FB'nin genel kaybı ile FB'nin hücum değerinin FB'nin genel değerine oranının çarpılması sonucu bulunmakta ve hesaplamalar Eşitlik (17) ile verilmiştir.

$$0.0319546265 * \frac{0.5797472477}{0.5782374774} = 0.032038059 \qquad (17)$$

Benzer şekilde GS'ın hücum kriterindeki kaybı; GS'ın genel kaybı ile GS'ın hücum değerinin GS'ın genel değerine oranının çarpılması sonucu bulunur ve hesaplamalar Eşitlik (18) ile verilmiştir.

$$0.0450000000 * \frac{0.4202527523}{0.4217625226} = 0.0448389149 \qquad (18)$$

İlk satır hesaplamaları bu şekilde gerçekleştirildikten sonra, ikinci satırda kalan durumları genel durum değerleri alarak aynı hesaplamalar döngü halinde dokuzuncu aşamaya kadar devam etmektedir. Dokuzuncu aşamada GS'ın kalan durumu, kaybından az kaldığı için uzatmaları temsil eden onuncu aşamada kalan durumu kayıp varsayılarak sıfırlanmış ve hücum kriterindeki üstünlüğünü kaybetmiştir.

Tablo 21. FB'nin Favori Olma Durumunda Hücum Matrisindeki Kayıplar

Denklem	FB Durum	FB Kalan Durum	FB Kayıp	FB Kümülatif Kayıp	GS Durum	GS Kalan Durum	GS Kayıp	GS Kümülatif Kayıp
1	0.5797472477	0.5477091882	0.0320380596	0.0320380596	0.4202527523	0.3754138374	0.0448389149	0.0448389149
2	0.5477091882	0.5176243956	0.0300847925	0.0621228521	0.3754138374	0.3305749225	0.0448389149	0.0896778298
3	0.5176243956	0.4898528878	0.0277715078	0.0898943599	0.3305749225	0.2857360076	0.0448389149	0.1345167447
4	0.4898528878	0.4648094933	0.0250433945	0.1149377544	0.2857360076	0.2408970927	0.0448389149	0.1793556595
5	0.4648094933	0.4429571706	0.0218523227	0.1367900771	0.2408970927	0.1960581779	0.0448389149	0.2241945744
6	0.4429571706	0.4247886787	0.0181684919	0.1549585690	0.1960581779	0.1512192630	0.0448389149	0.2690334893
7	0.4247886787	0.4107930924	0.0139955864	0.1689541553	0.1512192630	0.1063803481	0.0448389149	0.3138724042
8	0.4107930924	0.4014071306	0.0093859618	0.1783401171	0.1063803481	0.0615414332	0.0448389149	0.3587113191
9	0.4014071306	0.3969579082	0.0044492224	0.1827893395	0.0615414332	0.0167025183	0.0448389149	0.4035502340
10	0.3969579082	0.3966019787	0.0003559295	0.1831452690	0.0167025183	0.0000000000	0.0167025183	0.4202527523

Genel kriterine bağlı bir fonksiyon olan savunma kriterinin zaman içindeki durum, kalan durum, kayıp ve kümülatif kayıplarının her iki takım için de sonuçları Tablo 22.'de verilmektedir. Tablo 22.'de yer alan hesaplamaların detayları şu şekildedir:

FB'nin savunma kriterindeki kaybı; FB'nin genel kaybı ile FB'nin savunma değerinin FB'nin genel değerine oranının çarpılması sonucu bulunur ve hesaplamalar Eşitlik (19) ile verilmiştir.

$$0.0319546265 * \frac{0.2734665772}{0.5782374774} = 0.015112342 \tag{19}$$

Benzer şekilde GS'ın savunma kriterindeki kaybı; GS'ın genel kaybı ile GS'ın savunma değerinin GS'ın genel değerine oranının çarpılması sonucu bulunur ve hesaplamalar Eşitlik (20) ile verilmiştir.

$$0.0450000000 * \frac{0.7265334228}{0.4217625226} = 0.077517566 \tag{20}$$

İlk satır hesaplamaları bu şekilde gerçekleştirildikten sonra, ikinci satırda kalan durumları genel durum değerleri alarak aynı hesaplamalar döngü halinde dokuzuncu aşamaya kadar devam etmektedir. Dokuzuncu aşamada Galatasaray'ın kalan durumu, kaybından az kaldığı için uzatmaları temsil eden onuncu aşamada kalan durumu kayıp varsayılarak sıfırlanmış ve savunma kriterindeki üstünlüğünü kaybetmiştir.

Tablo 22. FB'nin Favori Olma Durumunda Savunma Matrisindeki Kayıplar

Denklem	FB Durum	FB Kalan Durum	FB Kayıp	FB Kümülatif Kayıp	GS Durum	GS Kalan Durum	GS Kayıp	GS Kümülatif Kayıp
1	0.273466577	0.258354236	0.015112342	0.015112342	0.726533423	0.649015857	0.077517566	0.077517566
2	0.258354236	0.244163249	0.014190986	0.029303328	0.649015857	0.571498292	0.077517566	0.155035131
3	0.244163249	0.231063439	0.013099811	0.042403139	0.571498292	0.493980726	0.077517566	0.232552697
4	0.231063439	0.219250478	0.011812961	0.054216099	0.493980726	0.41646316	0.077517566	0.310070263
5	0.219250478	0.208942745	0.010307733	0.064523832	0.41646316	0.338945595	0.077517566	0.387587828
6	0.208942745	0.200372674	0.008570071	0.073093904	0.338945595	0.261428029	0.077517566	0.465105394
7	0.200372674	0.19377096	0.006601713	0.079695617	0.261428029	0.183910463	0.077517566	0.542622959
8	0.19377096	0.189343605	0.004427355	0.084122972	0.183910463	0.106392898	0.077517566	0.620140525
9	0.189343605	0.187244909	0.002098697	0.086221669	0.106392898	0.028875332	0.077517566	0.697658091
10	0.187244909	0.187077017	0.000167892	0.08638956	0.028875332	0	0.028875332	0.726533423

Senaryo niteliği taşıyan ilk durumun (FB'nin Favori Olma Durumu) Lanchester eşitlikleri vasıtasıyla yapılan matematiksel simülasyonu kapsamında inceleme sonucunda; GS, FB'ye karşı genel, hücum ve savunma kriterlerinin her birinde matematiksel olarak yenik düşmüş ve maçı FB kazanmıştır.

b. Mevcut durumda Lanchester Kanunları ile Fenerbahçe-Galatasaray maçının analizi

Mevcut durum analizi niteliği taşıyan ve GS'ın kazanma durumunu simüle eden ikinci durumda, bir önceki durumdakine benzer olarak zamana bağlı değişimi görebilmek için on aşamalı olarak denklem alt parçalara ayrılarak Lanchester N^2 eşitlikleri uygulanmıştır. Takımların zamana bağlı durumları, kalan durumları, kayıp ve kümülatif kayıpları genel, hücum ve savunma kriterleri için sırasıyla Tablo 23. (genel), Tablo 24. (hücum) ve Tablo 25. (savunma)'de verilmiştir.

Tablo 23.'de yer alan değerlerin hesaplamalarının nasıl yapıldığına dair açıklamalar şu şekildedir:

İlk olarak FB-GS maç istatistiklerinin ağırlıklandırılmış karar matrisi Tablo 19.'da yer alan FB genel değeri ve GS genel değeri Tablo 23.'de yer alan başlangıç değerleri olarak yerleştirilmiştir.

A_0: Galatasaray'ın genel durumu; $A_0 = 0.4217625226$

B_0: Fenerbahçe'nin genel durumu; $B_0 = 0.5782374774$

Zaman içindeki değişimi gözlemleyebilmek adına FB'nin birim zamanda kaybettiği güç 0.015 olacak şekilde düzenleme yapılmıştır.

B: FB'nin t. zaman dilimi sonunda kalan durumu olup ilk on dakikalık süreç kabul edilen ilk denklem sonucunda FB'nin kalan durumu B=0.5632374774 olarak hesaplanmaktadır. Bu değerlere bağlı olarak GS'ın kalan durumu Eşitlik (21) ile elde edilmiştir.

$$A = \sqrt{A_0^2 - B_0^2 + B^2} \tag{21}$$

$$A = \sqrt{(0.4217625226)^2 - (0.5782374774\ )^2 + (0.5632374774)^2} = 0.4009507465$$

A: GS'ın t. zaman dilimi sonunda kalan durumu

Daha sonraki her bir aşamada, GS kalan durumu Lanchester eşitliği ile hesaplandıkça bir sonraki satırda GS durum haline gelmekte ve tekrar bir Lanchester eşitliği ile FB kalan durumu bulunarak bu döngü onuncu aşamaya kadar devam etmektedir. Aynı durum FB hesaplamalarında da geçerlidir. Genel durum matrisindeki kayıplara bakıldığında GS kümülatif kaybının, FB kümülatif kaybından çok olduğu görülmektedir.

Tablo 23. Mevcut Duruma Göre Genel Durum Matrisindeki Kayıplar

Denklem	GS Durum	GS Kalan Durum	GS Kayıp	GS Kümülatif Kayıp	FB Durum	FB Kalan Durum	FB Kayıp	FB Kümülatif Kayıp
1	0.4217625226	0.4009507465	0.0208117761	0.0208117761	0.5782374774	0.5632374774	0.0150000000	0.0150000000
2	0.4009507465	0.3795910653	0.0213596813	0.0421714573	0.5632374774	0.5482374774	0.0150000000	0.0300000000
3	0.3795910653	0.3575853080	0.0220057572	0.0641772146	0.5482374774	0.5332374774	0.0150000000	0.0450000000
4	0.3575853080	0.3348061054	0.0227792027	0.0869564172	0.5332374774	0.5182374774	0.0150000000	0.0600000000
5	0.3348061054	0.3110835963	0.0237225091	0.1106789263	0.5182374774	0.5032374774	0.0150000000	0.0750000000
6	0.3110835963	0.2861832971	0.0249002992	0.1355792255	0.5032374774	0.4882374774	0.0150000000	0.0900000000
7	0.2861832971	0.2597667323	0.0264165648	0.1619957903	0.4882374774	0.4732374774	0.0150000000	0.1050000000
8	0.2597667323	0.2313150036	0.0284517287	0.1904475190	0.4732374774	0.4582374774	0.0150000000	0.1200000000
9	0.2313150036	0.1999612627	0.0313537409	0.2218012599	0.4582374774	0.4432374774	0.0150000000	0.1350000000
10	0.1999612627	0.1640499383	0.0359113244	0.2577125843	0.4432374774	0.4282374774	0.0150000000	0.1500000000

Genel durum kriterine bağlı bir fonksiyon olan hücum kriterinin zaman içindeki durum, kalan durum, kayıp ve kümülatif kayıplarının her iki takım için de sonuçları Tablo 24.'de verilmektedir. Tablo 24.'deki hesaplamaların detayları şu şekildedir:

FB'nin hücum kriterindeki kaybı; FB'nin genel kaybı ile FB'nin hücum değerinin FB'nin genel değerine oranının çarpılması sonucu bulunur ve hesaplamalar Eşitlik (22) ile verilmiştir.

$$0.0150000000 * \frac{0.5797472477}{0.5782374774} = 0.0150391648 \tag{22}$$

Benzer şekilde GS'ın hücum kriterindeki kaybı; GS'ın genel kaybı ile GS'ın hücum değerinin GS'ın genel değerine oranının çarpılması sonucu bulunur ve hesaplamalar Eşitlik (23) ile verilmiştir.

$$0.0208117761 * \frac{0.4202527523}{0.4217625226} = 0.0207372768 \tag{23}$$

İlk satır hesaplamaları bu şekilde gerçekleştirildikten sonra, ikinci satırda kalan durumları genel durum değerleri alarak aynı hesaplamalar onuncu aşamaya kadar devam etmektedir. Hücum matrisindeki kayıplara bakıldığında GS kümülatif kaybının, FB kümülatif kaybından çok olduğu görülmektedir.

Tablo 24. Mevcut Duruma Göre Hücum Matrisindeki Kayıplar

Denklem	GS Durum	GS Kalan Durum	GS Kayıp	GS Kümülatif Kayıp	FB Durum	FB Kalan Durum	FB Kayıp	FB Kümülatif Kayıp
1	0.4202527523	0.3995154755	0.0207372768	0.0207372768	0.5797472477	0.5647080829	0.0150391648	0.0150391648
2	0.3995154755	0.3782322548	0.0212832207	0.0420204975	0.5647080829	0.5496689181	0.0150391648	0.0300783296
3	0.3782322548	0.3563052709	0.0219269839	0.0639474814	0.5496689181	0.5346297533	0.0150391648	0.0451174944
4	0.3563052709	0.3336076103	0.0226976606	0.0866451420	0.5346297533	0.5195905885	0.0150391648	0.0601566592
5	0.3336076103	0.3099700199	0.0236375904	0.1102827324	0.5195905885	0.5045514237	0.0150391648	0.0751958240
6	0.3099700199	0.2851588556	0.0248111643	0.1350938967	0.5045514237	0.4895122589	0.0150391648	0.0902349888
7	0.2851588556	0.2588368534	0.0263220022	0.1614158989	0.4895122589	0.4744730941	0.0150391648	0.1052741536
8	0.2588368534	0.2304869724	0.0283498809	0.1897657798	0.4744730941	0.4594339293	0.0150391648	0.1203133184
9	0.2304869724	0.1992454675	0.0312415049	0.2210072847	0.4594339293	0.4443947645	0.0150391648	0.1353524832
10	0.1992454675	0.1634626938	0.0357827737	0.2567900585	0.4443947645	0.4293555997	0.0150391648	0.1503916480

Genel durum kriterine bağlı bir fonksiyon olan savunma kriterinin zaman içindeki durum, kalan durum, kayıp ve kümülatif kayıplarının her iki takım için de sonuçları Tablo 25.'de verilmektedir. Tablo 25.'deki hesaplamaların detayları şu şekildedir:

FB'nin savunma kriterindeki kaybı; FB'nin genel kaybı ile FB'nin savunma değerinin FB'nin genel değerine oranının çarpılması sonucu bulunur ve hesaplamalar Eşitlik (24) ile verilmiştir.

$$0.0150000000 * \frac{0.2734665772}{0.5782374774} = 0.0070939689 \tag{24}$$

Benzer şekilde GS'ın savunma kriterindeki kaybı; GS'ın genel kaybı ile GS'ın savunma değerinin GS'ın genel değerine oranının çarpılması sonucu bulunur ve hesaplamalar Eşitlik (25) ile verilmiştir.

$$0.0208117761 * \frac{0.7265334228}{0.4217625226} = 0.0358506270 \tag{25}$$

İlk satır hesaplamaları bu şekilde gerçekleştirildikten sonra, ikinci satırda kalan durumları genel durum değerleri alarak aynı hesaplamalar onuncu aşamaya kadar devam etmektedir. Savunma matrisindeki kayıplara bakıldığında FB kümülatif kaybının, GS kümülatif kaybından çok olduğu görülmektedir.

Tablo 25. Mevcut Duruma Göre Savunma Matrisindeki Kayıplar

Denklem	GS Durum	GS Kalan Durum	GS Kayıp	GS Kümülatif Kayıp	FB Durum	FB Kalan Durum	FB Kayıp	FB Kümülatif Kayıp
1	0.7265334228	0.6906827958	0.0358506270	0.0358506270	0.2734665772	0.2663726083	0.0070939689	0.0070939689
2	0.6906827958	0.6538883403	0.0367944554	0.0726450825	0.2663726083	0.2592786395	0.0070939689	0.0141879377
3	0.6538883403	0.6159809463	0.0379073940	0.1105524765	0.2592786395	0.2521846706	0.0070939689	0.0212819066
4	0.6159809463	0.5767412055	0.0392397408	0.1497922173	0.2521846706	0.2450907017	0.0070939689	0.0283758754
5	0.5767412055	0.5358765131	0.0408646923	0.1906569097	0.2450907017	0.2379967329	0.0070939689	0.0354698443
6	0.5358765131	0.4929829448	0.0428935683	0.2335504780	0.2379967329	0.2309027640	0.0070939689	0.0425638132
7	0.4929829448	0.4474774383	0.0455055065	0.2790559845	0.2309027640	0.2238087952	0.0070939689	0.0496577820
8	0.4474774383	0.3984661328	0.0490113055	0.3280672900	0.2238087952	0.2167148263	0.0070939689	0.0567517509
9	0.3984661328	0.3444557846	0.0540103482	0.3820776382	0.2167148263	0.2096208574	0.0070939689	0.0638457197
10	0.3444557846	0.2825944858	0.0618612988	0.4439389370	0.2096208574	0.2025268886	0.0070939689	0.0709396886

Mevcut durum analizi niteliği taşıyan ikinci durumun Lanchester eşitlikleri vasıtasıyla yapılan matematiksel simülasyonu incelemesi sonucunda; GS savunma kriterinde oldukça başarılı olup, genel ve hücum kriterlerinde FB'ye göre daha fazla kayıp verdiği görülmektedir.

SONUÇ VE DEĞERLENDİRME

Bu çalışmada İngiliz mühendis Frederick Lanchester'ın II. Dünya savaşı esnasında Almanlara karşı İngiltere hava sahasını korumak amaçlı hava savunma stratejilerini temel alarak kurduğu Lanchester eşitliklikleri üzerinden Süper Lig kapsamında 23.02.2020 tarihinde oynanan Fenerbahçe-Galatasaray maçının analiz ve incelemesi yapılmıştır. Bu kapsamda maç sonucunu etkileyecek iki farklı durum incelemesi yapılarak istatistikler ve stratejilerin önemi incelenmiştir. Bunun için önce her bir kriterin entropi ağırlıkları bulunmuş daha sonra normalize edilmiş kriter değeri ile entropi değerleri çarpılarak Fenerbahçe-Galatasaray maçının ağırlıklandırılmış karar matrisi oluşturulmuştur. Ardından bu matrislere Lanchester diferansiyel denklemleri uygulanarak analiz ve incelemeleri yapılmıştır.

İlk durum senaryo niteliği taşıyan Fenerbahçe takımının favori olduğu durumudur. Maç esnasında maçın seyrini etkileyen kriterler, maç sonu istatistiklerinden alınan verilere göre *genel, hücum* ve *savunma* olarak üç ana kriter altında toplanmıştır. Bu kriterler göz önüne alındığında Fenerbahçe'nin istatistiksel olarak savunma hariç diğer alanlarda daha iyi durumda olduğu görülmektedir. Dolayısıyla maç sonucunu etkileyecek oyuncu performansları, kaliteleri, doğru alanda yerleştirilmiş olmaları, hızları ve verimlilikleri göz ardı edilerek sadece istatistik üzerinden bir denklem ile Fenerbahçe takımının kazanacağı durum ilk senaryoda matematiksel olarak gösterilmiştir. Elbette ki istatistikler yukarıda sayılan durumlar göz önüne alınarak hesaplanıyor. Ancak örneğin; Fenerbahçe Galatasaray'a göre topla oynama süresi daha fazla olmasına rağmen bunu daha çok ceza sahası dışında yaptığı için istatistik olarak Fenerbahçe iyi görünmesine rağmen maç sonucunu Fenerbahçe adına olumlu etkileyecek bir durum söz konusu olmamaktadır.

İkinci durumda ise mevcut durum analizi niteliği taşıyan Galatasaray'ın kazanma durumunun Lanchester denklemleri aracılığı ile matematiksel analiz ve incelemesi yapılmıştır. Maç sonucu istatistiklerinden elde edilen kriterlere bakıldığında Galatasaray'ın savunma alanındaki değerinin çok önde olması gol yemesini engellemiş ve bu durumun da maçı kazanmasında önemli bir etken olduğu görülmektedir. Ayrıca maçın ayrıntılı incelemesi yapıldığında da Galatasaray'ın Fenerbahçe'ye göre; oyuncularının piyasa değerinin daha iyi olması, konsantrasyonlarının daha yüksek olması, sahadaki oyuncularının daha hızlı olması ve oyuncuların doğru yerleştirilmesi gibi durumlar söz konusudur. Ayrıca Fenerbahçe'den aldığı topu defansın arkasına uzun top atışları ile göndererek hızlı oyuncularla net pozisyonlar yakaladığı görülmektedir. Bununla beraber Galatasaray kendi ceza sahasına Fenerbahçe'den az sayıda futbolcu girmesine müsaade ederek ceza sahası içindeki oyuncuları daha rahat bir şekilde etkisiz hale getirmektedir. Yine Fenerbahçe teknik direktörünün 66. dakikada kırmızı kart görmesi de sonuca etki eden faktörlerden biridir. Tüm bu durumlar dikkate alındığında Galatasaray'ın başarılı bir savunma ve verimli oyuncuklukları ile maçı kazandığını göstermektedir. Bu çalışmada da ikinci durum analizi ile bu durum desteklenmiştir.

Ayrıca takımlar istatistiksel olarak ne kadar üstün olurlarsa olsunlar futbolun sahada oynanmadan kazanılmayacağı ve bir gol fazla atan takımın maçı kazanacağı da unutulmamalıdır.

Lanchester kanunları, savunma stratejileri temelli çeşitli kararlar alma sürecinde kullanılan matematiksel bir model olup zayıf tarafın taktikler kullanarak sayı ve silah bakımından üstün olan tarafa karşı ateş üstünlüğünü ele geçirme oyunudur. Savunmacı taraf, birkaç farklı cepheden saldırı altında kalma durumunda dahi kaynaklarını doğru tahsis ederek ve bir bakıma düşman kuvvetlerini küçük parçalara ayırarak başarıya ulaşması mümkündür. Özetle; uygun silah, taktik ve grup büyüklüğü seçerek durumu lehine çevirebilir (Sheeba & Ghose, 2008: 581; Deitchman, 1962: 818–819). Bu çalışmada da Galatasaray'ın Fenerbahçe'ye göre istatistiksel olarak bakıldığında genel ve hücum kriterlerinde zayıf, savunma kriterinde baskın olduğu görülmektedir. Kendi ceza sahasına az sayıda oyuncunun girmesine izin vermesi mücadele ettiği grup büyüklüğünü azaltması şeklinde yorumlanabilir. Lanchester N^2 Kanunun savaş gücünü karesel bir oranla katlaması sayesinde doğru bir taktikle daha az kuvvete sahip taraf Fenerbahçe-Galatasaray maçında olduğu gibi savaş üstünlüğünü ele geçirebilir ve mücadeleyi kazanabilir. Sonuç olarak Galatasaray; yapmış olduğu çeşitli stratejiler, başarılı savunma ve yerinde hücumlar ile kazanan takım olmayı başarmıştır.

Bu çalışmanın diğer çalışmalardan farkı; daha önce herhangi bir Lanchester uygulamasında verilerin entropi yöntemi ile ağırlıklarının bulunmamış olması ve literatür incelemesinde de görüldüğü üzere daha önce savaş, hayvan gruplarının mücadelesi, rekabet halindeki işletmelerde pazar payının belirlenmesi gibi birçok alanda Lanchester denklemleri kullanılmakla beraber futbol maçı üzerine bir simülasyon yapılmamış olmasıdır.

Bu çalışmaya ek olarak ileride E (savaş etkinliği) parametresini etkileyen tüm durumları incelemek ve bütünsel yaklaşımını görebilmek için sistem dinamikleri çerçevesinde çeşitli simülasyon programlarından yararlanılarak yapılabilecek çalışmalar gelecekteki araştırmacılar için yeni bir çalışma konusu olabileceği düşünülmektedir.

KAYNAKÇA

Bauer, H. (2019). Mathematical models: The lanchester equations and the zombie apocalypse. *Undergraduate Theses and Capstone Projects,* 3–39. https://digitalshowcase.lynchburg.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1122&context=utcp

Cerny, D., Lee, K., Medal, J., & Blumstein, D. T. (2019). Applying lanchester's laws to the interspecific competition of coral reef fish. *Behavioral Ecology*, *30*(2), 426–433. DOI: 10.1093/beheco/ary182.

Chalikias, M., & Skordoulis, M. (2017). Implementation of F. W. Lanchester's combat model in a supply chain in duopoly: The case of Coca-Cola and Pepsi in Greece. *Operational Research, 17*(3), 737–745. DOI: 10.1007/s12351-016-0226-0.

Clausius, R. (1879). *The mechanical theory of heat.* London: Macmillan. DOI: 10.1038/021367a0.

Deitchman, S. J. (1962). A Lanchester model of guerrilla warfare. *Operations Research, 10*(6), 818–827. DOI: 10.1287/opre.10.6.818.

Dockner, E. J., & Jorgensen, S. (2018). Strategic rivalry for market share: A contest theory approach to dynamic advertising competition. *Dynamic Games and Applications*, *8*(3), 468–489. DOI: 10.1007/s13235-018-0242-1.

Engel, J. H. (1954). A verification of Lanchester's law. *Journal of the Operations Research Society of America, 2*(2), 163–171. DOI: 10.1287/opre.2.2.163.

Flores, J. C. (2017). Trojan war displayed as a full annihilation–diffusion–reaction model. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 467*, 432–435. DOI: 10.1016/j.physa.2016.10.049.

Hohzaki, R., & Higashio, T. (2016). An attrition game on a network ruled by lanchester's square law. *Journal of the Operational Research Society*, 67(5), 691–707. DOI:10.1057/jors.2015.87.

Mackolik. (2020, 23 Şubat). Fenerbahçe-Galatasaray. Erişim adresi: www.mackolik.com/. Erişim tarihi: 01.03.2020.

Jaynes, E. T. (1957). Information theory and statistical mechanics. Physical review, *106*(4), 620–630. DOI: 10.1103/PhysRev.106.620.

Johnson, D. D., & MacKay, N. J. (2015). Fight the power: Lanchester's laws of combat in human evolution. *Evolution and Human Behavior*, *36*(2), 152–163. DOI: 10.1016/j.evolhumbehav.2014.11.001.

Jorgensen, S., & Sigue, S. (2020). A Lanchester-type dynamic game of advertising and pricing. In *Games in Management Science*, 1–14. DOI: 10.1007/978-3-030-19107-8_1

Kress, M., Caulkins, J. P., Feichtinger, G., Grass, D., & Seidl, A. (2018). Lanchester model for three-way combat. *European Journal of Operational Research, 264*(1), 46–54. DOI: 10.1016/j.ejor.2017.07.026.

Lebowitz, J. L. (1993). Boltzmann's entropy and time's arrow. *Physics today*, *46*, 32–38. DOI: 10.1063/1.881363.

Mon, D. L., Cheng, C. H., & Lin, J. C. (1994). Evaluating weapon system using fuzzy analytic hierarchy process based on entropy weight. *Fuzzy sets and systems, 62*(2), 127–134. DOI: 10.1016/0165-0114(94)90052-3.

Özdağoğlu, A. (2013). Lanchester stratejisi ve sistem dinamikleri: büyük taarruz üzerinde inceleme. *Savunma Bilimleri Dergisi*, 12(2), 63–94. DOI: 10.17134/sbd.68945.

Özdağoğlu, A. (2019). Lanchester N^2 kanununun Preveze Deniz Zaferi'ne uyarlanması ve alternatif senaryoların analizi. *Izmir Democracy University Social Sciences Journal, 2*(1), 18–40. https://dergipark.org.tr/tr/download/article-file/751705.

Özdağoğlu, A., Özdağoğlu, G., Göktepe, E., & Eyüboğlu, K. (2013). İlaç sektöründe pazar paylarının analizi: Yeni Lanchester stratejisi ve sistem dinamikleri. *Yönetim ve Ekonomi: Celal Bayar Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, *20*(2), 51–65. Erişim adresi: https://dergipark.org.tr/tr/download/article-file/146134.

Shannon, C. E. (1948). A mathematical theory of communication. *Bell System Technical Journal, 27*(3), 379–423. DOI: 10.1002/j.1538-7305.1948.tb01338.x.

Sheeba, P. S., & Ghose, D. (2008). Optimal resource allocation and redistribution strategy in military conflicts with Lanchester square law attrition. *Naval Research Logistics*, *55*(6), 581–591. DOI: 10.1002/nav.20303.

Stanescu, M. A., Barriga, N., & Buro, M. (2015, Eylül). Using Lanchester attrition laws for combat prediction in StarCraft. In *Eleventh Artificial Intelligence and Interactive Digital Entertainment Conference*. Erişim adresi: https://skatgame.net/mburo/ps/aiide15-combat.pdf.

Tang, J., Leu, G., & Abbass, H. A. (2019). *Simulation and Computational Red Teaming for Problem Solving*. New Jersey: John Wiley & Sons. DOI:10.1002/9781119527183.

Wiper, M. P., Pettit, L. I., & Young, K. D. (2000). Bayesian inference for a Lanchester type combat model. *Naval Research Logistics*, *47*(7), 541–558. DOI: 10.1002/1520-6750(200010)47:7<541::AID-NAV1>3.0.CO;2-0.

Etik Beyanı : *Bu çalışmanın tüm hazırlanma süreçlerinde etik kurallara uyulduğunu yazarlar beyan eder. Aksi bir durumun tespiti halinde ÖHÜİİBF Dergisinin hiçbir sorumluluğu olmayıp, tüm sorumluluk çalışmanın yazarlarına aittir.*

Bu çalışmada herhangi bir etik kurul kararı gerekmemektedir.

Yazar Katkıları : *Prof. Dr. Nuri ÖMÜRBEK, çalışmada literatür, veri toplama, analiz, sonuç ve değerlendirme aşamalarına katkı sağlamıştır. Doktora öğrencisi Gamze KILINÇ, çalışmada literatür, analiz, sonuç, değerlendirme ve öneri aşamalarına katkı sağlamıştır. Doç. Dr. Meltem Karaatlı, çalışmada literatür taraması bölümlerine katkı sağlamıştır. 1. yazarın katkı oranı: %40, 2. yazarın katkı oranı: %35, 3. Yazarın katkı oranı: %25*

Çıkar Beyanı : *Yazarlar arasında çıkar çatışması yoktur.*

Teşekkür : *Yayın sürecinde katkısı olan hakemlere ve editöre teşekkür ederiz.*

Ethics Statement : *We declare that we act in accordance with ethical principles in all processes of this study. If an otherwise situation is detected, Journal of ÖHÜİİBF has no responsibility and all responsibility belongs to us as the authors of this study.*

In this study, an ethical committee decision is not required.

Author Contributions : *Professor Dr. Nuri ÖMÜRBEK contributed to the literature, data collection, analysis, conclusion and evaluation stages in the study. PhD student Gamze KILINÇ contributed to the literature, analysis, results, evaluation and suggestion stages in the study. Assoc. Dr. Meltem Karaatlı contributed to the literature review sections in the study. Contribution rate of the 1st author:% 40, Contribution rate of the 2nd author:%35, Contribution rate of the 3rd author:%25*

Conflict of Interest : *There is no conflict of interest among the authors.*

Acknowledgement : *We thank the referees and editor who contributed to the publication process.*