



A goal programming model for balancing agent loads in the multi-resource generalized assignment problem

Feriştah Özçelik*^{ID}, Tuğba Saraç^{ID}

Department of Industrial Engineering, Eskisehir Osmangazi University, 26480, Eskisehir, Turkey

Highlights:

- Balancing agent loads in the MRGAP problem is considered.
- A goal programming model is proposed for balancing the loads.
- A matheuristic algorithm is developed for solving the considered problem.

Keywords:

- Multi-Resource Generalized Assignment Problem
- Load balancing
- Goal programming
- Matheuristic algorithm

Article Info:

Research Article
Received: 03.03.2020
Accepted: 19.05.2021

DOI:

10.17341/gazimmfd.789915

Correspondence:

Author: Feriştah Özçelik
e-mail: fdurmaz@ogu.edu.tr
phone: +90 222 239 3750

Graphical/Tabular Abstract

Theory and Methods: In the MRGAP problem, it is essential to distribute the loads in balance to the agents. For this aim, bottleneck MRGAP (DB) and balanced MRGAP (DA) models have been proposed in the literature. In this study, the sum of load squares (YK) model is adapted to MRGAP and a goal programming (HP) model is developed. In addition, a matheuristic algorithm (MA) has been developed to solve large sized problems.

Table A. Test results for HP and MA

job#	agent#	Z _{HP}	Z _{MA}	t _{HP}	t _{MA}
25	5	24.2	17.7	0.7	2.5
25	10	65.2	65.0	1035.7	63.5
50	5	23.3	18.1	256.9	78.0
50	10	24.1	18.7	1220.7	216.5
75	5	21.9	16.3	609.4	159.7
75	10	44.3	37.2	3155	643.4
100	50	22.6	15.9	3600	136
150	50	39.8	25.4	3600	196
200	50	30.7	23.5	3600	1511
250	50	24	20.1	3600	3475

Purpose: The aims of this study are to develop a new goal programming model and a matheuristic algorithm for the solution of this model for load balancing in multi-resource generalized assignment problem (MRGAP).

Results: The proposed models are compared by using randomly generated test problems with 25, 50 and 75 jobs. The performance of the considered models is compared by using the percentage deviation criterion, which takes into account the maximum load, coefficient of variation and total load criteria. Table A summarizes the results for the objective function values (Z_{HP}, Z_{MA}) and CPU times (t_{HP}, t_{MA}) of HP and MA. The developed matheuristic algorithm has both solution quality and solution time advantage on HP model.

Conclusion: The results obtained revealed the success of the proposed goal programming model and the matheuristic algorithm.



Çok kaynaklı genelleştirilmiş atama probleminde ajan yüklerinin dengelenmesi için bir hedef programlama modeli

Feriştah Özçelik*^{ID}, Tuğba Saraç^{ID}

Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Mühendislik Mimarlık Fakültesi, Endüstri Mühendisliği Bölümü, 26480 Odunpazarı-Eskişehir, Türkiye

Ö N E Ç I K A N L A R

- Çok kaynaklı genelleştirilmiş atama probleminde ajan yüklerinin dengelenmesi amaçlanmıştır
- Yüklerin dengelenmesi için bir hedef programlama modeli önerilmiştir
- Ele alınan problemin çözümü için bir matsezgisel algoritma geliştirilmiştir

Makale Bilgileri

Araştırma Makalesi

Geliş: 03.03.2020

Kabul: 19.05.2021

DOI:

10.17341/gazimmfd.789915

Anahtar Kelimeler:

Çok kaynaklı genelleştirilmiş atama problemi, yük dengeleme, hedef programlama, matsezgisel algoritma

ÖZ

Çok kaynaklı genelleştirilmiş atama problemi (MRGAP), toplam atama maliyetini enküçükleyecek şekilde ve kapasite kısıtları altında işlerin ajanlara atanması problemidir. Bu problemde her ajan birden çok kaynağa sahiptir, her görev sadece bir ajana atanmaktadır ve bir ajana birden fazla görev atanması mümkündür. MRGAP probleminde yüklerin ajanlara dengeli dağıtılması önem arz etmektedir. Literatürde ajan yüklerinin dengelenmesine yönelik olarak, en büyük ajan yükünün enküçüklenmesi amacına sahip darboğaz MRGAP ve enbüyük ajan yükü ile enküçük ajan yükü arasındaki farkın enküçüklenmesi amacına sahip dengeli atama MRGAP modelleri önerilmiştir. Bu çalışmada, yük kareleri toplamı modeli MRGAP için uyarlanmış, ayrıca yeni bir hedef programlama MRGAP modeli ve bu modelin çözümüne yönelik olarak bir matsezgisel algoritma geliştirilmiştir. Önerilen model ve algoritmanın performansları rassal türetilen test problemleri kullanılarak literatürdeki modeller ile karşılaştırılmıştır. Elde edilen çözümlerin kalitesi, enbüyük yük, değişim katsayısı ve toplam yük ölçütleri dikkate alınarak belirlenmiştir. Test sonuçları, bu üç ölçüt açısından değerlendirilmiştir. Elde edilen sonuçlar, önerilen hedef programlama modelinin ve matsezgiselin başarısını ortaya koymuştur.

A goal programming model for balancing agent loads in the multi-resource generalized assignment problem

H I G H L I G H T S

- Balancing agent loads in the multi-resource generalized assignment problem is considered
- A goal programming model is proposed for balancing the loads
- A matheuristic algorithm is developed for solving the considered problem

Article Info

Research Article

Received: 03.03.2020

Accepted: 19.05.2021

DOI:

10.17341/gazimmfd.789915

Keywords:

Multi-Resource generalized assignment problem, load balancing, goal programming, matheuristic algorithm

ABSTRACT

The multi-resource generalized assignment problem (MRGAP) is the assignment of jobs to agents under capacity constraints to minimize the total assignment. In this problem, each agent has multiple resources, each job is assigned to only one agent, and multiple jobs can be assigned to one agent. In the MRGAP problem, it is essential to distribute the loads in balance to the agents. In the literature, for balancing agent loads, bottleneck MRGAP with the aim of minimizing the maximum agent load, and balanced assignment MRGAP models with the aim of minimizing the difference between the maximum agent load and the minimum agent load have been proposed. In this study, the sum of load squares model has been adapted for MRGAP, as well as a new goal programming MRGAP model and a matheuristic algorithm for the solution of this model are developed. The performances of the proposed model and the algorithm were compared with the models taken from the literature by using randomly derived test problems. The quality of the obtained solutions is determined by considering the maximum load, coefficient of variation and total load criteria. The test results are evaluated in terms of these three criteria. The results obtained revealed the success of the proposed goal programming model and the matheuristic algorithm.

1. GİRİŞ (INTRODUCTION)

Atama problemi en genel tanımıyla, kısıtlı kaynakların işlere tahsis edilmesi problemidir. Atama problemi hem gerçek hayatta doğrudan uygulama alanlarının olması hem de pek çok karmaşık problemin alt problemi olması nedeniyle literatürde geniş bir yere sahiptir. Klasik atama probleminde (AP) toplam atama maliyetini enküçükleyecek şekilde her görev bir ajana atanmaktadır. Bu problemde her ajana mutlaka bir görev atanmalıdır. Genelleştirilmiş atama problemi (GAP) ise, toplam atama maliyetini enküçükleyecek şekilde ve kapasite kısıtları altında işlerin ajanlara atanması problemidir. Bu problemde her görev sadece bir ajana atanmaktadır ve bir ajana birden fazla görev atanması mümkündür. Yerleşim, araç rotalama, grup teknolojisi, çizelgeleme problemleri GAP'ın yaygın uygulama alanlarından bazılarıdır.

GAP literatürü ele alınan amaç fonksiyonları yönünden incelendiğinde önemli bir kısmının problemin klasik amaç fonksiyonu olan toplam yükü/maliyeti/kazancı (örneğin; [1-3]) ele aldığı görülmektedir. Az sayıda çalışma çok amaçlı yapıdadır [4-6]. GAP'ın çözümünde dal-sınır algoritması [7-9], dal-fiyat algoritması [4], dal-kesme algoritması [10, 11] ve gürbüz optimizasyon [12] gibi kesin çözüm yöntemleri, genetik algoritma [13-15], komşu arama [16], diferansiyel gelişim algoritması [17, 18] gibi metasezgisel yöntemler ve sezgisel algoritmalar sıklıkla kullanılmıştır. Kesin çözüm yöntemleri ile sezgisel ve metasezgisel yöntemlerin avantajlı yönlerini birleştiren matsezgisel algoritmaların ise bu problem için daha önce hiç kullanılmamış olduğu göze çarpmaktadır. Çok kaynaklı GAP probleminin çözümü için ilk defa bu çalışmada bir matsezgisel algoritma geliştirilmiştir.

GAP'ın bir uzantısı olan çok kaynaklı GAP (MRGAP) probleminde ise, her ajan birden çok kaynağa sahiptir. GAP ile ilgili literatürde pek çok çalışma mevcut olmasına rağmen MRGAP ile ilgili az sayıda çalışma vardır. Shtub ve Kogan [19], talebin zamanla değiştiği ve kapasitelerin dinamik olduğu dinamik MRGAP'ı ele almıştır. LeBlanc vd. [20], amaç fonksiyonunda hem hazırlık sürelerini hem de hazırlık maliyetlerini birlikte dikkate alan hazırlık süreli MRGAP'ı ele almıştır. Yagiura vd. [21] ve Mitrović-Minić ve Punnen [22], klasik MRGAP problemini ele almışlardır. Özçelik ve Saraç [23], farklı yeteneklere ve önceliklere sahip ajanların ve aynı ajana atanması gereken işlerin olduğu MRGAP problemi için 0-1 karma tamsayılı bir hedef programlama modeli önermişlerdir. Janak vd. [24], hem ajan yüklerini dengeleyen hem de tercihleri dikkate alan bir MRGAP modeli geliştirmiştir. Karsu ve Azizoglu [25], en çok yüke sahip ajanın yükünün enküçüklendiği darboğaz MRGAP problemini ele almıştır. Özçelik ve Saraç [26] uygunluk kısıtları olan darboğaz MRGAP problemi için bir matematiksel model önermişlerdir. Karsu ve Azizoglu [27], toplam yükün enküçüklmesi ve en çok yüke sahip ajanın yükünün enküçüklmesi olmak üzere iki amaçlı MRGAP'ı ele almıştır.

Ajan yüklerinin dengelenmesine yönelik olarak, literatürde en büyük ajan yükünün enküçüklmesi amacıyla sahip darboğaz MRGAP [25] ve enbüyük ajan yükü ile enküçük ajan yükü arasındaki farkın enküçüklmesi amacıyla sahip dengeli atama MRGAP [28] modelleri önerilmiştir. Bu çalışmada, yük kareleri toplamı modeli MRGAP için uyarlanmış, yeni bir hedef programlama modeli ve bu modelin çözümüne yönelik olarak bir matsezgisel algoritma geliştirilmiştir. Önerilen model ve algoritmanın performansları literatürdeki modeller ile karşılaştırılmıştır.

Çalışmanın izleyen bölümünde ele alınan problem tanımlanmış ve literatürde yer alan matematiksel modeller verilmiştir. Üçüncü bölümde geliştirilen hedef programlama MRGAP modeli ve matsezgisel algoritma sunulmuştur. Dördüncü bölümde deneysel sonuçlar, son bölümde ise elde edilen sonuçlar ve gelecek çalışmalara yönelik öneriler tartışılmıştır.

2. PROBLEMİN TANIMI VE LİTERATÜRDEKİ MATEMATİKSEL MODELLER (PROBLEM DEFINITION AND MATHEMATICAL MODELS IN THE LITERATURE)

Bu çalışmada n tane görevin m tane ajana, ajan yükleri dengeli olacak şekilde atanması problemi ele alınmıştır. Bu problemde her görev mutlaka bir ajana atanmalıdır. Her ajanın t dönemi için kapasitesi kısıtlıdır ve bir ajana kapasitesini aşmayacak şekilde birden fazla görev atanabilir. Literatürde ajan yüklerinin dengeli dağıtılması için önerilmiş darboğaz MRGAP [25] ve dengeli atama MRGAP [28] modelleri mevcuttur. Ayrıca bu çalışmada, daha önce atama problemi için Karsu ve Azizoglu [29] tarafından kullanılmış olan yük kareleri toplamı modeli de ele alınan probleme uyarlanmıştır. Bu modellerde kullanılan indisler, parametreler ve karar değişkenleri aşağıda verilmiş ve daha sonra her bir matematiksel model ayrı bir alt bölümde ayrıntılı bir şekilde açıklanmıştır.

İndisler

i, i' : ajan indisi
 j, k : görev indisi
 t : dönem indisi

Parametreler

m : ajan sayısı
 n : görev sayısı
 r : dönem sayısı
 p_{ijt} : j görevinin t döneminde i ajanında gerçekleştirilme süresi
 b_{it} : i ajanının t dönemindeki kapasitesi

Karar Değişkeni

x_{ij} : j görevi i ajanına atandıysa 1, d.d. 0.
 y_{ijk} : j ve k görevlerinin her ikisi de i ajanına atandıysa 1, d.d. 0.

Z : ajan yüklerinin dönemsel toplamlarının enbüyüğü
 Q : ajanların yüklerinin arasındaki farkların enbüyüğü

2.1. Darboğaz MRGAP Modeli (DB)
(Bottleneck MRGAP Model)

Karsu ve Azizoglu [25] tarafından önerilen darboğaz MRGAP modeli (DB) aşağıda verilmiştir.
 (DB) :

$$\sum_i^m x_{ij} = 1 \quad \forall_j \quad (1)$$

$$\sum_j^n p_{ijt} x_{ij} \leq b_{it} \quad \forall_{i,t} \quad (2)$$

$$\sum_j^n \sum_t^r p_{ijt} x_{ij} \leq Z \quad \forall_i \quad (3)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall_{i,j} \quad (4)$$

$$Z \geq 0 \quad (5)$$

$$enk f_{DB} = Z \quad (6)$$

Eş. 1 numaralı kısıt grubu, her görevin mutlaka bir ajana atanmasını garanti eder. Eş. 2 numaralı kısıt grubu, her ajanın her dönem için toplam yükünün kapasitesini aşmamasını sağlar. Eş. 3 numaralı kısıt grubu, ajan yüklerinin dönemsel toplamlarının enbüyüğünü belirler. Eş. 4 ve Eş. 5, karar değişkenlerine ait işaret kısıtlarıdır. Amaç (Eş. 6) ajan yüklerinin dönemsel toplamlarının enbüyüğünü enküçüklemeektir.

2.2. Dengeli Atama MRGAP Modeli (DA)
(Balanced Assignment MRGAP Model)

Pentico [28] tarafından önerilmiş olan dengeli atama MRGAP modeli (DA) aşağıda verilmiştir.
 (DA) :

$$(1), (2), (4)$$

$$\sum_j^n \sum_t^r p_{ijt} x_{ij} - \sum_j^n \sum_t^r p_{i't} x_{i't} \leq Q \quad \forall i, i' | i \neq i' \quad (7)$$

$$Q \geq 0 \quad (8)$$

$$enk f_{DA} = Q \quad (9)$$

Eş. 7 numaralı kısıt grubu, ajanların yüklerinin arasındaki farkların enbüyüğünü belirlemektedir. Eş. 8, işaret kısıtıdır. Eş. 9, ajanların yüklerinin arasındaki farkların enbüyüğünü enküçüklemeektir.

2.3. Yük Kareleri Toplamı MRGAP Modeli (YK)
(Sum of Load Squares MRGAP Model)

Karsu ve Azizoglu [29]'nun atama problemi için önerdikleri ve yük kareleri toplamını enküçükledikleri matematiksel modelde problem tek dönemlidir. Bu çalışmada problem çok dönemli olduğundan ilgili model, dönem indisi eklenerek ele alınan probleme uyarlanmıştır. Uyarlanan yük kareleri toplamı modeli (YK) aşağıda verilmiştir.
 (YK) :

$$(1), (2), (4)$$

$$enk f_{YK} = \sum_i^m \left(\sum_j^n \sum_t^r p_{ijt} x_{ij} \right)^2 \quad (10)$$

Amaç (Eş. 10) ajan yüklerinin dönemsel toplamlarının kareleri toplamını enküçüklemeektir.

3. GELİŞTİRİLEN HEDEF PROGRAMLAMA MRGAP MODELİ VE MATSEZGİSEL ALGORİTMA (DEVELOPED GOAL PROGRAMMING MRGAP MODEL AND MATHEURISTIC ALGORITHM)

Yüklerin dengelenmesi ile ilgili literatürdeki modeller incelendiğinde, DB modelinin enbüyük yükü enküçükleyerek, DA modelinin ajan yüklerini eşitleyerek, denge sağlamaya çalıştığı görülmüştür. YK modeli ise toplam yükü küçültmektedir. Oysa gerçek hayatta bu ölçütlerin sadece birisi değil tümü önemlidir. Bu çalışmada, enbüyük yükün, toplam yükün ve ajanlar arasındaki yük değişkenliğinin birlikte ele alındığı yeni bir hedef programlama modeli önerilmiştir. Ayrıca modelin çözümüne yönelik olarak bir matsezgisel algoritma geliştirilmiştir. İzleyen alt bölümlerde sırasıyla, geliştirilen hedef programlama modeli ve matsezgisel algoritma açıklanmıştır.

3.1. Hedef Programlama MRGAP Modeli (HP) 3
(Goal Programming MRGAP Model)

Bir önceki bölümde verilen indis, parametre ve karar değişkenlerine ek olarak, geliştirilen hedef programlama modelinde kullanılan parametre ve karar değişkenleri aşağıda verilmiştir.

Parametreler

q_j : j görevinin her ajan için dönem bazında toplam gerçekleştirilme süresinin en küçüğü

$$q_j = enk \sum_t^r p_{ijt} \quad (11)$$

Karar değişkenleri

$s1_i^+, s1_i^-$: ajan yüklerinin hedef değerinden (H_1) pozitif ve negatif sapması, $H_1 = \frac{\sum_j^n q_j}{m}$

- $s2^+, s2^-$: toplam yükün hedef değerinden (H_2) pozitif ve negatif sapması, $H_2 = \sum_j^n q_j$
- $s3_{i,i'}^+, s3_{i,i'}^-$: ajan yükü farklarının hedef değerinden (H_3) pozitif ve negatif sapması, $H_3 = 0$
- $S1_{enb}$: ajan yüklerinin hedef değerden pozitif ve negatif sapmalarının enbüyüğü
- $S3_{enb}$: ajan yükü farklarının hedef değerden pozitif ve negatif sapmalarının enbüyüğü

Geliştirilen hedef programlama modeli (HP) aşağıda verilmiştir.

(HP) :

(1), (2), (4)

$$\sum_i^n \sum_t^r p_{ijt} x_{ij} - s1_i^+ + s1_i^- = H_1 \quad \forall i \quad (12)$$

$$S1_{enb} \geq s1_i^+ \quad \forall i \quad (13)$$

$$S1_{enb} \geq s1_i^- \quad \forall i \quad (14)$$

$$\sum_i^m \sum_j^n \sum_t^r p_{ijt} x_{ij} - s2^+ + s2^- = H_2 \quad (15)$$

$$\sum_j^n \sum_t^r p_{ijt} x_{ij} - \sum_j^n \sum_t^r p_{i'j} x_{i'j} - s3_{i,i'}^+ + s3_{i,i'}^- = H_3 \quad \forall i, i' | i > i' \quad (16)$$

$$S3_{enb} \geq s3_{i,i'}^+ \quad \forall i, i' | i > i' \quad (17)$$

$$S3_{enb} \geq s3_{i,i'}^- \quad \forall i, i' | i > i' \quad (18)$$

$$s1_i^+, s1_i^- \geq 0 \quad \forall i \quad (19)$$

$$S1_{enb}, S3_{enb}, s2^+, s2^- \geq 0 \quad (20)$$

$$s3_{i,i'}^+, s3_{i,i'}^- \geq 0 \quad \forall i \quad (21)$$

$$enk f_{HP} = S1_{enb} + \frac{s2^+}{m} + S3_{enb} \quad (22)$$

Eş. 12 numaralı kısıt grubu, her ajanın toplam yükünün hedef değerden sapmalarını hesaplar. Eş. 13 ve Eş. 14 numaralı kısıt grupları, ajan yüklerinin hedef değerden enbüyük sapmasının hesaplanmasını sağlar. Eş. 15 numaralı kısıt grubu toplam yükün hedef değerden sapmalarını hesaplar. Eş. 16 numaralı kısıt grubu ise ajan yükü farklarının hedef değerden sapmalarını hesaplar. Eş. 17 ve Eş. 18 numaralı kısıt grupları ajan yükü farklarının hedef değerden enbüyük sapmasının hesaplanmasını sağlar. Eş. 19, Eş. 20 ve Eş. 21, sapma değişkenlerine ait işaret kısıtlarıdır. Amaç (Eş. 22) hedeflerden istenmeyen yöndeki sapmaların enküçüklenmesidir. Burada $s2^+$ karar değişkeninin değeri, ajan sayına (m) bölünerek diğerleri ile aynı ölçeğe getirilmiştir.

3.2. HP Modelinin Çözümü İçin Bir Matsezgisel Algoritma (A Matheuristic Algorithm for Solving HP Model)

Matsezgiseller, matematiksel model tabanlı (meta)sezgisellerdir. Hem kesin çözüm yöntemlerinin hem de (meta)sezgisellerin avantajlarını birleştirdiklerinden son yıllarda matsezgisellere olan ilgi gittikçe artmaktadır [30].

Bu çalışmada önerilen matsezgisel algoritma işlerin bir kısmının atandıkları ajanlara sabitlenerek matematiksel modelin kolay çözülebilecek boyutlara indirgenmesi mantığına dayanmaktadır. İlk aşamada her bir işin her bir ajana atanması durumunda toplam işlem süreleri hesaplanır. En büyük işlem zamanı ile ikinci büyük işlem zamanı arasındaki farklara bakılarak enbüyük farka sahip olan işin en kısa sürede yapılabileceği ajana atanmasına öncelik verilir. Bu kurala uygun olarak işlerin belli bir oranı (*ilk*) ajanlara atanır. Atanan işler sabit tutularak geri kalan işlerin hangi ajanlara atanacağı ise matematiksel model yardımı ile belirlenir. Bu aşamada çözülen model, HP modeline (23) nolu kısıtın eklenmesi ile oluşturulan MSHP modelidir.

$$x_{ij} \geq xx_{ij} \quad \forall i, j | ata_j = 1 \quad (23)$$

Burada xx_{ij} başlangıç çözüm oluşturma sezgiseli ile belirlenen atamaların saklandığı parametredir. ata_j ise j işinin atanıp atanmadığını gösteren 0-1 parametredir.

Başlangıç çözüm elde edildikten sonra, atanan işlerden bazıları kaldırılır ve ilgili işlerin atamaları MSHP modeli ile yeniden yapılır. Bu şekilde, bir çeşit komşu arama mekanizması ile belirli sayıda ardıştırma yapılarak mevcut çözüm iyileştirilir. Geliştirilen matsezgisel algoritmanın sözde kodu aşağıda verilmiştir.

Matsezgisel algoritmanın sözde kodu:

Değişkenlere ilk değer ata ($serbest=0.1, say=0, ata_j=0, xx_{i,j}=0, kb_{i,t}=b_{i,t}, kuyg_{i,j}=1, ilk=0.8, devam=1$)

Hedef değerlerini $H_1 = \frac{\sum_j^n a_j}{m}, H_2 = \sum_j^n q_j, H_3 = 0$ formüllerini kullanarak hesapla.

Başlangıç Çözüm Oluşturma

Repeat

for $k=1$ to $\lfloor n * ilk \rfloor$

$$q_j = \min_{i | kuyg_{ij}=1} \sum_t^r p_{ijt}$$

$$f_j = \max_{i | kuyg_{ij}=1} \sum_t^r p_{ijt}$$

$$fark_j = f_j - q_j$$

$$enbh = \max_{j | ata_j=0} fark_j$$

for $i = 1$ to m

for $j = 1$ to n

for $t = 1$ to r

if $kb_{it} < p_{ijt}$ then $kuyg_{i,j}=0$

next t

```

        next j
    next i
    if farkj = enbh and  $\sum_t p_{ijt} = q_j$  and  $kuyg_{ij}=1$ 
    and  $ata_j=0$  then  $xx_{ij}=1$ 
     $ata_j = \sum_i^m xx_{ij}$ 
     $kb_{it} = b_{it} - \sum_j^n p_{ijt} xx_{ij}$ 
next k
MSHP modelini çöz
If uygun bir çözüm bulunduysa then
     $uuu=f_{MSHP}$ 
     $xx_{ij} = x_{ij}$ 
     $xxx_{ij} = x_{ij}$ 
    devam = 0
End if
If  $ilk \geq 0.1$  then  $ilk=ilk-0.1$ 
Until devam=0

İyileştirme
for a=1 to itersay
    for i=1 to m
        for j=1 to n
            if  $xx_{ij} = 1$  then
                RS=0 ile 1 arasında rassal sayı
                If  $RS < serbest$  then  $xx_{ij} = 0$ 
            endif
        next j
    next i
budama sınırı=uuu
MSHP modelini çöz
say=say+1;
if  $say \geq 2$  and  $serbest \leq 0.45$  then  $serbest=serbest+0.05$ 
if MSHP modeli ile uygun bir çözüm bulunabildiyse then
     $xx_{ij} = x_{ij}$ 
    if  $f_{MSHP} < uuu$  then
         $uuu=f_{MSHP}$ 
         $xxx_{ij} = x_{ij}$ 
        say = 0
        serbest = 0.1
    endif
next a

```

4. DENEYSEL SONUÇLAR (COMPUTATIONAL RESULTS)

Geliştirilen hedef programlama modeli ve matsezgisel algoritmanın performanslarını gösterebilmek amacıyla rassal olarak türetilen test problemleri kullanılmıştır. Tüm testler Intel (R) Core (TM) i7- 5700HQ CPU@2.70 GH işlemcisi, 8 GB belleği ve Windows 10 işletim sistemine sahip bir bilgisayarda, GAMS 24.0.2 ile çözülmüştür. Matematiksel modeller için süre limiti 3600 sn.'dir. Matsezgiselin ardıştırma sayısı ise 100 olarak belirlenmiştir. Karma tamsayı modellerin çözümünde GAMS'in Cplex çözücüsü, doğrusal olmayan karma tamsayı modellerin çözümünde ise Dicopt çözücüsü kullanılmıştır. Matsezgisel algoritma GAMS'te kodlanmıştır. Test problemlerinin türetilme mekanizması bölüm 4.1'de, elde edilen test sonuçları ise bölüm 4.2'de ayrıntılı bir şekilde verilmiştir.

4.1. Test Problemlerinin Türetilmesi (Generation of Test Problems)

Test problemleri Karsu ve Azizoğlu [25] tarafından önerilen yönteme benzer şekilde türetilmiştir. Problemlerde ajan sayısı (m) 5 ve 10, görev sayısı (n) 25, 50 ve 75 ve dönem sayısı (r) 2 ve 5 olarak alınmıştır. İşlem süreleri iki farklı biçimde türetilmiştir: S1 ve S3. İlk döneme ait işlem süreleri (p_{ij1}), S1 tipinde [5, 25] aralığında ve S3 tipinde [25, 35] aralığında düzgün dağılıma uygun olarak türetilmiştir. Diğer dönemlere ($t > 1$) ait işlem süreleri (p_{ijt}), (24) numaralı formül kullanılarak türetilmiştir.

$$p_{ijt} = \frac{3p_{ij1}}{4} + \frac{\gamma_{ijt}p_{ij1}}{2} \quad \forall i, j, t \quad (24)$$

Burada γ_{ijt} , [0,1] aralığında rassal değişkendir. Kapasiteler (b_{it}) her bir ajan için (25) numaralı formül kullanılarak türetilmiştir. Burada c değeri 1 ya da 1,2 olarak alınmıştır.

$$b_{it} = c \sum_j^n \frac{p_{ijt}}{m} \quad \forall i, t \quad (25)$$

Problemler ' $m-n-r-S-c$ -örnek no' şeklinde isimlendirilmiştir. Örneğin; 5-25-5-3-2-2 isimli test problemi, 5 ajanın 25 görevin 5 dönemin olduğu bir problemidir. İşlem süreleri S3 tipindedir. c katsayısı 1,2 olarak alınmıştır. Bu özelliklere sahip 2. örnek problemidir. Tüm test problemleri için üçer örnek olmak üzere toplamda $2*3*2*2*2*3=144$ orta boyutlu test problemi türetilmiştir. Ayrıca modellerin daha büyük boyutlu problemlerdeki performanslarını gösterebilmek amacıyla 100, 150, 200 ve 250 görevin olduğu dört problem daha türetilmiştir. Bu problemlerde ajan sayısı 50, dönem sayısı 5, işlem süreleri S3 ve c katsayısı 1,2 olarak alınmıştır.

4.2. Test Sonuçları (Test Results)

Türetilen tüm test problemleri literatürde yer alan DB, DA, YK MRGAP modelleri ve bu çalışmada geliştirilen HP MRGAP modeli ve matsezgisel algoritma ile çözülmüştür. Matematiksel modellerin performanslarının karşılaştırılmasında literatürde yük dengeleme problemlerinin başarısını ortaya koymada sıklıkla kullanılan enbüyük yük ve yük değişkenliğini gösteren değişkenlik katsayısı ölçütleri bu çalışmada da benimsenmiştir. Ayrıca toplam yük ölçütü de dikkate alınmıştır. Enbüyük yük, problemin çözümü sonunda elde edilen ajan yüklerinin enbüyüğüne karşı gelmektedir. Değişim katsayısı, ajan yüklerindeki değişkenliğin ölçüsü olup, (26) numaralı formül kullanılarak hesaplanmıştır.

$$\text{değişim katsayısı} = \frac{\text{ajan yüklerinin standart sapması}}{\text{ajan yüklerinin ortalaması}} \times 100 \quad (26)$$

Toplam yük ise ajanların yüklerinin toplamı anlamına gelmektedir.

İzleyen alt bölümlerde sırasıyla oyuncak problem, geliştirilen hedef programlama modelinin performansı ve

matsezigisel algoritmanın performansı deneysel çalışmalarla sunulmuştur.

4.2.1. Oyuncak problem (Toy problem)

Bir firma, üretiminde kullandığı 7 alt ürünü, gelecek iki ay için, 3 yan sanayiye atamak istemektedir. Her alt ürün bir yan sanayiye atanmalıdır. Yan sanayilerin aylık kapasiteleri sabit değildir ve bir alt ürünün her ay için talebi bir başka deyişle kapasiteden kullanacağı süre farklıdır. Ayrıca her alt ürün her yan sanayide farklı sürede üretilebilmektedir. Firma yan sanayilerinin aylık kapasitelerini göz önünde bulundurarak hangi alt ürünün hangi yan sanayide üretileceğine karar vermek istemektedir. Bu problemde yan sanayiler ajana, alt ürünler göreve ve aylar döneme karşı gelmektedir. 7 görev, 3 ajan ve 2 dönemin olduğu bu oyuncak problem için veriler Tablo 1’de verilmiştir.

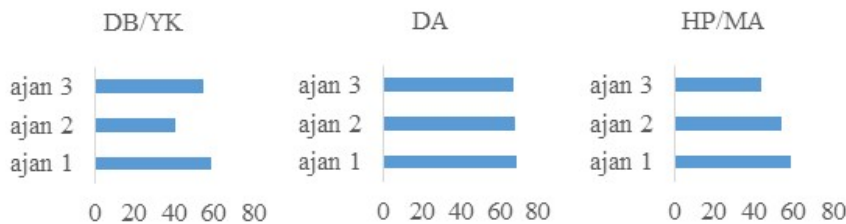
Tablo 1. Oyuncak problemin verileri (Data of the toy problem)

1. Dönem								
Ajan/Görev	1	2	3	4	5	6	7	Kapasite
1	19	16	17	11	11	20	5	40
2	20	21	19	6	13	22	21	49
3	12	24	22	6	24	12	15	46
2. Dönem								
Ajan/Görev	1	2	3	4	5	6	7	Kapasite
1	22	12	18	11	10	21	5	40
2	18	19	22	7	14	27	25	53
3	10	26	27	5	24	10	19	48

Oyuncak problem hem literatürden alınan DB, DA ve YK modelleri ile hem de bu çalışmada geliştirilen HP modeli ve matsezigisel algoritma (MA) ile çözülmüş ve elde edilen sonuçlar Tablo 2’de verilmiştir. DB ile YK ve HP ile MA aynı çözümlere ulaşmıştır. Elde edilen ajan yükleri Şekil 1’de verilmiştir.

Tablo 2. Oyuncak problemin sonuçları (Results of the toy problem)

	Ajan 1		Ajan 2		Ajan 3		Enbüyük Yük	Değişim Katsayısı	Toplam Yük
	Görev	Yük	Görev	Yük	Görev	Yük			
DB	2, 5, 7	59	3	41	1, 4, 6	55	59	15	155
DA	2, 6	69	3, 5	68	1, 4, 7	67	69	1	204
YK	2, 5, 7	59	3	41	1, 4, 6	55	59	15	155
HP	2, 5, 7	59	3, 4	54	1, 6	44	59	12	157
MA	2, 5, 7	59	3, 4	54	1, 6	44	59	12	157



Şekil 1. DB, YK, DA, HP ve MA ile elde edilen ajan yükleri (Agent loads obtained by DB, YK, DA, HP and MA)

Tüm matematiksel modellerin eniyi çözümlerine ulaşılmıştır. Tablo 2 ve Şekil 1’den de görülebileceği gibi DA modeli ile birbirine oldukça yakın (değişim katsayısı=1) ajan yükleri elde edilmiş olmasına rağmen toplam yükün (204) ve enbüyük yükün (69) fazla olduğu göze çarpmaktadır. DB ve YK modelleri enbüyük yük (59) ve toplam yük (155) açısından başarılı olurken, değişim katsayısı (15) açısından başarısız olmuştur. HP ve MA ise enbüyük yük açısından (59) DB ve YK kadar başarılı olmuştur. Ayrıca toplam yük (157) açısından DA’nın, değişim katsayısı (12) açısından da DB ve YK’nın önüne geçmeyi başarmıştır.

4.2.2. Geliştirilen HP MRGAP modelinin performansı (The performance of the developed HP MRGAP model)

Geliştirilen HP MRGAP modelinin performansı, literatürde yük dengelerini dikkate alan DB, DA ve YK MRGAP modelleri kullanılarak test edilmiştir. Bu dört modelin amaç fonksiyonları aynı olmadığı için modellerin karşılaştırılmasında literatürde yük dengeleme problemlerinin başarısını ortaya koymada sıklıkla kullanılan enbüyük yük, değişkenlik katsayısı ve toplam yük ölçütlerini birlikte değerlendiren sapma yüzdesi değeri kullanılmıştır. İlgili modele (β) ait sapma yüzdesi, (27) nolu denklemde verilen formül kullanılarak hesaplanmıştır.

$$\text{sapma yüzdesi}_{\beta} = \frac{\left(\text{enb}_{\beta} - \min_{\beta} \{ \text{enb}_{\beta} \} \right)}{\max_{\beta} \{ \text{enb}_{\beta} \} - \min_{\beta} \{ \text{enb}_{\beta} \}} + \frac{\left(d.k_{\beta} - \min_{\beta} \{ d.k_{\beta} \} \right)}{\max_{\beta} \{ d.k_{\beta} \} - \min_{\beta} \{ d.k_{\beta} \}} + \frac{\left(\text{top}_{\beta} - \min_{\beta} \{ \text{top}_{\beta} \} \right)}{\max_{\beta} \{ \text{top}_{\beta} \} - \min_{\beta} \{ \text{top}_{\beta} \}} \tag{27}$$

Rassal olarak türetilen test problemleri, tüm modeller kullanılarak çözülmüş ve elde edilen sonuçlar görev sayısı bazında 25 görev (Tablo 3), 50 görev (Tablo 4), 75 görev (Tablo 5) ve büyük boyutlu problemler (Tablo 6) için ayrı tablolarda sunulmuştur. Tablolar iki bölümden oluşmaktadır.

İlk bölümde problemin adı, sonraki bölümde ise sapma yüzdesi değerleri verilmiştir. Tüm tablolarda her bir problem için sapma yüzdesi açısından en başarılı değer, italik yazılmıştır. Sapma yüzdesi dikkate alındığında HP modeli belirgin bir şekilde öne çıkmaktadır. 25 görevli test

Tablo 3. 25 görev problemlerinin test sonuçları süreleri (Test results for 25 job problems)

problem	sapma yüzdesi				problem	sapma yüzdesi			
	DB	DA	YK	HP		DB	DA	YK	HP
5-25-2-1-1-1	0,41	2,00	1,24	<i>0,12</i>	10-25-2-1-1-1	0,38	2,00	1,26	<i>0,29</i>
5-25-2-1-1-2	0,51	2,00	1,18	<i>0,21</i>	10-25-2-1-1-2	0,29	2,00	1,44	<i>0,23</i>
5-25-2-1-1-3	<i>0,06</i>	2,00	1,38	<i>0,06</i>	10-25-2-1-1-3	0,72	2,00	1,15	<i>0,41</i>
5-25-2-1-2-1	0,37	2,00	1,13	<i>0,14</i>	10-25-2-1-2-1	0,51	2,00	1,19	<i>0,27</i>
5-25-2-1-2-2	<i>0,06</i>	2,00	1,18	<i>0,06</i>	10-25-2-1-2-2	0,40	2,00	1,23	<i>0,26</i>
5-25-2-1-2-3	0,32	2,00	1,17	<i>0,17</i>	10-25-2-1-2-3	0,41	2,00	1,31	<i>0,32</i>
5-25-2-3-1-1	0,53	2,00	1,22	<i>0,27</i>	10-25-2-3-1-1	1,05	1,00	1,00	<i>0,96</i>
5-25-2-3-1-2	0,31	2,00	1,41	<i>0,27</i>	10-25-2-3-1-2	<i>0,94</i>	1,20	2,00	<i>0,98</i>
5-25-2-3-1-3	0,25	2,00	1,27	<i>0,25</i>	10-25-2-3-1-3	0,89	1,75	2,00	<i>0,82</i>
5-25-2-3-2-1	<i>0,11</i>	2,00	1,69	<i>0,11</i>	10-25-2-3-2-1	<i>0,84</i>	1,20	2,00	<i>0,87</i>
5-25-2-3-2-2	<i>0,13</i>	2,00	1,06	<i>0,13</i>	10-25-2-3-2-2	<i>0,68</i>	1,28	2,00	<i>0,73</i>
5-25-2-3-2-3	0,14	2,00	1,65	<i>0,13</i>	10-25-2-3-2-3	1,01	1,77	2,00	<i>1,00</i>
5-25-5-1-1-1	0,27	2,00	1,54	<i>0,22</i>	10-25-5-1-1-1	0,51	2,00	1,33	<i>0,32</i>
5-25-5-1-1-2	0,35	2,00	1,59	<i>0,15</i>	10-25-5-1-1-2	0,51	2,00	1,39	<i>0,42</i>
5-25-5-1-1-3	<i>0,17</i>	2,00	1,39	<i>0,17</i>	10-25-5-1-1-3	0,31	2,00	1,24	<i>0,28</i>
5-25-5-1-2-1	0,12	2,00	1,29	<i>0,09</i>	10-25-5-1-2-1	0,38	2,00	1,34	<i>0,17</i>
5-25-5-1-2-2	0,21	2,00	1,08	<i>0,12</i>	10-25-5-1-2-2	0,44	2,00	1,23	<i>0,31</i>
5-25-5-1-2-3	0,38	2,00	1,03	<i>0,23</i>	10-25-5-1-2-3	0,27	2,00	1,27	<i>0,27</i>
5-25-5-3-1-1	<i>0,27</i>	2,00	1,57	<i>0,27</i>	10-25-5-3-1-1	2,06	2,00	<i>0,08</i>	1,68
5-25-5-3-1-2	0,23	2,00	1,16	<i>0,21</i>	10-25-5-3-1-2	0,85	2,00	1,75	<i>0,75</i>
5-25-5-3-1-3	0,87	2,00	1,38	<i>0,29</i>	10-25-5-3-1-3	1,08	1,00	2,00	<i>0,99</i>
5-25-5-3-2-1	<i>0,23</i>	2,00	1,70	<i>0,24</i>	10-25-5-3-2-1	0,83	1,27	2,00	<i>0,76</i>
5-25-5-3-2-2	0,16	2,00	1,91	<i>0,13</i>	10-25-5-3-2-2	0,86	2,00	1,78	<i>0,77</i>
5-25-5-3-2-3	0,11	1,80	2,00	<i>0,10</i>	10-25-5-3-2-3	<i>0,78</i>	1,38	2,00	<i>0,79</i>

Tablo 4. 50 görev problemler için test sonuçları (Test results for 50 job problems)

problem	sapma yüzdesi				problem	sapma yüzdesi			
	DB	DA	YK	HP		DB	DA	YK	HP
5-50-2-1-1-1	0,24	2,00	1,05	<i>0,03</i>	10-50-2-1-1-1	0,19	2,00	1,26	<i>0,09</i>
5-50-2-1-1-2	<i>0,15</i>	2,00	1,05	<i>0,15</i>	10-50-2-1-1-2	0,19	2,00	1,18	<i>0,15</i>
5-50-2-1-1-3	0,10	2,00	1,25	<i>0,06</i>	10-50-2-1-1-3	0,18	2,00	1,18	<i>0,10</i>
5-50-2-1-2-1	0,10	2,00	1,13	<i>0,03</i>	10-50-2-1-2-1	0,16	2,00	1,14	<i>0,08</i>
5-50-2-1-2-2	0,07	2,00	1,14	<i>0,05</i>	10-50-2-1-2-2	0,19	2,00	1,08	<i>0,10</i>
5-50-2-1-2-3	0,16	2,00	1,07	<i>0,05</i>	10-50-2-1-2-3	0,17	2,00	1,12	<i>0,13</i>
5-50-2-3-1-1	0,06	2,00	1,63	<i>0,04</i>	10-50-2-3-1-1	0,37	1,00	1,00	<i>0,14</i>
5-50-2-3-1-2	0,15	2,00	1,52	<i>0,14</i>	10-50-2-3-1-2	0,22	2,00	1,46	<i>0,13</i>
5-50-2-3-1-3	0,17	2,00	1,37	<i>0,14</i>	10-50-2-3-1-3	0,66	2,00	1,09	<i>0,19</i>
5-50-2-3-2-1	0,12	2,00	1,25	<i>0,07</i>	10-50-2-3-2-1	0,17	2,00	1,66	<i>0,12</i>
5-50-2-3-2-2	<i>0,02</i>	2,00	1,28	0,03	10-50-2-3-2-2	0,18	2,00	1,55	<i>0,14</i>
5-50-2-3-2-3	<i>0,03</i>	2,00	1,49	0,04	10-50-2-3-2-3	<i>0,06</i>	2,00	1,73	<i>0,06</i>
5-50-5-1-1-1	0,16	2,00	1,13	<i>0,09</i>	10-50-5-1-1-1	0,19	2,00	1,17	<i>0,07</i>
5-50-5-1-1-2	0,09	2,00	1,26	<i>0,05</i>	10-50-5-1-1-2	0,23	2,00	1,18	<i>0,15</i>
5-50-5-1-1-3	<i>0,02</i>	2,00	1,21	0,06	10-50-5-1-1-3	0,25	2,00	1,29	<i>0,09</i>
5-50-5-1-2-1	0,09	2,00	1,18	<i>0,05</i>	10-50-5-1-2-1	0,19	2,00	1,20	<i>0,10</i>
5-50-5-1-2-2	0,51	2,00	1,04	<i>0,15</i>	10-50-5-1-2-2	1,00	2,00	-	<i>0,17</i>
5-50-5-1-2-3	0,16	2,00	1,13	<i>0,07</i>	10-50-5-1-2-3	0,12	2,00	1,23	<i>0,10</i>
5-50-5-3-1-1	0,41	1,79	2,00	<i>0,29</i>	10-50-5-3-1-1	0,22	2,00	1,31	<i>0,12</i>
5-50-5-3-1-2	<i>0,03</i>	2,00	1,94	0,05	10-50-5-3-1-2	0,54	2,02	1,15	<i>0,29</i>
5-50-5-3-1-3	<i>0,08</i>	2,00	1,17	0,12	10-50-5-3-1-3	0,30	2,00	1,19	<i>0,17</i>
5-50-5-3-2-1	<i>0,05</i>	2,00	1,21	0,08	10-50-5-3-2-1	0,09	2,00	1,83	<i>0,07</i>
5-50-5-3-2-2	<i>0,06</i>	2,00	1,17	0,08	10-50-5-3-2-2	<i>0,06</i>	1,83	2,00	<i>0,06</i>
5-50-5-3-2-3	<i>0,06</i>	2,00	1,21	0,08	10-50-5-3-2-3	0,22	2,00	1,84	<i>0,20</i>

problemlerinin %88’inde, 50 görevli problemlerin %83’ünde ve 75 görevli problemlerin %96’sında HP modelinin başarılı olduğu göze çarpmaktadır. Büyük boyutlu problemlerin ise tamamında HP modeli başarılı olmuştur. 25 görevli problemler için modellerin ortalama çözüm süreleri dikkate alındığında en kısa çözüm süresi (0,24 sn) DB modeline aittir. Bu modeli sırasıyla YK (0,31 sn), HP (608,26 sn) ve DA (857,71 sn) modelleri izlemektedir. 50 görevli problemler için modellerin ortalama çözüm süreleri artan sırada 0,26 sn (YK), 0,38 sn (DB), 419,81 sn (DA) ve 734,90 sn (HP) olarak gerçekleşmiştir. 75 görevli problemler için modellerin ortalama çözüm süreleri ise artan sırada 0,36 sn (YK), 7,58 sn (DB), 951,29 sn (DA) ve 1873,43 sn (HP) olarak gerçekleşmiştir. Üç ölçüt birlikte

değerlendirildiğinde, HP MRGAP modeli oldukça başarılı olmasına rağmen çözüm süresi açısından dezavantajlı olduğundan modelin daha kısa sürede çözülebilmesi için bir matematiksel algoritma geliştirilmiştir. Geliştirilen algoritma ile elde edilen çözümler izleyen alt bölümde verilmiştir. Test problemi türetme parametrelerinin (m, n, r, S, c) HP MRGAP modelinin başarısına etkisini incelemek amacıyla varyans analizi yapılmıştır. Burada her bir parametre bir faktöre, parametrelerin farklı değerleri ise düzeylere karşı gelmektedir. H_0 hipotezi parametrelerin, HP MRGAP modelinin başarısına etkisi olmadığını ($H_0: \mu_m = \mu_n = \mu_r = \mu_S = \mu_c$) H_1 hipotezi ise ortalamalardan en az ikisi arasında anlamlı bir fark olduğunu ifade etmektedir. Tablo 7’den de görülebileceği gibi %95 güven düzeyinde ajan

Tablo 5. 75 görev problemleri için test sonuçları (Test results for 75 job problems)

problem	sapma yüzdesi				problem	sapma yüzdesi			
	DB	DA	YK	HP		DB	DA	YK	HP
5-75-2-1-1-1	0,04	2,00	1,19	0,04	10-75-2-1-1-1	0,14	2,00	1,17	0,08
5-75-2-1-1-2	0,06	2,00	1,20	0,03	10-75-2-1-1-2	0,25	2,00	1,11	0,10
5-75-2-1-1-3	0,09	2,00	1,06	0,07	10-75-2-1-1-3	0,11	2,00	1,13	0,07
5-75-2-1-2-1	0,12	2,00	1,10	0,04	10-75-2-1-2-1	0,17	2,00	1,07	0,06
5-75-2-1-2-2	0,09	2,00	1,06	0,02	10-75-2-1-2-2	0,07	2,00	1,13	0,07
5-75-2-1-2-3	0,01	2,00	1,13	0,01	10-75-2-1-2-3	0,15	2,00	1,15	0,02
5-75-2-3-1-1	0,09	2,00	1,27	0,06	10-75-2-3-1-1	0,51	1,00	1,00	0,28
5-75-2-3-1-2	0,06	2,00	1,52	0,05	10-75-2-3-1-2	0,45	2,02	1,40	0,36
5-75-2-3-1-3	0,15	2,00	1,33	0,06	10-75-2-3-1-3	0,50	2,00	1,58	0,50
5-75-2-3-2-1	0,03	2,00	1,58	0,02	10-75-2-3-2-1	0,29	2,00	1,71	0,17
5-75-2-3-2-2	0,15	2,00	1,20	0,05	10-75-2-3-2-2	0,23	2,00	1,27	0,27
5-75-2-3-2-3	0,07	2,00	1,16	0,04	10-75-2-3-2-3	0,39	2,00	1,27	0,27
5-75-5-1-1-1	0,06	2,00	1,09	0,06	10-75-5-1-1-1	0,27	2,00	1,12	0,08
5-75-5-1-1-2	0,08	2,00	1,18	0,03	10-75-5-1-1-2	0,20	2,00	1,13	0,05
5-75-5-1-1-3	0,08	2,00	1,06	0,04	10-75-5-1-1-3	0,15	2,00	1,06	0,05
5-75-5-1-2-1	0,10	2,00	1,12	0,04	10-75-5-1-2-1	0,10	2,00	1,11	0,04
5-75-5-1-2-2	0,02	2,00	1,09	0,02	10-75-5-1-2-2	0,10	2,00	1,18	0,08
5-75-5-1-2-3	0,09	2,00	1,05	0,01	10-75-5-1-2-3	0,16	2,00	1,10	0,08
5-75-5-3-1-1	0,11	2,00	1,29	0,08	10-75-5-3-1-1	0,44	2,00	1,50	0,37
5-75-5-3-1-2	0,03	2,00	1,47	0,03	10-75-5-3-1-2	0,48	2,00	1,23	0,34
5-75-5-3-1-3	0,11	2,00	1,20	0,08	10-75-5-3-1-3	1,00	2,00	-	0,29
5-75-5-3-2-1	0,23	2,00	1,18	0,08	10-75-5-3-2-1	0,25	2,00	1,17	0,17
5-75-5-3-2-2	0,08	2,00	1,33	0,06	10-75-5-3-2-2	0,57	2,00	1,14	0,26
5-75-5-3-2-3	0,02	2,00	1,30	0,02	10-75-5-3-2-3	0,28	2,00	1,15	0,29

Tablo 6. Büyük boyutlu problemler için test sonuçları (Test results for large sized problems)

problem	sapma yüzdesi			
	DB	DA	YK	HP
50-100-5-3-2-1	0,61	2,00	1,15	0,30
50-150-5-3-2-1	0,10	2,00	1,83	0,09
50-200-5-3-2-1	0,06	2,00	1,65	0,03
50-250-5-3-2-1	0,03	2,01	1,49	0,02

Tablo 7. Varyans analizi tablosu (Analysis of variance table)

Kaynak	Serbestlik derecesi	SS	MS	F	p
m	1	1,52802	1,52802	55,77	0,000
n	2	2,57584	1,28792	47,01	0,000
r	1	0,00842	0,00842	0,31	0,580
S	1	0,98685	0,98685	36,02	0,000
c	1	0,12731	0,12731	4,65	0,033
Hata	137	3,75354	0,02740		
Toplam	143	8,97996			

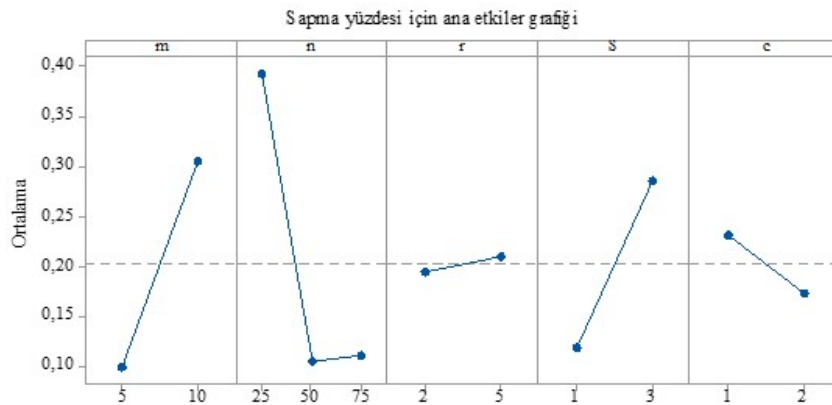
sayısı (m), görev sayısı (n) ve işlem süresi (S) parametrelerinin p değerleri 0,05'den küçük olduğundan H_0 hipotezi reddedilir. Bu faktörlerin, HP MRGAP modelinin performansı üzerinde etkisi vardır.

Ayrıca, her bir faktör düzeyinin HP MRGAP modelinin sapma yüzdesine etkisini incelemek amacıyla ana etkiler grafiği çizilmiştir (Şekil 2). Sapma yüzdesi ana etkiler grafiğinde, her bir faktörün düşük düzeyi ile yüksek düzeyini birleştiren çizginin eğimi arttıkça ilgili faktörün kritik olduğu (sapma yüzdesi üzerinde etkisi olduğu) anlamına gelmektedir. Grafik incelendiğinde, ajan sayısı (m), görev sayısı (n) ve işlem süresi (S) parametrelerinin kritik olduğu görülmektedir. HP MRGAP modeli, özellikle

ajan sayısının az, görev sayısının büyük ve işlem sürelerinin kısa olduğu problemlerde daha başarılıdır.

4.2.3. Geliştirilen matsezgisel algoritmanın performansı
(The performance of the developed matheuristic algorithm)

Tüm test problemleri, geliştirilen matsezgisel algoritma ile çözülmüş ve elde edilen sonuçlar, HP MRGAP modelinin sonuçları ile karşılaştırılmıştır. Geliştirilen matsezgiselin ve HP MRGAP modelinin amaç fonksiyonlarının aynı olması nedeniyle performansları, amaç fonksiyonu değerleri kullanılarak karşılaştırılmıştır. Sonuçlar, görev sayısı bazında 25 görev (Tablo 8), 50 görev (Tablo 9), 75 görev (Tablo 10) ve büyük boyutlu problemler (Tablo 11) için ayrı



Şekil 2. Hedef Programlama MRGAP modelinin sapma yüzdesi için ana etkiler grafiği
(Main effects graph for deviation percentage of goal programming MRGAP model)

Tablo 8. 25 görev problemleri için matsezgisel algoritma sonuçları (Results of matheuristic algorithm for 25 job problems)

problem	amaç		süre		problem	amaç		süre	
	ZHP	ZMA	HP	MA		ZHP	ZMA	HP	MA
5-25-2-1-1-1	12,4	7,2	1	6	10-25-2-1-1-1	14,9	22,2	241	68
5-25-2-1-1-2	13,2	7,8	1	2	10-25-2-1-1-2	13,0	10,4	24	6
5-25-2-1-1-3	6,8	6,4	0	2	10-25-2-1-1-3	19,9	14,5	279	2
5-25-2-1-2-1	11,0	11,0	0	2	10-25-2-1-2-1	14,0	12,9	35	15
5-25-2-1-2-2	5,4	5,4	0	1	10-25-2-1-2-2	15,8	13,9	53	21
5-25-2-1-2-3	12,2	12,2	1	1	10-25-2-1-2-3	17,6	15,5	206	75
5-25-2-3-1-1	15,4	15,4	0	1	10-25-2-3-1-1	86,8	87,0	0	0
5-25-2-3-1-2	13,6	8,4	0	2	10-25-2-3-1-2	70,2	70,2	1	2
5-25-2-3-1-3	18,8	9,8	0	1	10-25-2-3-1-3	49,1	33,3	390	7
5-25-2-3-2-1	13,4	7,2	1	3	10-25-2-3-2-1	54,5	56,4	3600	282
5-25-2-3-2-2	7,4	4,6	0	1	10-25-2-3-2-2	49,7	57,4	3600	58
5-25-2-3-2-3	14,2	8,0	1	2	10-25-2-3-2-3	53,4	34,8	3600	412
5-25-5-1-1-1	33,0	33,0	1	1	10-25-5-1-1-1	38,6	52,9	45	6
5-25-5-1-1-2	50,8	28,4	0	2	10-25-5-1-1-2	38,1	43,1	211	13
5-25-5-1-1-3	38,4	38,4	1	2	10-25-5-1-1-3	35,5	26,9	36	5
5-25-5-1-2-1	21,8	21,8	0	2	10-25-5-1-2-1	33,7	48,8	56	12
5-25-5-1-2-2	23,2	23,2	0	1	10-25-5-1-2-2	47,4	36,0	892	26
5-25-5-1-2-3	52,8	52,8	3	4	10-25-5-1-2-3	32,9	28,1	12	3
5-25-5-3-1-1	46,0	25,8	1	3	10-25-5-3-1-1	141,9	152,1	74	9
5-25-5-3-1-2	30,8	20,0	0	9	10-25-5-3-1-2	166,0	165,9	318	152
5-25-5-3-1-3	25,0	13,2	0	4	10-25-5-3-1-3	153,0	143,7	383	3
5-25-5-3-2-1	55,8	28,6	2	5	10-25-5-3-2-1	142,0	157,8	3600	5
5-25-5-3-2-2	38,2	21,8	1	2	10-25-5-3-2-2	135,6	136,5	3600	3
5-25-5-3-2-3	21,8	14,0	1	1	10-25-5-3-2-3	140,1	139,8	3600	339

Tablo 9. 50 görev problemleri için matsezgisel algoritma sonuçları (Results of matheuristic algorithm for 50 job problems)

problem	amaç		süre		problem	amaç		süre	
	ZHP	ZMA	HP	MA		ZHP	ZMA	HP	MA
5-50-2-1-1-1	11,2	10,8	19	12	10-50-2-1-1-1	10,0	9,9	3600	189
5-50-2-1-1-2	12,0	11,0	6	6	10-50-2-1-1-2	9,0	5,5	72	461
5-50-2-1-1-3	15,4	15,4	6	6	10-50-2-1-1-3	11,9	14,0	264	25
5-50-2-1-2-1	12,4	15,0	31	17	10-50-2-1-2-1	9,6	9,9	439	13
5-50-2-1-2-2	13,0	15,0	3	6	10-50-2-1-2-2	11,1	15,0	3600	501
5-50-2-1-2-3	7,6	7,6	0	2	10-50-2-1-2-3	10,6	12,4	2057	175
5-50-2-3-1-1	11,6	5,8	1	7	10-50-2-3-1-1	15,8	8,9	15	195
5-50-2-3-1-2	16,4	9,2	9	8	10-50-2-3-1-2	10,9	6,2	8	405
5-50-2-3-1-3	19,2	19,2	47	411	10-50-2-3-1-3	18,4	9,2	6	14
5-50-2-3-2-1	23,2	23,2	2230	809	10-50-2-3-2-1	19,2	19,2	26	195
5-50-2-3-2-2	11,6	11,6	2	6	10-50-2-3-2-2	21,2	10,6	25	36
5-50-2-3-2-3	9,2	5,2	2	7	10-50-2-3-2-3	10,9	8,1	80	222
5-50-5-1-1-1	28,2	28,6	28	12	10-50-5-1-1-1	21,7	30,4	1566	294
5-50-5-1-1-2	23,8	22,6	39	25	10-50-5-1-1-2	32,8	25,7	790	240
5-50-5-1-1-3	15,4	15,4	7	8	10-50-5-1-1-3	24,7	26,7	3600	15
5-50-5-1-2-1	36,8	42,4	28	4	10-50-5-1-2-1	31,8	21,7	3600	56
5-50-5-1-2-2	25,6	25,6	47	3	10-50-5-1-2-2	24,0	27,4	3600	55
5-50-5-1-2-3	29,6	17,0	24	16	10-50-5-1-2-3	22,3	23,0	962	511
5-50-5-3-1-1	72,8	36,4	3600	403	10-50-5-3-1-1	22,1	16,2	162	789
5-50-5-3-1-2	12,4	7,0	30	59	10-50-5-3-1-2	76,2	60,0	174	296
5-50-5-3-1-3	37,8	22,8	1	7	10-50-5-3-1-3	51,3	26,6	309	21
5-50-5-3-2-1	39,4	24,6	2	18	10-50-5-3-2-1	26,0	15,7	723	25
5-50-5-3-2-2	41,6	23,0	1	9	10-50-5-3-2-2	17,6	11,0	22	410
5-50-5-3-2-3	34,0	18,8	1	9	10-50-5-3-2-3	70,1	35,5	3600	55

Tablo 10. 75 görev problemleri için matsezgisel algoritma sonuçları (Results of matheuristic algorithm for 75 job problems)

Problem	Amaç		Süre		Problem	Amaç		Süre	
	ZHP	ZMA	HP	MA		ZHP	ZMA	HP	MA
5-75-2-1-1-1	5,0	5,0	2	3	10-75-2-1-1-1	6,9	8,6	2296	175
5-75-2-1-1-2	12,0	7,8	49	22	10-75-2-1-1-2	9,6	10,9	3600	458
5-75-2-1-1-3	10,0	10,0	6	3	10-75-2-1-1-3	9,6	9,9	3600	1417
5-75-2-1-2-1	11,6	13,2	30	90	10-75-2-1-2-1	6,3	6,3	726	836
5-75-2-1-2-2	11,6	15,6	12	10	10-75-2-1-2-2	8,9	8,7	3600	676
5-75-2-1-2-3	12,4	12,4	3	16	10-75-2-1-2-3	7,6	10,1	949	864
5-75-2-3-1-1	12,4	12,4	7	30	10-75-2-3-1-1	35,4	48,3	3600	3
5-75-2-3-1-2	11,2	11,2	6	231	10-75-2-3-1-2	41,3	42,4	3600	400
5-75-2-3-1-3	12,8	13,6	3600	805	10-75-2-3-1-3	42,6	19,3	3600	407
5-75-2-3-2-1	8,8	4,4	3	130	10-75-2-3-2-1	32,6	21,3	3600	403
5-75-2-3-2-2	18,8	9,4	52	26	10-75-2-3-2-2	44,3	35,1	3600	412
5-75-2-3-2-3	12,4	7,0	3	9	10-75-2-3-2-3	44,8	29,1	3600	433
5-75-5-1-1-1	16,6	16,6	8	8	10-75-5-1-1-1	26,3	26,4	3600	531
5-75-5-1-1-2	18,6	27,0	5	50	10-75-5-1-1-2	16,1	16,3	1260	817
5-75-5-1-1-3	15,0	15,0	2	5	10-75-5-1-1-3	24,6	17,6	3600	592
5-75-5-1-2-1	25,2	25,2	3	14	10-75-5-1-2-1	19,2	23,4	2089	1029
5-75-5-1-2-2	22,0	22,0	8	14	10-75-5-1-2-2	29,2	29,2	3600	1879
5-75-5-1-2-3	20,8	21,4	16	19	10-75-5-1-2-3	21,3	26,8	3600	921
5-75-5-3-1-1	58,4	29,2	3600	66	10-75-5-3-1-1	95,6	62,5	3600	401
5-75-5-3-1-2	22,4	12,0	4	241	10-75-5-3-1-2	100,1	54,2	3600	410
5-75-5-3-1-3	44,8	23,2	3600	108	10-75-5-3-1-3	113,4	65,4	3600	407
5-75-5-3-2-1	86,8	43,4	3600	1242	10-75-5-3-2-1	96,5	115,1	3600	400
5-75-5-3-2-2	44,8	24,2	4	405	10-75-5-3-2-2	110,1	91,1	3600	1060
5-75-5-3-2-3	12,0	9,0	3	287	10-75-5-3-2-3	119,9	114,5	3600	511

tablolarda sunulmuştur. Tablolar üç bölümden oluşmaktadır. İlk bölümde problemin adı, sonraki bölümlerde ise sırasıyla amaç fonksiyonu değeri (amaç) ve saniye cinsinden çözüm süresi (süre) verilmiştir. Geliştirilen matsezgisel algoritma ile 25 görevli problemlerin %81'inde, 50 görevli

problemlerin %86'sında, 75 görevli problemlerin %76'sında ve büyük boyutlu problemlerin tamamında HP MRGAP modeli ile aynı ya da daha başarılı çözümlere ulaşılmıştır. Matsezgiselin çözüm süreleri ise, HP MRGAP modelinin çözüm sürelerinden 25 görevli problemlerde ortalama %95,

50 görevli problemlerde %80 ve 75 görevli problemlerde %79 daha kısadır. HP MRGAP modeli ile tüm büyük boyutlu problemlerde süre limitine ulaşılmış iken matsezgisel algoritma ile çok daha kısa sürelerde daha başarılı çözümler elde edilmiştir.

Tablo 11. Büyük boyutlu problemler için matsezgisel algoritma sonuçları
(Results of matheuristic algorithm for large sized problems)

Problem	Amaç		Süre	
	ZHP	ZMA	HP	MA
50-100-5-3-2-1	22,6	15,9	3600	136
50-150-5-3-2-1	39,8	25,4	3600	196
50-200-5-3-2-1	30,7	23,5	3600	1511
50-250-5-3-2-1	24,0	20,1	3600	3475

5. SONUÇLAR VE TARTIŞMALAR (RESULTS AND DISCUSSIONS)

Yüklerin ajanlara dengeli dağıtılması, MRGAP probleminde oldukça önemlidir. Bu çalışmada, yüklerin ajanlara enbüyük yük, ajan yükleri arasındaki farklar ve toplam yükü dikkate alacak şekilde dengeli dağıtılması için bir hedef programlama modeli önerilmiştir. Ayrıca, bu modelin çözümüne yönelik olarak bir matsezgisel algoritma geliştirilmiştir. Önerilen yöntemler, literatürde daha önce ajan yüklerinin dengeli dağıtılması için önerilmiş olan darboğaz ve dengeli atama MRGAP modelleri ve yük toplamının enküçülenmesi GAP modelinin MRGAP'a uyarlanmasıyla elde edilen yük kareleri MRGAP modeli ile karşılaştırılmıştır. Dikkate alınan modellerin performansları, enbüyük yük, değişim katsayısı ve toplam yük ölçütlerini birlikte dikkate alan sapma yüzdesi ölçütü kullanılarak kıyaslanmıştır. HP MRGAP modeli test problemlerinin %90'ında başarılı olarak öne çıkmıştır. Geliştirilen matsezgisel algoritma ile ise HP MRGAP modelinden amaç fonksiyonu değeri açısından %82 daha başarılı çözümlere %60 daha kısa sürede ulaşılmıştır.

Çalışma MRGAP özelinde yapılmış olmasına rağmen, elde edilen sonuçların çizelgeleme, hat dengeleme, iş yükleme gibi yüklerin dengeli dağıtılmasının gerektiği birçok önemli problem için de katkı sağlayabileceği düşünülmektedir. Gelecekte sözü geçen problemler için de geliştirilen matematiksel model ve matsezgisel algoritma uyarlanabilir.

KAYNAKLAR (REFERENCES)

- Ahmed, Z.H., Performance analysis of hybrid genetic algorithms for the generalized assignment problem, IJCSNS International Journal of Computer Science and Network Security, 19 (9), 216-222, 2019.
- Bender, M., Thielen, C., Westphal, S., Packing items into several bins facilitates approximating the separable assignment problem, Information Processing Letters, 115, 570-575, 2015.
- D'Ambrosio, C., Martello, S., Monaci, M., Lower and upper bounds for the non-linear generalized assignment problem, Computers and Operations Research, 120, 104933, 2020.
- Ceselli, A., Fiore, M., Premoli, M., Secci, S., Optimized assignment patterns in Mobile Edge Cloud networks Computers and Operations Research, 106, 246-259, 2019.
- Masoud, M., Elhenawy, M., Almannaa, M.H., Liu, S.Q., Glaser, S., Rakotonirainy, A., Heuristic approaches to solve e-scooter assignment problem, IEEE Access, 7, 175093-175105, 2019.
- Wang, G., Lei, L., Integrated operations scheduling with delivery deadlines, Computers & Industrial Engineering, 85, 177-185, 2015.
- Munapo, E., Lesaoana, M., Nyamugure, P., Kumar, S., A transportation branch and bound algorithm for solving the generalized assignment problem, International Journal of System Assurance Engineering and Management, 6 (3), 217-223, 2015.
- Singh, S.K., Rani, D, A branching algorithm to solve binary problem in uncertain environment: an application in machine allocation problem, OPSEARCH, 56, 1007-1023, 2019.
- Wang, J., Liu, K, Li, B., Liu, T., Li, R., Han Z., Delay-Sensitive multi-period computation offloading with reliability guarantees in fog networks, IEEE Transactions on Mobile Computing, 19 (9), 2062-2075, 2020.
- Valentin, E., de Freitas, R., Barreto, R., Towards optimal solutions for the low power hard real-time task allocation on multiple heterogeneous processors, Science of Computer Programming, 165, 38-53, 2018.
- Wu, W., Iori M., Martello, S., Yagiura, M., Exact and heuristic algorithms for the interval min-max regret generalized assignment problem, Computers & Industrial Engineering, 125, 98-110, 2018.
- Fu, Y., Sun, J., Lai, K.K, Leung, J.W.K., A robust optimization solution to bottleneck generalized assignment problem under uncertainty, Annals of Operations Research, 233,123-133, 2015.
- Dörterler, M., A New Genetic algorithm with agent-based crossover for the generalized assignment problem, Journal of Information Technology and Control, 48 (3), 389-400, 2019.
- Dörtler, M., Bay, Ö.F., Akçayol, M.A., A modified genetic algorithm for a special case of the generalized assignment problem, Turkish Journal of Electrical Engineering & Computer Sciences, 25, 794-805, 2017.
- Liu, Y.Y., Wang, S.A., Scalable parallel genetic algorithm for the generalized assignment problem, Parallel Computing, 46, 98-119, 2015.
- Haddadi, S., Variable-fixing then subgradient optimization guided very large scale neighborhood search for the generalized assignment problem, 4OR, 17, 261-295, 2019.
- Sethanana, K., Pitakaso, R., Improved differential evolution algorithms for solving generalized assignment problem, Expert Systems with Applications, 45, 450-459, 2016.

18. Yang, L., Yao, H., Wang, J., Jiang, C., Benslimane, A., Liu Y., Multi-UAV-Enabled load-balance mobile-edge computing for IoT networks, *IEEE Internet of Things Journal*, 7 (8), 6898-6908, 2020.
19. Shtub, A., Kogan, K., Capacity planning by the dynamic multi-resources generalized assignment problem (DMRGAP), *European Journal of Operational Research*, 105, 91-99, 1998.
20. LeBlanc, L.J., Shtub, A., Anandalingam, G., Formulating and solving production planning problems, *European Journal of Operational Research*, 112, 54-80, 1999.
21. Yagiura, M., Iwasaki, S., Ibaraki, T., Glover, F., A very large-scale neighborhood search algorithm for the multi-resource generalized assignment problem, *Discrete Optimization*, 1 (1), 87–98, 2004.
22. Mitrović-Minić, S., Punnen, A. P., Local search intensified: Very large-scale variable neighborhood search for the multi-resource generalized assignment problem, *Discrete Optimization*, 6 (4), 370–377, 2009.
23. Özçelik, F., Saraç, T., Farklı yeteneklere ve önceliklere sahip ajanların ve aynı ajana atanması gereken işlerin olduğu çok kaynaklı genelleştirilmiş atama problemi için bir hedef programlama modeli (A goal programming model for multi-resource generalized assignment problem that contains agents with different abilities and priorities along with jobs to be assigned to the same agents), *Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Dergisi Part C: Tasarım ve Teknoloji*, 5 (1), 75-90, 2017.
24. Janak, S.L., Taylor M.S., Floudas C.A., Novel and effective integer optimization approach for the NSF panel-assignment problem: A multiresource and preference-constrained generalized assignment problem, *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 45, 258-265, 2006.
25. Karsu, Ö., Azizoglu, M., The multi-resource agent bottleneck generalised assignment problem, *International Journal of Production Research*, 50 (2), 309-324, 2012.
26. Özçelik F., Saraç T., The bottleneck multi resource generalised assignment problem with agent and resources eligibility restrictions, *International Symposium for Production Research*, Vienna, Austria, 13-15 September 2017.
27. Karsu, Ö., Azizoglu, M., Bicriteria multiresource generalized assignment problem, *Naval Research Logistics*, 61, 621-636, 2014.
28. Pentico D.W., Assignment Problem: A golden anniversary survey, *European Journal of Operational Research*, 176, 774-793, 2007.
29. Karsu, Ö., Azizoğlu, M., An exact algorithm for the minimum squared load assignment problem, *Computers and Operations Research*, 106, 76–90, 2019.
30. Akyol Özer, E., Saraç, T., MIP models and a matheuristic algorithm for an identical parallel machine scheduling problem under multiple copies of shared resources constraints, *An Official Journal of the Spanish Society of Statistics and Operations Research*, 27, 94–124, 2019.

