


Investigation of the Definitions of Pre-service Elementary Mathematics Teachers on Fraction Concept

Hatice Çetin¹

¹  Necmettin Erbakan University, Konya, Turkey, haticebts@gmail.com,

To cite this article:

Çetin, H. (2020). Investigation of the definitions of pre-service elementary mathematics teachers on fraction concept. *Eurasian Journal of Teacher Education*, 1(3), 172-185.

Received: 09.15.2020

Accepted: 10.27.2020

Abstract

The purpose of this study is to examine the pre-service elementary mathematics teachers' fraction definitions in the context of fraction meanings. For this purpose, the study was conducted with the case study design of the qualitative research method. A questionnaire consisting of open-ended questions was used as a data collection tool. Criterion sampling, one of the purposeful sampling methods, was used to determine the study group. In the 2018-2019 academic year, 48 pre-service teachers who took the Fundamentals of Mathematics course in the Elementary Mathematics Education program were consulted on a voluntary basis. In this study, the data collected using a measurement tool consisting of a total of four open-ended questions were analyzed by content and descriptive analysis technique, two of the analysis techniques in qualitative research methods. In the light of the findings, it was determined that pre-service elementary mathematics teachers have difficulty in defining the basic concept of fraction. Some suggestions were made based on the results of the research.

Keywords: Elementary mathematics, Fraction, Fraction meaning, Pre-service teacher.

Article Type:

Original article

Ethics Declaration:

Data was collected in the fall semester of 2018-2019. Research ethics were followed in this study and the study is original.

İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Kesir Kavramına İlişkin Tanımlarının İncelenmesi

Öz

Bu araştırmanın amacı, ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının kesir kavramına ilişkin tanımlarını kesrin anlamları bağlamında incelemektir. Bu amaçla çalışma, nitel araştırma yönteminin durum çalışması deseniyle yürütülmüştür. Veri toplama aracı olarak, açık uçlu sorulardan oluşan anket kullanılmıştır. Çalışma grubunu belirlemede, amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme kullanılmıştır. 2018-2019 öğretim yılında İlköğretim Matematik Öğretmenliği programında öğrenim görmekte olan Matematik Temelleri dersini alan 48 öğretmen adayının gönüllülük esasına göre görüşlerine başvurulmuştur. Bu çalışmada, toplam dört adet açık-uçlu sorudan oluşan bir ölçme aracı kullanılarak toplanan veriler, nitel araştırma yöntemlerinde yer alan analiz tekniklerinden betimsel ve içerik analiz tekniği ile analiz edilmiştir. Ulaşılan bulgular ışığında, ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının, temel bir kavram olan kesri tanımlamakta güçlük yaşadığı tespit edilmiştir. Araştırmanın sonuçlarına dayanılarak birtakım öneriler getirilmiştir.

Anahtar Kelimeler: İlköğretim matematik, Kesir, Kesrin anlamı, Öğretmen adayı.

Giriş

Matematik eğitiminin niteliğini belirleyen pek çok değişken olsa da bunlar içinde belki de en önemli rolü öğretmenler oynamaktadır. Öğretmenlerin niteliğinin ve alan bilgisinin matematik öğretimini doğrudan etkilediği bilinmektedir (Türnüklü, 2005). Öğretmenlerin, öğrencilerinin anlamasını kolaylaştırmak için iyi bir matematiksel bilgiye sahip olmaları ve kavramların anlamlarını açıklamaları gerekmektedir (Baki, 2018). Bir öğretmenin alan bilgisinin yetersizliği, onun öğretimini etkileyeceğinden öğrencisinin de yetersiz ya da yanlış öğrenmesine neden olabilir.

Matematik eğitiminde alan bilgisinin önemli bileşenlerinden bir tanesi matematiksel kavramların tanımlarıdır (Delaney, 2012). Öğretmenin bunun farkında olması ve anlam kaybı yaşamadan ilgili yaş grubuna tanımı aktarabilmesi, kesir kavramının öğretimi açısından da önemlidir.

Kesir kavramı öğrenciler tarafından anlaşılması zor bir kavramdır (Dorgan, 1994). Sadece ilköğretim düzeyinde değil her düzeyde kesir kavramının anlaşılmasında güçlükler yaşanmaktadır (Weller, Arnon, & Dubinsky, 2011). Bu güçlüklerin kaynağı olarak kesrin kavramsal anlamı ve öğretim sürecinin niteliği olarak gösterilebilir (Alacacı, 2010; Işık & Kar, 2012; Mumcu, 2017). Benzer şekilde öğrenciler, kesrin farklı anlamlarını yeterince anlamamaları nedeniyle (Dickson, Brown, & Gibson, 1993) öğrenmede zorlanmaktadırlar. Kesrin parça-bütün, ölçme, oran, bölüm, işlemci gibi farklı anlamlarının yeterince anlaşılabilmesi ve kesirler konusunun öğretim sürecinde öğretmenlerin kural ve prosedür odaklı yaklaşımın kavramsal yaklaşımın önüne geçmesi öğretim sürecini olumsuz etkilemektedir denilebilir. Kesir öğretiminde sadece parça-bütün anlamına işaret edilmesi kesirlerle ilgili yaşanan bir başka kavramsal sorundur. Çünkü, kitaplarda genellikle kesir ve rasyonel sayıların parça- bütün anlamları ve diyagramları, bütünden küçük örnekleri ile verilir. Kesrin (n/n , $n \neq 0$) 1'e eşit ve 1'den büyük anlamı gözardı edilir. Kesirlerin, parça-bütün anlamı, kesirlerin bir sayı olarak anlaşılmasını engeller ve kesrin diğer anlamlarına olan ihtiyacı hissettirir (Kerslake, 1986; Lamon, 2007). Çünkü bir bütün şekil ile 1 tam sayısı arasındaki ilişkiyi bazı öğrenciler anlamlandıramaz (Kerslake, 1986). Nitekim, tam sayılı kesirlerin basit kesirlere göre sayı doğrusunda daha kolay yerleştirileceği belirtilmektedir (Hannula, 2003). Bu nedenle öğretim sürecindeki bu tür gözardı edilen kavramsal durumlar öğretimi güçleştirmektedir. Kesirlerin anlaşılır olmasını sağlamak adına, kesrin bazı karmaşık özelliklerinin ele alınmaması ya da öğrenci düzeyine uygun olması açısından kesrin tanımının eksik verilmesi de kesir öğretiminde yaşanan sorunlardan birisidir. Örneğin, kesirler negatif değerler alabilmektedir (Çelik, 2010; Niven, 1961) ancak ilköğretim matematik öğretmen adaylarının tam sayı ve kesirler arasında bir bağlantı kuramayıp kesirlerin öğretiminde negatif

kesir kavramına değinmeden sadece pozitif kesirleri vurguladığı (Türnüklü & Yeşildere, 2007) tespit edilmiştir. Diğer taraftan kesirler konusunun tam sayılar konusundan önce anlatılmasından dolayı pedagojik olarak kesirleri sadece pozitif olarak göstermenin uygun olacağı ile ilgili düşünce (Lamon, 2007) de mevcuttur.

Kesir kavramı formel olarak; $K = \{(a,b) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} : b \neq 0\}$ kümesinin her bir elemanına bir kesir denir. K kümesi üzerinde bir " \sim " bağıntısı $(a,b) \sim (c,d) \Leftrightarrow a.d = c.b$ şeklinde tanımlansın. O zaman " \sim ", K üzerinde bir denklik bağıntısıdır. " \sim " bağıntısına göre (a,b) 'nin denklik sınıfını a/b şeklinde gösterelim. O zaman a/b 'ye rasyonel sayı denir. Böylece $a/b = \{(c,d) : (c,d) \in K \text{ ve } (a,b) \sim (c,d)\}$ denklik sınıfının elemanları birer kesirdir ve (a,b) kesrine denktir şeklinde tanımlanmaktadır (Argün, Arıkan, Bulut, & Halıçioğlu, 2020, s.294). Diğer yandan kesrin beş farklı anlamından bahsedilir (Van de Walle, 2014, s. 287). a/b şeklinde ifade edilen bir kesir ve rasyonel sayının farklı şekillerdeki anlamlarının (parça-bütün, oran, ölçme, bölme, işlemci) kesir kavramının anlaşılması ile ilgili önemli ipuçları verdiği belirtilmiştir (Behr, Lesh, Post, & Silver, 1983; Kieren, 1993). Örneğin, ilköğretim öğretmen adaylarının rasyonel sayının işlemci anlamını oran anlamıyla anladıklarını ve bu şekilde kavramsallaştırdıkları ifade edilmektedir (Behr, Khoury, Harel, Post, & Lesh, 1997). Yani, kavramın sadece bir anlam üzerinden açıklanması kavramsal bilgi eksikliğini göstermektedir. Öğrencilerin kesrin parça- bütün anlamının yanısıra oran, işlemci ve bölme anlamlarının da kullanılmasının teşvik edilmesi kesrin anlaşılmasını sağlamaktadır (Getenet & Callingham, 2019).

Kesirlerin farklı anlamlarıyla yorumlanmasının ve birbirleriyle ilişkilendirilmesinin önemine vurgu yapıldığı bir başka çalışmada, öğretmen adaylarının kesir öğretiminde; kesrin formel anlamına (tamsayıların bir uzantısı) örtük olarak değinerek daha çok parça- bütün tarafına işaret ettikleri ortaya çıkarılmıştır (Park, Güçler & Mc Crory, 2013). Öğretmen adaylarının kesre ilişkin konu alan bilgilerinin kavramsal bilgilere dayanmadığı daha çok işlemsel bilgi niteliği taşıdığı tespit edilmiştir (Forrester & Chinnappan, 2010). Yine bir başka çalışma ise sınıf öğretmen adaylarının kesir bilgisi hesaplama becerisi, temel kavramlar, sözel problem, esneklik ve transfer bileşenleri bağlamında incelenmiş ve öğretmen adaylarının esneklik ve transfer becerilerinde zayıf olduğu ortaya konmuştur (Newton, 2008). Chinnappan (2000), bir grup ilköğretim matematik öğretmen adayının kesirleri anlaması üzerine araştırma yapmış ve kesir sıralamasında zorluk yaşadığını belirtmiştir.

2018 yılında Türkiye'de yenilenen öğretmen yetiştirme programları (Yükseköğretim Kurulu [YÖK], 2018), yukarıda belirtilen zorlukların aşılmasına katkı sağlaması açısından önemli bir reformdur. Reform kapsamında matematik eğitimi içerikli dersler programa eklenerek bu derslerin program içerisinde ağırlığı artırılmıştır. Bu derslerden bir tanesi de "Matematiğin Temelleri 1-2" adlı derstir. Ders kapsamında "matematik öğrenme alanlarındaki konulara ilişkin temel kavramlar ve özellikleri; bu kavramların birbiriyle ilişkisi, matematiksel kavramların tartışılması ve çoklu gösterimlerle birbirlerine dönüştürülmesi ve bu konuların matematik öğretimin amaç, ilke ve ortaokul matematik programıyla ilişkisi"nin verilmesi amaçlanmaktadır. Bir başka deyişle ilköğretim matematik öğretmeni adayları, kesir gibi matematiğin temel kavramlarının tanımlarının ve farklı anlamlarının ele alındığı Matematiğin Temelleri gibi derslerle öğrenebilecektir. Böylece okulda öğretecekleri matematik ile akademik matematik arasındaki bağ kurabileceklerdir. Öğretmenlerin matematiksel tanımları anlamalarının önemli olduğu ve öğretmenlerin bu tanımları öğrenmede hizmet öncesi eğitimin hayati olduğu ifade edilmiştir (Ercan, 2020; Luo, Lo & Leu, 2011; Zazkis & Leiken, 2008).

Kesir kavramıyla ilgili öğretmen adaylarıyla yapılan çalışmalar incelendiğinde, öğretmen adaylarının kesir kavramının matematiksel-kavramsal bilgisine sahip olması açısından zayıf oldukları görülmektedir (Forrester & Chinnappan, 2010; Newton, 2008; Tall & Vinner, 1981; Türnüklü & Yeşildere, 2007; Weller vd., 2011). Gökkurt, Şahin ve Soylu (2013) öğretmen adaylarının kesirlerle ilgili yapılan öğretimdeki hataları belirlemede zorlanmadıkları buna karşın öğrencilerin hatalarını düzeltme konusunda yetersiz olduklarını belirlemiştir. Seaman ve Szydlık (2007)'de öğretmen adaylarının matematiksel tanımları tam olarak anlayamadıkları, matematiksel sorunların anlamlarına odaklanmadıkları ve kaynaklarda verilen açıklamalara

dikkat etmediklerini belirtmiştir. Türkiye’de yapılan çalışmaların ilköğretim matematik öğretmeni ve öğretmen adaylarının kesirlerle ilgili sahip oldukları kavram yanlışları (Kula Ünver, 2016; Mumcu, 2017), ilköğretim matematik öğretmen ve öğretmen adaylarının kesirlerle kurdukları problemlerdeki hataların analizi (Işık & Kar, 2011; Işık, Kar, Işık & Güler, 2012), öğretmen ve öğretmen adaylarının kesirler konusundaki pedagojik alan bilgilerinin (PAB) incelenmesi (Aksu & Konyalıoğlu, 2015; Gökkurt, Şahin, & Soylu, 2013; Toluk Uçar, 2011) şeklindedir. Yapılan çalışmaların daha çok öğretmen adaylarının genel anlamda kesir kavramı ile ilgili PAB’lerinin belirlenmesi, kesir kavramıyla ilgili yaşanan kavram yanlışları, kesir problemleri kurma ve kesirlerle işlemlerde modelleme becerisi alanında yapıldığı gözlemlenmektedir. Doğrudan kesrin tanımıyla ilgili yapılan ulusal bir çalışmaya rastlanmamıştır. Ayrıca öğretmen adaylarıyla ilgili yapılan çalışmaların neredeyse tamamına yakınının 3. ve 4. sınıf öğrencileriyle ve bir kısmının da Matematik Öğretimi I-II, Özel Öğretim Yöntemleri ve Matematik Eğitiminde Kavram Yanlışları dersi kapsamında yapıldığı görülmektedir. Bu araştırma 2018’de öğretmen yetiştirme programına giren; kavramı ve kavramın özelliklerini ön plana çıkaran bir ders olan Matematiğin Temelleri dersinde yapılmış olması, araştırmanın çalışma grubunu ilköğretim matematik öğretmenliği 1. sınıf öğrencilerinin oluşturması, öğretmen adaylarının salt kesirlerle ilgili tanım bilgilerinin kesrin anlamları bağlamında incelenerek tespit edilmesi ve Matematiğin Temelleri dersi kapsamında tanımlarının gelişimini görmeyi sağlaması açısından önem arz etmektedir.

Matematik eğitimcileri öğretecekleri matematiksel kavramlara geniş perspektiften bakabilmeli ve onları detaylı bir şekilde bilmelidirler. Öğretmen adaylarının öğrettikleri konuyla ilgili kavram tanımlarını derinlemesine anlaması, tanımların taşınması gereken özellikleri bilmesi ve farklı tanımları pedagojik özelliklerine göre değerlendirebilmesi önemlidir (Leikin & Winicki-Landman, 2000). Çünkü matematik eğitimcilerinin matematiksel tanımlarla ilgili bilgileri, öğretim esnasında kavramı nasıl öğreteceklerini ve öğretim sürecini nasıl devam ettireceklerini etkilemektedir. Öğretmenin konu ile ilgili yeterli alan bilgisi olmaksızın matematik öğretmesi de mümkün değildir (Türnüklü & Yeşildere, 2007). Sonuç olarak ilköğretim öğrencilerinin kesir kavram tanımları şüphesiz öğretmenlerinin alan bilgileriyle paralellik gösterecektir. Bu sebeple öğretmen yeterliliklerinin alan eğitimi odaklı kavramsal imajların araştırılması, eksikliklerin tespit edilmesi ve bu doğrultuda alan eğitimi derslerinin planlanması öğretmen yetiştirme alanına katkı sağlaması açısından olumlu olduğu düşünülmektedir.

Bu çalışmada; ilköğretim matematik öğretmen adaylarının kesir tanımlarının kesrin anlamları bağlamında incelenmesi amaçlanmıştır. Bu doğrultuda,

1. İlköğretim matematik öğretmen adaylarının kesir tanımına ilişkin önbilgileri nedir?

- İlköğretim matematik öğretmen adayları, kesrin hangi anlamları üzerinde yoğunlaşmaktadır?

- İlköğretim matematik öğretmen adayları verilen a/b türündeki ifadeleri nasıl nitelendirmektedir?

2. İlköğretim matematik öğretmen adaylarının Matematiğin Temelleri dersi sonrasındaki kesir tanımları nasıl değişmiştir? sorularına yanıt aranmaya çalışılmıştır.

Yöntem

Araştırma Deseni ve Katılımcılar

Bu çalışmada nitel araştırma desenlerinden durum çalışması deseni kullanılmıştır. Durum çalışması araştırması gerçek yaşamın, güncel bağlam ya da ortamın içindeki bir durumun araştırılmasıdır (Yin, 2009). Bu yöntem, özel bir durumun belirlenmesiyle başlar, tek bir durumu özel bir zaman, yer ve grup üzerinde duruma ilişkin derinlemesine bir anlayış sunarak araştırılmasını içerir (Creswell & Creswell, 2017). Bu araştırma, ilköğretim matematik öğretmen adaylarının kesre ilişkin tanımlarının farklı yönleriyle ayrıntılı bir biçimde ortaya koymak ve betimlemek amacıyla nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması deseni ile yürütülmüştür.

Bu araştırmada, ölçüt örnekleme yöntemi ile çalışma grubu oluşturulmuştur. Ölçüt örnekleme yönteminde, gözlem birimleri, belli niteliklere sahip kişilerden oluşur. Örnekleme için belirlenen ölçütü (temel nitelikleri) karşılayan birimler örnekleme alınır (Patton, 2002). Buna göre bu araştırmada öğrencilerin, kesir konusuna ilişkin pedagojik ve alan bilgisinin verildiği bir ders olan Matematiğin Temelleri dersini almaları ölçüt olarak belirlenmiştir. Araştırmanın katılımcılarını 2018-2019 Eğitim-Öğretim yılı güz döneminde 48 ilköğretim matematik öğretmeni adayını oluşturmaktadır. Araştırmaya 55 öğretmen adayını ile başlanmış ancak gönüllük kriterini sağlamayan ve eksik doldurulan anketler örneklemin dışına alınmış ve 48 öğretmen adayının verileri analiz edilmiştir.

Veri Toplama Aracı ve Veri Analizi

Katılımcılara yöneltilen açık uçlu sorular Matematiğin Temelleri dersi kapsamında, dersi yürüten araştırmacı tarafından yöneltilmiştir. Öğretmen adaylarına derse geçmeden önce kesri tanımlamaları ve verilen a/b şeklindeki bazı örneklerin kesir belirtip belirtmediklerini yazmaları istenmiştir Ardından iki hafta (4 ders saatinde) “kesir kavramı ve özellikleri; kesir kavramının diğer matematiksel kavramlarla ilişkisi, kavramın çoklu gösterimlerle ifade edilmesi ve bu kavramın matematik öğretimin amaç, ilke ve ortaokul matematik programıyla ilişkisi” (YÖK, 2018) ele alınmıştır. Bu doğrultuda kesrin formel tanımı, kesrin farklı anlamları, kesrin rasyonel sayı ile farkı ve kesir öğretiminde yaşanan güçlüklerle ilgili öğretmen adayları ile etkileşimli tartışmalar yapılmıştır. Bu eğitimin tamamlanmasının ardından beş hafta geçtikten sonra tekrar aynı açık uçlu sorular yöneltilmiştir. Böylece öğretmen adaylarının kesir kavramının tanımına ilişkin alan bilgilerinin ne olduğu, neden bu şekilde tanımladıkları ve yapılan eğitim sonrasında bu bilgilerinin değişip değişmediği ile eğer bir değişim var ise yeni bilgilerinin nasıl gerektirdikleri belirlenmeye çalışılmıştır.

Açık uçlu sorular ile elde edilmiş olan verilerden kodlar oluşturularak, literatürde var olan temalar bazında (parça-bütün, oran, ölçme, bölme, işlemci) incelenmesi ve karşılaştırılması amacıyla betimsel analiz yöntemi; ayrıca, öğretmeni adaylarının verdiği cevaplardan yeni temalar elde edildiğinden içerik analizi kullanılmıştır. Betimsel analizde elde edilen veriler daha önceden belirlenen temalara göre özetlenir ve yorumlanır. Bu çözümlemede, görülen ya da gözlenen bireylerin görüşlerini çarpıcı bir biçimde yansıtmak amacıyla doğrudan alıntılara sık sık yer verilir (Yıldırım & Şimşek, 2005). Cohen, Manion, ve Morrison'a (2007) göre içerik analizi, eldeki yazılı bilgilerin temel içeriklerinin ve içerdikleri mesajların özetlenmesi ve belirtilmesi işlemi olarak tanımlanmaktadır. Bu kapsamda çalışmada kesrin tanımına ilişkin yöneltilen açık uçlu sorulardan elde edilen cevapların her biri kodlanarak temalara dahil edilmiştir. Ayrıca bazı matematiksel ifadelerin kesir belirtip belirtmediğine ilişkin sorulardan alınan yanıtların da frekans ve yüzde değerleri ayrıntılı olarak verilmiştir. Sunulan betimsel bulgular öğrenci ifadeleri alıntılanarak sunulmuştur.

Veri toplama aşamasında öğretmen adaylarının gönüllü katılımı esas alınmıştır. Buna ek olarak araştırmada güvenirliliği artırmak amacıyla doğrudan alıntılara yer verilerek betimlemeler zenginleştirilmeye çalışılmıştır.

Literatürdeki kesrin anlamına ilişkin beş tema çerçevesinde değerlendirilen çalışmada bu temalar dışında öğretmen adaylarının sunduğu görüşler doğrultusunda farklı temalara da bulgu olarak yer verilmiştir. Çalışma, literatür ışığındaki kategoriler bazında değerlendirildiğinden, çalışmanın güvenirliliği literatürde sistematikleşen temalar (parça-bütün, oran, ölçme, bölme, işlemci) ile açıklanabilir. Belirlenen kodların analizi iki matematik eğitimi uzmanı ile gerçekleştirilmiştir. İki kodlayıcı arasındaki görüş birliğinin hesaplanması için Miles ve Huberman'ın (1994, s.64) önerdiği içsel tutarlık katsayısının (%91,6) yeterli ve yüksek düzeyde olduğu belirlenmiştir.

Bulgular

İlköğretim matematik öğretmen adaylarının “Kesir nedir?” sorusuna ilişkin verdikleri yanıtlar (ders öncesi- birincil görüşler ve ders sonrası- ikincil görüşler olarak), açık uçlu sorudan edilen

temalar, frekans ve yüzdeler halinde Tablo 1’de kodlar ise alıntı şeklinde yorumlarda belirtilmiştir.

Tablo 1.

İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının kesir tanımlarına ilişkin verdikleri yanıtlar

Tema	Kesirler Tanımına İlişkin Birincil		Kesirler Tanımına İlişkin İkincil	
	f	%	f	%
Formel tanım	-	-	34	70.83
Parça-bütün	15	31.25	2	4.16
Bölme	13	27.08	3	6.25
Oran	2	4.16	4	8.33
Ölçme	1	2.08	-	-
a/b	8	16.66	2	4.16
Rasyonel Sayı	2	4.16	2	4.16
Tam Bölünebilen	3	6.25	-	-
Diğer Sayı				
Matematik Konusu	1	2.08	-	-
Matematik Terimi	1	2.08	-	-
Boş	2	4.16	1	2.08
Toplam	48	100	48	100

Tablo 1 incelendiğinde, öğretmen adaylarının ilk kesir tanımlarının en çok parça bütün bağlamında olduğu görülmektedir ($f=15$; %31.25). Örnek olarak, “Bir bütünün parçalara ayrılması ile oluşan parça gruplamaları” (Ö.A.,1), “Bir bütünün parçasıdır” (Ö.A.,3), “Parçanın bütünle ilişkisidir” (Ö.A.,25), “Bütünün herhangi bir parçaya bölümünü ifade eden matematiksel terim” (Ö.A.,47), “Bir bütünün parçalarını gösteren ifade” (Ö.A.,48), “Bir bütünün belirli parçalara ayrıldığı belli eder” (Ö.A.,52), “Bir bütünün her eş parçasını gösteren ifadedir” (Ö.A.,53) vb. ifadeler ile öğretmen adaylarının kesri parça-bütün anlamıyla açıklamaya çalıştıkları anlaşılmıştır. Literatürdeki kesrin beş anlamından (parça-bütün, oran, ölçme, bölme, işlemci) dört anlamın bir tema olarak ortaya çıktığı, bunlardan hariç olarak “diğer” adı altında bağımsız temalar olduğu belirlenmiştir.

Öğretmen adaylarından kesri, bölme anlamıyla açıklayanlar da olmuştur ($f=13$; %27.08). “Sayıları bölme işlemi” (Ö.A.,5), “Bölme işlemidir” (Ö.A.,10), “Sayıları birbirine bölmek için kullanılan kavram” (Ö.A.,19), “Bölüm halinde yazılan sayılardır” (Ö.A.,33), “Bir sayının bölüm şeklinde ifade edilmesidir” (Ö.A.,34), “Bir sayının başka bir sayıya bölümü” (Ö.A.,37), “Bir sayıyı bir sayıya bölmek demektir” (Ö.A.,39), “Bir sayının bir sayıya bölümüdür” (Ö.A.,40), “Bölümü ifade eden kısım” (Ö.A.,42), “Bölüm” (Ö.A.,5-09), “Bölü şeklinde ifade edilir” (Ö.A.,5-03) vb. açıklamalar doğrultusunda öğretmen adaylarının kesri bölme anlamıyla açıklamaya çalıştıkları görülmüştür. Öğretmen adaylarının çok az bir kısmı kesri oran anlamıyla ($f=2$; %4.16) ve ölçme anlamıyla ($f=1$; %2.08) tanımlamışlardır. “Bir sayının bir sayıya oranıdır” (Ö.A.,28), “İki sayının birbirine oranıdır” (Ö.A.,44) ifadeleri ise öğretmen adaylarının kesrin oran anlamıyla açıklama ifadelerine

örnek olarak verilmiştir. “Belirli bir ondalık değer, ölçme yapmaya yarar” (Ö.A.,45) bir öğrenciye ait olan kesrin neye yaradığı ile ilgili bir ifadesi olarak karşımıza çıkmaktadır.

Elde edilen bulgulardan hareketle, literatürde kesrin; var olan işlemci anlamıyla hiç tanımlanmadığı belirlenmiştir. Diğer yandan öğretmen adayları kesirleri tanımlarken a ve b sayılarını ve bu sayıların özel şartlarını ($b \neq 0$) tanımlamamışlar sadece “a/b şeklinde yazılan sayılardır” şeklinde tanımladıkları belirlenmiştir ($f=8$; %16.66). “a/b şeklinde yazılabilen ifadelerdir” (Ö.A.,12), “a/b şeklinde yazılabilen pozitif tamsayılara denir” (Ö.A.,21), “a/b şeklinde yazılır” (Ö.A.,23), “a/b, a/a şeklinde yazılan sayılardır” (Ö.A.,49) vb. ifadeler kesir a/b’dir şeklindeki tema için örnek ifadelerdir.

Öğretmen adaylarından kesir ile rasyonel sayının aynı kavramlar olduğunu düşünenler tespit edilmiştir ($f=2$; % 4.16). “Kesir aynı zamanda rasyonel sayıdır” (Ö.A.,9, Ö.A.,5) Yine, “Tam bölünemeyen sayıların ifade edilme şekli” (Ö.A.,8), “Payı paydası olan bir tamsayıya eşit olmayan sayı birimleridir” (Ö.A.,17), “Hayatı kolaylaştırıcı matematik terimidir” (Ö.A.,27) “Bir matematik dersi konusudur” (Ö.A.,7) ifadelerinden anlaşılacağı üzere kesir kavramına ilişkin yetersiz ve eksik tanımlamalar olduğu söylenebilir.

Bulgulardan hareketle, görülüyor ki, öğretmen adayları kesrin formel-matematiksel tanımını yapamamış olup ilköğretim seviyesindeki açıklamalarla yetinmişlerdir. Kısaca, “a/b şeklinde yazılan sayı” “Parça-bütün ilişkisi” “Tam bölünemeyen sayılar”, “Pay ve paydalardan oluşur” gibi ifadelerle kesrin tanımlamaya çalışmışlardır.

Öğretmen adaylarının dersten beş hafta sonraki ikincil kesir tanımları incelendiğinde kesri, en çok formel tanımla açıklamayı tercih ettikleri görülmüştür ($f=34$; %70.83). Örnek olarak, $K = \{(a,b) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} : b \neq 0\}$ kümesinin her bir elemanına bir kesir denir (Ö.A.,1; Ö.A.,2; Ö.A.,3; Ö.A.,5; Ö.A.,8) ifadesiyle matematiksel (formel) olarak tanımlamışlardır. Diğer yandan, kesrin oran anlamıyla tanımlamasının yapıldığı görülmüştür ($f=4$; %8.33). “İki tamsayının birbirine oranıdır” (Ö.A.,10; Ö.A.,18; Ö.A.,20; Ö.A.,25) ifadesiyle öğretmen adaylarının kesri oran ile açıkladıkları anlaşılmıştır. Burada, ilk uygulama verileriyle karşılaştırıldığında, herhangi iki sayının birbirine oranı yerine, iki tamsayının birbirine oranı şeklinde farklılaşan bir tanımlama göze çarpmaktadır. Kesri bölme anlamıyla açıklayan görüşleri ($f=3$; 6.25) ise “Bölmek, paylaşmak” (Ö.A.,7), “Bölümleme, paylaşma” (Ö.A.,26), “Bölmek demektir” (Ö.A.,39) ifadelerinden anlaşılmaktadır. Kesri, salt parça-bütün anlamıyla açıklayan öğretmen adaylarının sayısının ön uygulamaya göre hayli azaldığı ($f=2$; %4.16) görülmüştür. “Bir bütünün eş parçalara bölünmüş halidir” (Ö.A.,21), “Parça-bütün ilişkisi” (Ö.A.,27) gibi ifadelerle kesrin parça bütün olarak açıklanmaya çalışıldığı görülmüştür. Literatürdeki kesrin beş anlamından (parça-bütün, bölme, oran, ölçme, işlemci) dört anlamın bir kategori olarak ortaya çıktığı, bunlardan hariç olarak “diğer” adı altında bağımsız kategoriler olduğu belirlenmiştir. Kesrin a/b şeklinde yazılan sayılar olduğu ($f=2$; %4.16), rasyonel sayı olduğu ($f=2$; %4.16) gibi açıklamaların ilk uygulamaya göre azaldığı tespit edilmiştir.

Öğrencilere yöneltilen; a/b türündeki ifadelerin kesir belirtip belirtmediğini içeren sorulara ilişkin verdikleri yanıtlar (ders öncesi- birincil görüşler ve ders sonrası- ikincil görüşler olarak), evet-hayır şeklinde frekans-yüzde olarak Tablo 2’de verilmiştir:

Tablo 2.

İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının a/b türündeki bazı ifadelerin kesir olup olmadığına ilişkin verdikleri yanıtlar

a/b türünde yazılan ifadelerin kesir olup olmadığı ile ilgili birincil görüşler	a/b türünde yazılan ifadelerin kesir olup olmadığı ile ilgili ikincil görüşler
a/b türünde yazılan ifadelerin kesir olup olmadığı ile ilgili birincil görüşler	a/b türünde yazılan ifadelerin kesir olup olmadığı ile ilgili ikincil görüşler

	Evet		Hayır		Boş		Evet		Hayır		Boş	
	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%
-2/3 bir kesir midir?	33	68,75	15	31,25	-	-	27	56,25	20	41,67	1	2,08
$\sqrt{2}/2$ bir kesir midir?	28	58,33	19	39,58	1	2,08	12	25	36	75,00	-	-
2/e bir kesir midir?	23	47,92	24	50,00	1	2,08	9	18,75	39	81,25	-	-

Tablo 2 'de görüldüğü üzere, öğretmen adaylarının büyük bir kısmı (f=33; %68.75), kesrin negatif bir formda olabileceğini belirtirken, bir kısmı (f=15; % 31.25) kesrin negatif bir formda yazılamayacağını belirtmiştir. Öğrencilerin kesir kavramına ilişkin oluşturdukları kavram imajları kesirlerin pozitif olduğu yönündedir. -2/3'ün bir kesir ifadesi olduğunu, farklı gerekçelerle ifade ettikleri görülmüştür. Örneğin, "Herhangi bir sayıyı diğer bir sayıya bölme var" (Ö.A.,8), "a/b şeklinde yazılabilmiş" (Ö.A.,9), "Negatif rasyonel sayı" (Ö.A.,31), "Rasyonel sayıdır" (Ö.A.,39), "Bir bölüm vardır" (Ö.A.,40), "Çünkü iki sayının birbirine bölümüdür" (Ö.A.,44), "Payı ve paydası reel sayı" (Ö.A.,47) şeklindeki ifadeleri öğretmen adaylarının -2/3'ün bir kesir olduğu ile ilgili gerekçeleri olarak karşımıza çıkmaktadır. Buradan hareketle, öğretmen adayları a ve b'nin bölüm şeklindeki yazılmasına dayandırmaları, kesrin rasyonel sayıyla eş değer kavramlar olarak görmeleri, pay ve paydanın reel sayı belirtmesi gerektiğini düşünmeleri, konu alan bilgilerinin çok zayıf olduğunu göstermektedir. Kesrin asla, bir negatif bir formda olamayacağını belirten öğretmen adayları, "3 parçaya ayrılmış bir bütünün "eksi 2" parçası olamaz" (Ö.A.,1), "Negatif kesir olmamalı" (Ö.A.,13), "Bir bütünün eksi parçası olamaz" (Ö.A.,26) gibi ifadelerle bu düşüncelerini gerekçelendirmişlerdir.

Diğer yandan, $\sqrt{2}/2$ ifadesinin bir kesir belirttiğini ifade eden (f=28; %58.33) ve kesir belirtmediğini ifade eden (f=19; %39.58) öğretmen adayları tespit edilmiştir. $\sqrt{2}/2$ 'nin bir kesir olduğunu bazı öğretmen adayları; "Pay-paydadan oluşur" (Ö.A.,2; Ö.A.,42), "Herhangi bir sayıyı bir sayıya bölme var" (Ö.A.,8), "a/b şeklinde yazılabilmiş" (Ö.A.,9; Ö.A.,10), "Basit kesir" (Ö.A.,49), "Yarımı ifade ediyor" (Ö.A.,37) vb. ifadeler kullanarak açıklamaya çalışmışlardır. Öğretmen adayları kesri tanımlarken gerekli olan şartları düşünmeksizin pay ve paydası olmasını ve a/b şeklinde yazılıyor olmayı gerekli şart olarak görmektedirler. $\sqrt{2}/2$ 'nin bir kesir olmadığını ise; "Pay irrasyonel sayı" (Ö.A.,15; Ö.A.,39) diyerek gerekçelendirmişlerdir. Bunun yanı sıra $\sqrt{2}/2$ 'nin kesir olmadığını belirten öğretmen adaylarının (f=19; %39.58) tamamına yakını gerekçe sunamamışlardır (f=17; %35.41).

"2/e bir kesir midir?" sorusuna evet yanıtını veren (f=23; %47.92) öğretmen adayları sayısının hayır diyen (f=24; %50) öğretmen adayı sayısı ile hemen hemen aynı olduğu görülmektedir. "Bölme var" (Ö.A.,7), "Reel sayı" (Ö.A.,47), "Pay payda var" (Ö.A.,5-02) şeklinde açıklayarak kesir olduğunu düşünen öğretmen adaylarının yanında "e, irrasyonel sayıdır" (Ö.A.,5; Ö.A.,11; Ö.A.,15; Ö.A.,20; Ö.A.,27; Ö.A.,28), "e, pozitif bir tamsayı değil" (Ö.A.,31), "Payda bir bütünü ifade etmiyor" (Ö.A.,23) şeklinde açıklayarak kesir olmadığını belirten öğretmen adaylarının olduğu belirlenmiştir.

Öğretmen adaylarına yöneltilen ikinci uygulama sonrası ikincil veriler (ders sonrası) incelendiğinde; öğretmen adaylarının bir kısmı (f=27; % 56.25), kesrin negatif bir formda olabileceğini belirtirken, bir kısmı (f=20; %41.67) kesrin negatif bir formda yazılamayacağını belirtmiştir. Bu durum, ilk uygulama verilerine göre farklılık göstermektedir, ders öncesinde kesrin kavramsal tanımı tartışılmadan önce kesrin negatif formda olabileceğini düşünen kişi sayısı daha fazla iken (f=33; % 68.75) bu sayı ikinci uygulamada düşmüştür (f=27; %56.25). -

$2/3$ 'ün bir kesir ifadesi olduğunu, farklı gerekçelerle ifade ettikleri görülmüştür. $-2/3$ 'ün bir kesir olduğunu belirten öğretmen adayları ortak gerekçe olarak genellikle "Formel tanım gereği" (Ö.A.,29; Ö.A.,40) şeklinde sunmuştur. Öğretmen adayları, $-2/3$ 'ün kesir olmadığını ise farklı gerekçelerle açıklamışlardır. Örneğin; öğretmen adayları, "Kesir negatif değer alamaz" (Ö.A.,7; Ö.A.,9; Ö.A.,16; Ö.A.,17; Ö.A.,42; Ö.A.,45; Ö.A.,56), "Bir bütünü negatif parçalara ayıramayız" (Ö.A.,26), "Kesrin anlamı ölçmedir, $-2/3$ alan modeli ifade edemeyiz" (Ö.A.,34), "Bir bütünün $-2/3$ ü diyemeyiz" (Ö.A.,36), "Kesirler, bir bütünün parçalanmasıdır, negatif değer alamaz" (Ö.A.,53) şeklinde gerekçeler sunarak $-2/3$ 'ün bir kesir olmadığını yönünde açıklamışlardır.

Diğer yandan, $\sqrt{2}/2$ ifadesinin bir kesir belirttiğini ifade eden ($f=12$; %25) ve kesir belirtmediğini ifade eden ($f=36$; %75) öğretmen adayları tespit edilmiştir. Bu oranın ilk uygulamaya göre olumlu yönde farklılaştığı görülmektedir. $\sqrt{2}/2$ 'nin bir kesir olduğunu bazı öğretmen adayları; "Orandır, irrasyonel sayı engel değil" (Ö.A.,20), "Bölümleme" (Ö.A.,26), " a/b şeklinde yazılmış" (Ö.A.,29), "Bütün ikiye parçalanmış" (Ö.A.,53), " $\sqrt{2}$ bir bütündür" (Ö.A.,54) vb. ifadeler kullanarak açıklamaya çalışmışlardır. Kesir olmadığını belirten öğretmen adayları ise ($f=36$; %75), " $\sqrt{2}$, tam sayı değil" (Ö.A.,2; Ö.A.,16; Ö.A.,21; Ö.A.,25; Ö.A.,30; Ö.A.,31), " a ve b tam sayı olmalı" (Ö.A.,10; Ö.A.,19) şeklinde formel tanım gereği açıklamaya çalışmışlardır.

" $2/e$ bir kesir midir?" sorusuna evet yanıtını veren ($f=9$; %18.75) öğretmen adayları sayısının hayır diyen ($f=39$; % 81.25) öğretmen aday sayısının ilk uygulamaya göre yine farklılaştığı görülmektedir. Ancak $2/e$ nin bir kesir olduğunu belirten 9 (% 18.75) öğretmen adayının neden kesir olduğunu açıklayan bir gerekçe belirtmediği tespit edilmiştir. Diğer 36 (%75) öğretmen adayları ise durumu kesrin formel tanımına göre isnat edebilmişlerdir. Örneğin, " e irrasyonel, tam sayı değil" (Ö.A.,23, Ö.A.,27; Ö.A.,41) şeklinde gerekçelendirdikleri görülmüştür.

Genel olarak, kesir ve rasyonel sayı kavram farklarının bilinmediği, bu doğrultuda temel kavramların matematiksel (formel) tanımlamaları, diğer kavramlarla ilişkisi temel kavramların matematik eğitim literatüründeki farklı anlam ve model ve gösterimleri üzerinde durulan dersten sonra da öğretmen adaylarının verilen a/b türündeki ifadenin kesir olup olmadığı ile ilgili olarak kesrin parça bütün anlamına yoğunlaşarak gerekçe sunmaları dikkat çekmektedir. Negatif bir parçalanma ve negatif bütün olamayacağı gibi ilköğretim düzeyinde kalan kesir tanımlamaları göze çarpmaktadır. Bununla birlikte, $\forall(a,b) \in \mathbb{Z}$ olmak üzere a/b nin bir kesir olabileceği düşüncesi tam olarak belirmediği sonucu da dikkat çekicidir. Burada inancın ve ön bilgilerin matematiksel tanımı perdelediği söylenebilir. Kesrin anlamsal olarak parça-bütün ve bölme anlamıyla açıklanmaya çalışıldığından kaynaklanabilir.

Sonuç ve Tartışma

İlköğretim matematik öğretmen adaylarının birinci uygulamada kesir tanımına ilişkin önbilgilerinin zayıf olduğu, kesri yetersiz ve eksik olarak tanımladıkları görülmüştür. Kesir tanımlarının ilk uygulamada daha çok parça-bütün ($f=15$; %31.25) ve bölme ($f=13$; % 27.08) anlamlarında yoğunlaştığı tespit edilmiştir. İlköğretim matematik öğretmen adaylarının, verilen a/b türündeki ifadeleri tamamen doğru bir şekilde kesir kategorisinde olup olmadığını değerlendiremedikleri, tatmin edici gerekçe belirtmedikleri ortaya çıkarılmıştır. Ders sonrası ikinci uygulamada ise kesir tanımlamasını matematiksel (formel) yapıya uygun bir şekilde yapmalarına rağmen ($f=34$; %70.83) verilen a/b türündeki ifadenin kesir olup olmadığını formel tanımla gerekçelendirememiş hatta aksi fikir öne süren olmuştur. Bu da, öğretmen adaylarının ilköğretim seviyesinden kalan kesir ön bilgilerinin etkisi olarak düşünülebilir.

Kesir kavram bilgisinin araştırıldığı bu çalışmada öğretmen adaylarının tanımlama güçlükleri yaşaması, Forrester ve Chinnappan (2010) tarafından yapılan çalışmada öğretmen adaylarının kesre ilişkin konu alan bilgilerinin kavramsal bilgilere dayanmadığı daha çok işlemsel bilgi niteliği taşıdığı sonucu ile örtüşmektedir. Bu sonuç, benzer şekilde, öğretmen adaylarının kesir konusunda kavramsal bilgilerinin zayıf olduğu ile bulgularla paraleldir (Forrester & Chinnappan, 2010; Newton, 2008; Türnüklü & Yeşildere, 2007; Weller vd., 2011).

İlköğretim matematik öğretmen adaylarının ders sonrasındaki kesir tanımlarının değiştiği ancak $\forall(a,b) \in \mathbb{Z}$ olmak üzere a/b türündeki bir ifadenin neden kesir ya da kesir olmadığını formel tanımı vermelerine rağmen açıklayamadıkları görülmüştür. Öğretmen adaylarının bu çalışmada genellikle pozitif kesirleri vurgulamıştır. Buna benzer olarak; kesrin negatif değerli olabileceği (Argün vd., 2020, s.294; Çelik, 2010) ifade edilmeyip daha önce yapılan bir araştırmada da matematik öğretmeni adayları tarafından kesirlerin öğretiminde negatif değil sadece pozitif kesirlerin vurgulandığı tespit edilmiştir (Türnüklü & Yeşildere, 2007).

Öğretmen adaylarının $-2/3$ şeklindeki ifadenin kesir olamayacağını daha çok parça-bütün anlamıyla yorumlamışlardır. Kesirlerin, parça-bütün anlamı, kesirlerin bir sayı olarak anlaşılmasını engeller ve kesrin diğer anlamlarına olan ihtiyacı hissettirir (Kerslake, 1986; Lamon, 2007). a/b şeklinde ifade edilen bir kesir ve rasyonel sayıların farklı şekillerdeki anlamlarının (parça-bütün, oran, ölçme, bölüm, işlemci) kesir kavramının anlaşılmasını güçlendireceği belirtilmektedir (Kieren, 1993; Park, Güçler & Mc Crory, 2013). Yine, parça- bütün anlamlarında ve diyagramları, bütünden küçük örnekleri verilir. Kesrin $(n/n, n \neq 0)$ 1'e eşit ve 1'den büyük anlamı gözardı edilir (Kerslake, 1986; Lamon, 2007). Parça-bütün ilişkisinin, aslında negatif durumlar için de ifade etmede yeterli bir gösterim olmadığı görülmektedir.

İkinci uygulamada da öğretmen adaylarının $\sqrt{2}/2$, $2/e$ ve $-2/3$ ifadelerinin formel tanım ve kesrin diğer anlamları çerçevesinde yorumlanmaya çalışıldığı ancak tamamen doğru bir şekilde formel tanımla açıklamadıkları da görülmüştür. Öğretmen adaylarının $\exists(a,b) \in \mathbb{I}$ olmak üzere a/b türündeki ifadelerin ilk uygulamada kesir olabileceği yönünde görüşleri daha çok iken ikinci uygulamada formel tanım çerçevesinde kesir olarak belirtme frekansının düştüğü gözlenmiştir. Öğretmen adaylarının, matematiksel tanımları tam olarak anlayıp yorumlayamadıkları literatürde de karşımıza çıkmaktadır (Park, Güçler & Mc Crory, 2013; Seaman & Szydlak, 2007).

Sonuç olarak; ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının kesre ilişkin konu bilgilerinin kavramsal değil işlemsel bilgi olarak nitelendirildiği (Chinnapan, 2010) göze çarpmaktadır. Öğretmenlerinin konu bilgilerinin hizmet öncesi eğitim döneminde tespit edilerek üzerinde yoğunlaşılması, ileride öğretmen rolü üstlendiklerinde öğrencileri için de yarar sağlayacaktır. Öğretmen adaylarının kesir konusu ile ilgili PAB geliştirilmesi (Aksu & Konyalıoğlu, 2015; Gökkurt, Şahin & Soylu, 2013; Toluk Uçar, 2011) önem arz etmektedir. Hizmetöncesi eğitimde ilköğretim öğretmen adaylarına kesir kavramlarını öğrenme fırsatlarının sunulması gereklidir (Ercan, 2020; Luo, Lo & Leu, 2011; Zazkis ve Leiken, 2008). Çünkü, ilköğretim öğrencilerinin kesir kavramlarının yapılandırılmasında öğretmen rolünün önemi yadsınamaz (Getenet & Callingham, 2019). Ancak şu da var ki; kavram imajlarının farklı türden deneyimler yoluyla yıllar içerisinde meydana geldiği (Tall & Vinner, 1981) düşünüldüğünde öğretmen adaylarının kesir kavram imajlarının değiştirilmesi için çok daha uzun süre gerektiği söylenebilir.

İlköğretim matematik öğretmenliği programı 1. Sınıf güz ve bahar döneminde okutulan Matematiğin Temelleri dersi bunun için bir fırsat olarak görülerek, mahiyetinin iyi belirlenmesi önerilebilir. İlköğretim matematik öğretmen adaylarının kesir, rasyonel sayı oran gibi temel kavramların formel tanım bilgisinin, farklı anlam (Behr vd., 1983; Kieren, 1993), bağlam ve modellerin (Van de Walle, 2014, s.288) diğer öğrenme alanları ile ilişkisinin, derin tartışmalar ve literatürdeki farklı görüş ve bilgilerle Matematiğin Temelleri gibi alan eğitimi derslerinde tamamlanması gerektiği önerisinde bulunulabilir.

Kaynakça

- Aksu, Z., & Konyalıoğlu, A. C. (2015). Sınıf öğretmen adaylarının kesirler konusundaki pedagojik alan bilgileri. *Kastamonu Education Journal*, 23(2), 723-738.
- Alacacı, C. (2010). Öğrencilerin kesirler konusundaki kavram yanlışları. E. Bingölbali & M. F. Özmantar (Eds) *Matematiksel Zorluklar ve Çözüm Önerileri* (5. Baskı, s. 63-93) içinde. Pegem Yayınları.

- Argün, Z., Arıkan, A., Bulut, S., & Halıcioğlu, S. (2020). *Temel matematik kavramların künyesi*. Genişletilmiş İkinci Baskı. Gazi Kitabevi.
- Baki, A. (2018). *Matematiği öğretme bilgisi* (1. baskı). Pegem Akademi.
- Behr, M. J., Khoury, H. A., Harel, G., Post, T., & Lesh, R. (1997). Conceptual units analysis of preservice elementary school teachers' strategies on a rational-number-as-operator task. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(1), 48-69.
- Behr, M. J., Lesh, R., Post, T., & Silver, E. A. (1983). Rational number concepts. *Acquisition of Mathematics Concepts and Processes*, 91-126.
- Chinnappan, M. (2000). Preservice teachers' understanding and representation of fractions in a JavaBars environment. *Mathematics Education Research Journal*, 12(3), 234-253.
- Cohen, B., Manion, C., & Morrison, A. (2007). *Essentials of education and social science research methods*. Canada: Masolp publishers.
- Creswell, J. W., & Creswell, J. D. (2017). *Research design: Qualitative, quantitative, and mixed methods approaches*. Sage publications.
- Çelik, B. (2010). *Temel matematik*. Dora Basım Yayın.
- Delaney, S. (2012). Problems in teaching primary school mathematics. Presentation Laois Education Centre. Retrieved 18 October 2012 from www.seandelaney.com
- Dickson, L., Brown, M., & Gibson, O. (1993). *Children learning mathematics: a teacher's guide to recent research*. Cassell.
- Dorgan, K. (1994). What textbooks offer for instruction in fraction concepts. *Teaching Children Mathematics*, 1(3), 150-156.
- Ercan, I. (2020). *Opportunities Provided in Mathematics Methods Textbooks for Pre-Service Teachers to Develop Mathematical Knowledge for Teaching Fractions* (Dissertation Number: 28024760) [Doctoral dissertation, University of South Florida- South Florida]. Proquest.
- Forrester, P. A., & Chinnappan, M. (2010). The predominance of procedural knowledge in fractions. 185-192. Retrieved <https://ro.uow.edu.au/edupapers/770>
- Getenet, S., & Callingham, R. (2019). Teaching interrelated concepts of fraction for understanding and teacher's pedagogical content knowledge. *Mathematics Education Research Journal*, 1-21. <https://doi.org/10.1007/s13394-019-00275-0>
- Gökkurt, B., Şahin, Ö., Soylu, Y., & Soylu, C. (2013). Öğretmen adaylarının kesirlerle ilgili pedagojik alan bilgilerinin öğrenci hataları açısından incelenmesi. *International Online Journal of Educational Sciences*, 5(3), 719-735.
- Hannula, M. S. (2003). Locating fraction on a number line. *International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 3, 17-24.
- Işık, C., & Kar, T. (2012). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının kesirlerde bölmeye yönelik kurdukları problemlerde hata analizi. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 12(3), 2289-2309.
- Işık, C., Kar, T., Işık, A., & Güler, G. (2012). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının kesirlerde toplama işlemine yönelik kurulan problemlerdeki hataları belirleyebilme becerileri. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 3(3), 161-182.
- Kerslake, D. (1986). Fractions: Children's strategies and errors. *A Report of the Strategies and Errors in Secondary Mathematics Project*. NFER-NELSON Publishing Company, Ltd., Darville House, 2 Oxford Road East, Windsor, Berkshire SL4 1DF, England.

- Kieren, T. E. (1993). Rational and fractional numbers: From quotient fields to recursive understanding. In T. P. Carpenter, E. Fennema & T.A. Romberg (Eds). *Rational Numbers: An Integration of Research* (pp. 49-84). Routledge.
- Kula Ünver, S. (2016). Matematik öğretmenleri adaylarının kesirler konusundaki olası kavram yanılgılarına ilişkin görüşleri. *Manisa Celal Bayar Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 4(2), 1-15.
- Lamon, S. J. (2007). Rational numbers and proportional reasoning: Toward a theoretical framework for research. *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*, 1, 629-667.
- Leikin, R., & Winicki-Landman, G. (2000). On equivalent and non-equivalent definitions: Part 2. *For the learning of mathematics*, 20(2), 24-29.
- Luo, F., Lo, J. J., & Leu, Y. C. (2011). Fundamental fraction knowledge of preservice elementary teachers: A cross-national study in the United States and Taiwan. *School Science and Mathematics*, 111(4), 164-177.
- Miles, M. B., & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis: An expanded sourcebook*. Sage Publication.
- Mumcu, H. Y. (2017). Examination of pre-service teachers' ability to eliminate misconceptions about fractions in terms of pedagogical content knowledge according to different variables. *Bartın Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*. 6(3), 1264-1292.
- Newton, K. J. (2008). An extensive analysis of preservice elementary teachers' knowledge of fractions. *American educational research journal*. 45(4), 1080-1110.
- Niven, I. (1961). *Numbers: rational and irrational* (Vol. 1). Random House.
- Park, J., Güçler, B., & McCrory, R. (2013). Teaching prospective teachers about fractions: historical and pedagogical perspectives. *Educational Studies in Mathematics*, 82 (3), 455-479.
- Patton, M. Q. (2002). Designing qualitative studies. *Qualitative research and evaluation methods*, 3, 230-246.
- Seaman, C. E., & Szydlik, J. E. (2007). Mathematical sophistication among preservice elementary teachers. *Journal of Mathematics Teacher Education*. 10(3), 167-182.
- Tall, D., & Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics*. 12(2), 151-169.
- Toluk Uçar, Z. (2011). Öğretmen adaylarının pedagojik içerik bilgisi: öğretimsel açıklamalar. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi*. 2(2), 87-102.
- Türnüklü, E. B. (2005). Matematik Öğretmen Adaylarının Pedagojik Alan Bilgileri ile Matematiksel Alan Bilgileri Arasındaki İlişki. *Eurasian Journal of Educational Research (EJER)*, 21, 234 - 247.
- Türnüklü, E. B., & Yeşildere, S. (2007). The pedagogical content knowledge in mathematics: pre-service primary mathematics teachers' perspectives in turkey. *Issues in the Undergraduate Mathematics Preparation of School Teachers*, 1, 1-13. [www.k-12prep.math.ttu.edu]
- Van De Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2014). *İlkokul ve ortaokul matematiği: gelişimsel yaklaşımla öğretim*. Ankara: Nobel Akademik Yayıncılık.
- Weller, K., Arnon, I., & Dubinsky, E. (2011). Preservice teachers' understandings of the relation between a fraction or integer and its decimal expansion: Strength and stability of belief. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*. 11(2), 129-159.
- Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2005). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Seçkin Yayıncılık.

Yin, R. K. (2009). Case study research: design and methods, essential guide to qualitative methods in organizational research. *Applied Social Research Methods Series*, 219.

Yükseköğretim Kurulu (2018). Öğretmen yetiştirme ilköğretim matematik lisans programı. <https://www.yok.gov.tr/kurumsal/idari-birimler/egitim-ogretim-dairesi/yeni-ogretmen-yetistirme-lisans-programlari> adresinden alındır

Zazkis, R., & Leikin, R. (2008). Exemplifying definitions: A case of a square. *Educational Studies in Mathematics*. 69, 131-148.

Extended Abstract

Introduction

There are many variables that determine the quality of mathematics education. The most important role among them may be teachers. It is known that teachers' qualifications and content knowledge directly affect their mathematics teaching (Türnüklü, 2005). Teachers need to have good mathematical knowledge to make it easier for their students to understand (Baki, 2018).

Mathematics educators should be able to look at the mathematical concepts they will teach from a broad perspective and know them in detail. It is important for pre-service teachers to deeply understand the concept definitions of the subject they teach, to know the features that definitions should have, and to be able to evaluate different definitions according to their pedagogical characteristics (Leikin & Winicki-Landman, 2000), because the knowledge of mathematics educators about mathematical definitions affects how they will teach the concept during teaching and how they will continue the teaching process.

The concept of fraction is difficult to understand by students (Dorgan, 1994). There are difficulties in understanding the concept of fraction not only at primary school level but also at all levels (Weller, Arnon, & Dubinsky, 2011). The conceptual meaning of the fraction and the quality of the teaching process can be shown as the source of these difficulties (Alacacı, 2010; Işık & Kar, 2012; Mumcu, 2017). For this reason, it is thought that teacher competencies being focused on content education, researching conceptual images, identifying deficiencies and planning pedagogical content education courses accordingly will be positive in terms of contributing to the teacher training area.

In this study; it is aimed to examine the fraction definitions of pre-service elementary mathematics teachers in the context of the meanings of fraction.

Method

This study was conducted with the case study design, one of the qualitative research methods, in order to reveal and describe the definitions of fraction of elementary school teacher candidates in detail with different aspects.

The participants of the study consist of 48 elementary school mathematics teacher candidates who took the Fundamentals of Mathematics course in the fall semester of the 2018-2019 academic year.

The open-ended questions directed to the participants were asked by the researcher conducting the course within the scope of the Fundamentals of Mathematics course. The pre-service teachers were asked to define fractions before starting the lesson and to write down whether some examples in the form of a/b indicated fractions or not. Five weeks after the course implementation, the same open-ended questions were directed again. Thus, it was aimed to determine what the pre-service teachers' content knowledge about the definition of the concept of fraction was, why they defined it in this way, whether this knowledge changed after the training and if there was a change, how they justified their new knowledge.

Descriptive analysis method was used in order to examine and compare them on the basis of themes in the literature (part-whole, ratio, measurement, division, and processor) by creating codes from the data obtained with open-ended questions; in addition, content analysis was used as new themes were obtained from the answers given by the pre-service teachers.

Results

It is seen that the first fraction definitions of the teacher candidates are mostly in the context of the part-whole ($f = 15$; 31.25%). It has been determined that four meanings of the fraction in the literature (part-whole, proportion, measurement, division, processor) emerged as one theme and there are different themes apart from them.

The pre-service teachers could not make the formal-mathematical definition of the fraction in the first application and they could only make explanations at the primary education level. When the definitions of the pre-service teachers five weeks after the lesson were examined, it was seen that they preferred to explain the fraction mostly with a formal definition ($f = 34$; 70.83%).

In general, the differences between fractions and rational numbers are not known, and even after the course which emphasized, in this direction, the mathematical (formal) definitions of the basic concepts, their relation with other concepts, the different meanings and models and representations of the basic concepts in the mathematics education literature, it is noteworthy that they presented a justification for the question about whether the expression given in a/b type is a fraction or not by focusing on the part-whole meaning of fraction. There cannot be a negative fragmentation or negative whole, like fraction definitions from elementary school level, stand out. However, it is also striking that we reach the conclusion that the idea of a/b can be a fraction while $\forall (a, b) \in \mathbb{Z}$ is not occurred. It can be said that belief and prior knowledge here obscure the mathematical definition. It may be due to the fact that the fraction is tried to be explained with part-whole and division meanings.

Conclusion

It was observed that the pre-knowledge of the primary school mathematics teacher candidates regarding the definition of fraction was insufficient in the first application and they defined the fraction insufficiently and incompletely. It was seen that fraction definitions concentrated mostly in terms of part-whole ($f = 15$; 31.25%) in the first application. It was revealed that the primary school mathematics teacher candidates could not fully evaluate whether the given a/b type expressions were in the fraction category or not, and could not provide satisfactory reasons. In the second application after the courses, although they made the fraction definition in accordance with the mathematical (formal) structure, they could not justify the expression in a/b type with a formal definition, and some of them even suggested the opposite opinion. This can be considered as the effect of pre-service teachers' pre-knowledge of fractions from primary education level.

In conclusion; it is striking that the subject knowledge of elementary mathematics teacher candidates regarding fraction is described as procedural rather than conceptual (Chinnapan, 2010). Determining and focusing on the subject knowledge of teachers during the pre-service education period will also be beneficial for their students when they assume the role of teaching in the future. It is important to develop PCK (pedagogical content knowledge) related to fractions for teacher candidates (Aksu & Konyalıoğlu, 2015; Gökkurt, Şahin & Soylu, 2013; Toluk Uçar, 2011).