

## Dilatasyon Açısının Ankrajlı Diyafram Duvar Modellemesi Üzerine Etkisi

### *Effect of Dilation Angle on the Modelling of Anchored Diaphragm Wall*

İbrahim Yiğit\*

Bülent Ecevit Üniversitesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, Zonguldak, Türkiye

#### Öz

Bu çalışmada dilatasyon açısının diğer adıyla genişleme-daralma açısının ankrajlı diyafram duvar modellemesi üzerindeki etkisi, elasto-plastik kinematik pekleşmeli Hardening-Soil bünye modeli kullanılarak, iki boyutlu sonlu elemanlar analizi ile incelenmiştir. Malzeme davranış modeli parametrelerinden içsel sürtünme açısı 35° ve 40° olmak üzere iki farklı değerde sabit tutulurken genişleme-daralma açısı değerleri değiştirilerek parametrik çalışma gerçekleştirilmiştir. Şev üzerinde dayanma yapısı önünde gerçekleştirilen aşamalı kazı sonrası duvarda oluşan maksimum yatay deplasmanlar ve bu duvar önündeki elastik temelde meydana gelen maksimum düşey deplasmanlar elde edilmiştir. Buna ek olarak şevde güvenlik sayısının değişimi ele alınmıştır.

**Anahtar Kelimeler:** Dilatasyon açısı, Diyafram duvar, Sonlu elemanlar analizi, Şev stabilitesi

#### Abstract

In this study, the effect of dilation angle on modelling of the anchored diaphragm wall was investigated by using kinematically hardening elasto-plastic constitutive model in 2D finite element analysis. The values of internal friction angle parameter in the constitutive model were fixed as 35° and 40°. However, by changing the values of dilation angle, a parametric study was carried out. Following the staged excavation in front of the retaining structure, the maximum horizontal displacement on the wall and the maximum vertical displacement on the elastic foundation were evaluated. Additionally, factor of safety of slope stability was examined.

**Keywords:** Dilation angle, Diaphragm wall, Finite element analysis, Slope stability

#### 1. Giriş

Gronüler malzemede hacminde genişleme-daralma ilk olarak Reynolds (1885) tarafından incelenmiştir. Sıkı ve düzgün sıralanmış rijit kürelerin kayma etkisi altında hacim artışı, gevşek sıralanmış olanların sıkışma eğiliminde olduğunu belirtmiştir. Ancak literatürde, Casagrande (1936) hacim değişiminin ölçülen içsel sürtünme açısı üzerinde etkisini açıklayana kadar zemin mekaniği alanında konu ile ilgili bir çalışmaya rastlanmamıştır. Taylor (1948) pürüzsüz blokların kayma etkisi altında davranışını inceleyerek modern zemin mekaniği çerçevesinde genişleme-daralma açısının içsel sürtünme açısı ile ilişkisini ortaya koymuştur.

$$\tan \varphi' = \tan \varphi'_{cv} + \tan \Psi \quad (1)$$

Burada  $\psi$  ve  $\varphi'_{cv}$  sırası ile genişleme daralma ve kritik durum içsel sürtünme açısını göstermektedir. Bu eşitlik Bolton

(1986) tarafından aşağıdaki hali ile verilmektedir.

$$\varphi' = \varphi'_{cv} + 0.8\psi \quad (2)$$

Taylor (1948) modelini takiben, Roscoe vd. (1963) ve Rowe (1962, 1969) tarafından gerilme genişleme ilişkisini ele alan ve elasto-plastik malzeme davranış modelleri akma kurallarında yaygın olarak kullanılan iki farklı yaklaşım ortaya atılmıştır. Rowe (1962, 1969) deformasyon mekanizmasını pürüzlü testere dişi şeklinde kabul ederek ve minimum enerji prensibini kullanarak asal gerilmeler oranı ve asal gerilmeler doğrultusundaki birim deformasyon oranı arasında gerilme-genişleme daralma teorisini ortaya koymuştur.

Bilindiği gibi birleşik akma kuralının kabul edildiği analizlerde zemin kesilirken birleşik olmayan akma kuralına göre daha büyük hacim değişimi ve göçme yükü elde edilir. Bu sebeple pratikte geoteknik yapıların tasarımında güvenli tarafta kalmak için birleşik akma kuralı yaygın olarak kullanılmaktadır. Çoğunlukla göçme yüzeyinde oluşan kayma birim deformasyonları maksimum kayma

\*Sorumlu yazarın e-posta adresi: [i\\_yigit@hotmail.com](mailto:i_yigit@hotmail.com)

dayanımını mobilize etmeye yetecek birim deformasyonları aştığı için mobilize olmuş kayma dayanımı maksimum kayma dayanımı ile kritik durum kayma dayanımı arasında bir yerde olacaktır. Pik içsel sürtünme açısının kritik durum içsel sürtünme açısına eşit olduğu kabulü ile yapılan tasarımların güvenli tarafta olduğu düşünülürse de genişleme-daralma açısının stabilite üzerindeki etkisi ihmal edilmiş olur (Manzari ve Mohamed 2000). Literatürdeki genişleme-daralma açısının geoteknik yapılar üzerindeki etkisinin gerilme şekil değiştirme analizleri ile incelendiği çalışmalar bulunmaktadır. Zienciewicz vd. (1975) şev stabilitesi üzerine genişleme-daralma açısının etkisi üzerine yaptıkları çalışmada kayda değer bir etkisinin olmadığını belirtmişlerdir. Zienciewicz vd. (1975) şerit ve dairesel temel altında birleşik akma kuralının kabul edildiği 40° gibi yüksek genişleme-daralma açısı ve genişleme-daralma açısının 20° içsel sürtünme açısının 40° olarak alındığı ikinci duruma göre yaklaşık %13'lük bir taşıma gücü artışı hesaplamışlardır. Zienciewicz vd. (1975) tünel çevresinde, dilatasyon açısının artması ile daha büyük deformasyonların oluşacağını göstermişlerdir. Yu ve Housby (1991) genişleme-daralma açısının 0° den 20°ye arttırıldığı takdirde kazık uç taşıma kapasitesinde 5 kattan fazla bir artış görüldüğünü belirtmişlerdir. Manzari ve Mohamed (2000) iki boyutlu sonlu elemanlar kullanarak gerçekleştirdikleri şev stabilitesi analizlerinde aynı içsel sürtünme açısı için yüksek genişleme-daralma açısı kullanılarak gerçekleştirilen analizlerde stabilitenin arttığını belirtmişlerdir. Literatürdeki çalışmalar genelde kinematik olarak kısıtlanmış geoteknik yapılarda genişleme daralmanın etkin olduğunu göstermektedir Housby (1991).

Bu çalışmada genişleme-daralma açısının şev stabilitesi üzerindeki etkisi Hardening-Soil bünye modeli ve kayma dayanımı azaltma yöntemi kullanılarak iki boyutlu sonlu elemanlar analiziyle incelenmiştir. Eleasto plastik kinematik pekleşmeli malzeme davranışının kullanıldığı modelde, şev üzerinde gerçekleştirilecek aşamalı kazı, ankrajlı diyafram duvar ve temel uygulaması sonrası şevin stabilitesi güvenlik sayısının değişimi ile incelenmiştir.

## 2. Gereç ve Yöntem

Bu çalışmada parametrik analizlerin gerçekleştirileceği geoteknik problem olarak, eğimli topoğrafyaya sahip zemin profilinde ankrajlı dayanma yapısının gerilme deformasyon davranışı ve stabilitesinin incelenmesi benimsenmiştir. Bu amaç doğrultusunda Plaxis iki boyutlu sonlu elemanlar ile gerilme şekil değiştirme analiz programı kullanılmıştır.

Problemde, öncelikle malzeme davranış modelinde genişleme-daralma açısının farklı değerleri için şevin toplam stabilitesi incelenmiştir. Daha sonra ise bu zemin profilinde inşaatı düşünülen yapının temelinin oturtulacağı alanın oluşturulabilmesi için yapılan kazı aşamaları ve bunun stabilitesinin sağlanması için projelendirilen ankrajlı dayanma yapısı eş zamanlı olarak plaxis programında geometrik model olarak girilmiştir. Zemin parametresindeki değişim ile duvarda meydana gelen 12 adet yatay deplasman değişimi incelenmiştir.

### 2.1. Matematiksel Model

Ele alınan geoteknik problemin Plaxis programında modellenmesi aşamasında zemin elemanının malzeme davranış modeli olarak Hardening-Soil (pekleşen-zemin) modeli kullanılmıştır. Hardening-Soil modeli hem yumuşak hem de sıkı zeminlerin gerilme şekil değiştirme analizinde kullanılabilen bir modeldir. Hardening soil model plastisite teorisini kullanması, genişleme-daralma davranışını içermesi ve akma başlığı kullanması nedeni ile hiperbolik modelin yerini almış gelişmiş bir modeldir (Schanz vd. 1999).

Modelde üç eksenli deformasyon durumu için iki akma fonksiyonu tanımlıdır. Bu fonksiyonlar;

$$f_{12} = \frac{qa}{E_{50}} \frac{(\sigma_1 - \sigma_2)}{q_a - (\sigma_1 - \sigma_2)} - \frac{2(\sigma_1 - \sigma_2)}{E_{ur}} - \gamma^p \quad (3)$$

$$f_{13} = \frac{qa}{E_{50}} \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)}{q_a - (\sigma_1 - \sigma_3)} - \frac{2(\sigma_1 - \sigma_3)}{E_{ur}} - \gamma^p \quad (4)$$

ile verilmiştir. Plastik kayma birim deformasyonu  $\gamma^p$  aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

$$\gamma^p = \varepsilon_1^p - \varepsilon_2^p - \varepsilon_3^p = 2\varepsilon_1^p - \varepsilon_v^p \approx 2\varepsilon_1^p \quad (5)$$

Burada sıkı zeminlerde  $\varepsilon_v^p$  hacimsel plastik birim deformasyonu,  $\varepsilon_1^p$  eksenel plastik birim deformasyon ile karşılaştırıldığında çok küçük olduğundan sıfır kabul edilerek plastik kayma birim deformasyonları hesaplanmaktadır. Modelde hacimsel plastik birim deformasyon ise;

$$\dot{\varepsilon}_v^p = \sin \psi_m \dot{\gamma}^p \quad (6)$$

Eşitliği ile tanımlanmaktadır. Burada  $\psi_m$  mobilize olmuş genişleme-daralma açısını göstermektedir. Bu eşitlikle modeldeki birleşik olmayan akama kuralı genişleme-daralma açısına bağlı olarak sağlanmaktadır. Genişleme-daralma açısı drenajlı üç eksenli basınç veya basit kesme kutusu deneyleri ile ölçülebilmektedir. Schanz ve Vermeer (1996) her iki deney verisi için genişleme-daralma açısının aşağıdaki eşitlik ile hesaplanabileceğini belirtmiştir.

$$\sin \psi = (\dot{\epsilon}_v^p) / (-2\dot{\epsilon}_1^p + \dot{\epsilon}_v^p) \quad (7)$$

Rowe (1962, 1969) gerilme genleşme teorisi ve yukarıdaki eşitliğin birlikte kullanılması sonucunda mobilize olmuş genleşme-daralma açısını veren eşitlik elde edilir (Schanz ve Vermeer 1996). Bu durumda mobilize olmuş genleşme-daralma açısı;

$$\sin \psi_m = (\sin \varphi_m - \sin \varphi_{cv}) / (1 - \sin \varphi_m \sin \varphi_{cv}) \quad (8)$$

Eşitlikten mobilize olmuş genleşme-daralma açısının negatif değerleri için sıkışma pozitif değerleri için genleşme elde edilir. Gerilme-genleşme-daralma teorisinin aslı mobilize olmuş içsel sürtünme açısının kritik durum içsel sürtünme açısından küçük olduğu küçük asal gerilme oranlarında malzeme sıkışırken, mobilize olmuş içsel sürtünme açısının kritik durum içsel sürtünme açısından büyük olduğu büyük asal gerilme oranlarında malzeme genleşme gösterir. Göçme anında mobilize olmuş içsel sürtünme açısı göçme anındaki içsel sürtünme açısına eşit olur ve bu haldeki genleşme-daralma açısı yine kritik durumdaki değerine eşit olmaktadır. Bu durum aşağıdaki eşitlikle ifade edilebilir (Schanz vd. 1999).

$$\sin \psi_{cv} = (\sin \varphi_p - \sin \varphi_{cv}) / 1 - \sin \varphi_p \sin \varphi_{cv} \quad (9)$$

Bu eşitlik yeniden düzenlenirse, göçme anındaki genleşme-daralma açısı ve içsel sürtünme açısı değerlerinden kritik durum içsel sürtünme açısı aşağıdaki eşitlikle elde edilir (Schanz vd. 1999).

$$\sin \varphi_{cv} = (\sin \varphi_p - \sin \psi_{cv}) / 1 - \sin \varphi_p \sin \psi_{cv} \quad (10)$$

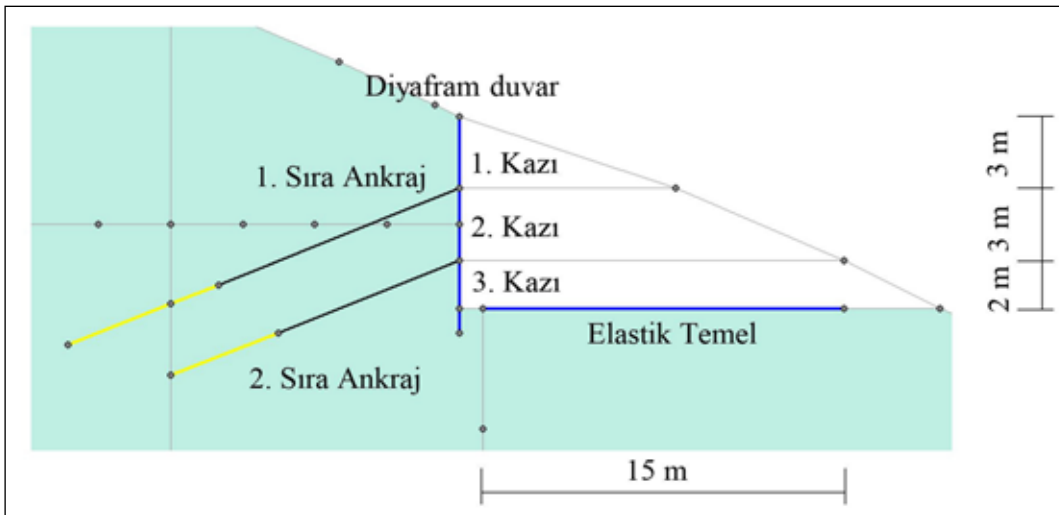
### 2.1. Geoteknik Problem

Bu çalışmada parametrik analizlerin gerçekleştirileceği geoteknik problem olarak, eğimli topoğrafyaya sahip

zemin profilinde, ankrajlı dayanma yapısının gerilme deformasyon davranışı ve stabilitesinin incelenmesi benimsenmiştir. Bu bağlamda, çift sıra ankrajlı 35 cm kalınlığında ve 9 m boyunda diyafram duvar oluşturularak şevde kazı gerçekleştirildiği düşünülmüştür. İki sıra ankraj düzeyde 3 m yatayda 2.5 m aralıkla yerleştirilmiştir. Üst sıra ankrajın serbest boyu 10.70 m, alt sıra ankrajın ise 8 m olarak tasarlanmıştır. Üst sıra ankrajın kök boyu 6.7 m, alt sıra için ise 4.8 m olarak ele alınmıştır. Duvar önünde sırasıyla 3, 3 ve 2 m yüksekliğinde toplamda 8 m kazı yapılarak 15 m elastik temelin yerleştirileceği alanın harfiyatı gerçekleştirildiği düşünülmüştür. Modellemede elastik temelin aktif edildiği aşamada temele 100 kPa basınç gerilmesi uygulanmıştır. Açıklanan geoteknik problem iki boyutlu olarak Şekil 1'de verilmiştir.

Problemin geometrik modeli, genişliği 100 metre ve yüksekliği 105 metre olacak şekilde iki boyutlu şevi içermektedir (Şekil 2). Model geometrisi girildikten sonra modele ait malzeme parametreleri girilmiştir. Analizde zemin elemanı için kullanılan pekleşen zemin modeli malzeme parametreleri Çizelge 1'de verilmiştir. Analizde kullanılan diyafram duvar ve temel elastik olarak seçilmiştir. Diyafram duvara ait eksenel ve eğilme rijitliği parametreleri sırasıyla  $EA = 12 \cdot 10^6$  (kN/m) ve  $EI = 0.12 \cdot 10^6$  (kNm<sup>3</sup>/m) olarak seçilmiştir. Temel için ise bu parametreler sırasıyla  $EA = 35 \cdot 10^6$  (kN/m) ve  $EI = 2.90 \cdot 10^6$  (kNm<sup>3</sup>/m) olarak kullanılmıştır.

Malzeme parametreleri girilirken, zemin bölgeleri iki boyutlu 15 düğüm noktalı üçgen eleman kullanılarak düzlem deformasyon hali göz önüne alınmıştır. Duvar ve temel iki boyutlu elastik plak eleman olarak modellenmiştir. Modelde



Şekil 1. Çalışmada ele alınan geoteknik problemin iki boyutlu olarak gösterimi.

sonlu elemanlar ağı oluşturulduktan sonra kritik bölgeler için sonlu elemanlar ağında sıklaştırma yapılmıştır (Şekil 2). Bu sayede analizde istenilen noktalarda sonuçlar daha hassas elde edilmiştir. Sıklaştırma yapılan bölgeler; (43m, 43.25m), (43m, 20m) ile (120, 20) arasındaki bölgede sonlu elemanlar ağı "çok sıkı", (34, 46.75), (34, 10) ile (120, 10) arasındaki bölgede sonlu elemanlar ağı "sıkı" olarak seçilmiştir. Modelin diğer bölgelerinde ki sonlu elemanlar ağı ise "orta sıkı" olarak işlenmiştir. Modelde 793 adet 15 düğüm noktalı düzlem üçgen sonlu eleman 6459 düğüm noktası kullanılarak oluşturulmuştur. Parametrik çalışmada, içsel sürtünme açısı iki farklı değerde sabit tutulurken, genişleme-daralma açısı değiştirilmiştir. Genişleme-daralma açısının farklı değerleri için, şevin toplam stabilitesi kayma dayanımı azaltma yöntemi kullanılarak elde edilmiştir. Analizlerde  $\phi = 35^\circ$  ve  $\phi = 40^\circ$  olmak üzere içsel sürtünme açısı iki sabit değerde tutulmuştur. Buna karşılık  $\psi / \phi$  değerini 0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4

ve 0.5 olmasını sağlayan  $\psi$  değerleri kullanılmıştır. Böylece 2 farklı içsel sürtünme açısının herbirinde 6 ve toplamda  $\psi / \phi$  değeri kullanılarak analizler gerçekleştirilmiştir.

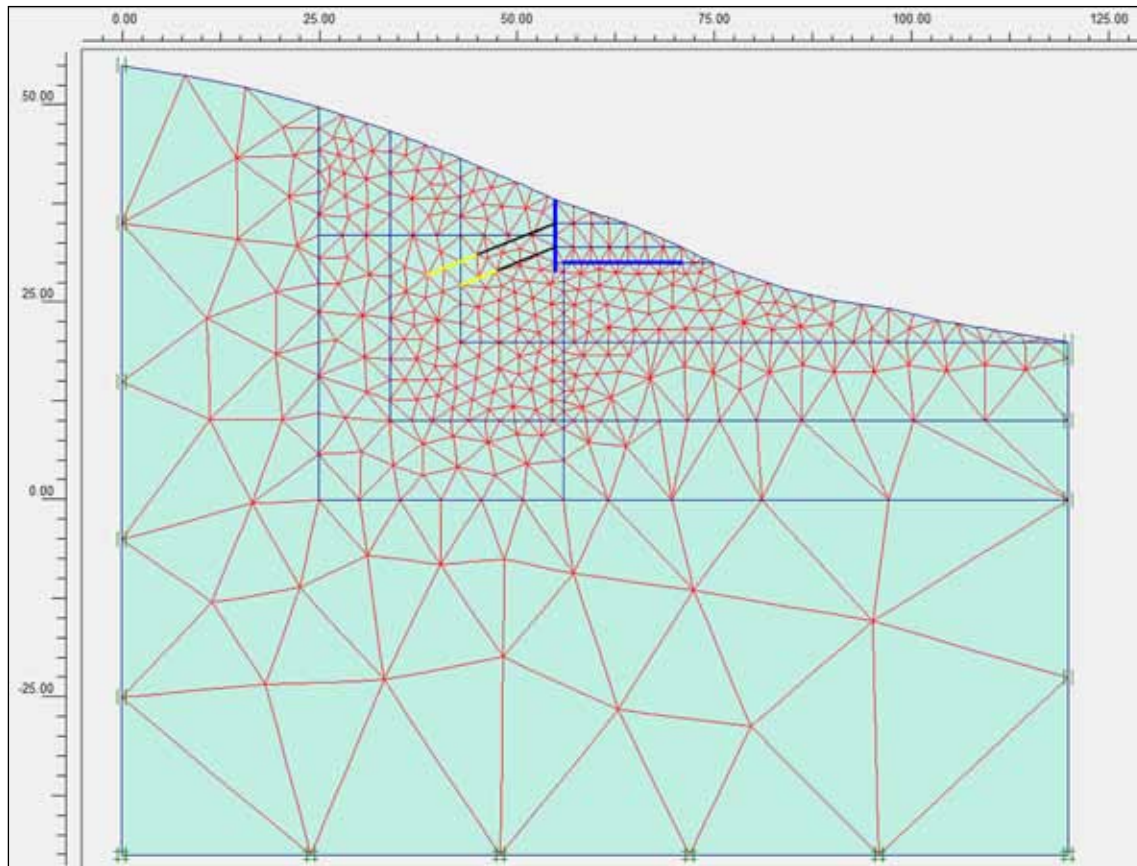
### 3. Araştırma Bulguları

Temel yüklemesi aşaması sonrası, analizlerden elde edilen yatay deplasman konturları Şekil 3'de örnek olarak verilmiştir. Buna göre Şekil 3.a'da  $\psi = 0^\circ$  ve  $\phi = 35^\circ$  iken duvar arkasındaki yatay deplasmanlar, Şekil 3.b'de  $\psi = 17.5^\circ$  ve  $\phi = 35^\circ$  ki halden daha büyük olduğu görülmektedir. Bunun tersine, Şekil 3.c'de  $\psi = 0^\circ$  ve  $\phi = 40^\circ$  iken duvar arkasındaki yatay deplasmanlar, Şekil 3.d'de  $\psi = 20^\circ$  ve  $\phi = 40^\circ$  olduğu durumdaki deplasmanlardan daha küçüktür.

Bu bulgular Şekil 4'de verilen  $\psi / \phi$  değerlerine karşılık duvarda oluşan maksimum yatay deplasman grafiğinde açıkça görülebilmektedir. Buna göre  $\psi = 0^\circ$  ve  $\phi = 35^\circ$

**Çizelge 1.** Pekleşen zemin modelinde zemin elemanı için kullanılan parametreler.

$\gamma_k$ (kN/m <sup>3</sup> )	$\gamma_d$ (kN/m <sup>3</sup> )	$E_{50}^{ref}$ (kN/m <sup>2</sup> )	$E_{ur}^{ref}$ (kN/m <sup>2</sup> )	$E_{ocd}^{ref}$ (kN/m <sup>2</sup> )	$c$ (kN/m <sup>2</sup> )	$n_{ur}$	$m$	$K_0^{nc}$	$R_f$	$e$	$e_{max}$
16	20	28000	84000	28000	0.2	0.25	0.35	0.357	0,9	0,58	1



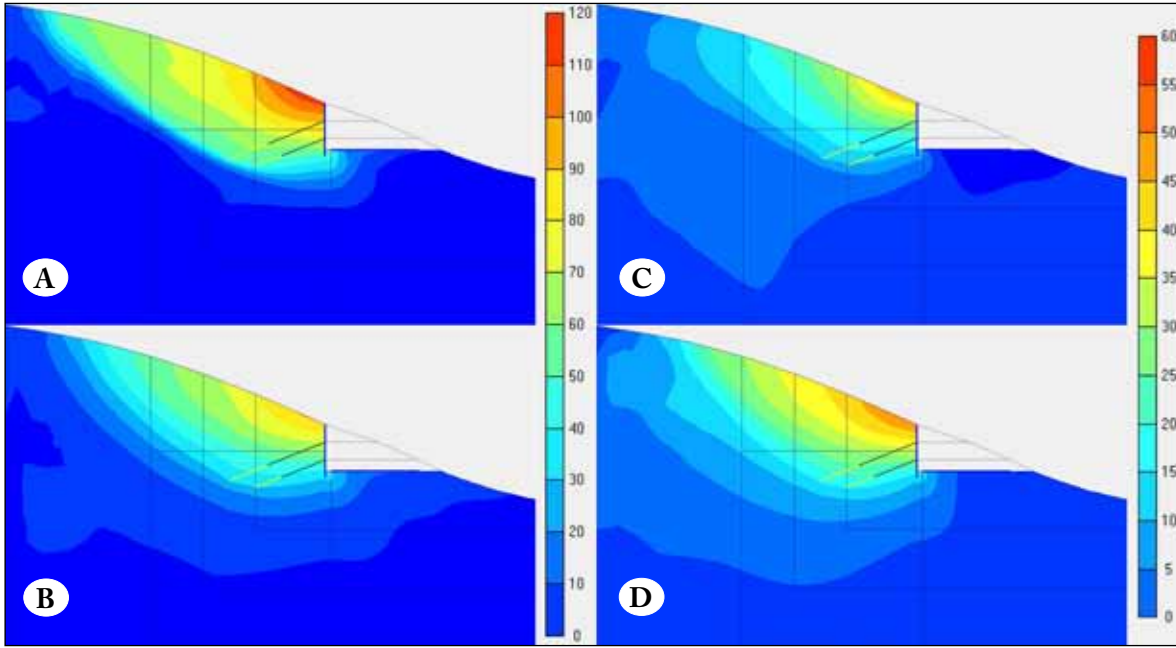
**Şekil 2.** Geoteknik problemin sonlu elemanlar ağı.

yani  $\psi / \phi = 0$  iken duvarda oluşan maksimum deplasman 115 mm iken  $\psi = 3.5^\circ$  ve  $\phi = 35^\circ$  yani  $\psi / \phi = 0.1$  iken duvarda oluşan maksimum deplasman 100 mm olarak elde edilmiştir. Grafikte  $\phi = 35^\circ$  için  $\psi / \phi$  değerindeki artış ile duvarda meydana gelen maksimum deplasmanda azalma görülmektedir. Ancak bu durum  $\phi = 35^\circ$  değerine karşılık daha sıkı özellikte bir zemini tanımlayan  $\phi = 40^\circ$  için farklı sonuç vermektedir. Buna göre  $\psi = 0^\circ$  ve  $\phi = 40^\circ$  yani  $\psi / \phi = 0$  iken duvarda oluşan maksimum deplasman 42 mm iken  $\psi = 4^\circ$  ve  $\phi = 40^\circ$  yani  $\psi / \phi = 0.1$  iken duvarda oluşan maksimum deplasman 44 mm olarak elde edilmiştir. Grafikte  $\phi = 40^\circ$  için  $\psi / \phi$  değerindeki artış ile duvarda meydana gelen maksimum deplasman da artış sergilemektedir. Şevin toplam stabilitesi ele alındığında ise hem  $\phi = 35^\circ$  hem de  $\phi =$

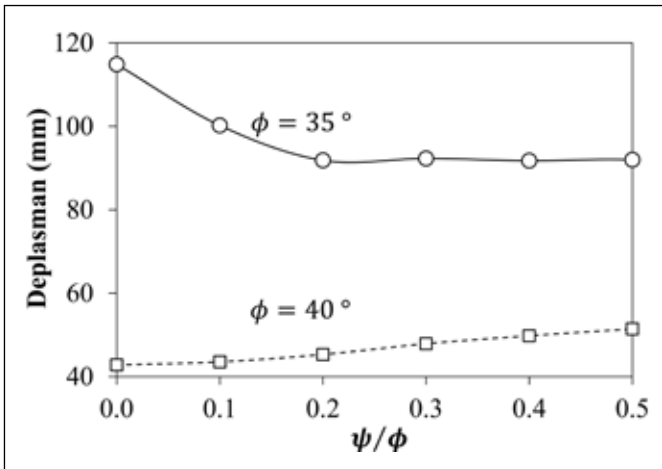
$40^\circ$  için  $\psi / \phi$  değerindeki artış ile şevin güvenlik sayısında artış görülmektedir (Şekil 5).

#### 4. Sonuçlar ve Öneriler

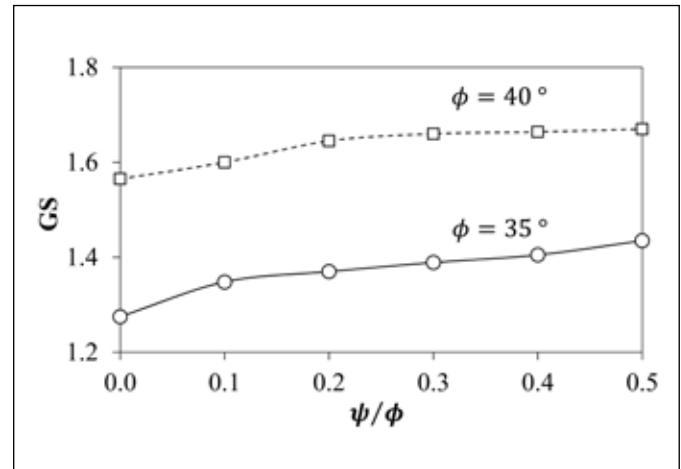
Pekleşen zemin modelinde birleşik olamayan akma kurallını ve plastik distorsiyonu tanımlayan genişleme daralma açısı modelin en önemli parametrelerinden birisini teşkil etmektedir. Bu denli önemli parametre basit kesme veya drenajlı üç eksenli deney sonuçlarından kolayca hesaplanabilmesine karşın uygulamada buna dikkat edilmediği ve incelenen zemin özelliklerine göre literatürdeki değerlere yakın değerler kullanıldığı görülmektedir. Fakat analizi gerçekleştirilen geoteknik problemde  $\phi = 35^\circ$  iken duvar arkasındaki maksimum yatay deplasmanlar  $\psi = 0^\circ$  için 115



Şekil 3. Yatay deplasman (mm), **A)**  $\psi = 0^\circ, \phi = 35^\circ$ , **B)**  $\psi = 17.5^\circ, \phi = 35^\circ$ , **C)**  $\psi = 0^\circ, \phi = 40^\circ$ , **D)**  $\psi = 20^\circ, \phi = 40^\circ$ .



Şekil 4.  $\psi / \phi$  - duvarda oluşan maksimum yatay deplasman.



Şekil 5. Şevin güvenlik sayısının  $\psi / \phi$  ile değişimi.

mm olarak elde edilmişken  $\psi = 3.5^\circ$  için 100 mm olarak elde edilmiştir. Burada genişleme daralma açısındaki  $3.5$  derecelik artışa karşılık duvardaki maksimum yatay deplasmanda  $15$  mm'lik bir azalma elde edilmiştir. Her ne kadar bu iki durum arasındaki fark  $\psi = 0^\circ$  için birleşik akma kuralı halini ve konservatif bir değeri işaret ederken  $\psi > 0^\circ$  değerleri birleşik olmayan akma kuralı halinin kıyaslanmış olması durumundan kaynaklanabileceği düşünülse de  $\phi = 35^\circ$  iken  $\psi = 7^\circ$  için duvardaki maksimum yatay deplasman  $91$  mm olarak elde edilmiştir. Buna göre  $\phi = 35^\circ$  iken  $\psi = 3.5^\circ$  ve  $\psi = 7^\circ$  için elde edilen duvardaki maksimum yatay deplasmanlar arasında  $9$  mm'lik bir fark birleşik olmayan akma kuralı halinde meydana gelmiştir. Kinematik olarak hareketi kısıtlanmış sistemlerde genişleme daralma açısının önemli bir etkisi bulunduğu sonucu Houlsby (1991) sonuçları ile uyumludur. Bu tarz sistemlerin analizi öncesinde genişleme daralma açısının mutlaka deneysel olarak ölçülmesi gerekmektedir.

## 5. Kaynaklar

- Bolton, MD. 1986.** The strength and dilatancy of sands. *Geotechnique*, 36(1):65-78.
- Casagrande, A. 1936.** Characteristics of Cohesionless Soils Affecting the Stability of Slopes and Earth Fills, *Jour. Boston Soc. Civ. Eng.*, January, 23:13-32.
- Houlsby, GT. 1991.** How the dilatancy of soils affects their behaviour. *Proc.10th Eur. Conf. Soil Mech. Found. Eng.*, Florence, May 27-30, Vol. 4: 1189-1202
- Manzari, MT., Nour, MA. 2000.** Significance of soil dilatancy in slope stability analysis. *J. Geotech. Geoenviron. Eng.* 126(1): 75-80
- Reynolds, O. 1885.** On the dilatancy of media composed of rigid particles in contact. With experimental illustrations. *Phil. Mag.*, 20: 469-82.
- Roscoe, KH., Schofield, A.N., Thurairajah A. 1963.** Yielding of clays in states wetter than critical. *Geotechnique*, 13(3): 211-240.
- Rowe, PW. 1962.** The stress-dilatancy relation for static equilibrium of an assembly of particles in contact. *Proc., Royal Soc., London, Series A*, 269: 500-527.
- Rowe, PW. 1969.** The relation between the shear strength of sand in triaxial compression, plane strain and direct shear. *Geotechnique*, 19(1): 75-86.
- Schanz, T., Vermeer, PA. 1996.** Angles of Friction and Dilatancy of Sand. *Geotechnique* 46: 145-151.
- Schanz, T., Vermeer, PA., Bonnier, PG. 1999.** Formulation and verification of the Hardening-Soil Model., Beyond 2000 in Computational Geotechnics. Rotterdam: 281-290.
- Taylor, DW. 1948.** Fundamental of soil mechanics, Wiley, New York. 714 pp.
- Yu, HS., Houlsby, GT. 1991.** Finite Cavity Expansion in Dilatant Soils: Loading Analysis, *Geotechnique*, 41(2): 173-184.
- Zienkiewicz, OC., Humpherson, C., Lewis, RW. 1975.** Associated and non-associated viscoplasticity and plasticity in soil mechanics. *Geotechnique*, 25: 671-689.