SALİH ZEKİ'NİN 'TESLİS-İ ZAVİYE' KONUSUNDAKİ "BİR HENDESE MESELESİ" ADLI YAZI DİZİSİ

Atilla Bir [*] *- Mustafa Kaçar* [**]

Bu makale, ismi saklı tutulan bir kişinin *Resimli Gazete*[1] yayınevine gönderdiği bir matematik problemiyle ilgili olarak Salih Zeki Bey'in (1864-1921) görüş ve düşüncelerine, problemin genel çözümü ve geometrik çözümsüzlüğünün kanıtını içeren yazılarına ilişkindir.

Problem, 90°'den (ya da 180°) küçük bir açı, bu açının tanımladığı bir yayın geometrik yöntemlerle üç eşit parçaya bölünmesi ve bunun kanıtlanmasıyla ilgilidir.

Yazıyı gönderen kişi, problemin çözüm ve kanıtı için, sinüs, kosinüs, tanjant, kotanjant, sekant ve kosekant gibi trigonometrik fonksiyonlar kullanılmaması, ayrıca bir x ve y ekseni tanımlayarak analitik geometriden yararlanılmaması gerektiğini özellikle belirtmiştir.[2]

Matematik ve matematik tarihi konusunda bilgili olduğu anlaşılan yazı sahibi, Montucla'nın *Matematik Tarihi*[3] adlı eserinin birinci cildinde verilen bilgiye dayanarak, bu problemin ayrıca yüksek matematik entegral ve diferansiyel hesap yöntemleri (makine-i âla) ve yüksek mertebeden eğrilerle çözülebildiğini, ancak 'Sokrat ve Hipokrat'[4] dönemi geometrik yöntemleriyle çözülemediğini ifade etmiştir.

Mektubu yazan kişi ayrıca, tarihte bu problemin çözümü konusunda yapılan çalışmalara göndermeler yaparak, geometri kitaplarının bazılarında, kanıtsız olarak cetvel ile bir çözüm yolu verildiğini, ancak bu yolun bilimsel

* Prof. Dr., İstanbul Teknik Üniversitesi, Elektrik-Elektronik Fakültesi, Elektrik Bölümü, Kontrol ve Kumanda Sistemleri Anabilim Dalı, e-posta: abir@elk.itu.edu.tr

** Doç. Dr., İstanbul Üniversitesi, Edebiyat Fakültesi, Felsefe Bölümü, Bilim Tarihi Anabilim Dalı, e-posta: mkacar@istanbul.edu.tr

1 *Resimli Gazete*, 1307-1315 (1891-1899) yılları arasında 235 sayı yayınlanmıştır. Fennî ve edebî haftalık mecmuadır. İmtiyaz sahibi Kitapçı Karabet Efendi, baş yazarı İbn Rıfat Sami, sorumlu müdürü Mehmed Rıza'dır. İdare ve yazı işleri kurulu Mehmed Halim ve Mehmed Cemil Efendilerden oluşur.

2 "Bir Hendese Meselesi", *Resimli Gazete*, cilt 1/yıl 1, sayı 29, 26 Eylül 1307(9 Ekim 1891), s. 360.

3 J. Etienne Montucla'nın (1725-1799) *Histoire des Mathématiques* adlı eserinin I. ve II.ciltleri 1758'de, III.cildi 1795'te yayımlanmıştır. Eksik kalan IV. Cilt, J.-J. Lefrançais de Lalande (1732-1807) tarafından tamamlanarak, eserin tüm ciltleri 1799-1802 yılları yeniden yayınlanmıştır.

4 Sokrates (İÖ 470-399), Hippokrates (İÖ 470-410). Salih Zeki Bey metinde bu ifadeyi Sokrates ve Hipokrates (Bokrat) dönemi anlamında, 'Sokrat ve Bokrat' şeklinde yazmıştır.

olarak kabul edilemez olduğunu ve bu çözümleri üreten yazarların bu durumu açıkça belirtmiş olduklarını da yazmıştır.

Mektubun sahibi, Montucla'dan yaklaşık doksan yıl önce Newton'un, *Principia*[5] adlı eserinin ikinci cildinde de, bu konuyla ilgili olarak üçüncü mertebeden bir denklem kurmuş olduğunu ve çözümünü de geometriye uygulamak istediğini, ancak bunun sadece bir takım eğriler vereceğini görerek problemin geometriyle çözülemeyeceğine karar verdiğini belirtmiştir. Eserinde sorunun son derece önemli olduğunu vurgulamış ve yukarıda belirtilen kurallar çerçevesinde, matematikçilerden bu problemin çözümü konusunda gayret göstermelerini istemiştir. Mektubunu bitirirken, problemin çözümünü başaracak kişinin, adını bilim tarihine sonsuza kadar yazdıracağından emin olduğunu ifade etmiştir.


١٣٠٧
Le N° 1 P.

Resimli Gazete'nin ilk sayısı

5 Sir Isaac Newton (1643-1727) *Principia* isimli en önemli eserini ilkin 1687 yılında Latince olarak yayınlar.

Resimli Gazete'nin, yukarıda zikredilen 29. sayısında yayınlanan "Bir Hendese Meselesi" başlıklı bu yazıya yanıt olarak Salih Zeki Bey hazırlamış olduğu, makaleyi, aynı mecmuada birbirini takip eden dört sayı boyunca tefrika halinde yayınlamıştır.[6] Aşağıda, Salih Zeki Bey'in bu makalesi ayrıntılı olarak incelenecektir.

Salih Zeki Bey, makalesinin girişinde, iki bin yıldan fazla bir zamandan beri geometri yoluyla çözülemeyen ve iki yüz elli yıldan beri de bu yolla çözülemeyeceği kanıtlanmış bulunan bu problemi, defalarca gündeme getirerek çözmeye çalışmanın, aslında problemin ne olduğunu ve niçin çözülemediğini anlayamamaktan kaynaklandığını belirtir. Çünkü ona göre, bu problemin normal geometri yoluyla niçin çözülemediği hakkında matematiksel bir açıklamanın bulunduğunu bilen bir kimse, bununla uğraşmanın boşuna bir çaba olduğundan şüphe duymayacaktır.

Salih Zeki Bey (1864-1921)

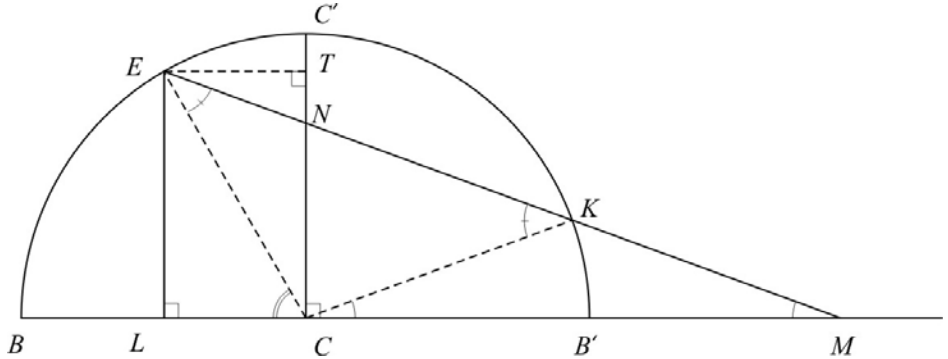
Salih Zeki Bey, işte bu önemli noktayı bilmeden, ondokuzuncu yüzyılın sonunda bile bu problemi geometri yoluyla çözebileceğini iddia eden kimselerin bulunduğunu ve hatta yayınevine gönderilen yazıların sayısına bakarak bunların sayısının günden güne arttığını ve kamuoyunu bu konuda aydınlatma ihtiyacını duyduğunu belirtmiştir. Bu iddianın ne kadar batıl, problemi geometri ile çözmeye kalkışmanın ne kadar 'abesle iştigal' olduğunu kanıtlamak ve açıklamak için, açıyı üçe bölme probleminin matematiksel anlamını, özetle

6 Salih Zeki, "Teslis-i Zaviye Meselesi, 1-4", *Resimli Gazete*, cilt 1/yıl 1, sayı 34, İstanbul, 1307 (1891), s. 410-413, cilt 1/yıl 1, sayı 35, 422-426, cilt 1/yıl 1, sayı 36, 434-437, cilt 1/yıl 1, sayı 37, 446-448.

tarihini ve genel olarak geometrik çözümsüzlüğüne ilişkin bu açıklayıcı makaleyi yayınlamaya karar vermiştir.

Problemin Tanıtılması

Şekil 1'de gördüğü gibi bir *BE* yayı, ya da bu yayı tanımlayan bir *BCE* açısı, üç eşit kısma bölünmek istensin. Eğer *BC* doğrusu *BM* yönüne doğru uzatılır ve *C* noktası merkez kabul edilerek *BE* yayı *BEKC′B′* şeklinde bir yarım daireye tamamlanırsa, *BM* doğrusu üzerinde öyle bir *M* noktası bulmak gerekir ki, bu *M* noktası ile *E* noktası birleştirildiğinde oluşan *ME* doğrusunun yarım daire dışında kalan *KM* kısmı, dairenin *CE* (yada *CB*) yarıçapına eşit olsun.



Şekil 1

Bu koşullar altında bir *M* noktası belirlendiğinde bu nokta ile *E* noktasını birleştiren *ME* doğrusunun *MB* doğrusuyla oluşturduğu *EMB* (yada *KMB′*) açısı verilen *BCE* açısını üçte biridir. Gerçekten de *ECB* açısı, *EMC* üçgeninin bir kenarı aynı yönde uzatılarak elde edildiğinden, bu dış açı, *MEC* ve *EMC* iç açılarının toplamına eşittir, yani

$< ECB = < (EMC + MEC)$ ilişkisi geçerlidir.

Ancak, *EM* doğrusunun daireyi kestiği *K* noktası ile *C* daire merkezi birleştirildiğinde oluşan *KCE* üçgeninde, *CK* ve *CE* kenarları aynı yarım dairenin yarıçaplarına karşı düştüğünden birbirlerine eşittir. Şu halde *KCE* üçgeni bir ikizkenar üçgendir ve *MEC* (yada *KEC*) açısı *EKC* açısına eşittir. Yukarıdaki eşitlikte yerine konulursa

$< ECB = < (EMC + EKC)$ yazılabilir.

Benzer şekilde *EKC* açısı *KMC* üçgeninin bir dış açısı olduğundan, bu üçgen içindeki *EMC* (ya da *KMC*) ve *MCK* açılarının toplamına eşittir:

$< ECB = < (EMC + EMC + MCK)$

Zaten *KMC* üçgende *KM* uzunluğu dairenin *KC* yarıçapına eşit olmak üzere çizildiğinden, bu üçgenin ikizkenar olması ve dolayısıyla *KMC* (ya da *EMC*) açısının *MCK* açısına eşit olması gerektiğinden, yukarıdaki ifadede yerine konulursa

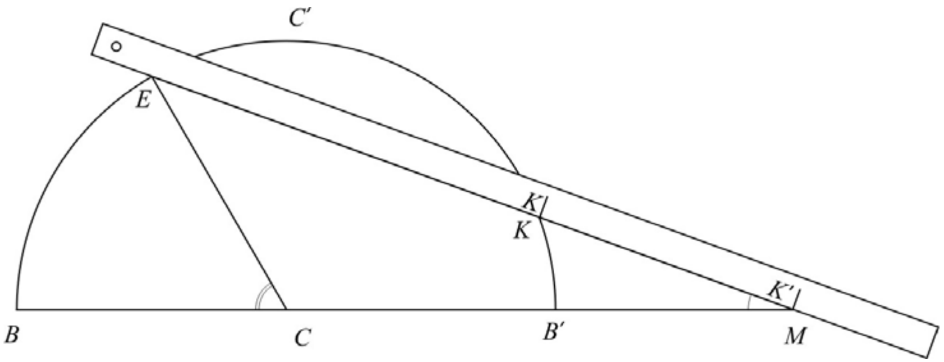
$$< ECB = < (EMC + EMC + EMC)$$

Ya da $< ECB = 3 \times (< EMC)$ olduğu görülür ve *EMC* açısının *ECB* açısının 1/3'üne eşit olduğu kanıtlanmış olur.

Problemi çözmeye yeterli olan *M* noktası şu şekilde belirlenebilir (bak *Şekil 1*): *ECB* açısını üç eşit kısma bölmek için ilkin dairenin *C* merkezinden *BB′* çapına *CC′* diki çizilir. *E* noktasından *BB′* çapına *EL* diki ve *CC′* yarıçapına *ET* diki inilir. *ME* doğrusunun *ELCT* dikdörtgeninin dışında kalan *MN* kısmının dairenin *BB'* çapına eşit olması istenir.

Gerçekten de bu şekilde çizilen bir *MN* doğrusunun *K* orta noktasıyla *C* merkezi arası birleştirilirse *MCN* üçgeni bir dik üçgen, MKC ve *CKN* üçgenleri de iki adet ikizkenar üçgen olacağından, doğal olarak *CK* uzunluğu *CE* yarıçapına eşit olur ve dolayısıyla *K* noktası *BEC′KB′* yarım dairesi üzerinde bulunması gerekir, neticede bu dairenin dışarıda kalan *KM* uzunluğu da dairenin yarıçapına eşit olur.

Aşağıda verilen ikinci yöntem de açıyı üçe bölme problemini çözmek için teklif edilen farklı bir yöntemi sergiler. Şöyle ki (*Şekil 2*):



Şekil 2

Üç eşit parçaya bölünmek istenilen *BCE* açısının *C* merkezi başlangıç noktası olmak üzere, her hangi bir *CE* uzunluğu yarıçap kabul edilerek *BEC′B′* yarım dairesi çizilir. Bir cetvel alınarak, bir kenarına *CE* yarıçapına eşit $CE \equiv KK'$ uzunluğu işaretlenir. Cetvelin kenarı hep *E* noktasından geçecek, cetvelin üzerine işaretlenen noktalardan biri olan *K* noktası dairenin çevresi üzerine ve diğeri *K′* noktası da *BM* doğrusu üzerine gelecek şekilde yerleştirilir. Bu

durumda cetvelin kenarı boyunca bir doğru çizilecek olursa bu doğrunun *BM* doğrusunu kesmesiyle oluşan *EMC* açısı yukarıda belirtilen nedenlerden dolayı *ECB* açısının 1/3'üne eşit olur.

Her ne kadar problem bu şekilde kolay uygulanabilir bir yöntemle çözülmüş olsa bile, problemin geometri yoluyla çözüldüğü söylenemez. Çünkü geometride bir doğrunun çizimi doğru üzerinde iki noktanın bilinmesine bağlıdır, halbuki burada *ME* doğrusunun yalnız *E* noktası bilinir, doğrunun üzerinde başka bir nokta bilinmediğinden, doğru geometrik olarak çizilemez.

Problemin kısa tarihçesi

Bir açının üçe bölünmesi problemi, Delos Problemi,[7] küpün kareleştirilmesi,[8] dairenin kareleştirilmesi[9] gibi eski Yunan bilginlerinin zihinlerini meşgul etmiş meselelerden biridir. Her ne kadar bu problemin matematiksel olarak çözümü kolay ve kesin olsa da aşağıda tartışılacağı ve kanıtlanacağı gibi normal geometri yöntemleriyle, yani cetvel ve pergel yardımıyla, doğru ve daire yayı çizmek suretiyle çözülemez. Eski bilginler problemin normal geometri ile çözümünün mümkün olmadığını bilmediklerinden çözüme ulaşabilmek için büyük gayret sarf etmiş ve bir sonuca varamamışlardır. Neticede problemin geometri yoluyla çözümünün zor olduğunu görerek, dikkatlerini başka yöne yönlendirmeye ve daire yerine pergelle çizilemeyen diğer eğriler ve özellikle koni kesitlerini kullanmaya yönelmişlerdir. Bir açıyı üçe bölme probleminin koni kesitleri ile çözümüne ilişkin bilinen ilk yöntem, İÖ. IV. yüzyılda İskenderiye'de yaşamış olan ünlü matematikçi Pappus'un[10] aktarımına göre, hiperbol eğrisinin özel kullanımı üzerine kuruludur.

Kimin tarafından bulunduğu bilinmeyen bu yöntemde, önce üç eşit parçaya bölünmesi istenilen *BCE* açısının ya da *BE* yayının *E* noktasından, *BC* doğrusu üzerine *EL* diki inilir ve *CL* ile *EL* doğrularından yararlanılarak *CTEL* dikdörtgeni çizilir (*Şekil 3*). Böylece, kendisi *T* noktasından geçmek, *LM* ve *LE'* doğruları asimptotları oluşturmak üzere bir hiperbol eğrisi çizilir. Sonuçta *T* noktası merkez ve yarıçapı *CB* yarıçapının iki misline eşit bir yay çizilir ve bu yayın hiperbolü kestiği *Y* noktası bulunur. *Y* noktasından *BM* doğrusu üzerine *YM* diki inilir, elde edilen *M* noktası problemin çözümünü veren noktadır.

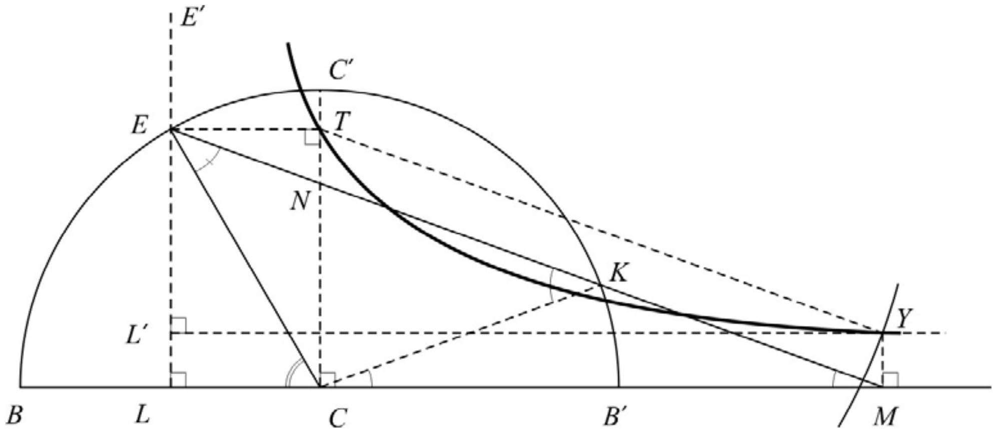
---

7 Delos problemi, bir küpün iki katı hacmine sahip başka bir kübün kenar uzunluğunu belirleme ya da geometrik olarak çözülemeyen $x^3 = 2a^3$ denklemini çözerek $x = a.2^{1/3}$ değerini bulma problemidir.

8 Küpün kareleştirilmesi problemi, geometrik olarak çözülemeyen $x^2 = a^3$ denklemini çözerek $x = a^{3/2}$ değerini bulma problemidir.

9 Dairenin kareleştirilmesi problemi, geometrik olarak çözülemeyen $x^2 = \pi.r^2$ denklemini çözerek $x = \pi^{1/2}.r \cong 1,773.r$ değerini bulma problemidir.

10 İskenderiyeli Pappus (İÖ yaklaşık 350-290).



Şekil 3

Gerçekten de *M* noktasıyla *E* noktası birleştirilirse meydana gelen *ELM* üçgeni *ENT* üçgenine benzer olduğundan:

$$\frac{EL}{LM}=\frac{NT}{ET}$$

Ya da $EL.ET = LM.NT$ yazılabilir. Ancak $TN = YM$ olduğundan bu ilişkide yerine konursa $EL.ET = LM.YM$ olduğu görülür ve *Y* noktasının yukarıda açıklanan özellikli bir hiperbolün üzerinde bulunduğu anlaşılır; zira bir hiperbolün her noktasında eksenlere paralel çizilen paralelkenarların alanları eşittir. Şimdi *EM* doğrusunun daireyi kestiği *K* noktasıyla *C* daire merkezi birleştirilirse, daha önce olduğu gibi *EMC* açısının da, verilen *ECB* açısının 1/3'üne eşit olduğu, benzer şekilde kanıtlanabilir.

Eski bilginler, açıyı üçe bölme ve küpü kareleştirme problemini çözmek için yalnızca koni kesitleri yöntemini kullanmakla yetinmemişlerdir. Bu konuda gayret sarf ederek matematikte önemli buluşlar da yapmışlardır. İsa'dan yüz yıl önce yaşamış olan Nikomedes[11] özellikle açıyı üçe bölme meselesini çözmek için 'konkoid' adı verilen eğriyi keşfetmiştir. Yine eski İsa'dan önce II. ve II. yüzyıllarda yaşamış (Salih Zeki'ye göre VI. yüzyıl) Yunan matematikçilerinden hayatta olan Diokles[12] aynı amaçla ve özellikle küpün kareleştirilmesi problemini çözmek için birbirine dik iki eksene göre denklemi

$$y^2 = x^3/(b - x)$$

olan 'sisoyid' adındaki eğriyi keşfetmiştir.

[11] Nikomedes (İÖ yaklaşık 280-210).
[12] Diokles (İÖ yaklaşık 240-180).

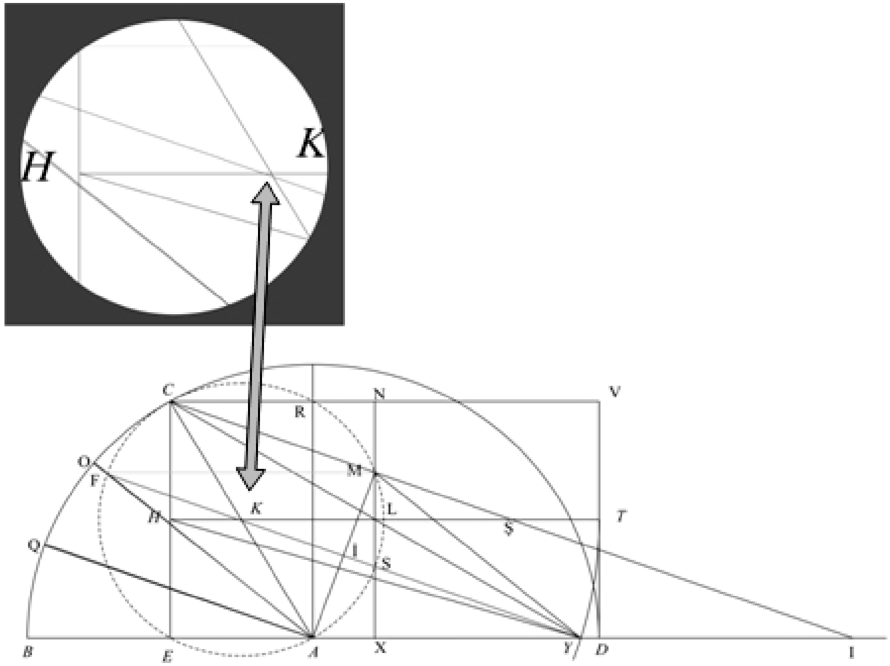
Eski bilginlerin zihnini meşgul eden bu konu daha sonraki bilginlerin de dikkatini çekmiş, geometri ile çözümün mümkün olmaması onları çeşitli buluş ve araştırmalara yönlendirmiştir. Örneğin, bunlardan bazıları, problemin çözümüne yarayacak hiperbol, konkoid, sisoyid gibi eğrilerin noktasal çizimi yerine, birbirleriyle ilişkili bir ya da iki hareketli cetvel yardımıyla kolay çizebilme yöntemine başvurmuş ve diğerleri de problemi çözmek üzere yeni eğriler türetmiştir.

1580 tarihine doğru hayatta olan Viète,[13] ve 1654 senesinde Huygens[14] ve daha sonra Viviani,[15] bilinen eğrilerle problemin pratik çözümü için çeşitli yollar ortaya koyma başarısını göstermiştir. Rahip Graim Berger (غرايم برغر) ile daha sonra Ronaldini (رونالدينى), Isaac Barrow[16] bu problemi çözmeye yarayan yeni eğriler keşfetmiştir. Hatta Rahip Ceva,[17] açıyı üçe bölme meselesini çözmek üzere bir alet icat etmiş, yazarlar arasında bu aleti Cernozen'e (چرنوزەن) (muhtemelen Tschirnhaus[18]) dayandıranlar da bulunmuştur.

İlginç olanı şudur ki, daha sonraki bilginlerin bazılarının, problemin geometri yoluyla, yani cetvel ve pergel kullanılarak, çözülemeyeceğini matematiksel olarak kesin kanıtlamış olmalarına rağmen, yine bu yolda gayret göstermeye devam edilmiş olmasıdır. Bu örneklere yakın zamanlara kadar genellikle Avrupa üniversitelerinde rastlandığı gibi, Osmanlıda da arada sırada bazı örnekler ortaya çıkmaktadır. Mesela, Mühendishane-i Berrî-i Hümayun muallimlerinden Masdariyecizade Hüseyin Efendi de 13 Şaban 1237 (5 Mayıs 1822) tarihinde bu problemi çözme sevdasına düşmüştür. Hüseyin Efendi, "bir açıyı üçe böldüm" iddiasıyla durumu bir tarihçi aracılığıyla kaydettirip, bilim tarihine adını yazdırmak için gerekli mercilerden izin almıştır.[19] İddiasının kanıtını da Mühendishane hocalarının birkaçını tanık göstererek pekiştirmek istemiştir.

Masdariyecizade'nin risalesini inceleyen kişi, iki nokta arasında çekilen bir doğrunun, geçeceğine ilişkin geometrik bir kanıtın verilmediği üçüncü bir noktadan geçtiğini görerek, kanıtın yanlış olduğu sonucuna varmıştır[20].

[13] François Viète (1540-1603).
[14] Christian Huygens (1629-1695).
[15] Vincenzo Viviani (1622-1703).
[16] Isaac Barrow (1630-1677).
[17] Giovanni Ceva (1647-1734).
[18] Ehrenfried Walter von Tschirnhaus (1631-1708)
[19] Masdariyecizade Hüseyin Efendi, *Teslîs-i Zâviye Risâlesi*, Dersaadet, Matbaa-ı Amire, 1238 (1823).
[20] Masdariyecizade'nin basılı risalesine başvuran kimseler, *Y* noktası ile *S* noktası arasına çizilen ve yönü boyunca uzatılan *YF* hattının *K* merkezinden geçeceğine ilişkin bir geometrik açıklamanın bulunmadığını görür. Yazar başta *YF* doğrusunun *K* merkezinden geçeceğine dair tek bir söz söylemeyip



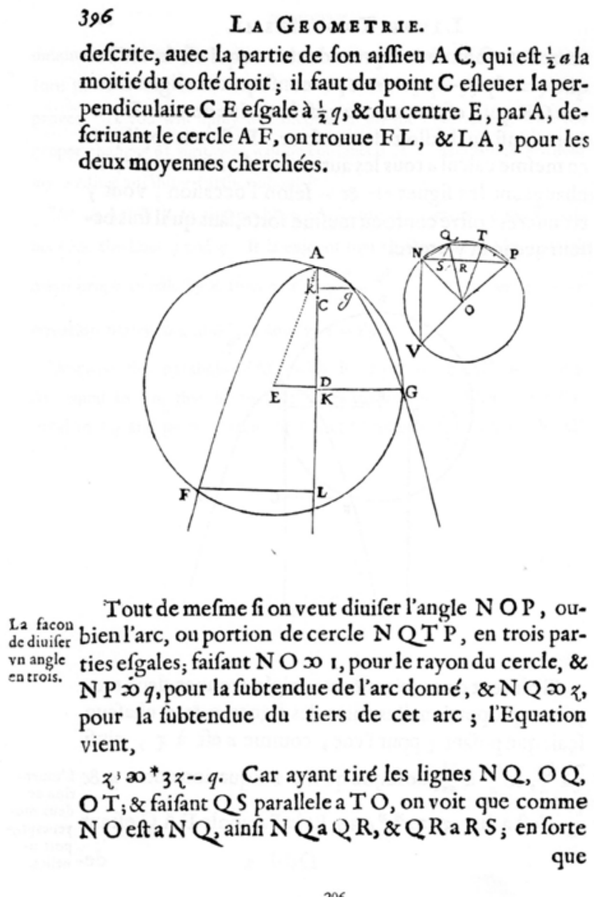
Şekil 4

Ancak bu gibilerin, açının değerine göre gerçek değerden az ya da çok farkla elde ettikleri yaklaşık çözüm, bir açının geometri yoluyla üç eşit parçaya bölünmesi problemine bir çözüm olarak kabul edilemez. Eski bilginler, her ne kadar koni kesitleri, konkoid ve sisoyid eğrileri yardımıyla çeşitli yöntemler kullanarak açıyı üç eşit parçaya bölme problemini özel durumlara göre çözmeyi başarmış olsalar da, bu problemin kesin ve genel olarak çözümü ancak 'analitik geometri' ortaya çıktıktan sonra mümkün olmuştur. Gerçekte, problemin geometri yoluyla çözümü için çaba sarf etmeden önce, normal geometri yoluyla amaca ulaşmaya çalışan matematikçilerin niçin engellendiğini ve izlenen yolun matematikçileri hangi nedenlerden dolayı çözüme götürmediğini araştırmak gerekir.

Eskiler, cebrin geometriye uygulanmasını bilmediklerinden, bir açının normal geometri yoluyla üç eşit parçaya bölünmesinin mümkün olmamasına akla uygun bir gerekçe bulamamakta ve bu çözümsüzlüğe çok şaşırmaktaydılar.

daha sonra güya o noktadan geçmiş gibi hareket ederek *YK* doğrusunu *KF* doğrusunun bir kısmı diye kabul eder. Gerçekte *BC* doğrusunun yarısına eşit olan doğru, *Y* noktasıyla *K* merkezi arasındaki *YF* doğrusuna çok yakın olması ve bu doğrunun uygulamada çizilmesi durumunda adeta o noktadan geçmesi, yazarı şaşırtmış olmalıdır.

Ünlü matematikçi Descartes[21] (Salih Zeki'ye göre 250, günümüze göre 350 yıl önce), matematiğin ayrı inceleme konuları kabul edilen iki büyük dalını birleştirerek, 'analitik geometri' adı altında bağımsız bir dal oluşturunca, bir açıyı üç eşit parçaya bölme meselesinin normal geometri yoluyla niçin çözülemediği de anlaşılmıştır. İşte günümüzde analitik geometriden yararlanarak, açıların üç eşit parçaya bölünmesi probleminin normal geometri yoluyla çözülmesinin mümkün olmadığı, şüpheye yer kalmayacak bir şekilde kanıtlanabilir ve problem çeşitli eğrilerden yararlanılarak farklı yollar izlenerek çözülebilir.



396 LA GEOMETRIE.

descrite, auec la partie de son aissieu A C, qui est ½ a la moitié du costé droit; il faut du point C esleuer la perpendiculaire C E esgale à ½ q, & du centre E, par A, descriuant le cercle A F, on trouue F L, & L A, pour les deux moyennes cherchées.

La façon de diuiser vn angle en trois.

Tout de mesme si on veut diuiser l'angle N O P, oubien l'arc, ou portion de cercle N Q T P, en trois parties esgales; faisant N O ∞ 1, pour le rayon du cercle, & N P ∞ q, pour la subtendue de l'arc donné, & N Q ∞ z, pour la subtendue du tiers de cet arc; l'Equation vient,

z^3 ∞ *3z -- q. Car ayant tiré les lignes N Q, O Q, O T; & faisant Q S parallele a T O, on voit que comme N O est a N Q, ainsi N Q a Q R, & Q R a R S; en sorte que

René Descartes'ın açının üçe bölünmesi ile ilgili problemi ele aldığı sayfa (*La Géométrie*, Leyden 1637)

[21] René Descartes (1596-1650)

Problem Geometri Yoluyla Niçin Çözülemez?

Verilen bir açının üç eşit parçaya bölünmesi probleminin daire dışında başka bir eğri kullanmaksızın, yalnız pergel ve cetvel kullanarak geometri ile çözümünün imkansızlığının kanıtı için, aşağıdaki konuların açıklığa kavuşturulması gerekir. Bu problemin geometri ile çözümünün mümkün olmadığı sonucu, cebrin temel teoremi ve denklemleri eğrilere ayırma yöntemi gibi iki önemli konuya dayanır.

Bu konuların ilki, yani cebrin temel teoremi, bir cebirsel denklemin mertebesi ne ise, denklemin o sayıda kökü, yani bilinmeyen değeri olması gerektiği prensibidir. Bu köklerden bazıları sanal olabilir ise de, köklerin gerçek olması halinde bile, genel kuramdan türetilen sonuç her zaman bir çözüme karşı düşmeyebilir. İkinci konu, yani denklemlerin eğrilere ayrılması sorunu şu şekilde açıklanabilir. Bir cebir denklemini çözmek için kesin analitik bir çözüme başvurmak gerekmez, bunun yerine denklemi, birbirlerini söz konusu denklemin mertebesi sayısı kadar noktada kesen iki geometrik eğriye ayırmak ve bu eğrileri çizerek, çözümü eğrilerin kesim noktalarından belirlemek de mümkündür. Şöyle ki, eğer denklem birinci mertebeden ise, bu denklemin çözümünde kullanılan eğriler birbirini yalnız bir noktada, denklem ikinci mertebeden ise yalnız iki noktada …. vs. keser. Gerçekten de bir cebir denklemini çizmek, denklemdeki bilinmeyeni bir eğri ile ifade etmek anlamına gelir. Bilinmeyenin çok sayıda çözümü bulunması, yani denklemin yüksek mertebeden olması halinde izlenecek çizim yönteminde de, söz konusu değerlerin her biri ayrı ifade edilebilir. Çünkü denklemin çizim biçimi, denklemdeki katsayıların değerleriyle değişir. Bu katsayılar değiştirilmediği sürece, çizimde x'in bir değerden aniden başka bir değere sıçraması mümkün değildir. Buradan şu anlaşılır: çizilen eğriler, x ordinatı bilinmeyen ancak aranan değerleri belirleyecek sayıda noktada birbirini keserler.

Yukarda açıklanan özel durum, tüm kökleri pozitif olan bir denklem için geçerlidir; ancak denklemde bazı köklerin negatif olması halinde belirlenecek değerlerin sayısı, denklem mertebesinden daha az olacağından, kuram kesinliğinin ortadan kalktığı varsayılabilir ve kökler arasında negatif köklerin bulunması halinde, denklemin çizimine yardımcı olacak olan kesişmelerin, bizi eğri denkleminin derecesi kadar noktada birbirini kesmesine gerek olmadığı sonucuna götürebilir, ancak bu zan ve düşünce görünüşe aldanmaktan ileri gelir.

Gerçekten bir cebir denkleminde bulunan bilinmeyen köklerinden biri veya birkaçı negatif olduğunda, analitik geometride negatif sayılara geometrik anlam verilemediğinden, doğal olarak bu sayılara ilişkin noktalar da şeklen gösterilemez. Bir denklem analitik geometriye uygun olarak çizildiğinde, bu denklemin sahip olduğu (+) yada (–) gerçek köklerin her biri için bir noktanın

bulunması zorunludur, ancak denklemi ifade eden ayrı eğriler, denklemin gerçek kökleri kadar sayıda noktada kesişmelidir.

Negatif sayılara bir geometrik anlam verilememesi, bu sayıların tanımlanmadığı anlamına gelmez; negatif değerler doğal olarak ortaya çıkar ve matematikçilerce bilinir. Ünlü Argand'dan[22] günümüze gelinceye kadar birçok kimse negatif değerlerin şeklen gösterilmesiyle meşgul olmuş ve matematik tarihinde gerçekten yararlı yöntemler ortaya atılmıştır.

Hatta İngiliz bilim adamlarından ünlü Hamilton,[23] 'quaternion' adını verdiği hesaplama yöntemi ile, bilimsel üstünlüğü herkes tarafından kabul edilen ünlü matematikçilerimizden İmar ve Ticaret Bakan'lığı yapmış olan Hüseyin Tevfik Paşa'nın (Vidinli)[24] İngilizce yayınladığı *Linear Algebra* (Doğrusal Cebir) kitabında geliştirilen bir temel kurala göre, elde edilen çözüm değerlerinin şeklen nasıl ifade edilebileceği tartışılmıştır.

Bu girişten sonra, Salih Zeki, açıyı üçe bölme meselesinin doğru ve daire gibi basit eğriler çizerek çözmenin mümkün olamayacağını, aşağıda öncelikle geometriye cebirsel işlemler uygulayarak ve ikincisi analitik geometriden yararlanarak kanıtlayacaktır.

Şöyle ki: bir $BENC$ yayını (*Şekil* 5) yada bu yayın tanımladığı bir açıyı üç eşit kısma ayırmak, BC kirişi üzerindeki ya da altındaki bir $BCNE$ ($BCN'E'$ ya da $BCE''N''$) yayına, CN, NE ve EB (CN', $N'E'$ ve $E'B$ yada CE'', $E''N''$ ve $N''B$) kenarları eşit bir yamuk çizmek anlamına gelir. Böyle bir yamuk bir ikizkenar yamuk olmalıdır.

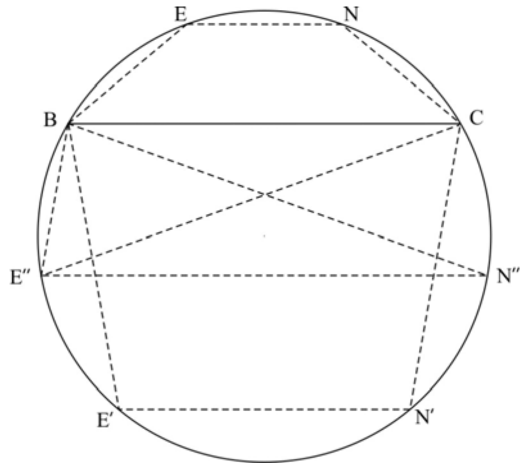
Bu şekilde ortaya atılan bir problem üç farklı şekilde çözülebilir, bu üç çözüm yolunun her birinde aynı bilgilere ihtiyaç duyulduğundan bunların kullanılış şekilleri de aynıdır. Bu nedenden dolayı her üçü de aynı cebir denklemiyle çözülebilir.

Aynı bir BC kirişi, biri yarıçaptan küçük, diğeri yarıçaptan büyük olmak üzere, iki yayla ilişkili olduğundan, BE, EN, NC ve BE', $E'N'$, $N'C$ gibi birbirine eşit üç yay ya da $BENC$ ve $BE'N'C$ gibi üç kenarı birbirine eşit iki yamuk bulunabilir. Ayrıca C noktasından başlayan B noktasında son bulan ve toplamı bir daire çevresi ile BC yayı toplamına eşit olan, CBE'', $E''N'N''$, $N''CB$ gibi üç eşit yay veya CE'', $E''N''$, $N''B$ gibi üç kenarı birbirine eşit bir $CBN''E''$ yamuğu çizilebilir.

22 Jean Robert Argand (1768-1822), Fransız amatör matematikçi.

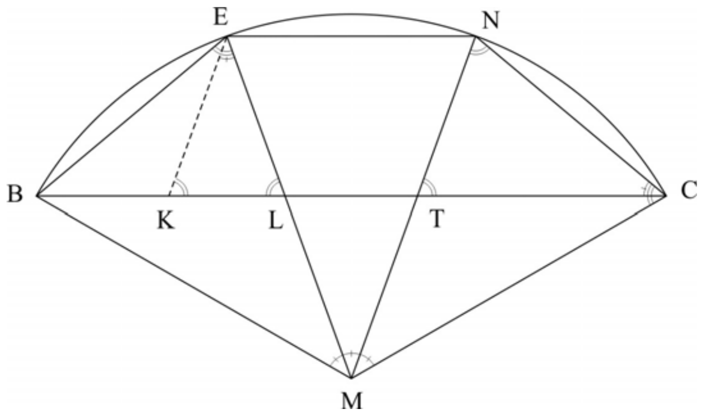
23 Sir William Rowan Hamilton (1805-1865).

24 Husseïn Tevfik Pacha [1832-1901], *Linear Algebra*, Constantinople, Press of A. H. Boyajıyan, 1882. Bu eserin bir tıpkıbasımı ve yorumu için bkz. *Hüseyin Tevfik Paşa ve 'Linear Algebra'* (Hazırlayan Kâzım Çeçen), İTÜ Bilim ve Teknoloji Tarihi Araştırma Merkezi, Yay. No: 5, İstanbul 1988.



Şekil 5

Bu üç durum ayrı incelenerek denklem haline getirildiğinde, her biri için aynı sonuç elde edilir. Şöyle ki, önce ilk duruma karşı düşen (*Şekil* 6) birbirine eşit *BE*, *EN*, *NC* kirişlerinin çizildiğini varsayalım. Eğer dairenin *M* merkeziyle *E* ve *N* noktalarının arası birleştirilirse, elde edilen *MCN* ikizkenar üçgeni ile *CNT* üçgeninde *N* açısı ortaktır. Ayrıca *CMN* açısı merkez *NCT* açısı ise çevre açısı olduğundan, *CN* yayı *NB* yayının yarısına yani tüm *CNEB* yayının üçte birine eşittir. Neticede *CMN* ve *NCT* açıları birbirlerine eşit ve *MCN* ve *CNT* üçgenleri de benzer iki ikizkenar üçgendir.



Şekil 6

Diğer taraftan *CTN* açısının *MNC* açısına eşitliği dolayısıyla *CTN* üçgeninin ikizkenar olduğu ve buna dayalı olarak *CT* ve *CN* kenarların birbirine eşit olduğu anlaşılır. Ayrıca bu *MCN*, *CNT* üçgenlerinin benzerliğinden *MN*/*NC*

= *NC*/*TN* ve $NT = (NC)^2/MN$ ilişkisi yazılabilir. Bu ilişkide *MN* daire yarıçapı *r*, bilinmeyen *NC* kirişi ise *x* ile gösterilirse

$$NT = x^2 / r \qquad (1)$$

yazılabilir.

Eğer *E* noktasından *NT* doğrusuna paralel *EK* doğrusu çizilirse, elde edilen *EKL* üçgeni *MEN* üçgenine benzer olacağından *ME*/*EN* = *EL*/*LK* yazılabilir. Ayrıca *EL* = *EK* = *NT* olduğundan yerlerine konulursa *ME*/*EN* = *NT*/*LK* yada *LK* = *EN.NT*/*ME* olduğu görülür, halbuki *EN* = *NC* = *x* olduğundan, *ME* = *r* ve (1) ilişkisinden yararlanılırsa

$$LK = x^3 / r^2 \qquad (2)$$

elde edilir.

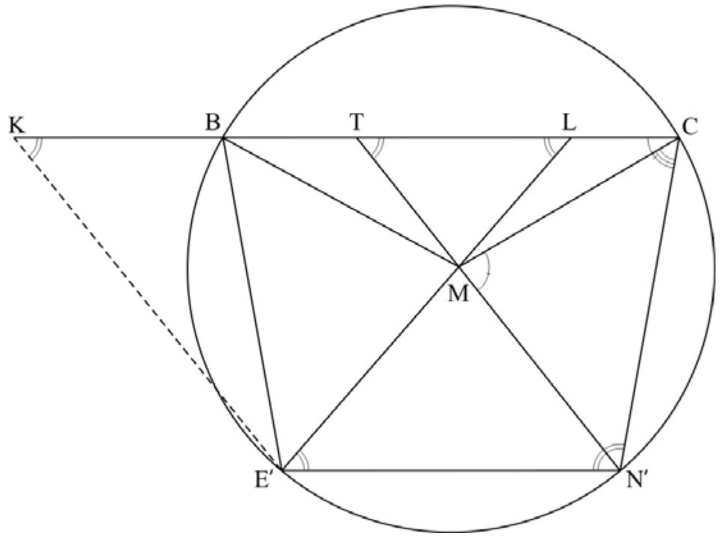
Şekilden görüleceği gibi *BC* = *CT* + *TK* + *LB* − *LK* ilişkisi geçerlidir, ayrıca *CT* = *CN* = *TK* = *EN* = *LB* = *BE* = *x* ve (2) eşitliği gereğince $LK = x^3 / r^2$ olduğundan, yerlerine uygulanırsa $BC = x + x + x - x^3 / r^2$ elde edilir.

Eğer *CB* kirişinin uzunluğu *m* gibi sabit bir değerle ifade edilirse $m = 3x - x^3 / r^2$ yada $x^3 - 3r^2x + mr^2 = 0$ şeklinde üçüncü mertebeden bir denklem elde edilir. Daire yarıçapı *r* ve kiriş uzunluğu *m* bilindiği varsayımı ile bu denklem çözüldüğünde, *x* bilinmeyen kirişinin uzunluğu elde edilir ve *BC* yayını üç eşit kısma bölen *N* ve *E* noktaları bulunmuş olur.

İkinci olarak bir *BC* kirişi verildiğinde (bak *Şekil* 5) dairenin *BE′N′C* büyük parçası içinde birbirine eşit olarak *BE′*, *E′N′*, *N′C* kirişlerinin çizilmiş olduğunu varsayalım (*Şekil* 7). Eğer *M* daire merkeziyle *B*, *E′*, *N′*, *C* noktaları birleştirildiğinde, elde edilen *MCN′* ikizkenar üçgeni ile *CN′T* üçgeninde *N′* açısı ortaktır. *CMN′* merkez açısı, *N′CT* ise çevre açısı olduğundan ve *CN′* yayı *N′B* yayının yarısına diğer bir deyişle tüm *N′E′B* yayının üçte birine eşit olduğundan, *CMN′* ve *N′CT* açıları birbirine eşit ve söz konusu iki üçgen benzerdir. Diğer taraftan *CTN′* ve *MN′C* açıları da birbirlerine eşit olması nedeniyle, *CTN′* üçgeni bir ikizkenar üçgendir. Bundan dolayı *CT* ve *CN′* kenarları birbirine eşittir. Ayrıca *MCN′* ve *CN′T* üçgenlerinin benzerliğinden *MN′*/*N′C* = *N′C*/*N′T* ve $N'T = (N'C)^2/MN'$ ilişkisi yazılabilir. Eğer bu ilişkide *MN′* daire yarıçapı *r* ile ve *N′C* bilinmeyen kirişi *x* ile ifade edilirse yukarıda olduğu gibi tekrar

$$N'T = x^2 / r \qquad (3)$$

ilişkisi elde edilir.



Şekil 7

Eğer E' noktasından $N'T$ doğrusuna paralel $E'K$ doğrusu çizilirse elde edilen $E'KL$ üçgeni $ME'N'$ üçgenine benzer olacağından $ME'/E'N' = E'L/LK$ ve $LK = E'L.E'N'/ME'$ ilişkisi yazılabilir, ayrıca $E'L = E'K = N'T$, $ME' = r$ ve $E'N' = CN' = x$ olduğundan, (3) ilişkisi ile:

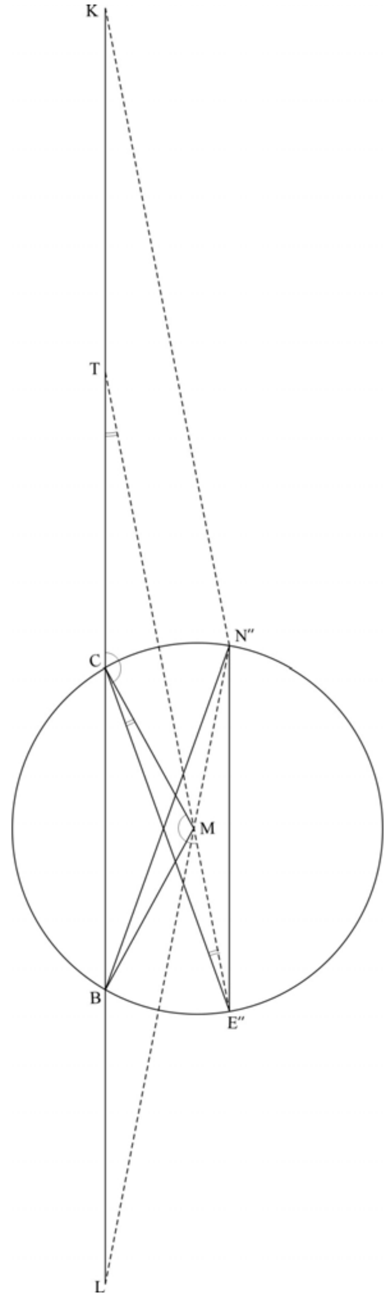
$$LK = x^3 / r^2 \qquad (4)$$

elde edilir.

Şekilde görüleceği gibi $BC = CT + TK - BK = CT + TK + LB - LK$ ve $CT = CN' = TK = E'N' = LB = BE' = x$ ilişkileri geçerlidir ayrıca (4) ifadesi gereği $LK = x^3 / r^2$ olduğundan, yerlerine konulduğunda $BC = x + x + x - x^3 / r^2$ bulunur.

Eğer BC kirişinin uzunluğu da m gibi sabit bir değerle gösterilirse $m = 3x - x^3 / r^2$ yada $x^3 - 3r^2x + mr^2 = 0$ şeklinde önceki denklemin aynısı üçüncü mertebeden bir denklem elde edilir. Daire yarıçapı r ve kiriş uzunluğu m bilindiği varsayımı ile bu denklem çözülürse, x bilinmeyen kirişinin uzunluğu elde edilir ve BC yayını üç eşit kısma bölen L ve E noktaları elde edilir.

Son olarak (*Şekil* 8) $CBE''N''C$ tam dairesi ile CB yayı toplamının içine birbirine eşit CE'', $E''N''$, $N''B$ kirişleri çizilmiş olsun. Eğer M merkezi ile E'' ve N'' noktaları birleştirilerek BC kirişinin daire dışında kalan kısmını kesinceye



Şekil 8

kadar yönleri doğrultusunda uzatılırsa, elde edilen MCE'' ikizkenar üçgeni ile $CE''T$ üçgeninde E'' açısı ortaktır. CME'' merkez açısı, TCE'' de çevre açısı olduğundan ve BE'' yayı BC yayının yarısına diğer bir deyişle tüm $E''BC$ yayının üçte birine eşit olduğundan, $E''MC$ açısı TCE'' açısına eşit ve söz konusu iki üçgen benzerdir. Diğer taraftan da CTE'' açısının $ME''C$ açısına eşitliği nedeniyle CTE'' üçgeni bir ikiz kenar üçgendir ve neticede CT kenarı CE'' kenarına eşittir.

MCE'' ve CTE'' üçgenlerinin benzerliğinden $ME''/CE'' = E''C/E''T$ yada düzenlenirse $E''T = (E''C)^2/ME''$ yazılabilir. Bu ilişkide $ME'' = r$ daire yarıçapını ve $E''C = x$ bilinmeyen kirişi ifade ederse

$$E''T = x^2 / r \tag{5}$$

bulunur.

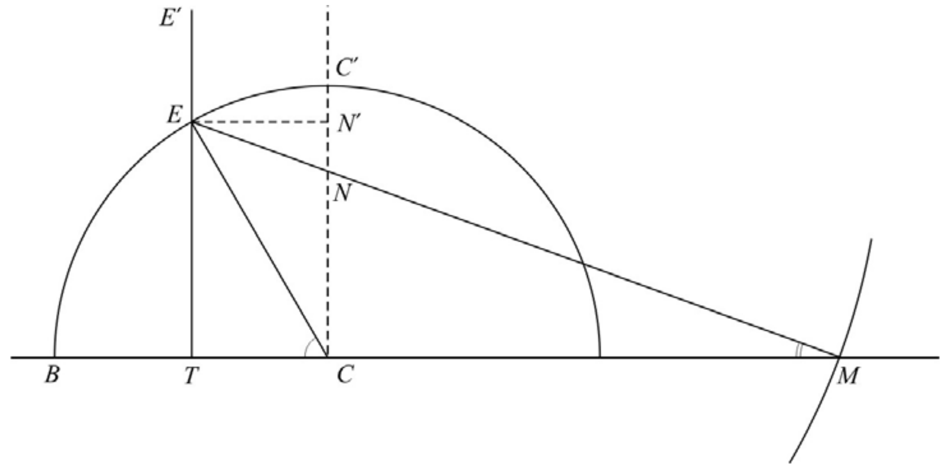
Eğer N'' noktasından $E''T$ doğrusuna paralel $N''K$ doğrusu çizilirse elde edilen $N''KL$ üçgeni $ME''N''$ *üç*genine benzer olacağından $ME''/E''N'' = N''L/LK$ yazılabilir, ayrıca $N''L = N''K = E''T$, $ME''' = r$ ve $E''N'' = x$ olduğundan, (5) ilişkisi ile:

$$LK = x^3 / r^2 \tag{6}$$

elde edilir.

Şekilde görüldüğü gibi $BC = LK - BL - CT - TK$ ilişkisi geçerlidir, ayrıca $BL = BN'' = CT = CE'' = TK = E''N'' = x$ ve (6) ifadesi gereği $LK= x^3 / r^2$ olduğundan bu ilişkiler yerlerine konursa $BC = + x^3 / r^2 - 3x$ elde edilir. L noktası önceki iki durumda daire içinde yani $BC = x$ kirişi üzerine geldiği halde burada tersine bu kirişin dışındaki B noktasının sol tarafına düştüğünden doğal olarak x bilinmeyeninin işareti de değiştirilmelidir. Bu durumda yukarıdaki ifade $BC = x^3 / r^2 + 3x$ şekline girer ve neticede eğer BC kirişinin m sabit değeri aldığı varsayılırsa $x^3 - 3r^2x + mr^2 = 0$ denklemi elde edilir.

Şu halde BC yayını üç eşit parçaya bölmek için aranan x kirişinin değeri bu denkleminin çözümüne bağlıdır. Üçüncü mertebeden söz konusu denklemin indirgenemez bir denklem olduğunu varsayalım. Üçüncü mertebeden bir eğrinin genellikle üç kökü bulunur ve bu köklerin üçü gerçek yada biri gerçek ikisi sanaldır. Eğer bu kökler iki farklı eğrinin kesiştiği noktalar şeklinde çizimsel elde edilmek istenirse, kesiştirilen eğriler, birbirlerini mutlaka üç farklı noktada kesmelidir. Ancak bir doğru ile bir daire yada iki daire kesiştiğinde ikiden fazla nokta elde edilemeyeceğine göre bu eğri çiftleri üçüncü mertebeden denklemin çözümünde kullanılamaz. Ancak bir cetvel ve bir pergel yardımıyla doğru ve daireden başka hiç bir eğri çizilemediğinden bu problemin geometrik bir yöntemle neden hiçbir zaman çözülemeyeceği açıklığa kavuşur.



Şekil 9

Şekil 9'da verilen bir ECB açısını üç eşit parçaya bölme probleminde uygulanan yöntemde, çözümü veren M noktasına ilişkin analitik ifadeyi türeterek, burada geometrik bir çözüm yöntemin niçin yetersiz kalacağını kanıtlamaya çalışalım.

Eğer E noktası koordinat merkezi kabul edilir ve apsis EN' yönünde, ordinat buna dik ET yönünde alınırsa, daire merkezinin C noktasının apsisi EN' $= b$ ordinatı ise $ET = y$'dir. Eğer M noktasının apsisi $MT = x$, ordinatı ise $ET = y$ şeklinde tanımlanırsa, MET dik üçgeninde $ME^2 = ET^2 + MT^2$ ilişkisi gereği

$$ME^2 = x^2 + y^2 \tag{7}$$

yazılabilir. Dairenin yarıçapı $CE = r$ ile ifade edilirse benzer MNC ve MET dik üçgenlerinden $ME/MN = MT/MC$ yazılabilir. Ancak $MN = 2r$, $MT = x$ ve $MC = x - b$ olduğundan yerlerine konursa $ME / 2r = x / (x - b)$, yada karesi alınırsa

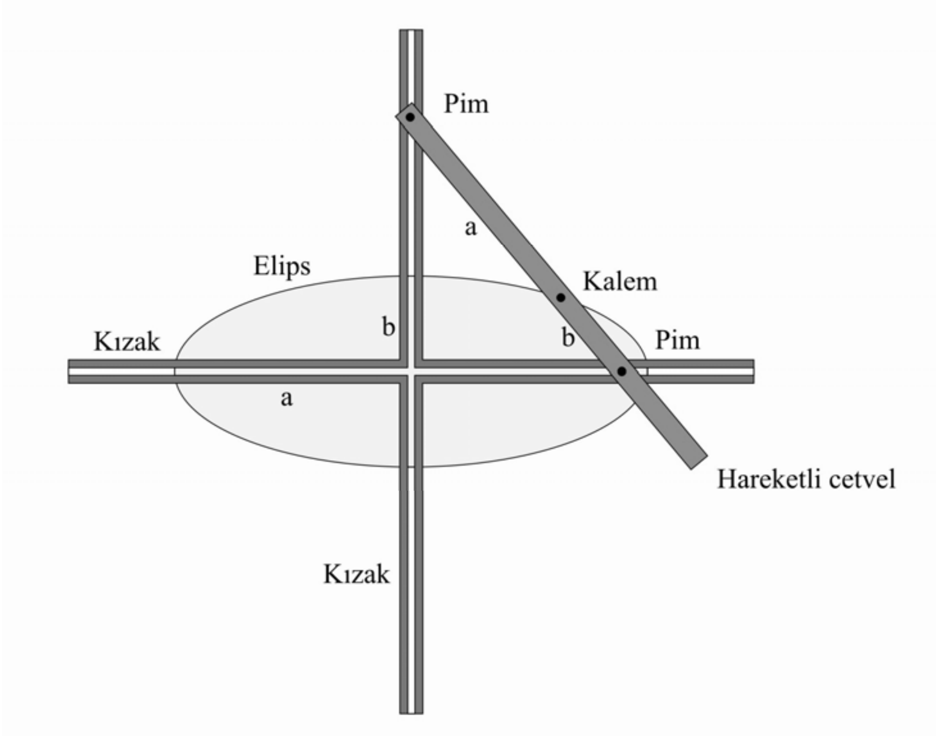
$$(ME)^2 = 4r^2 x^2 / (x - b)^2 \tag{8}$$

bulunur. Bu ifade (7) ilişkisine uygulanır ve y^2'ye göre düzenlenirse

$$y^2 = x^2 [4r^2 - (x - b)^2] / (x - b)^2 \tag{9}$$

ilişkisi elde edilir. Bu denklem (*Şekil 8*), sabit değerleri b ve $2r$ olarak verilen, kutbu E noktasında bulunan ve sabit doğrusu NC, sabit uzunluk değeri $2r$ olan bir konkoid eğrisini ifade eder ve aranan M noktasının x apsisi bu eğri üzerinde bulunur.

Konkoid eğrisi ancak noktasal çizilebilen bir eğridir, cetvel ve pergel yardımıyla çizilemeyeceğine göre M noktası da bu çizim araçlarıyla belirlenemez. Gerçi konkoid eğrisini çizmek üzere özel olarak imal edilen iki tane hareketli cetvelden oluşan bir alet kullanılabilir ve sorun pratik bir şekilde çözülebilir, ancak bu çözüm de diğerleri gibi geometrik kabul edilemez. Çünkü düzlem geometri doğru ve daire dışında başka hiçbir eğri pergel ve cetvelle çizilemez.



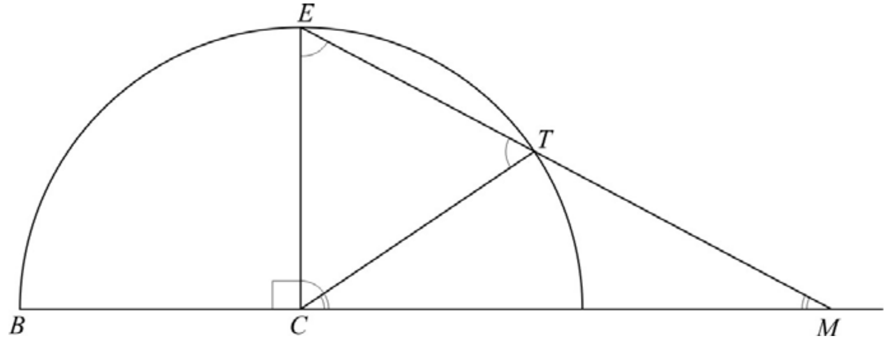
Şekil 10

Problemi buraya kadar genel inceledikten sonra bazı özel durumlarda, örneğin açı 90°'ye eşit olduğunda, üçe bölmenin geometri yoluyla nasıl mümkün hale geldiğini de inceleyelim. Eğer üçe bölmek istenen *ECB* açısı 90°'ye yani *C′CB* açısına eşit ise (bak *Şekil* 9), doğal olarak *ET* doğrusu *CN* doğrusuyla çakışır. Bunun sonucunda $CT = b = 0$ olur. Eğer bu değer yukarıdaki (9) ilişkisine uygulanırsa konkoid denklemi

$$x^2 + y^2 = 4r^2$$

şeklinde bir daire denklemine dönüşür. Bu denklem, merkezi *E* başlangıç noktasında, yarıçapı 2*r*'ye eşit bir daireye ilişkindir ve aranan *M* noktası, $C' \equiv E$ noktasını merkez kabul eden, 2*r* yarıçaplı bir daire üzerinde bulunur.

Bu durumda bir *ECB* dik açısını üç eşit parçaya bölmek için, *E* noktasını merkez kabul edilerek 2*r* yarıçaplı bir yay çizmek ve bu dairenin *BC* doğrusunu kestiği *M* noktası ile *E* noktasını birleştirmek yeterlidir (*Şekil* 11). Çünkü yukarıdaki incelemeler gereği *EMC* açısı geçekten *ECB* dik açısının üçte birine eşittir. Eğer *MEC* dik üçgeninin *EM* hipotenüsünü yarılayan *T* noktası *C* daire merkezi ile birleştirilirse $ET = EC = TC = r$ eşitliği nedeniyle *CET* üçgeni bir eşkenar üçgen haline dönüşür. Buna göre *ETC* açısının 60°'ye eşit olması gerekir. Ancak *ETC* açısı *MT*C ikizkenar üçgeninde bulunan *TMC* ve *MCT* açıları toplamına eşittir ve her biri 60°/2 = 30°'ye yani 90°'nin üçte birine eşittir.



Şekil 11

Bazı özel açıların üçe bölünmesine yardımcı olan *M* noktasının bir daire üzerinde bulunması ve bu sayede meselenin geometri yoluyla çözülebilmesi $b^2 - c^2$ farkını oluşturan *b* ve *c* değerlerinin, bazı özel değerler için bir tam kareye dönüşmesine benzer. Bir tam kareye dönüşme özel durumu dışında bu ifade $(b - c)$ $(b + c)$ çarpımından oluşur.

Açıyı üç eşit parçaya bölme probleminin geometri yoluyla çözülemeyeceğini ilk önce kanıtlayan analitik geometrinin yaratıcısı Descartes'dır. Descartes, bir yayı üç eşit parçaya bölecek noktanın yalnız bir doğru ile eğrinin kesişmesinden oluşması halinde, eğrinin en az üçüncü mertebeden olması gerektiğini, eğer iki eğrinin kesişmesinden oluşacak ise bunlardan birinin daire, diğerinin ise daireden başka ikinci mertebeden bir eğri olması gerektiğini ifade etmiştir. Descartes eserinde, problemi bir daire ile ikinci mertebeden başka bir eğriyi[25] kesiştirerek çözmüştür.

Daha sonra Newton, Descartes'ın eserine dayanarak problemin sadece daire ve bir doğru kesiştirilerek çözülemeyeceğini matematiksel başka bir yol izleyerek kanıtlamış ve Descartes'ın tezini doğrulamıştır.

[25] Parabol.

İşte açıyı üçe ölme probleminin pergel ve cetvel ile çözülmesinin mümkün olmadığına ilişkin elde bu kadar kuvvetli kanıtlar varken, bunu mümkün gibi göstermeye çalışmak ve hatta düşünmek, matematiğin amacını ve temel kurallarından haberdar olmamak anlamına gelir.

İki bin küsur yıldan beri bunca büyük bilginin çözemediği bu problemi çözerek bilim tarihinde isim yapmak, çok arzu edilecek bir şey olarak görülse de, çözülemeyeceği açıkça kanıtlanmış bu sorunu çözme iddiasında bulunmak, daha sonra rezil olmak anlamına geleceğini de bilmek demektir.

Salih Zeki Bey, herhangi bir açının geometrik olarak üç eşit parçaya bölünemeyeceği hususunda, probleme her yönüyle son noktayı koyduğunu düşündüğü bir anda, İbrahim adında bir kişinin bu problemi geometrik yolla çözdüğü iddiasıyla yeniden karşılaşmıştır.[26] Salih Zeki Bey, muhtemelen bu tür çözüm iddialarının geçersiz olacağını pekiştirmek için yazıyı "Teslis-i Zaviye Meselesi" başlığıyla *Resimli Gazete*'nin "Hendese" bölümünde dokuz sayı halinde yayınlamıştır.[27] Gerçekten İbrahim Efendi'nin çözüm iddiasının, Masdariyecizade ve öncekilerin çözümlerinden pek farklı olmadığı görülmektedir. İddianın geçersiz olduğu, yazıyı irdeleyen dönemin ünlü matematikçilerinden Vidinli Tevfik Paşa tarafından da zaten ifade edilmiştir. Tevfik Paşa, İbrahim Efendi'nin sunduğu kanıtın, Salih Zeki'nin daha önce açıklanan tenkitlerinde de ele alındığı gibi, aynı noktada kesiştiği iddia edilen doğruların aslında birbirine çok yakın noktalardan geçtiği şeklindeki bir yanılsamadan kaynaklandığını belirtmiştir.[28]

Vidinli Tevfik Paşa, iddianın geçersizliğini etraflıca açıkladıktan sonra "hendese-i adiye" dediği geometri yoluyla çözülmesi olanaksız iken problemin, "müptediler ve ulum-ı hendese ile kesret-i iştigali olmayanlar" (acemiler ve geometri ile fazla uğraşmayanlar) tarafından çözülmeye çalışılmasının esef verici bir durum olduğunu belirtmiştir.[29]

Salih Zeki Bey de, bu konuda daha önceki eleştirilerini yineleyerek, İbrahim Efendi nezdinde "artık böyle beyhude ve batıl" işlerle meşgul olunup boşuna vakit kaybedilmemesini içten nasihat ederek, okuyuculara problemlere geleneksel yöntemler yerine modern tarzda yaklaşmaları gerektiği mesajını vermiştir.

26 "Teslis-i Zaviye meselesinin halline dair fütüvetlü İbrahim Efendi tarafından tebliğ olunan varakanın aynıdır", *Resimli Gazete*, cilt 1/yıl 1, sayı 39 (5 Kanun-ı Evvel 1307/17 Kasım 1891), s. s. 475.

27 İbrahim Efendi, "Teslis-i Zaviye Meselesi", *Resimli Gazete*, cilt 1/yıl 1, sayı 39-45, 47, 49, (5 Kânun-ı Evvel 1307/17 Kasım 1891-13 Şubat 1307/25 Şubat 1892), s. 475-478, 490-491, 500-503, 514-515, 527-528, 539-540, 551-552, 575-576, 599-604.

28 Vidinli Tevfik Paşa'nın yayınlanmak üzere Salih Zeki Bey'e göndermiş olduğu mütalaa için bak. *Resimli Gazete*, cilt 1/ yıl 1, sayı 50, (20 Şubat 1307 / 5 Mart 1892), s.607-609.

29 Adı geçen mütalaa, s. 608.

Salih Zeki's articles on the trisection of an angle

Atilla Bir, Mustafa Kaçar

Trisecting an angle by using geometric methods and tools (a ruler and a pair of compass only) is an ancient problem which was desperately attempted over 2500 years. We know since Newton that this problem can not be solved by recourse to geometry, except for particular angle degrees. Throughout centuries, however, several amateur mathematicians claimed to have found a complete geometric solution.

In a series of articles titled "A geometry problem concerning the trisection of an angle" published in *Resimli Mecmua* in 1891-1892, Salih Zeki discussed the problem in detail. He gave the main proofs concerning the trisection and showed why proposed solutions are not geometric. Furthermore, he discussed the proofs given by Masdariyecizade Hüseyin Efendi, teacher of mathematics at the Mühendishane-i Berri Humayun (Imperial School of Engineering). Hüseyin Efendi, arguing that he found a solution in 1823, had asked a commission of mathematicians to confirm it. While discussing Hüseyin Efendi's solution, Salih Zeki also referred to the work of a the Ottoman mathematician Vidinli Hüseyin Tevfik Paşa (1832-1901) and his book entitled *Linear Algebra* (Istanbul 1882, 1892) on the *quaternions*.

Key words: Salih Zeki, history of mathematics, trisection of an angle, *Resimli Gazete*; **Anahtar Kelimeler:** Salih Zeki, matematik tarihi, açının üçe bölünmesi, *Resimli Gazete.*