

**Yayın Geliş Tarihi (Submitted): 22/09/2020**

**Yayın Kabul Tarihi (Accepted): 30/10/2020**

**Makele Türü (Paper Type): Araştırma Makalesi – Research Paper**

**Please Cite As/Atf için:**

Süsay A., Yurtoğlu Y. ve Atan M. (2020), Karesel programlama ile portföy optimizasyonu: Borsa İstanbul örneği, *Nicel Bilimler Dergisi*, 2(2), 43-59.

---

## KARESEL PROGRAMLAMA İLE PORTFÖY OPTİMİZASYONU: BORSA İSTANBUL ÖRNEĞİ

Aynur SÜSAY<sup>1</sup>, Yasemin YURTOĞLU<sup>2</sup>ve Murat ATAN<sup>3</sup>

### ÖZET

Yatırımcılar açısından risk önemli bir kavramdır. Özellikle pay yatırımcıları oluşturmaya çalıştıkları portföyler aracılığıyla riski minimum etmeyi amaçlarlar. İyi bir portföy yönetimi ile portföyün bir bütün olarak sahip olduğu risk, portföyü oluşturan her bir menkul kıymetin sahip olduğu riskler toplamından daha az olacağı için menkul kıymet yatırımına ilişkin olarak riski azaltmak mümkün olmaktadır. Bu çalışmada, Borsa İstanbul (BIST)'de işlem gören firmaların aylık getirileri üzerinde Markowitz karesel programlama yöntemi kullanılarak oluşturulan portföylerin seçimi yapılmıştır. Çalışmada, 01.01.2017 – 01.06.2020 dönemi BIST 100 endeksi ve Borsa İstanbul'da işlem gören 130 firmanın aylık verilerinden yararlanılarak BIST 100 endeksi ile benzer risk-getiri yapısında ve endeksten daha fazla getiriye sahip portföy modelleri seçilmiştir. 1'den 49'a kadar çeşitli ağırlıkta paylardan oluşan portföyler oluşturulmuştur. Çalışma sonucunda BIST 100 endeksi ile eşit risk-getiri değerine sahip olan portföy, BIST 100 endeksinin getirisi sabit kalmak koşulu ile daha düşük riske sahip bir portföy ve etkin sınır üzerinde yer alan alternatif portföy bileşenleri gösterilmiştir.

**Anahtar Kelimeler:** Karesel Programlama, Portföy Optimizasyonu, Matematiksel Modelleme, BIST 100, Optimizasyon

---

<sup>1</sup>Sorumlu Yazar, Arş. Gör., Finans ve Bankacılık Bölümü, Tarsus Üniversitesi, Mersin, Türkiye, ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-0935-7375>

<sup>2</sup>Arş. Gör., İşletme Bölümü, Ufuk Üniversitesi, Ankara, Türkiye, ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-9579-6133>

<sup>3</sup>Prof. Dr., Ekonometri Bölümü, Ankara Hacı Bayram Veli Üniversitesi, Ankara, Türkiye, ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-2485-9456>

## PORTFOLIO OPTIMIZATION WITH QUADRATIC PROGRAMMING: THE EXAMPLE OF ISTANBUL STOCK EXCHANGE

### ABSTRACT

Risk is an important concept for investors. Especially stock investors aim to minimize the risk through the portfolios they try to create. With a good portfolio management, it is possible to reduce the risk regarding the investment in securities, as the risk of the portfolio as a whole will be less than the total risks of each security that make up the portfolio. In this study, the selection of portfolios created by using Markowitz quadratic programming method on monthly returns of firms traded in Istanbul Stock Exchange (BIST) is made. In the period of 01.01.2017 - 01.06.2020 portfolio models with a similar risk-return structure with the BIST 100 index and with a higher return than the index was selected by using monthly data of the BIST 100 index and monthly data of 130 companies traded in Istanbul Stock Exchange. Portfolios was created from stocks with various weights from 1 to 49. As a result of the study, a portfolio with a risk-return value equal to the BIST 100 index, a portfolio with lower risk provided that the return of the BIST 100 index remains constant, and alternative portfolio components located on the efficient frontier was shown.

**Keywords:** Quadratic Programming, Portfolio Optimization, Mathematical Modeling, BIST 100, Optimization

### 1. GİRİŞ

Yatırım yapılırken neye, ne kadar yatırım yapılması gerektiği ve yatırımcıların katlanmaya hazır oldukları risk düzeyi göz önünde bulundurulması gereken önemli hususlardır. Yatırımcı tarafından eş zamanlı olarak elde tutulan tahviller, döviz, pay senetleri, varlığa dayalı menkul kıymetler, banka mevduatları gibi yatırım araçlarından oluşan finansal varlıkların toplamı portföy olarak ifade edilmektedir. (Logubayom ve Victor, 2019). 1950’li yıllara kadar portföyün içerisindeki finansal araçların sayısı arttıkça portföyün riskinin azalarak sistematik riske yaklaşacağı varsayılmaktaydı. *Geleneksel portföy teorisi* olarak ifade edilen bu görüş, menkul kıymetler arasındaki ilişkiyi ihmal ederek basit çeşitlendirmeye odaklanmaktadır. Modern portföy teorisinin kurucusu kabul edilen Harry Markowitz “*Portfolio Selection*” isimli makalesinde geleneksel portföy teorisini reddederek menkul kıymet getirilerinin birbirleri ile

ilişkisi olduğunu, çok sayıda varlığın portföye alınması yoluyla riskin azaltılamayacağını, menkul kıymet getirileri arasındaki korelasyonun dikkate alınması gerektiğini söylemektedir (Markowitz, 1952).

Markowitz (1952) tarafından geliştirilen Ortalama Varyans Modeli (OVM), Modern Portföy Teorisi'nin (MPT) temelini oluşturan ve portföydeki varlıklar arasındaki korelasyonu dikkate alarak portföy riskini hesaplayan bir portföy optimizasyon modelidir (Pekkaya ve Albayrak, 2013). Portföy optimizasyonu, yatırımcıların ihtiyaçlarını karşılayacak finansal varlık bileşiminin oluşturulmasını amaçlayan bir matematiksel problem olarak tanımlanmaktadır (Atan, 2005). OVM'nin temel iki değişkeni beklenen getiri ve varyans olup beklenen getiri yatırımın karlılığını, varyans ise riskini göstermektedir (Kıyılar ve Akkaya, 2016:60). OVM'ye göre yatırımcılar rasyoneldir ve riske karşıdır ve riskten kaçmaktadır. Dolayısıyla rasyonel yatırımcı belirli bir risk düzeyinde en yüksek getirisi olan portföyü, belirli bir getiri düzeyinde ise en düşük riski olan portföyü tercih etmektedir. Bu portföylere etkin portföy denilmekte olup; etkin portföylerin birleştirilmesi ile de etkin sınır elde edilmektedir. Yatırımcılar risk ve getiri beklentilerine (kayıtsızlık eğrilerine) göre etkin sınır üzerinde yer alan hangi portföyü seçeceğine karar verecektir.

Markowitz (1952)'in çalışmasından ayrı olarak varlıkların riskini, getirisini ve birbirleri ile olan korelasyonlarını dikkate alan benzer bir çalışma da Roy (1952) tarafından yapılmıştır. Roy da çeşitlendirmede ikna edici bir açıklama sağlayacak teoriye gereksinim olduğunu fark ederek çalışmasında varlık ve borçları çeşitlendirmenin sağlayacağı faydayı matematiksel olarak göstermiştir.

Markowitz, uygun çeşitlendirme ile portföy riskinin yatırım araçlarının toplam riskinden daha düşük olacağını söylemektedir. Markowitz çeşitlendirmesine göre birbirleri ile negatif korelasyon içinde olan menkul kıymetlerin portföye eklenmesi ile portföyün riski azaltılabilmektedir. Varlıklar arasında korelasyon azaldıkça portföyün riski sistematik riske yaklaşmakta; korelasyon katsayısı -1 olduğunda portföyün sistematik olmayan riski sıfır olmaktadır. Dolayısıyla, MPT'ye göre birbirleri ile yüksek korelasyona sahip varlıkların portföye eklenmesinden kaçınılmalıdır (Markowitz, 1959:5). Portföy teorisine ilişkin Tobin (1958) ve Markowitz (1959) çalışmaları yer almaktadır. Markowitz portföy teorisi temel alınarak Sharpe (1963) Tek Endeks Modeli, Perold (1984) Çoklu Endeks Modeli, Sharpe (1964), Lintner (1965), Mossin (1966) Sermaye Varlıklarını Fiyatlandırma Modeli (SVFM), Ross (1976) Arbitraj Fiyatlama Teorisi'ni geliştirerek portföy teorilerinin temelleri atılmıştır.

Yatırımcıların tercihlerine uygun portföylerin oluşturulması karmaşık yapıda ve sınırsız olasılık içeren bir yapı olarak karşımıza çıkmaktadır (Abay, 2013). Bu çalışmada Markowitz'in teorisinden hareketle karesel programlama modeli ile BIST100 endeksi ile aynı getiriye sahip daha düşük riskli veya aynı riske sahip daha yüksek getirisi olan portföylerin oluşturulması amaçlanmaktadır.

Çalışmada ilk olarak literatürde yer alan benzer çalışmalara yer verilmiştir. Sonraki bölümlerde ise çalışmanın veri seti ve yöntemi açıklanmış ve elde edilen bulgular değerlendirilmiştir.

## 2. LİTERATÜR TARAMASI

Portföy optimizasyonu amacıyla yapılan bu çalışmada MPT (Markowitz, 1952) kapsamında ortaya çıkan yerli ve yabancı literatür dikkate alınmıştır. Optimal bir portföyün seçimi çeşitli ülke endekslerinde farklı veri setlerine birçok model ve yöntem uygulanarak test edilmiştir. Bu konuda Markowitz'in 1952 yılında yaptığı "*Portfolio Selection*" başlıklı MPT Ortalama Varyans Modeli ile ortaya konulan ilk çalışmadır. Markowitz'in MPT, geleneksel portföy teorisini temellerinden sarsmıştır. Geleneksel portföy teorisinde, portföyde yer alan pay senetleri arasındaki ilişki dikkate alınmadan portföy çeşitlendirmesi yoluyla portföyün riski azaltılabilirken, MPT'nde ise pay senetlerinin getirileri arasındaki ilişki dikkate alınarak, portföyün risk ve getirisinin hesaplanması matematiksel ve istatistiksel yöntemlere dayanmaktadır.

Portföy optimizasyonu ile ilgili Türkiye Menkul Kıymetler Piyasasında veya Borsa İstanbul üzerine yapılan çalışmalar aşağıda sunulmuştur.

Boztosun vd. (2005), İMKB 100 endeksinde yer alan firmaların Ocak 2003- Temmuz 2004 dönemleri arasındaki haftalık, 15 günlük, aylık ve 3 aylık getiri verilerini Markowitz Karesel Programlama Yöntemini kullanarak portföy seçim modelinin uygulamalarını yapmışlardır. Çalışmanın sonucunda, İMKB 100 endeksi ile aynı getiri seviyesinde daha düşük riske sahip portföy ağırlıkları bulunarak bireysel yatırımcıların farklı risk alma eğilimine göre seçim alternatifleri oluşturulmuştur.

İskenderoğlu ve Karadeniz (2011), İMKB 30 endeksinde yer alan pay senetlerinin 02.01.2009 – 31.12.2009 dönemleri arası günlük kapanış fiyatlarını dikkate alarak optimal bir portföyde kaç adet pay senedi olması gerektiğini araştırmışlardır. Elde edilen bulgular, optimal

bir portföy çeşitlendirmesi için İMKB 30'dan ve İMKB 100'den daha düşük riske sahip bir portföyün 5 – 10 pay senedinden oluştuğunda yatırımın yeterli olduğunu göstermiştir.

Abay (2013), İMKB 30 endeksinde yer alan firmaların pay senetlerinin 2005 yılı on iki aylık getiri verilerini Markowitz Karesel Programlama yöntemini kullanarak portföy seçim modeli uygulamaları yapmıştır. Portföy oluştururken risk ve getiri oranlarını dikkate alarak hangi pay senetlerinin portföye hangi oranlarda dahil edileceğini tespit etmiştir.

Yakut ve Çankal (2016), BIST 30 pay senetlerinin 2004-2013 dönemleri arasında kapsayan aylık kapanış fiyatları verilerine, Markowitz ortalama varyans modeli ile hedef programlama ve çok amaçlı genetik algoritma yöntemlerini kullanarak çeşitli risk ve getiri seviyesinde portföyler oluşturmuşlardır. Portföy optimizasyon tekniklerinden genetik algoritma ve kuadratik hedef programlamanın en iyi portföy seçimi açısından karşılaştırma yapıldığında kuadratik hedef programlamanın genetik algoritmadan daha iyi sonuçlar verdiğini tespit etmişlerdir.

Ural vd. (2019), BIST 30 endeksinde yer alan pay senetlerinin 2015, 2016, 2017 ve 2018 dönemlerinin günlük getiri verilerini Doğrusal Olmayan GİG yöntemini kullanarak optimal portföy bileşimini incelemişlerdir. Çalışmanın sonucunda minimum volatiliteye dayanan optimal portföyün 10-12 pay senedinden oluştuğunu ortaya koymuşlardır.

Urun vd. (2020), BIST30 endeks içerisinde yer alan pay senetlerinin 01/01/2016 – 31/12/2016 tarihleri arasındaki günlük getiri verilerine Ortalama-Varyans yöntemini uygulayarak beş farklı portföy optimizasyon seçeneğinden hangisinin ilgili dönemde daha iyi sonuç verdiğini araştırmışlardır.

Portföy optimizasyonu ile ilgili dünyada farklı borsalar üzerine yapılan çalışmalar aşağıda sunulmuştur.

Fielitz (1974), New York Borsası'nda işlem gören iki yüz adet pay senedinin 1964 - 1968 yılları arası dönemlerini kapsayan üç aylık getiri verilerini kullanarak gerçekleştirdiği çalışmada, sekiz adet menkul kıymetten oluşan optimal portföylerin makul çeşitlendirme sağlayacağını göstermiştir.

Statman (1987), S&P 500 endeksinde yer alan pay senetlerini dikkate alarak gerçekleştirdiği çalışmada, iyi çeşitlendirilmiş optimal bir portföyün büyüklüğü için 30 - 40 adet pay senedinin yeterli olduğunu tespit etmiştir.

Sun ve Yan (2003), Japonya ve ABD borsalarında 1975-1997 yılları arasında işlem gören pay senetlerinin aylık ve haftalık getiri verilerini kullanarak optimal bir portföyün seçimini ortalama-varyans-çarpıklık modeli kapsamında ele almışlardır. Çalışmanın sonucunda aylık getiri verileri dikkate alınarak oluşturulan portföylerin, haftalık getiri verilerine göre oluşturulmuş portföylerden daha fazla pozitif çarpık olduğunu tespit etmişlerdir.

Oh vd. (2005), Borsa endeks performanslarının diğer birçok yatırım fonu performanslarından daha iyi olduğu öne sürülen çalışmalar üzerine, portföy yöneticileri ve yatırımcılar için piyasadan nasıl daha iyi portföy performansı elde edebileceklerini araştırmışlardır. Kore pay senedi fiyat endeksinde (KOSPI) yer alan 200 büyük firmanın Ocak 1999-Aralık 2001 dönem aralığını kapsayan getiri verilerini Genetik Algoritma (GA) yöntemini kullanarak optimal portföyler oluşturmuşlardır. Bu yöntemin geleneksel portföy yönteminden daha etkin ve başarılı olduklarını öne sürmüşlerdir.

Lim vd. (2014) çalışmalarında Kore borsasında işlem gören 490 ile 557 firmanın 2001'den 2009'a kadar olan yıllık finansal verilerini kullanarak optimal bir portföye dahil edilebilecek pay senetlerini seçmek için çapraz etkinlik VZA (Veri Zarflama Analizi) modelini uygulamışlardır. Analiz sonucunda oluşturulan optimal portföylerin, dokuz yıllık bir örneklem dönemini kapsayan diğer portföyler karşısında çeşitli risk düzeylerinde daha yüksek getiri

Fernandes vd. (2018), BOVESPA endeksinde yer alan firmaların Haziran 2003 - Aralık 2012 arasındaki dönemin günlük fiyat verilerini Black – Litterman modelini kullanarak optimal portföyler oluşturmuşlardır. Brezilya verileri kullanılarak Black – Litterman modeli ile oluşturulan optimal portföylerin, geleneksel ortalama varyans portföylerinden daha iyi performans gösterdiğini tespit etmişlerdir.

### **3. VERİ**

Çalışmada BIST 100 endeksi ile aynı getiri düzeyinde daha az riskli veya aynı risk düzeyinde daha fazla getiri sağlayan portföylerin oluşturulması amaçlanmıştır. Çalışmada BIST 100 endeksi, BIST Temettü endeksinde yer alan firmaların ve BIST 100 endeksinde yer alan firmaların 01.01.2017 – 01.06.2020 dönemi aylık kapanış fiyatları kullanılmıştır. BIST Temettü endeksinde 71 firma yer almaktadır. 41 firma ise hem BIST 100 endeksinde hem de BIST Temettü endeksinde yer almaktadır. Dolayısıyla çalışmanın veri setini BIST Temettü endeksinde yer alan 71 firma ve BIST 100 endeksinde yer alan 59 firma olmak üzere toplam

130 firmanın aylık getirileri ile BIST 100 endeksi aylık getirisi olmak üzere toplam 5502 veri oluşturmaktadır. Veriler Kamuyu Aydınlatma Platformu ve Investing'den elde edilmiştir.

Borsa İstanbul'da işlem gören 130 firmanın aylık kapanış fiyatları alınarak 5502 veri ile çalışma yapılmıştır. Çalışmada Excel Solver eklentisi ile endeksin ve firmaların aylık getirisi hesaplanarak getiri - varyans matrisi oluşturulmuş ve model çözülmüştür. Tablo 1'de çalışmaya alınan firmaların temel istatistik değerleri verilmiştir.

**Tablo 1.** Araştırmaya alınan firmaların aylık getiri değerlerine ait özet istatistikler tablosu

Firma	Ort.	Std. Sapma	En Büyük	En Küçük	Firma	Ort.	Std. Sapma	En Büyük	En Küçük
ACSEL	3,9	1,9	9,69	2,317	ISDMR	5,287	1,839	8,01	1,925
AGHOL	17,841	4,975	29,8	9,9	ISFIN	2,904	1,803	7,91	0,969
AKBNK	7,078	1,014	8,98	4,94	ISGYO	1,196	0,265	1,91	0,87
AKCNS	8,4	1,553	11,03	5,66	ISMEN	2,72	1,296	5,9	1,186
AKGRT	3,747	1,335	6,85	2,067	JANTS	33,4	14,775	75,6	18,658
AKMYG	20,223	2,957	26,98	15,07	KAREL	7,611	4,164	17,3	2,17
AKSA	5,807	1,091	8,05	3,79	KARSN	1,411	0,328	2,32	1,022
AKSEN	3,535	0,755	5	2,29	KARTN	322,1	56,264	478	251,5
AKSYG	2,581	0,607	4,4	1,819	KCHOL	16,535	1,762	20,32	13,43
ALARK	3,347	1,149	6,19	1,97	KERTV	2,503	0,875	4,43	1,47
ALBRK	1,348	0,179	1,89	1,098	KLMSN	8,584	5,158	22,08	3,897
ALGYO	8,365	2,927	15,18	5,84	KORDS	9,571	2,235	14,06	6,39
ALKA	4,244	1,633	10,27	2,004	KOZAA	6,747	2,724	12,71	1,95
ALKIM	24,923	9,626	58,2	11,69	KOZAL	47,157	18,189	80,15	17,74
ANACM	2,871	0,755	4,74	1,64	KRDMD	2,502	0,856	4,489	1,094
ANHYT	6,258	0,992	8,63	4,92	LKMNH	5,255	1,031	7,83	3,54
ANSGR	3,777	0,947	5,97	2,004	LOGO	49,875	12,866	75,8	27,14
ARCLK	18,805	3,315	26,06	12,61	MGROS	21,676	5,709	36,08	12,89
ASELS	24,108	5,171	33,71	13,54	NETAS	11,006	3,079	16,75	6,46
AVISA	10,982	2,123	14,5	7,4	NTHOL	2,128	0,402	3,09	1,39
AYGAZ	12,163	2,199	16,12	8,4	NUHCM	8,42	1,785	13,55	5,87
BAKAB	5,246	1,397	8,63	2,667	ODAS	2	0,837	3,908	0,929
BFREN	187,9	44,614	300,1	142,9	OTKAR	114,31	23,937	162,3	71,2
BIMAS	39,839	9,228	65,9	24,59	OYAKC	3,625	1,041	5,93	2,547
BIZIM	8,272	2,275	17,93	5,33	OZKGY	1,854	0,565	3,71	1,367
BRISA	7,195	1,408	12,15	5,36	OZRDN	2,287	0,306	2,896	1,508
BRSAN	8,81	1,505	12,66	6,97	PAGYO	4,037	0,848	6,34	3,028
BRYAT	43,292	10,151	72,4	32,94	PETKM	3,938	0,668	5,493	2,615
BUCIM	3,312	0,423	4,24	2,4	PETUN	9,05	4,153	27,56	4,96
CCOLA	33,982	4,417	46,3	26,39	PGSUS	36,411	18,183	86,4	14,36
CELHA	5,586	2,043	10,13	2,587	PNSUT	10,732	3,454	19,15	6,02
CEMTS	5,457	1,464	8,28	2,727	POLHO	3,291	0,764	5,423	1,97

**Tablo 1.** Araştırmaya alınan firmaların aylık getiri değerlerine ait özet istatistikler tablosu (devam)

Firma	Ort.	Std. Sapma	En Büyük	En Küçük	Firma	Ort.	Std. Sapma	En Büyük	En Küçük
CIMSA	10,337	3,161	15,67	5,83	PSDTC	5,242	2,332	10,51	2,04
CLEBI	56,596	27,414	102,1	22,18	RYGYO	1,875	1,883	7,65	0,61
CLEBI	56,762	27,579	102,1	22,18	SAHOL	9,192	1,191	11,14	7,12
DEVA	6,094	4,103	21,56	3,29	SANKO	3,175	1,966	7,83	1,692
DOAS	7,612	2,322	14,76	3,97	SARKY	3,32	1,072	6,17	1,752
DOCO	375,42	137,93	587,5	173	SASA	5,922	2,221	10,73	1,256
DOHOL	1,168	0,394	2,04	0,68	SELEC	4,345	1,542	8,16	2,719
ECILC	3,37	0,835	5,71	2,31	SISE	4,683	0,793	6,565	3,258
ECZYT	8,196	1,703	12,47	5,85	SKBNK	1,231	0,239	1,86	0,9
EGEEN	369,81	136,64	673,2	198,57	SODA	5,435	1,198	7,718	3,608
EGGUB	31,489	13,794	86,3	20,93	TATGD	5,572	1,466	9,89	3,78
EGPRO	10,055	1,796	15,16	8,239	TAVHL	21,244	4,752	30,3	12,73
EGSER	3,393	0,591	4,93	2,595	TBORG	9,354	2,443	15,93	6,786
EKGYO	1,888	0,559	2,854	1,13	TCELL	12,88	1,345	15,61	10,33
ENKAI	5,085	0,683	7,05	4,29	THYAO	12,697	3,757	19,11	5,46
ERBOS	17,458	3,18	25,4	9,78	TKFEN	16,843	5,206	26,62	7,27
EREGL	7,358	1,457	10,006	4,263	TMSN	5,985	1,463	9,2	3,78
FMIZP	20,11	13,592	58	10,68	TOASO	22,526	3,62	28,59	15,51
FROTO	55,606	10,429	78	33,8	TRGYO	2,401	0,542	3,33	1,51
GARAN	9,154	1,315	11,9	5,95	TRKCM	3,319	0,62	4,479	2,152
GENTS	1,48	0,486	2,49	0,867	TSKB	1,093	0,274	1,647	0,68
GLYHO	3,426	0,647	4,87	1,85	TTKOM	5,849	1,219	7,75	3,2
GOLTS	19,34	7,441	32,05	9,68	TTRAK	56,351	17,884	83	27,44
GOODY	3,769	0,689	5,08	2,52	TUPRS	102,37	21,021	143,5	60,51
GOZDE	3,481	1,006	5,93	1,97	ULKER	19,58	2,565	24,98	14,53
GUBRF	6,108	5,285	25,38	2,47	VAKBN	5,255	1,116	7,53	3,42
GUSGR	1,662	0,663	4,38	0,925	VERUS	18,885	4,232	28,92	13,23
HALKB	8,136	2,789	15,09	5,02	VESBE	13,746	4,175	24,74	8,9
HEKTS	4,862	3,453	14,8	1,202	VESTL	9,599	2,612	16,14	5,55
HLGYO	0,912	0,313	1,97	0,579	YATAS	5,533	1,941	10	1,743
INDES	8,437	2,182	14,34	5,261	YGGYO	8,51	2,147	13,01	6,61
IPEKE	5,814	2,858	14,75	1,91	YKBNK	2,419	0,419	3,132	1,6
ISCTR	5,96	1,016	7,715	3,99	ZOREN	1,42	0,26	2,17	1,06
					<b>ENDEKS</b>	<b>1,182</b>	<b>7,146</b>	<b>14,03</b>	<b>-15,43</b>



#### 4. YÖNTEM

Markowitz tarafından geliştirilen standart karesel programlama şeklindeki OVM, yatırımcının beklediği getiri düzeyinde minimum riski sağlayan portföyü belirlemeyi çalışmakta olup amaç fonksiyonu aşağıdaki gibi ifade edilmektedir. Boztosun, vd., (2005) tarafından tanımlanan MPT aşağıda detaylandırılmıştır.

$$\text{Min.} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x_i x_j \sigma_{ij} \quad (1)$$

$N$ , finansal varlık sayısını,  $\sigma_{ij}$ ,  $i$  ve  $j$  finansal varlıklar arasındaki kovaryansı,  $i = j$  için varyans değerini,  $x_i$  karar değişkenini ifade etmektedir. Markowitz'in OVM'nde yatırımcının beklediği getirinin sağlanması ve portföydeki varlıkların ağırlıklarının toplamının "1" olması şeklinde iki kısıt bulunmakta olup aşağıdaki eşitlikte ifade edilmektedir

$$\sum_{i=1}^N x_i \mu_i \geq R \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^N x_i = 1 \quad (3)$$

(2) nolu eşitlikte  $\mu_i$ , "i" varlığının beklenen getirisini,  $R$  ise hedeflenen getiri düzeyini göstermektedir.

$$0 \leq x_i \leq 1 \quad i = 1 \dots N \quad (4)$$

Not: Yukarıda verilen (1), (2) ve (3) nolu eşitliklere karar değişkenlerinin negatif olmama kısıtının ((4) nolu eşitlik) dahil edilmesi ile genel karesel programlama modeli elde edilmektedir.

Temel amaç endeksten daha az riskli ancak endekse eşit getiri sağlayan portföy oluşturmaktır. Bu nedenle n. yatırım aracının endeksi oluşturması, kalan N-1 yatırım aracının ise amaçlanan portföyü oluşturması şeklinde modelin geliştirilmesi gerekmektedir. Eşitlik (2)'deki kısıt N-1 finansal varlık olarak ve beklenen getiri düzeyi ise n. varlığın beklenen getiri düzeyi olarak düzeltilerek, N-1 finansal varlık arasından elde edilecek portföyün getirisinin endeksin beklenen getirisinin altında kalmaması sağlanacaktır. Bu durumda eşitlik aşağıdaki gibi olmaktadır:

$$\sum_{i=1}^{N-1} x_i \mu_i = \mu_n \quad (5)$$

Eşitlik (5) üzerinde yapılan düzeltmenin modelin ikinci kısıtı olan eşitlik (3) üzerinde de yapılması gerekmektedir.

$$\sum_{i=1}^{N-1} x_i = 1 \quad (6)$$

Son olarak ise n. varlık olan endeksin, N - 1 finansal varlığa ağırlık olarak karşılık gelmesi için  $X_N = -1$  kısıtı modele eklenerek karesel programlama modeli aşağıdaki gibi oluşturulmuştur

$$\text{Min.} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x_i x_j \sigma_{ij} \quad (7)$$

$$\sum_{i=1}^{N-1} x_i \mu_i = \mu_n \quad (8)$$

$$\sum_{i=1}^{N-1} x_i = 1 \quad (9)$$

$$X_N = -1 \quad (10)$$

$$0 \leq x_i \leq 1 \quad i = 1 \dots (N - 1) \quad (11)$$

Modelde  $X_N$ , diğer değişkenlerden farklı olarak sınırsız olarak tanımlanmakta; böylelikle  $X_N$  üzerinde negatif olmama kısıtı bulunmamaktadır.

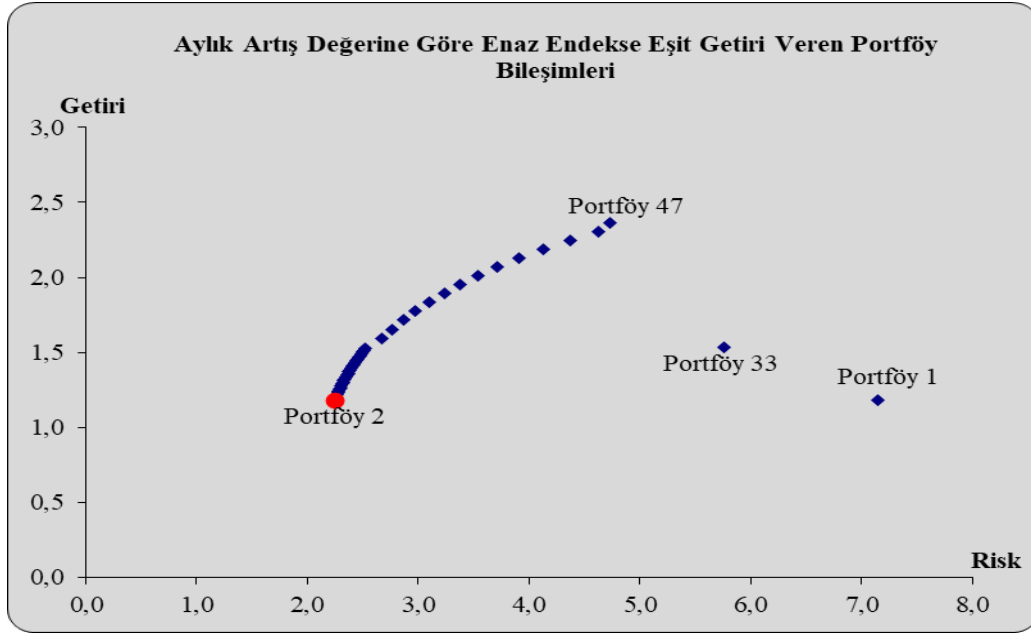
## 5. BULGULAR

Çalışmada oluşturulan portföy modelini gösteren aylık getirilere göre düzenlenmiş Excel çözücü dosyasında modelin amaç fonksiyonunun katsayılarını oluşturan varyans - kovaryans matrisi ve model aşağıda Tablo 2’de gösterilmiştir.

**Tablo 2.** Karesel programlama modeli parametre değerleri özet tablosu

	B	C	D	...	...	EA	EB	EC
1	<b>AYLIK GETİRİ TALOSU (01.06.2020 – 01.01.2017 Dönemi)</b>							
2	<i>Ay</i>	<b>ACSEL</b>	<b>AGHOL</b>	...	...	<b>YKBNK</b>	<b>ZOREN</b>	<b>BIST 100</b>
3	<i>01.06.2020</i>	9,59	19,82	...	...	2,35	1,64	9,24
4	<i>01.05.2020</i>	9,69	17,52	...	...	2,32	1,43	4,36
.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.
42	<i>01.03.2017</i>	2,79	19,66	...	...	2,45	1,16	1,68
43	<i>01.02.2017</i>	2,80	14,98	...	...	2,48	1,20	1,37
44	<i>01.01.2017</i>	2,73	14,46	...	...	2,47	1,16	10,44
45	<b>Ortalama Getiri</b>	<b>3,90</b>	<b>17,84</b>	...	...	<b>2,42</b>	<b>1,42</b>	<b>1,18</b>
47								
48	<b>VARYANS - KOVARYANS MATRİSİ</b>							
49		<b>ACSEL</b>	<b>AGHOL</b>	...	...	<b>YKBNK</b>	<b>ZOREN</b>	<b>BIST 100</b>
50	<b>ACSEL</b>	3,52	-1,59	...	...	-0,09	-0,02	2,77
51	<b>AGHOL</b>	-1,59	24,16	...	...	1,54	0,94	1,41
.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.
178	<b>YKBNK</b>	-0,09	1,54	...	...	0,17	0,06	0,87
179	<b>ZOREN</b>	-0,02	0,94	...	...	0,06	0,07	0,54
180	<b>BIST 100</b>	-0,03	0,89	...	...	0,05	0,05	0,24
.								
183	<b>Portföyün Ağırlıkları</b>	%0	%0	...	...	%0	%0	%0
184								
185	<b>Top. Portföy Ağırlığı</b>	%100						
186								
187	<b>Portföyün Getirisi</b>	21,70						
188	<b>Hedeflenen Getiri</b>	21,70						
189								
190	<b>Portföyün Varyansı</b>	1,323						
191	<b>Portföy Std. Sapması</b>	1,15						
192								
193	<b>Endeksin Getirisi</b>	1,182						
194	<b>Endeksin Varyansı</b>	7,1463						

Karesel programlama modeli ile BIST 100 endeksi ile aynı getiri ve riske sahip portföyler elde edilmiştir. Tablo 3 sonuçlarına göre, 1'den 47'ye kadar yer alan portföy modelleri içerisinde 15 payın ağırlıkları yer almaktadır. Portföy 1, portföy 2 ve portföy 3'te beklenen getiri düzeyi aynı olup portföylerin varyansındaki değişim Tablo 3'den izlenebilmektedir. Portföy 4 ile portföy 33 arasındaki portföylerde getiri % 1 artırılmış; portföy 34 ile portföy 47 arasındaki portföylerde ise getiri % 5 artırılarak getiri - varyans bileşimindeki değişim gösterilmiştir. Tablo 3'ye yer alan paylar incelendiğinde sektörel bir yoğunlaşmadan söz edilememektedir.



**Şekil 1.** Aylık getirilerine göre etkin sınır eğrisi ve BIST 100 endeksi ile eşit risk-getiri yapısına sahip portföyler

Şekil 1’de yer alan Portföy 1 BIST 100 endeksi ile eşit risk-getiri değerine sahip olan portföydür. Portföy 2 ise BIST 100 endeksinin getirisi sabit kalmak koşulu ile daha düşük riske sahip bir portföyü göstermektedir. Portföy 2’nin riski 2,240’dır. Portföy 2 – Portföy 47 arasındaki portföyler ise etkin sınır eğrisi üzerinde yer alan diğer alternatif portföy bileşimlerini göstermektedir. Portföy 33 etkin sınırın altında kalmaktadır. Dolayısıyla yatırımcıların etkin sınırın altında kalan portföy ile ilgilenmelerine gerek yoktur. Yatırımcılar risk tercihlerine göre etkin sınır üzerinde yer alan alternatif portföylerden birini seçebilirler.

**Tablo 3.** Aylık getirilere göre BIST 100 endeksi ile aynı getiri ve risk düzeyine sahip portföylerin ağırlıkları %

Portföy	E(r)	Portföyün Varyansı	Pay Senetlerinin Portföydeki Ağırlıkları %														
			ALBRK	DOHOL	EKGYO	ENKAI	GUBRF	HLGYO	ISFIN	ISGYO	OZRDN	RYGYO	SKBNK	SODA	TSKB	YKBNK	ZOREN
Portföy 1	1,182	7,146	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,7199	0,0000	0,0000	0,0000	0,2801	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
Portföy 2	1,182	2,240	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,7199	0,0000	0,0000	0,0000	0,2801	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
Portföy 3	1,182	2,246	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,2720	0,0000	0,0000	0,0000	0,7280	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
Portföy 4	1,193	2,253	0,0000	0,4072	0,0000	0,0000	0,0000	0,2860	0,0000	0,0319	0,0000	0,1514	0,0000	0,0000	0,1236	0,0000	0,0000
Portföy 5	1,205	2,259	0,1864	0,2645	0,0063	0,0000	0,0000	0,0097	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,2015	0,0000	0,2925	0,0000	0,0390
Portföy 6	1,217	2,266	0,2325	0,2429	0,0000	0,0000	0,0000	0,0079	0,0064	0,0000	0,0000	0,0000	0,2129	0,0015	0,2960	0,0000	0,0000
Portföy 7	1,229	2,274	0,2325	0,2429	0,0000	0,0000	0,0000	0,0053	0,0064	0,0000	0,0000	0,0000	0,2129	0,0040	0,2960	0,0000	0,0000
Portföy 8	1,241	2,281	0,2327	0,2428	0,0002	0,0000	0,0000	0,0020	0,0066	0,0000	0,0002	0,0000	0,2130	0,0064	0,2960	0,0000	0,0000
Portföy 9	1,253	2,289	0,2338	0,2419	0,0011	0,0000	0,0000	0,0000	0,0056	0,0000	0,0000	0,0000	0,2133	0,0093	0,2950	0,0000	0,0000
Portföy 10	1,264	2,297	0,4408	0,1479	0,0008	0,0000	0,0000	0,0582	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,1471	0,0084	0,1969	0,0000	0,0000
Portföy 11	1,276	2,305	0,4407	0,1479	0,0008	0,0000	0,0000	0,0556	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,1471	0,0110	0,1969	0,0000	0,0000
Portföy 12	1,288	2,313	0,4407	0,1479	0,0008	0,0000	0,0000	0,0531	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,1471	0,0136	0,1969	0,0000	0,0000
Portföy 13	1,300	2,321	0,4406	0,1479	0,0008	0,0000	0,0000	0,0505	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,1471	0,0162	0,1969	0,0000	0,0000
Portföy 14	1,312	2,330	0,4242	0,1582	0,0109	0,0000	0,0000	0,0316	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,1038	0,0185	0,2526	0,0000	0,0000
Portföy 15	1,323	2,339	0,4242	0,1582	0,0109	0,0000	0,0000	0,0291	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,1038	0,0211	0,2526	0,0000	0,0000
Portföy 16	1,335	2,348	0,4241	0,1582	0,0109	0,0000	0,0000	0,0265	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,1038	0,0237	0,2526	0,0000	0,0000
Portföy 17	1,347	2,357	0,4240	0,1583	0,0109	0,0000	0,0000	0,0241	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,1038	0,0263	0,2526	0,0000	0,0000
Portföy 18	1,359	2,366	0,3967	0,1649	0,0286	0,0000	0,0000	0,0236	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,1027	0,0273	0,2562	0,0000	0,0000
Portföy 19	1,371	2,376	0,3967	0,1649	0,0286	0,0000	0,0000	0,0210	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,1027	0,0299	0,2562	0,0000	0,0000
Portföy 20	1,383	2,385	0,3966	0,1649	0,0286	0,0000	0,0000	0,0185	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,1027	0,0325	0,2562	0,0000	0,0000
Portföy 21	1,394	2,395	0,3965	0,1649	0,0286	0,0000	0,0000	0,0159	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,1027	0,0352	0,2562	0,0000	0,0000
Portföy 22	1,406	2,405	0,3696	0,1718	0,0469	0,0000	0,0000	0,0163	0,0000	0,0000	0,0041	0,0000	0,0972	0,0351	0,2588	0,0000	0,0000
Portföy 23	1,418	2,415	0,3695	0,1718	0,0469	0,0000	0,0000	0,0138	0,0000	0,0000	0,0041	0,0000	0,0972	0,0377	0,2588	0,0000	0,0000
Portföy 24	1,430	2,426	0,3695	0,1718	0,0469	0,0000	0,0000	0,0112	0,0000	0,0000	0,0041	0,0000	0,0972	0,0403	0,2588	0,0000	0,0000
Portföy 25	1,442	2,437	0,3694	0,1718	0,0469	0,0000	0,0000	0,0087	0,0000	0,0000	0,0041	0,0000	0,0972	0,0429	0,2588	0,0000	0,0000
Portföy 26	1,453	2,448	0,3396	0,1771	0,0647	0,0000	0,0000	0,0119	0,0000	0,0000	0,0134	0,0000	0,0965	0,0416	0,2552	0,0000	0,0000
Portföy 27	1,465	2,459	0,3395	0,1768	0,0666	0,0000	0,0000	0,0069	0,0000	0,0000	0,0144	0,0000	0,0966	0,0435	0,2556	0,0000	0,0000
Portföy 28	1,477	2,471	0,3394	0,1768	0,0666	0,0000	0,0000	0,0043	0,0000	0,0000	0,0144	0,0000	0,0966	0,0461	0,2556	0,0000	0,0000
Portföy 29	1,489	2,483	0,3394	0,1768	0,0666	0,0000	0,0000	0,0018	0,0000	0,0000	0,0144	0,0000	0,0966	0,0488	0,2556	0,0000	0,0000
Portföy 30	1,501	2,495	0,3115	0,1814	0,0823	0,0000	0,0000	0,0087	0,0000	0,0000	0,0236	0,0000	0,0931	0,0480	0,2512	0,0000	0,0000
Portföy 31	1,513	2,507	0,3114	0,1814	0,0823	0,0000	0,0000	0,0061	0,0000	0,0000	0,0236	0,0000	0,0931	0,0507	0,2512	0,0000	0,0000
Portföy 32	1,524	2,520	0,3113	0,1814	0,0823	0,0000	0,0000	0,0037	0,0000	0,0000	0,0236	0,0000	0,0931	0,0533	0,2512	0,0000	0,0000
Portföy 33	1,536	5,761	0,3113	0,1812	0,0831	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0239	0,0000	0,0933	0,0556	0,2515	0,0000	0,0000
Portföy 34	1,595	2,671	0,2540	0,1900	0,1178	0,0000	0,0000	0,0023	0,0000	0,0000	0,0440	0,0000	0,0865	0,0610	0,2443	0,0000	0,0000
Portföy 35	1,654	2,762	0,2190	0,1944	0,1399	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0576	0,0000	0,0798	0,0689	0,2404	0,0000	0,0000
Portföy 36	1,713	2,864	0,1866	0,1972	0,1630	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0708	0,0000	0,0713	0,0768	0,2342	0,0000	0,0000
Portföy 37	1,773	2,977	0,1751	0,1910	0,1827	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0766	0,0000	0,0693	0,0848	0,2200	0,0000	0,0000
Portföy 38	1,832	3,101	0,1691	0,1842	0,1972	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0794	0,0000	0,0673	0,0897	0,2111	0,0002	0,0000
Portföy 39	1,891	3,236	0,1604	0,1765	0,2165	0,0038	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0838	0,0000	0,0646	0,0936	0,1964	0,0025	0,0000
Portföy 40	1,950	3,382	0,1544	0,1727	0,2288	0,0086	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0870	0,0000	0,0629	0,0955	0,1832	0,0047	0,0000
Portföy 41	2,009	3,541	0,1465	0,1658	0,2479	0,0178	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0918	0,0000	0,0609	0,0979	0,1616	0,0076	0,0000
Portföy 42	2,068	3,717	0,1457	0,1656	0,2487	0,0182	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0919	0,0000	0,0608	0,0977	0,1618	0,0077	0,0000
Portföy 43	2,127	3,913	0,1394	0,1602	0,2658	0,0278	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0964	0,0000	0,0595	0,1008	0,1361	0,0123	0,0000
Portföy 44	2,186	4,129	0,1328	0,1563	0,2806	0,0353	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,1006	0,0000	0,0584	0,1004	0,1178	0,0157	0,0000
Portföy 45	2,245	4,368	0,1280	0,1530	0,2928	0,0417	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,1039	0,0000	0,0578	0,1013	0,1016	0,0180	0,0000
Portföy 46	2,304	4,628	0,1216	0,1489	0,3096	0,0507	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,1089	0,0000	0,0571	0,1032	0,0774	0,0208	0,0000
Portföy 47	2,363	4,728	0,1164	0,1458	0,3224	0,0569	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,1125	0,0000	0,0567	0,1026	0,0631	0,0215	0,0000

Tablo 4’te ağırlıkları farklı 9 paydan oluşan portföy 49, aylık getirisi 21,700 ve varyansı 1,323 olup ortalama pay getirisine göre hesaplanmış portföyü yer almaktadır. Ortalama enflasyona göre oluşturulan ağırlıkları farklı 13 paydan oluşan Portföy 49’un beklenen getirisi 14,687, varyansı 0,5236’dır.

**Tablo 4.** Ortalamalara göre portföy

Portföy 48 (Ortalama Enflasyon)														
Bileşim	AKGMY	ALKIM	AVISA	BIMAS	CIMSA	GOLTS	HALKB	SAHOL	SODA	TCELL	TKFEN	TUPRS	VERUS	13 Pay
Ağırlık	0,0759	0,0151	0,0509	0,0409	0,2273	0,0663	0,0663	0,0290	0,2457	0,0203	0,1206	0,0169	0,0238	100%
E(r)	14,687													
Varyans	0,5236													

Portföy 49 (Ortalama Pay Getirisi)										
Bileşim	AKGMY	ALKIM	BIMAS	COLA	CIMSA	GOLTS	KARTN	TKFEN	TUPRS	9 Pay
Ağırlık	0,0926	0,0177	0,0265	0,0057	0,6078	0,0220	0,0119	0,1706	0,0448	100%
E(r)	21,700									
Varyans	1,3230									

## 6. SONUÇ

Bu çalışmada, Borsa İstanbul’da işlem gören 130 firma üzerinde Markowitz karesel programlama yöntemi kullanılarak portföy seçim modeli oluşturularak Microsoft Excel çözücü uygulaması içinde yer alan Genelleştirilmiş Sınırlı Gradyan (GRG) Doğrusal Olmayan algoritması ile çözülmüştür. Öncelikle BIST 100 endeksi ile aynı getiri düzeyinde daha düşük riske sahip portföy ağırlıkları bulunmuş daha sonra ise, farklı risk ve getiri düzeyindeki yatırımlar için alternatif portföy modelleri oluşturulmuştur.

Çalışmanın bulgularına göre risk ve getiri arasında aynı yönde ilişki vardır. Yatırımcılar, portföylerinde çeşitlendirme yaparak portföyün getirisini düşürmeden riski azaltabilmektedirler. Çalışmada etkin sınır üzerinde alternatif portföy modelleri yer almaktadır. Riskten kaçınan bir yatırımcı Portföy 2’yi tercih ederken riski seven yatırımcı ise Portföy 47’yi tercih edecektir. Sonuç olarak yatırımcılar risk-getiri tutumlarına göre etkin sınır üzerinde yer alan alternatif portföyler arasından kendilerine en uygun olan portföye yatırım yapabilirler.

Borsa İstanbul’da farklı dönem aralıkları için alternatif portföy modelleri oluşturulabilir. Bu şekilde yapılacak olan bir çalışma, yatırımcıların ve portföy yöneticilerinin risk ve getiri tercihlerine göre oluşturacakları portföylerine seçecekleri firmaları belirlemede önemli bilgi sağlayacaktır.

## ETİK BEYAN

“Karesel Programlama ile Portföy Optimizasyonu: Borsa İstanbul Örneği” başlıklı çalışmanın yazım sürecinde bilimsel, etik ve alıntı kurallarına uyulmuş; toplanan veriler üzerinde herhangi bir tahrifat yapılmamış ve bu çalışma herhangi başka bir akademik yayın ortamına değerlendirme için gönderilmemiştir.

## KAYNAKÇA

- Abay R. (2013), Markowitz karesel programlama ile portföy seçimi: İMKB 30 endeksinde riskli portföylerin seçimi, *Ç.Ü. Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 22(2), 175-194.
- Atan M. (2005), Karesel programlama ile portföy optimizasyonu, *VII. Ulusal Ekonometri ve İstatistik Sempozyumu*, Mayıs, İstanbul.
- Boztosun D., Yalçiner K. ve Atan M. (2005), Karesel programlama yönteminin İMKB 100 endeksine uygulanması ve portföy optimizasyonu, *İktisat, İşletme ve Finans Dergisi*, 20(232), 70-83.
- Fernandes B., Fernandes C., Street, A. ve Valladao, D. (2018), On an adaptive Black –Litterman investment strategy using conditional fundamentalist information: A Brazilian case study, *Finance Research Letters*, 27, 201-207.
- Fielitz B. D. (1974), Indirect versus direct diversification, *Financial Management*, 3(4), 54-62.
- İskenderoğlu Ö. ve Karadeniz, E. (2011), Optimum portföyün seçimi: İMKB 30 üzerinde bir uygulama, *C.Ü. İktisadi ve İdari Bilimler Dergisi*, 12(2), 235-257.
- Kıyılar M. ve Akkaya M. (2016), *Davranışsal finans*, Literatür Yayınları, İstanbul.
- Lim S., Oh K. W. ve Zhu J. (2014), Use of DEA cross-efficiency evaluation in portfolio selection: An application to Korean Stock Market, *European Journal of Operational Research*, 236, 361-368.
- Lintner J. (1965), Security prices, risk and maximal gains from diversification, *Journal of Finance*, 20(4), 587-615.
- Logubayom A. I. ve Victor, T. A. (2019), Portfolio optimization of some stocks on the Ghana stock exchange using the Markowitz mean - variance approach, *Journal of Financial Risk Management*, 8, 29-41.
- Markowitz H. (1952), Portfolio selection, *The Journal of Finance*, 7(1), 77-91.

- Markowitz H. (1959), *Portfolio Selection, Efficient Diversification of Investment*, John Wiley & Sons, New York.
- Mossin J. (1966), Equilibrium in a capital asset market, *Econometrica*, 34(4), 768-783.
- Oh K. J., Kim T. Y. ve Min S. (2005), Using genetic algorithm to support portfolio optimization for index fund management, *Expert Systems with Applications*, 28, 371-379.
- Pekkaya M. ve Albayrak A. S. (2013), ARFIMA ve FIGARCH yöntemlerinin Markowitz ortalama varyans portföy optimizasyonunda kullanılması: İMKB-30 endeks hisseleri üzerine bir uygulama, *İstanbul Üniversitesi İşletme Fakültesi Dergisi*, 42(1), 93-112.
- Perold F. A. (1984), Large-scale portfolio optimization, *Management Science*, 30(10), 1143-1160.
- Ross S. A. (1976), The arbitrage theory of capital asset pricing, *Journal of Economic Theory*, 13(3), 341-360.
- Roy A. D. (1952), Safety first and the holding of assets, *Econometrica*, 20(3), 431-449.
- Sharpe F. W. (1963), A simplified model for portfolio analysis, *Management Science*, 9(2), 277-293.
- Sharpe F. W. (1964), Capital asset prices, a theory of market, equilibrium under conditions of risk, *The Journal of Finance*, 19(3), 425-442.
- Statman M. (1987), How many stocks make a diversified portfolio?, *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 22(3), 353-363.
- Sun Q. ve Yan Y. (2003), Skewness persistence with optimal portfolio selection, *Journal of Banking & Finance*, 27, 1111-1121.
- Tobin J. (1958), Liquidity preference as behavior towards risk, *Review of Economic Studies*, 25(2), 65-86.
- Ural M., Bayram O. ve Kısava Z. S. (2019), BIST 30 endeksinin risk profili ve optimal portföy analizi, *Finans Politik & Ekonomik Yorumlar*, (650), 9-28.
- Urun K., Taş O. ve Uğurlu U. (2020), Portföy optimizasyonunda veri setlerinin ve optimizasyon seçeneklerinin karşılaştırılması: BİST 30 endeksi üzerine bir uygulama, *Hacettepe Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, 38(1), 139-165.



Yakut E. ve Çankal A. (2016), Çok amaçlı genetik algoritma ve hedef programlama metotlarını kullanarak hisse senedi portföy optimizasyonu: BİST 30'da bir uygulama, *Business and Economics Research Journal*, 7(2), 43-62.