

Elastik Zeminle Dinamik Olarak Etkileşen Tek Serbestlik Dereceli Yapıların Optimal Kontrolü

Ali Ruzi ÖZUYGUR*
A. Necmettin GÜNDÜZ**

ÖZ

Bu çalışmada optimal kontrol ve yapı-zemin etkileşimi konuları kısaca tanıtıldıktan sonra, elastik zeminle etkileşen tek serbestlik dereceli sistemlerin optimal kontrolü için sayısal bir yöntem önerilmiştir. Önerilen yöntemde ilk olarak rijit temele sahip sistem kullanılarak kontrol kuvveti hesaplanmaktadır. Daha sonra, hesaplanan kontrol kuvveti, Fourier Dönüşümüyle frekans tanım alanına dönüştürülerek zeminle etkileşen sistemin denklem takımına dahil edilmekte ve bu denklem takımından temel yanal yerdeğiştirme ve dönmesi hesaplanmaktadır. Ters Fourier Dönüşümü yardımıyla da temel yanal yerdeğiştirme ve dönmesinin zaman tanım alanındaki değerleri elde edilmektedir. Son olarak, daha önce elde edilen temele ait yanal yerdeğiştirme ve dönme ivmeleri ile deprem yer hareketi ivmesi kullanılarak optimal kontrol kuvveti tekrar hesaplanmaktadır. Bu çalışmada, bu konuda yayınlanmış diğer çalışmalarda yapıldığının aksine, tüm sistem için zemine temelden ankastre eşdeğer bir sistem tanımlayıp kullanmak yerine, sistem gerçekte olduğu gibi zeminle etkileşecek şekilde tanımlanarak ele alınmıştır.

Anahtar Kelimeler: Optimal kontrol, yapı-zemin etkileşimi, empedans katsayıları.

ABSTRACT

Optimal Control of Single-Degree-of-Freedom Systems Dynamically Interacting with Elastic Soil

In this paper, a numerical algorithm is proposed to analyze optimally controlled soil-structure interaction system. In the proposed algorithm, the control force is obtained first using a fixed-base system in time domain, and then it is converted to frequency domain by Fourier Transform to be used in the equations of soil-structure interaction system. The lateral displacement and rocking of foundation are obtained from the equations of soil-structure interaction system containing the control force, and then converted to time domain by Inverse Fourier Transform. Secondly, the control force is calculated again by using the combination of lateral acceleration of the system, foundation rocking and earthquake ground acceleration. In recent studies, optimal control of structures has been generally

Not: Bu yazı

- Yayın Kurulu'na 12.04.2010 günü ulaşmıştır.
- 31 Mart 2014 gününe kadar tartışmaya açıktır.

* Yapı Proje Uygulama İnş. Taah. Nak. Ltd. Şti., İstanbul - aruzi@yypu.com.tr

** İstanbul Teknik Üniversitesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, İstanbul - gunduzan@itu.edu.tr

studied by using a fixed-base system rather than the system supported on flexible soil which is usually analyzed in frequency domain. In this study, a more realistic dynamically

Keywords: Optimal control, soil-structure interaction, foundation impedances.

1. GİRİŞ

Yapı-zemin etkileşimi analizinde kullanılan zeminin empedans katsayıları dış yükün frekansına bağlıdır. Dolayısıyla yapı-zemin etkileşimi analizinde genel olarak kullanılan yöntem önce yapı-zemin sisteminin frekans tanım alanında analiz edilmesi, daha sonra elde edilen büyüklüklerin Ters Fourier Dönüşümü tekniği yardımıyla zaman tanım alanına dönüştürülmesi şeklindedir. Yapı mühendisliğinde kullanılan klasik optimal kontrol analizi zaman tanım alanında yapılmaktadır. Optimal kontrol ile yapı-zemin etkileşimi etkilerinin bir arada düşünülmesi, problemi çok karmaşık hale getirmektedir. Karşılaşılan önemli zorluklardan biri, zaman ve frekans tanım alanları arasında Fourier Dönüşümü uygulanacak büyüklüklerin her adımda değil, tüm zaman aralığında belli olması gerektiridir. Dolayısıyla optimal kontrol ile yapı-zemin etkileşiminin bir arada analizi konusunda çeşitli basitleştirmelere dayanan az sayıda çalışma bulunmaktadır. Optimal kontrol analizinde genel olarak yapı-zemin etkileşimi etkilerinin küçük, özellikle temelin dönme etkisinin ihmal edilebilir mertebede olduğu varsayılmıştır.

Geçmiş yıllarda Luco, Smith ve diğer araştırmacılar yapı mühendisliğinde kullanılan optimal kontrol problemini yapı-zemin etkileşimini de dahil ederek araştırmışlardır [1 - 11]. Yukarıda da sözü edildiği gibi optimal kontrol ile yapı-zemin etkileşimini bir arada düşünmenin esas zorluğu yapı-zemin etkileşimi analizinin frekans tanım alanında, klasik optimal kontrol probleminin ise zaman tanım alanında ele alınmasıdır. Bu problemin çözümü için;

- a) Sato ve Toki tarafından geliştirilen bir yöntem, önce kontrolsüz sistem kullanılarak ters Fourier Dönüşümü yardımıyla yapı-zemin etkileşimi etkilerinin zaman tanım alanında elde edilmesi, daha sonra bu etkilerin kontrol problemine dahil edilmesi şeklindedir. Bu yöntemde yapı-zemin etkileşimi elde edilirken kontrollü sistemin davranışı esas alınmadığı için kullanılan empedans fonksiyonlarının değeri de farklı olmaktadır [5].
- b) Alam ve Baba tarafından kullanılan yöntem, empedans fonksiyonlarını frekanstan bağımsız olarak elde etmek ve kontrol problemine doğrudan dahil etmek şeklindedir [6].
- c) Wu ve Smith tarafından geliştirilen yöntemde önce yapı ve zemin frekanslarına bağlı, zemine ankastre olarak bağlı eşdeğer sistem tanımlanmış, bu eşdeğer sistem üzerinde kontrol kuvveti iterasyonla tahmin edilmiştir [7, 10].
- d) Luco tarafından geliştirilen yöntemde ise kontrol kuvvetlerini kesin olarak, yapı-zemin etkileşimini yaklaşık olarak tahmin eden eşdeğer sistem kullanılmıştır [11].

Bu çalışmada ise, elastik zemine rijit bir temel ile mesnetlendirilmiş tek serbestlik dereceli bir yapı sistemi için optimal kontrol ile yapı-zemin etkileşimi analizinin bir arada yapılmasını sağlayan bir sayısal yöntem önerilmiştir. Söz konusu yapı sistemi 1940 El Centro deprem yer hareketi için yapı-zemin etkileşimi de hesaba katılarak optimal olarak kontrol edilmiştir.

Diğer çalışmalardan farklı olmak üzere herhangi bir eşdeğer sistem tanımlanmadan, yapı-zemin etkileşimini de hesaba katan sistem denklemlerine kontrol kuvveti katkısı eklenerek elde edilen denklemler doğrudan kullanılmıştır. Çalışmada durum uzay formülasyonu kullanılmıştır.

Bu amaçla iki adımlı bir ardışık yaklaşım yöntemi uygulanmış, ilk adımda yapının rijit zemine oturduğu varsayılmış, ikinci adımda bu durum birinci adımda elde edilen temel gelen kuvvetler yardımıyla hesaplanan rijit temel yerdeğiştirme bileşenleri kullanılarak ve yapının rijit bir temel ile elastik zemine mesnetlendirildiği düşünülerek düzeltilmiştir. Bu şekilde optimal olarak kontrol edilen yapının yerdeğiştirme yanıtı ve kontrol kuvveti zaman tanım alanında doğrudan belirlenmiştir. Ayrıca performans indeksinin zaman tanım alanındaki değişimi de yapı-zemin etkileşiminin söz konusu olması ve olmaması durumları için belirlenmiştir.

Sayısal çözümleme için bir MATLAB programı geliştirilmiş ve sayısal hesaplamalar bu program kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Sayısal uygulama amacıyla periyodu birbirinden farklı 5 adet tek serbestlik dereceli sistem seçilmiş, söz konusu yapı sistemleri 1940 El Centro deprem yer hareketi için yapı-zemin etkileşimi de hesaba katılarak optimal olarak kontrol edilmiştir. Tek serbestlik dereceli bir sistem olarak modellenen yapının zemine göre rijitliği değiştirilerek bir parametrik çalışma yapılmış, elde edilen sonuçlar yorumlanmıştır.

2. KONTROL EDİLEN SİSTEMİN DURUM-UZAYI YÖNTEMİYLE ÇÖZÜMÜ

Kontrol kuvveti uygulanmış doğrusal tek serbestlik dereceli sistemin hareket denklemi

$$m\ddot{u}(t) + c\dot{u}(t) + ku(t) = -m\ddot{u}_g(t) + F_c(t) \quad (1)$$

olarak verilebilir. Burada m , c ve k sırasıyla sistemin kütlesi, sönümü ve rijitliği; $u(t)$, $\dot{u}(t)$ ve $\ddot{u}(t)$ sırasıyla sistemin görelî yerdeğiştirmesi, hızı ve ivmesi; $F_c(t)$ optimal kontrol kuvveti; $\ddot{u}_g(t)$ ise yer hareketi ivmesidir. Denklem (1)'i durum-uzay şeklinde yazmak için durum vektörü olarak adlandırılan

$$\mathbf{z}(t) = \begin{Bmatrix} u(t) \\ \dot{u}(t) \end{Bmatrix} \quad (2)$$

vektörü kullanılır. Durum vektörünün hızı zamana göre türevi alınarak yazılır ve hareket denklemi düzenlenirse

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \begin{Bmatrix} \dot{u}(t) \\ \ddot{u}(t) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -m^{-1}k & -m^{-1}c \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u(t) \\ \dot{u}(t) \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ -1 \end{Bmatrix} \ddot{u}_g(t) + \begin{Bmatrix} 0 \\ m^{-1} \end{Bmatrix} F_c(t) \quad (3)$$

elde edilir. Hareket denklemini daha basit biçimde yazmak için Hart ve Wong [12] tarafından kullanılan notasyonla

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -m^{-1}k & -m^{-1}c \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H} = \begin{Bmatrix} 0 \\ -1 \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{Bmatrix} 0 \\ m^{-1} \end{Bmatrix}$$

tanımları yapılırsa, hareket denklemi

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{z}(t) + \mathbf{H}\ddot{u}_g(t) + \mathbf{B}F_c(t) \quad (4)$$

şeklini alır.

Denklem (4)'ün genel çözümü aşağıdaki gibidir:

$$\mathbf{z}(t) = \mathbf{e}^{\mathbf{A}(t-t_0)}\mathbf{z}(t_0) + \mathbf{e}^{\mathbf{A}t} \int_{t_0}^t \mathbf{e}^{-\mathbf{A}\tau} \mathbf{H}\ddot{u}_g(\tau) d\tau + \mathbf{e}^{\mathbf{A}t} \int_{t_0}^t \mathbf{e}^{-\mathbf{A}\tau} \mathbf{B}F_c(\tau) d\tau \quad (5)$$

$$t_0 = t_k, \quad t = t_{k+1}, \quad t_{k+1} - t_k = \Delta t, \quad k = 0, 1, \dots \quad (6)$$

kabulleri ile Denklem (4)'teki $\ddot{u}_g(t)$ ve $F_c(t)$ terimleri sırasıyla \ddot{u}_{gk} ve F_{ck} olarak ayrıştırıldıktan sonra gerekli integral alma işlemi gerçekleştirilirse optimal kontrol probleminin sistem durum denklemi

$$\mathbf{z}_{k+1} = \mathbf{F}_s \mathbf{z}_k + \mathbf{H}_d \ddot{u}_{gk} + \mathbf{G} F_{ck} \quad (7)$$

elde edilir. Burada

$$\mathbf{F}_s = \mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta t}, \quad \mathbf{H}_d = \mathbf{A}^{-1}(\mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta t} - \mathbf{I})\mathbf{H}, \quad \mathbf{G} = \mathbf{A}^{-1}(\mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta t} - \mathbf{I})\mathbf{B} \quad (8)$$

olup \mathbf{I} (2×2) birim matrisidir.

3. OPTİMAL KONTROL

Yapı mühendisliğinde kullanılan, bir çeşit aktif kontrol yöntemi olan optimal kontrol uygulamasında, sistemde hazır bulundurulan dış enerji kaynakları yardımıyla yapıya daha önce belirlenen şekilde kontrol kuvveti uygulanır. Optimal kontrol probleminde yapıya uygulanacak kontrol kuvveti belirli bir performans indeksinin minimum yapılmasından elde edilir. Optimal kontrol problemi, Denklem (7) kullanılarak performans indeksi

$$J = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^N (\mathbf{z}_k^T \mathbf{Q} \mathbf{z}_k + R F_{ck}^2) \quad (9)$$

ifadesini verilen zaman aralığında minimum yapan kontrol kuvveti F_{ck} 'nin seçilmesi işlemidir. Burada \mathbf{Q} , 2×2 boyutunda yapı davranışı ağırlık matrisi ve R kontrol kuvveti ağırlık katsayısıdır. \mathbf{Q} ve R 'nin seçilmesi kontrol mekanizmasının özellikleriyle yakından ilgilidir. Sistemin yerdeğiştirme ve hız yanıtının küçük olması istendiğinde \mathbf{Q} matrisinin elemanları büyük seçilir. Kontrol kuvvetinin küçük olması istendiğinde ise R katsayısı büyük seçilir. Ayrıca \mathbf{z} vektörünün elemanları olan yerdeğiştirme ve hız ile F kontrol kuvveti birimleri farklı büyüklükler olduğu için bu durum \mathbf{Q} matrisinin elemanları ve R belirlenirken göz önüne alınır. Çok serbestlik dereceli yapı sistemlerinde ise \mathbf{R} matrisi ayrıca, kontrolün hangi serbestlik derecelerine uygulanacağını da belirler. J ise skaler bir büyüklüktür.

Denklem (7)'de verilen durum denklemini sağlayarak amaç fonksiyonunun minimize edilmesi, ilgili kaynaklarda [12, 13] geniş olarak yer almaktadır.

Problemin Lagrange Fonksiyonu

$$L = \sum_{k=0}^{N-1} \left[\frac{1}{2} (\mathbf{z}_k^T \mathbf{Q} \mathbf{z}_k + R F_{ck}^2) + \lambda_{k+1}^T (\mathbf{F}_s \mathbf{z}_k + \mathbf{H}_d \ddot{u}_{gk} + \mathbf{G} F_{ck} - \mathbf{z}_{k+1}) \right], \quad k = 0, 1, \dots \quad (10)$$

olarak tanımlanabilir. Burada λ_{k+1} belirlenmesi gereken Lagrange çarpanı matrisidir.

L 'nin sırasıyla λ_k , \mathbf{z}_k ve F_{ck} 'ya göre varyasyonu alınarak sıfıra eşitlenirse aşağıdaki denklem takımı elde edilebilir:

$$\mathbf{F}_s \mathbf{z}_k + \mathbf{H}_d \ddot{u}_{gk} + \mathbf{G} F_{ck} - \mathbf{z}_{k+1} = \mathbf{0}, \quad (11)$$

$$\mathbf{Q} \mathbf{z}_k + \mathbf{F}_s^T \lambda_{k+1} - \lambda_k = \mathbf{0}, \quad (12)$$

$$R F_{ck} + \mathbf{G}^T \lambda_{k+1} = 0. \quad (13)$$

Lagrange çarpanı matrisi λ_k , zamana göre değişimi çok az olan, dolayısıyla sabit kabul edilebilen [13] Riccati Matrisi $\mathbf{P}(t_k)$ yardımıyla doğrusal kontrol sistemlerinde

$$\lambda_k = \mathbf{P}_k \mathbf{z}_k \quad (14)$$

şeklinde tanımlanır. Bu tanım sabit Riccati Matrisi için geçerlidir.

Yapı mühendisliği uygulamaları göstermiştir ki $\mathbf{P}(t)$ matrisinin elemanlarının kontrol aralığında zamanla değişiminin çok düşük olduğu, bu nedenle de bu aralıkta sabit kaldığı varsayılabilir.

Gerekli matematiksel işlemler gerçekleştirilirse Riccati Matrisi ve kontrol kuvveti

$$\mathbf{P} = \mathbf{Q} + \mathbf{F}_s^T \mathbf{P} (\mathbf{I} + \mathbf{G} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{G}^T \mathbf{P})^{-1} \mathbf{F}_s, \quad (15)$$

$$\mathbf{F}_{ck} = -\mathbf{R}^{-1} \mathbf{G}^T \mathbf{P} \mathbf{z}_{k+1} = -(\mathbf{R} + \mathbf{G}^T \mathbf{P} \mathbf{G})^{-1} \mathbf{G}^T \mathbf{P} \mathbf{F}_s \mathbf{z}_k \quad (16)$$

olarak; sistemin $k + 1$ adımındaki yanıtı ise

$$\mathbf{z}_{k+1} = (\mathbf{I} + \mathbf{G} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{G}^T \mathbf{P})^{-1} \mathbf{F}_s \mathbf{z}_k + \mathbf{H}_d \ddot{u}_{gk} \quad (17)$$

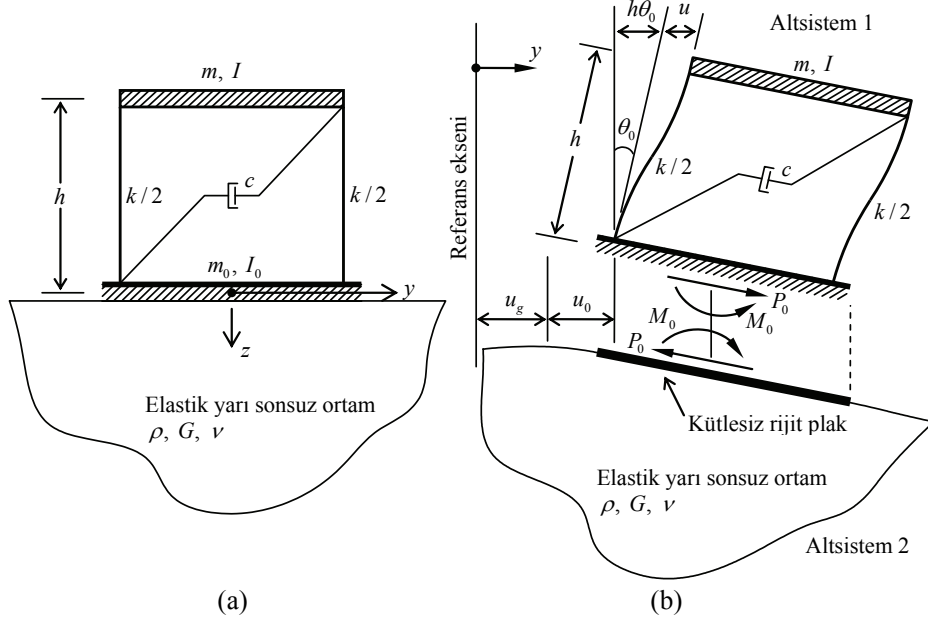
şeklinde elde edilir.

4. YAPI-ZEMİN ETKİLEŞİMİ

Şekil değiştirebilir zemine oturan yapıların davranışı rijit zemine mesnetlendirilmiş yapıların davranışından farklıdır. Şekil değiştirebilir zemine oturan yapıların dinamik analizi çeşitli kaynaklarda yapı-zemin etkileşimi olarak genişçe ele alınan yöntemler kullanılarak yapılabilir [14, 15, 16, 17]. Bu yöntemlerden biri de altsistem hesap yöntemidir. Altsistem hesap yönteminde yapı-zemin sistemi yapı ve zemin olmak üzere iki altsisteme ayrılır. Bu iki alt sistem arasındaki ilişki birbirine zıt yönde etkiyen eşit büyüklüğe sahip etkileşim kuvvetleri ile temsil edilir.

Şekil 1a'da rijit temel plağına mesnetlendirilmiş tek serbestlik dereceli bir sistem elastik yarı sonsuz ortama oturmaktadır ve sistem iki altsisteme ayrılmaktadır. Temel plağının kütlesi m_0 ve x eksenini etrafındaki kütleli atalet momenti I_0 'dır. Yarı sonsuz ortam yüzeyindeki yer ivmesi \ddot{u}_g yapı temelini öteleme ve dönmeye zorlayarak Şekil 1b'de gösterildiği gibi etkileşim kuvvetlerini meydana getirir. P_0 , y eksenini yönündeki yanal etkileşim kuvvetini, M_0 , x eksenini etrafındaki etkileşim momentini, u yapı kütlelerinin y eksenini yönündeki yerdeğiştirmesini, u_0 temel plağının yerdeğiştirmesini, u_g zeminin yerdeğiştirmesini, θ_0 ise temel plağının x eksenini etrafındaki dönmesini göstermektedir. k , c , m , I sırasıyla üstyapının rijitliği, sönümü, kütlesi ve kütleli atalet momentidir. h yapı yüksekliğidir. Elastik yarı sonsuz ortamın özelliklerini tanımlayan parametreler ise kütleli yoğunluk ρ , kayma modülü G ve Poisson oranı ν 'dür.

Üstyapı ve zemin olmak üzere iki parçaya ayrılan altsistemlere ait hareket denklemleri ayrı ayrı yazıldıktan sonra, etkileşim yüzeyindeki geometrik uygunluk ve denge koşulları kullanılarak yazılan denklem takımından temel dönmesi ve temel yanal yerdeğiştirmesi önce frekans tanım alanında, daha sonra zaman tanım alanında elde edilebilir.



Şekil 1: Yarı sonsuz ortama oturan tek serbestlik dereceli sistem [17]

Temel-zemin sisteminin rijitliği olarak tarif edilen empedans katsayılarının elde edilmesi çeşitli çalışmalarda araştırma konusu olmuştur. Bu çalışmada Veletsos ile Wei [18] tarafından elastik yarı sonsuz ortama oturan kütleli rijit dairesel plağın harmonik yükler altındaki titreşim analizi sonucunda elde edilen empedans katsayıları kullanılmıştır. Söz konusu çalışmada zemin yüzeyine oturan dairesel kütleli rijit plak için etkileşim kuvvetleri \tilde{P}_0 ve \tilde{M}_0 ile yanal yerdeğiştirme \tilde{u}_0 ve dönme $\tilde{\theta}_0$ arasındaki bağıntı, basitleştirilmiş şekliyle frekans tanım alanında aşağıdaki gibi verilmiştir:

$$\begin{Bmatrix} \tilde{P}_0(\omega) \\ \tilde{M}_0(\omega) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} (k_1 + ia_0(\omega)c_1)k_y & 0 \\ 0 & (k_2 + ia_0(\omega)c_2)k_{\theta_x} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \tilde{u}_0(\omega) \\ \tilde{\theta}_0(\omega) \end{Bmatrix} \quad (18)$$

Bu denklemdaki katsayılar zemin ortamının Poisson oranı ve frekans parametresi a_0 'a bağlı olarak verilmiştir. a_0 aşağıdaki gibi tarif edilmiştir:

$$a_0 = \frac{\omega r}{c_s} \quad \text{ve} \quad c_s = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad (19)$$

Burada ω dış etkinin titreşim frekansı, r dairesel plağın yarıçapı, c_s kayma dalgasının yayılma hızı ve $i = \sqrt{-1}$ 'dir.

Dairesel plağın ötelenme ve dönme rijitlikleri sırasıyla

$$k_y = \frac{8Gr}{(2-\nu)}, \quad k_{\theta x} = \frac{8Gr^3}{3(1-\nu)} \quad (20)$$

olarak verilmiştir. Temel empedans katsayıları

$$k_{yy} = (k_1 + ia_0(\omega)c_1)k_y \quad \text{ve} \quad k_{\theta\theta} = (k_2 + ia_0(\omega)c_2)k_{\theta x} \quad (21)$$

şeklinde verilmiştir. Bu denklemlerde kullanılan ötelenmeye ait rijitlik ve sönüm katsayıları k_1, c_1 ve dönmeye ait rijitlik ve sönüm katsayıları k_2, c_2 sayısal olarak verilmiştir. Denklem (18), yukarıda verilen temel empedans katsayıları kullanılarak aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\begin{Bmatrix} \tilde{P}_0(\omega) \\ \tilde{M}_0(\omega) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{yy}(\omega) & 0 \\ 0 & k_{\theta\theta}(\omega) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \tilde{u}_0(\omega) \\ \tilde{\theta}_0(\omega) \end{Bmatrix}. \quad (22)$$

u_0 ve θ_0 de dahil edilerek Şekil 1'de verilen sistemin hareket denklemi

$$m[\ddot{u}_g(t) + \ddot{u}_0(t) + h\ddot{\theta}_0(t) + \ddot{u}(t)] + c\dot{u}(t) + ku(t) = 0 \quad (23)$$

olarak yazılabilir. Yapı ve temel sisteminin hareket denklemi de aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$m[\ddot{u}_g(t) + \ddot{u}_0(t) + h\ddot{\theta}_0(t) + \ddot{u}(t)] + m_0[\ddot{u}_g(t) + \ddot{u}_0(t)] + k_y u_0(t) = 0, \quad (24)$$

$$mh[\ddot{u}_g(t) + \ddot{u}_0(t) + h\ddot{\theta}_0(t) + \ddot{u}(t)] + I_0\ddot{\theta}_0(t) + k_{\theta\theta}\theta_0(t) = 0. \quad (25)$$

Hareket denklemlerinin her iki tarafına Fourier Dönüşümü uygulanarak Denklem (23) - (25) özel bir frekans için aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$(-\omega^2 m + i\omega c + k)\tilde{u} - m\omega^2 \tilde{u}_0 - m\omega^2 h\tilde{\theta}_0 = m\omega^2 \tilde{u}_g, \quad (26)$$

$$-m\omega^2 \tilde{u} + (k_{yy} - m\omega^2 - m_0\omega^2)\tilde{u}_0 - m\omega^2 h\tilde{\theta}_0 = (m\omega^2 + m_0\omega^2)\tilde{u}_g, \quad (27)$$

$$-mh\omega^2\tilde{u} - mh\omega^2\tilde{u}_0 + (k_{\theta\theta} - mh^2\omega^2 - \omega^2 I_0)\tilde{\theta}_0 = mh\omega^2\tilde{u}_g. \quad (28)$$

Özel bir frekansa ait bu üç adet cebirsel denklemden oluşan denklem takımından u , u_0 ve θ_0 çözülebilir. Bu büyüklüklerin zaman tanım alanındaki hızı ve ivmesi de sonlu farklar yöntemi yardımıyla sayısal olarak elde edilebilir.

5. ZEMİNLE ETKİLEŞEN YAPILARIN OPTİMAL KONTROLÜ

Şekil 1’de verilen deprem etkisindeki bir yapı için yapı-zemin etkileşimi dahil edilerek yazılan denge denklemi (23), kontrol kuvvetinin de eklenmesi durumunda

$$m[\ddot{u}_g(t) + \ddot{u}_0(t) + h\ddot{\theta}_0(t) + \ddot{u}(t)] + c\dot{u}(t) + ku(t) - F_c(t) = 0 \quad (29)$$

olarak yazılabilir. İçsel kontrol söz konusu olduğunda bina ve temel sistemi için yazılan denge denklemleri (24) ve (25)’da herhangi bir değişiklik olmayacaktır [10].

Denklem (29)’daki optimal kontrol kuvvetinin belli olduğu varsayılırsa özel bir frekans için Denklem (29) frekans tanım alanında aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$(-\omega^2 m + i\omega c + k)\tilde{u} - m\omega^2\tilde{u}_0 - m\omega^2 h\tilde{\theta}_0 = m\omega^2\tilde{u}_g + \tilde{F}_c. \quad (30)$$

Denklem (30), (27) ve (28)’den oluşan cebirsel denklem takımından \tilde{u}_0 ile $\tilde{\theta}_0$ bir önceki bölümde açıklandığı gibi elde edilebilir.

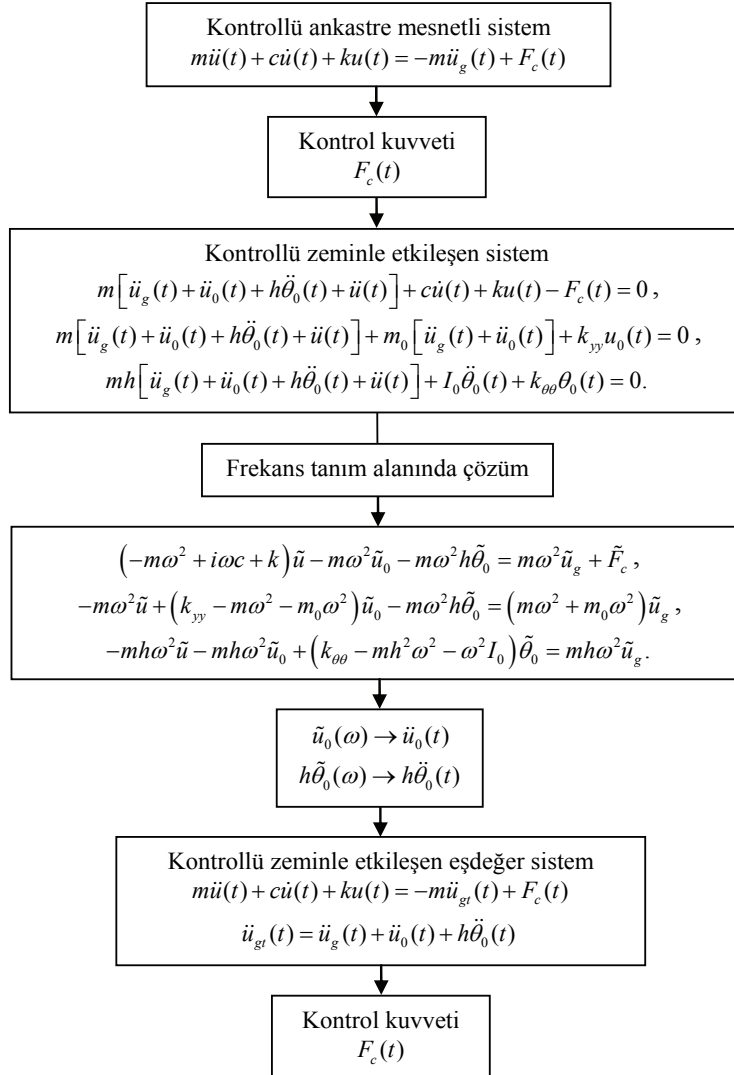
Bu çalışmada zeminle etkileşen yapıya uygulanacak optimal kontrol kuvvetinin hesabı için iki adımlı ardışık yaklaşıma dayalı bir yöntem önerilmiştir. Birinci adımda, kontrol kuvveti uygulanmış ve zeminle etkileşen sistemin hareket denklemi olan (29) denkleminde kullanılacak kontrol kuvveti, ankastre mesnetli sistemin hareket denklemi (1)’den elde edilir. Kontrol kuvveti bu şekilde belirlendikten sonra birinci adıma ait zaman tanım alanındaki temel yanal yerdeğiştirme ivmesi $\ddot{u}_0(t)$ ve dönme ivmesi $\ddot{\theta}_0(t)$, Fourier Dönüşümü ve sayısal yöntemler yardımıyla hesaplanabilir. İkinci adımda $\ddot{u}_0(t)$ ile $\ddot{\theta}_0(t)$, ankastre mesnetli kontrollü sistemin hareket denklemi (1)’e dahil edilerek Denklem (29) ile aynı şekle sahip, zaman tanım alanında çözümü yapılabilen, kontrol kuvveti uygulanmış ve zeminle etkileşen sisteme eşdeğer yeni bir sistem oluşturulabilir.

$$\ddot{u}_{gt}(t) = \ddot{u}_g(t) + \ddot{u}_0(t) + h\ddot{\theta}_0(t) \quad (31)$$

olmak üzere Denklem (29) tekrar aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$m\ddot{u}(t) + c\dot{u}(t) + ku(t) = -m\ddot{u}_{gr}(t) + F_c(t). \quad (32)$$

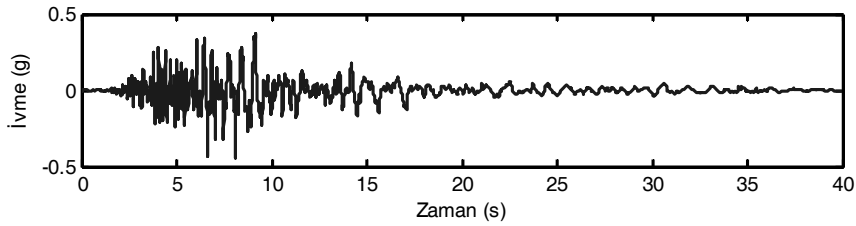
Denklem (32)'ye klasik optimal kontrol hesap adımları uygulanabilir. Bu şekilde, yapıya uygulanacak optimal kontrol kuvveti hesaplanırken elastik zemine oturan temelin yanıl yerdeğiştirmesi ve dönmesi de hesaba dahil edilmiş olur. Şekil 2'de önerilen hesap yöntemi akış diyagramı biçiminde özetlenmiştir.



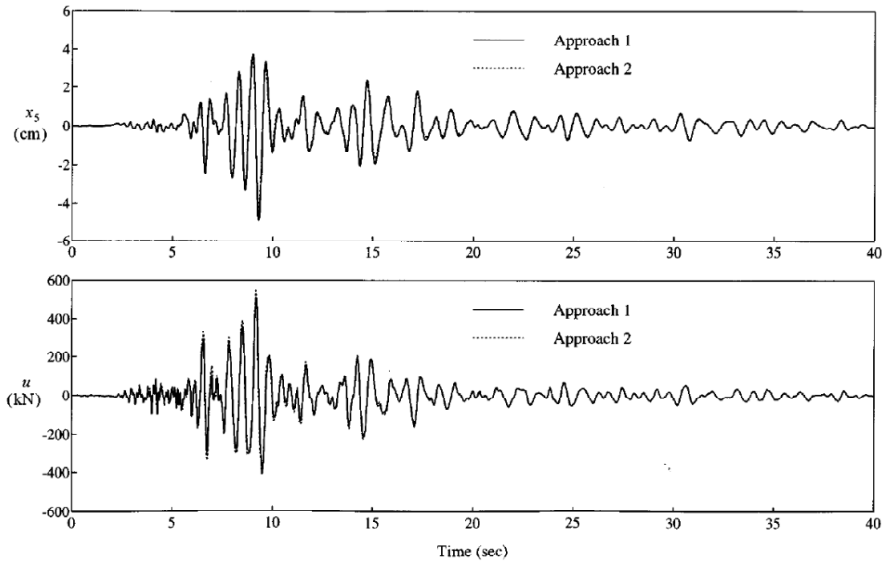
Şekil 2: Kontrollü, zeminle etkileşen sistem için ardışık yaklaşıma dayalı hesap yöntemi akış diyagramı

Sayısal Karşılaştırma ve Değerlendirme

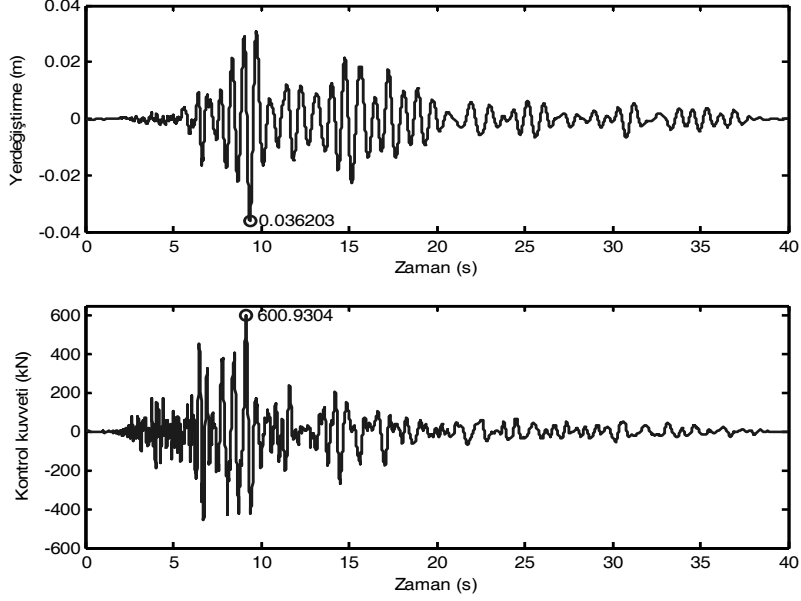
Bu çalışmada önerilen yöntemin doğruluğunu kontrol etmek amacıyla Smith ve Wu [19] tarafından yapılan sayısal örnek benzer parametrelerle çözülmüş, elde edilen sonuçlar karşılaştırılmıştır. Smith ve Wu tarafından sayısal uygulama için kullanılan 5 katlı kayma çerçevesinde her katın kütlesi $m_i = 60000$ kg, her katın rijitliği $k_i = 60000$ kN/m, her katın yüksekliği $h_i = 5$ m, temel plağı kenar uzunluğu $b = 5$ m, temel plağının kütlesi $m_0 = 120000$ kg, zeminin kayma dalgası hızı $c_s = 300$ m/s, Poisson oranı $\nu = 0.33$ kütleli yoğunluğu $\rho = 1700$ kg/m³, sönüm oranı $\zeta = 0.02$ ve kontrol parametresi $\beta = 10^{-7}$ 'dir. Kontrol kuvveti sadece 5. kata uygulanmıştır. Bu çalışmada temel plağının yarıçapı $r = 3$ m olarak kabul edilmiştir. Sistem Şekil 3'te verilen 1989 yılında Capitola İstasyonu'nda kaydedilen Loma Prieta depremi etkisi altındadır. Smith ve Wu tarafından elde edilen 5. katın yanal yerdeğiştirmesi ve 5. kata uygulanacak kontrol kuvveti Şekil 4'te verilmiştir. Bu çalışmada, önerilen yöntem çok serbestlik dereceli sistem için genişletilerek elde edilen 5. katın yanal yerdeğiştirmesi ve 5. kata uygulanacak kontrol kuvveti Şekil 5'te verilmiştir. Şekillerden görüldüğü gibi elde edilen sonuçlar kabul edilebilir yaklaşıktır.



Şekil 3: 1989 Loma Prieta depremi ivme kaydı



Şekil 4: 5. kat yerdeğiştirmesi ve 5. kata uygulanacak kontrol kuvveti



Şekil 5: 5. kat yerdeğiştirmesi ve 5. kata uygulanacak kontrol kuvveti

Sayısal Örnek

Şekil 1’de verilen, optimal kontrol kuvveti uygulanmış tek serbestlik dereceli sistemde $m = 175000$ kg, sönüm oranı $\zeta = c / (2\sqrt{km}) = 0.05$, titreşim periyodu $T_n = 0.2$ s, 0.5 s, 1.0 s, 3.0 s, 5.0 s, kat yüksekliği $h = 3$ m, temel kütlesi $m_0 = 0$, dairesel temel plağının yarıçapı $r = 3$ m, zeminin kayma modülü $G = 10000$ kN/m², Poisson oranı $\nu = 0.33$ ve kütleli yoğunluğu $\rho = 2000$ kg/m³ olarak verilmiştir. Bu durumda zemin kayma dalgası hızı $c_s = 70.1$ m/s olmaktadır. Örnek olarak $T_n = 0.5$ s için sistemin rijitliği $k = m(2\pi / T_n)^2 = 27634.89$ kN/m olarak hesaplanabilir. Sistem Şekil 6’da verilen El-Centro depremi etkisi altındadır.

Kabul edilen optimal kontrol parametreleri aşağıdaki gibidir:

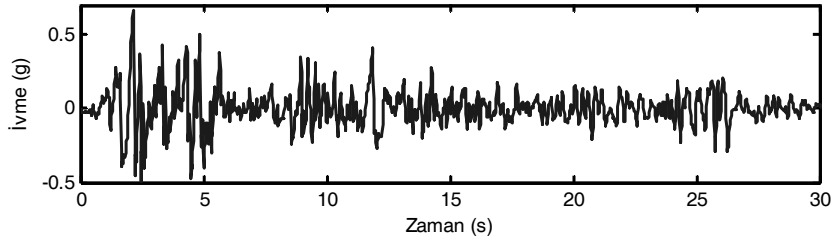
$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 27634.89 & 0 \\ 0 & 175 \end{bmatrix}, \quad R = 0.001, \quad \mathbf{z}_0 = \begin{Bmatrix} u_0 \\ \dot{u}_0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}.$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0.0 & 1.0 \\ -157.9137 & -1.2566 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0.00571428 \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{H} = \begin{Bmatrix} 0 \\ -1 \end{Bmatrix}.$$

El-Centro depreminin örneklendiği $\Delta t = 0.02$ s zaman aralığı için

$$\mathbf{F}_s = \begin{bmatrix} 0.968844 & 0.019543 \\ -3.086185 & 0.944285 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H}_d = \begin{bmatrix} -0.00019729 \\ -0.01954349 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0.000001127399 \\ 0.000111677114 \end{bmatrix},$$
$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 597011.6824 & 4359.5783 \\ 4359.5783 & 3683.2580 \end{bmatrix}.$$

olarak hesaplanabilir.

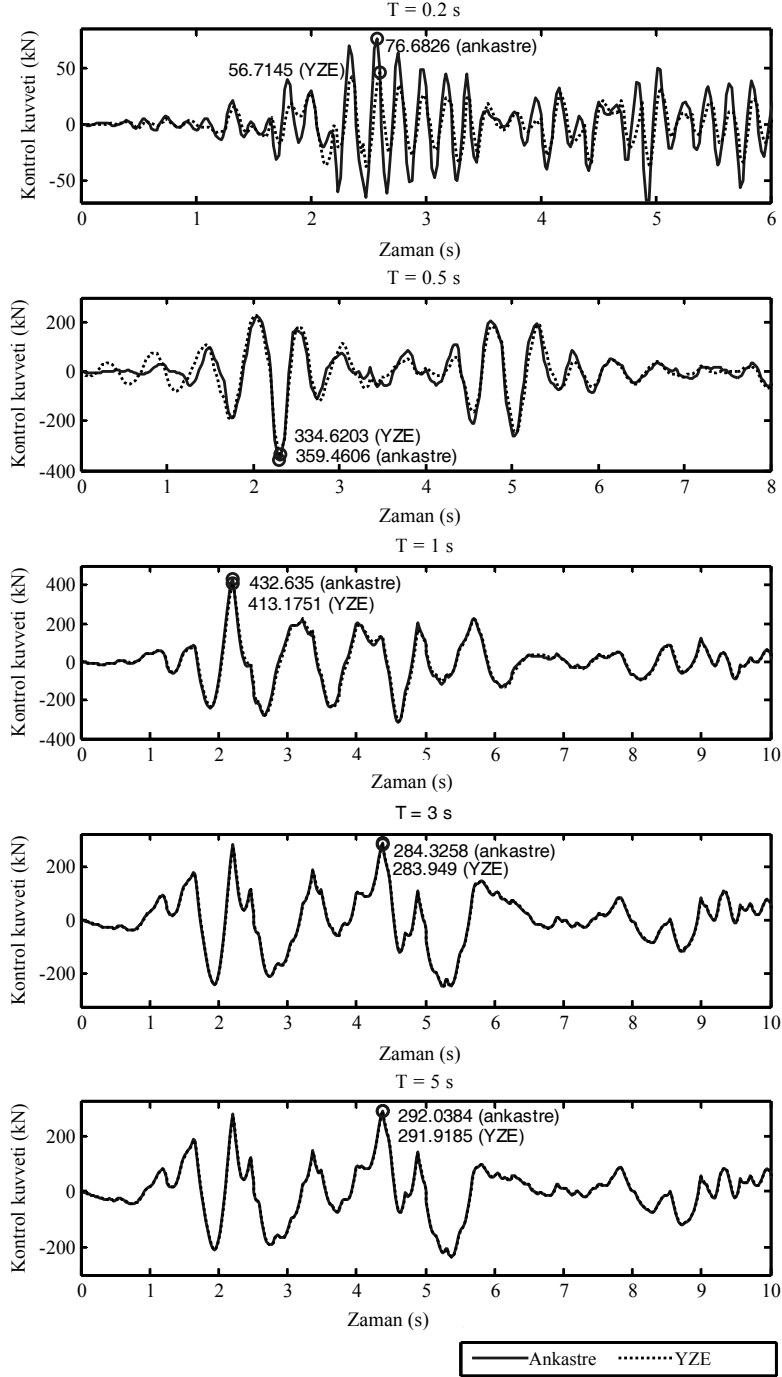


Şekil 6: 1940 El-Centro depremi ivme kaydı

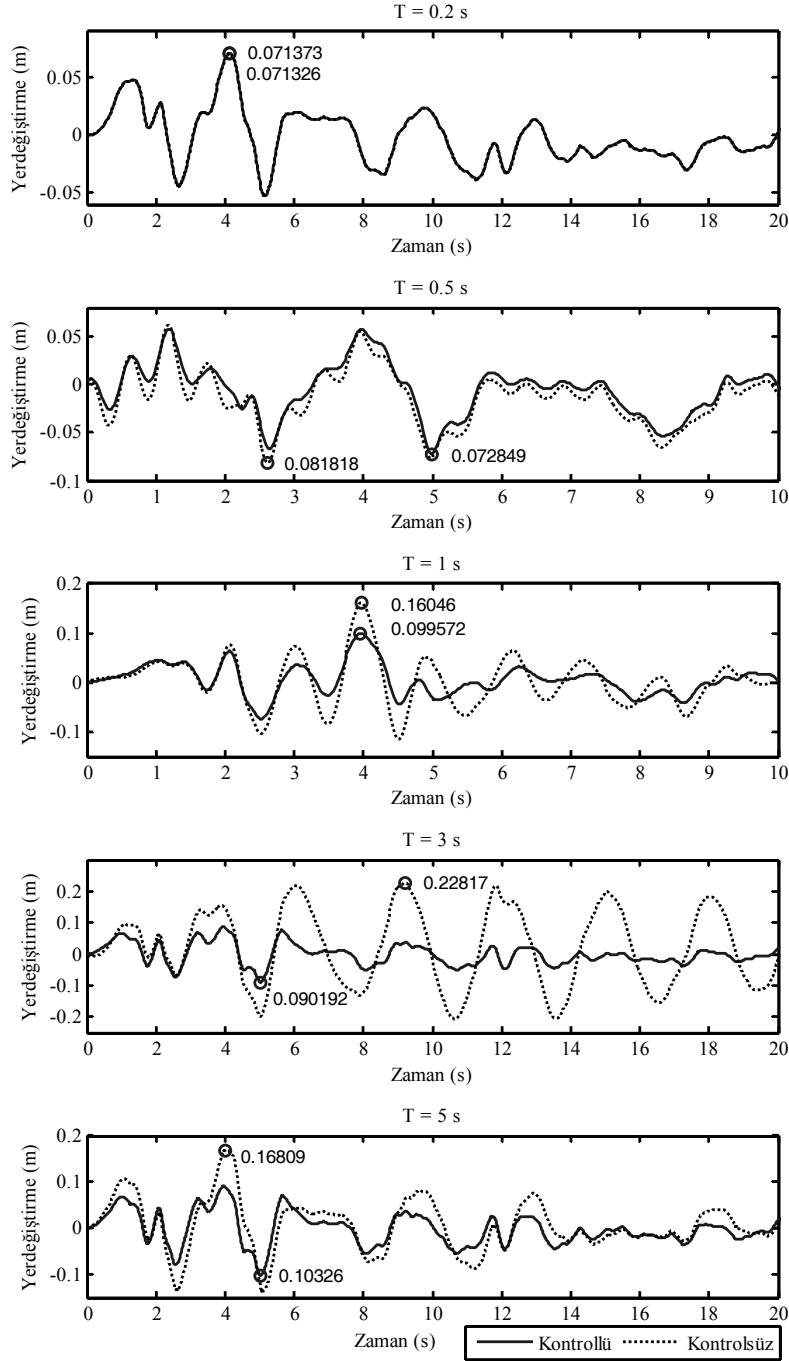
Ankastre mesnetli ve zeminle etkileşen sisteme uygulanan optimal kontrol kuvveti ve maksimum değerleri Şekil 7’de verilmiştir. Şekil 7’den görüldüğü gibi $T_n = 0.2$ s olan sistemde ankastre mesnetli sisteme uygulanan kontrol kuvvetinin maksimum değeri ile zeminle etkileşen sisteme uygulanan kontrol kuvvetinin maksimum değeri arasındaki fark 19.97 kN olarak hesaplanmıştır. Bu değer $T_n = 5.0$ s olan sistemde 0.12 kN mertebesindedir. Oransal olarak bakıldığında ankastre mesnetli sisteme uygulanan kontrol kuvvetinin maksimum değeri ile zeminle etkileşen sisteme uygulanan kontrol kuvvetinin maksimum değeri arasındaki oran $T_n = 0.2$ s için 1.35; $T_n = 0.5$ s için 1.07; $T_n = 1.0$ s için 1.05 ve $T_n = 1.0$ s’den büyük değerler için 1.05’ten daha küçük olarak elde edilmiştir. Dolayısıyla görece rijit yapılarda, özellikle zeminin bu örnekte olduğu gibi oldukça yumuşak olduğu durumlarda, zeminle etkileşen yapılara uygulanan optimal kontrol kuvveti, ankastre mesnetli sistemlere uygulanan optimal kontrol kuvvetinden belirli ölçüde farklıdır. Sistemin serbest titreşim periyodu büyüdükçe ankastre mesnetli ve zeminle etkileşen sistem için uygulanan optimal kontrol kuvvetinin zamanla değişimi birbirine yaklaşmaktadır.

Optimal olarak kontrol edilen ve kontrol edilmeyen sistemin üstyapı yerdeğiştirmeleri ve maksimum değerleri Şekil 8’de verilmiştir. Şekil 8’den görüldüğü gibi $T_n = 0.2$ s ve 0.5 s olduğunda zeminle etkileşen kontrol kuvveti uygulanmış ve kontrol kuvveti uygulanmamış sistemlerin yerdeğiştirmeleri benzer değere sahip olurken, söz konusu yerdeğiştirmeler arasındaki fark $T_n = 1.0$ s olduğunda 0.062 m; $T_n = 3.0$ s olduğunda 0.138 m; $T_n = 5.0$ s olduğunda 0.065 m olarak hesaplanmıştır. Oransal olarak bakıldığında kontrol kuvveti uygulanmamış ve kontrol kuvveti uygulanmış sistemlerin yerdeğiştirmelerinin oranı $T_n = 0.2$ s ve 0.5 s için 1.0; $T_n = 1.0$ s için 1.63; $T_n = 3.0$ s için 2.53; $T_n = 5.0$ s için 1.63 şeklindedir. Dolayısıyla zeminle etkileşen görece rijit sistemlere optimal kontrol kuvveti uygulanarak elde edilen kazanç önemli mertebede değildir; sistemin serbest titreşim periyodu orta periyoda (3.0 s civarı) yaklaştıkça elde edilen kazanç daha belirgin hale gelmektedir; uzun periyot (5.0 s civarı) söz konusu olduğunda ise elde edilen kazanç tekrar göreceli olarak azalmaktadır.

Elastik Zeminle Dinamik Olarak Etkileşen Tek Serbestlik Dereceli ...

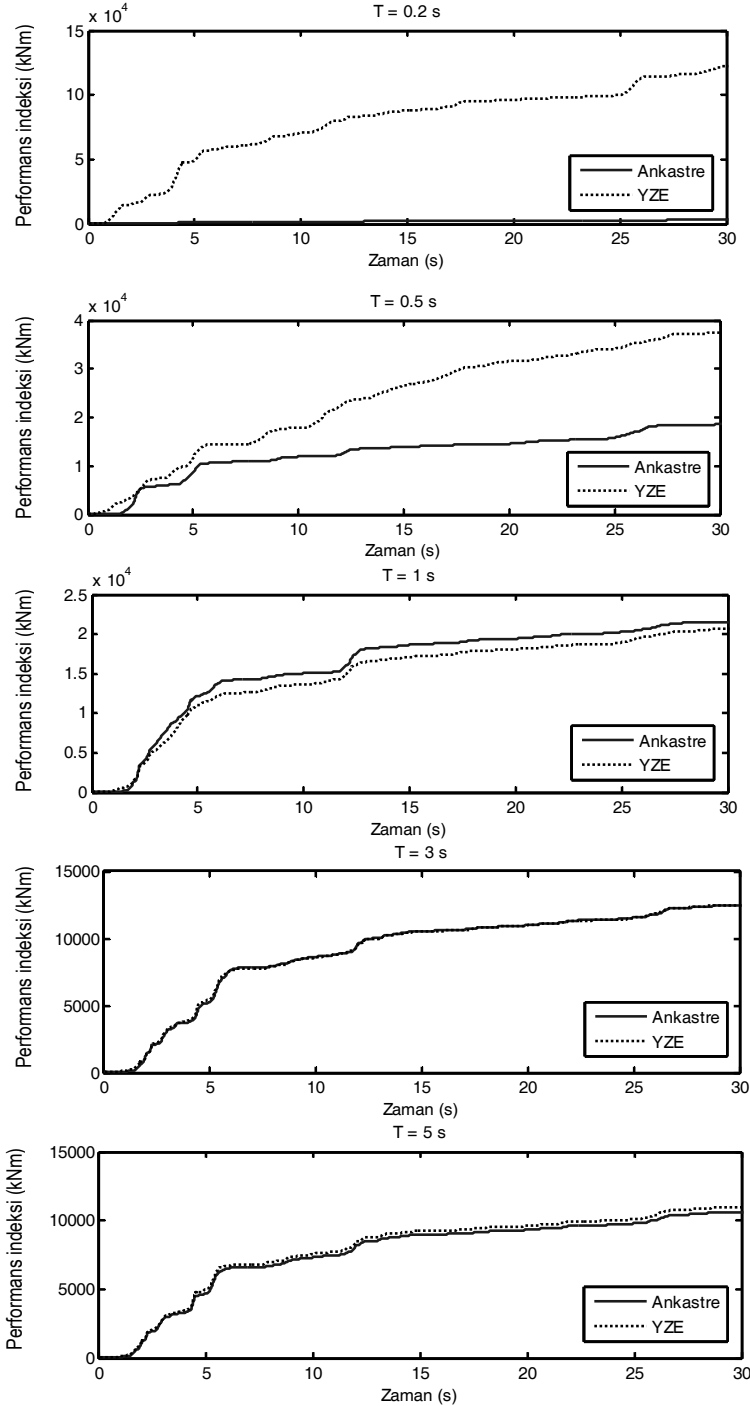


Şekil 7: Zeminle etkileşen tek serbestlik dereceli sisteme uygulanan optimal kontrol kuvveti



Şekil 8: Zeminle etkileşen optimal kontrollü ve kontrolsüz sistemin üstyapı yerdeğiştirmesi

Elastik Zeminle Dinamik Olarak Etkileşen Tek Serbestlik Dereceli ...



Şekil 9: Ankastré ve zeminle etkileşen optimal kontrollü sistemin performans indeksi

Şekil 9' da ise J performans indeksinin zamanla değişimi, yukarıda tanımlanan beş ayrı tek serbestlik dereceli yapı sistemi için T_n doğal periyoduna bağlı olarak yapı-zemin etkileşiminin söz konusu olması ve olmaması durumları için ayrı ayrı verilmiştir. Performans indeksinin integrandı pozitif olduğu için performans indeksi zamanla monoton artan fonksiyonlar olarak elde edilmiştir. Bu şeklin incelenmesinden de kolaylıkla görülebileceği üzere, elastik yapı zemine göre yumuşadıkça performans indeksi azalmakta ve yapı-zemin etkileşiminin göz önünde tutulması ve tutulmaması durumlarında performans indeksinde ortaya çıkan fark da azalmaktadır.

6. SONUÇLAR

Bu çalışmada zeminle etkileşen yapıların deprem sırasında optimal olarak kontrol edilebilmesi için gereken kontrol kuvvetlerinin belirlenmesinde kullanılacak iki adımlı ardışık yaklaşıma dayanan sayısal bir algoritma geliştirilmiş ve geliştirilen algoritmanın yeteri kadar doğruluğu Smith ve Wu tarafından yapılan çalışmayla sayısal olarak karşılaştırarak gösterilmiştir. Ayrıca bir adet sayısal uygulama yapılmıştır. Yapılan hesaplamalarda 1940 El-Centro depremi ivme kaydı kullanılmıştır. Bu deprem yer hareketi için yapı zemine göre yumuşadıkça yapının optimal olarak kontrol edilebilmesi için gereken kontrol kuvvetleri, yapı-zemin dinamik etkileşimi etkileri düşük düzeyde kalacağı için rijit zemine mesnetlendirilmiş sistem için belirlenmiş kontrol kuvvetlerine yakın değerler almaktadır. Yerdeğiştirmeler karşılaştırıldığında ise yapı zemine göre yumuşadıkça yerdeğiştirmelerin kontrolünde çok daha fazla kazanç sağlandığı görülmektedir.

Semboller

- c : sistemin sönümü
 c_1 : temel ötelenmesine ait sönüm katsayısı
 c_2 : temel dönmesine ait sönüm katsayısı
 F_c : optimal kontrol kuvveti
 F_{ck} : ayrılaştırılmış kontrol kuvveti
 G : zeminin kayma modülü
 h : yapı yüksekliği
 I : üstyapı kütesinin kütleli atalet momenti
 I_0 : temel plağının kütleli atalet momenti
 J : amaç fonksiyonu
 k : sistemin rijitliği
 k_1 : temel ötelenmesine ait rijitlik katsayısı

- k_2 : temel dönmesine ait rijitlik katsayısı
 $k_{yy}(\omega)$: zeminin frekansa bağlı yanal empedans katsayısı
 $k_{\theta\theta}(\omega)$: zeminin frekansa bağlı dönel empedans katsayısı
 L : Lagrange formülasyonu indeksi
 m : sistemin kütlesi
 m_0 : temel plağının kütlesi
 M_0 : temel-zemin sisteminin etkileşim momenti
 \mathbf{P} : Riccati Matrisi
 P_0 : temel-zemin sisteminin yanal etkileşim kuvvetini
 \mathbf{Q} : kontrol ağırlık matrisi
 R : kontrol ağırlık katsayısı
 T_n : sistemin doğal titreşim periyodu
 u : sistemin göreceli yerdeğiştirilmesi
 \dot{u} : sistemin göreceli hızı
 \ddot{u} : sistemin göreceli ivmesi
 \ddot{u}_g : yer hareketi ivmesi
 \ddot{u}_{gk} : ayrıklaştırılmış deprem yer hareketi ivmesi
 u_0 : temel plağının yanal yerdeğiştirilmesi
 \ddot{u}_0 : temel plağının yanal ivmesi
 \mathbf{z} : durum vektörü
 β : kontrol parametresi
 ζ : sönüm oranı
 λ_k : Lagrange çarpanı
 ν : zeminin Poisson oranı
 θ_0 : temel plağının dönmesi
 $\ddot{\theta}_0$: temel plağının dönel ivmesi
 ρ : zeminin kütleli yoğunluğu

Kaynaklar

- [1] Wong, H. L., Luco, J. E., Active control of the seismic response of structures in the presence of soil-structure interaction effects, Proc. U.S. National Workshop on Structural Control Research, University of Southern California, Los Angeles, CA, 231- 235, 25 - 26 October, 1990.
- [2] Wong, H. L., Luco, J. E., Structural control including soil-structure interaction effects, Journal of Engineering Mechanics, ASCE, 1, 2237 – 2250, 1991.
- [3] Sato, T., Toki, K., Matsushima, H., Optimal control of structures taking into account the dynamic soil-structure interaction, Colloquium on Control of Structures, Tokyo, 257 - 263 (in Japanese), July, 1991.
- [4] Wong, H. L., Luco, J. E., Effects of soil-structure interaction on the seismic response of structures subjected to active control, Proc. 10th World Conf. on Earthquake Engineering, Madrid, Spain, 2137 – 2142, 1992.
- [5] Sato, T., Toki, K., Predictive control of seismic response of structures taking into account the soil-structure interaction, Proc. 1st European Conf. on Smart Structures and Materials, Glasgow, Scotland, 245 – 250, 1992.
- [6] Alam, S. M. S., Baba, S., A robust active optimal control scheme including soil-structure interaction, Journal of Structural Engineering, ASCE, 119, 2533 – 2551, 1993.
- [7] Smith, H. A., Wu, W. H., Borja, R. I., Active structural control with soil-structure interaction effects, Proc. U.S. - Italy - Japan workshop/symposium on structural control and intelligent systems, Sorrento, Italy, 204-218, 1992.
- [8] Smith, H. A., Wu, W. H., Borja, R. I., Structural control considering soil-structure interaction effects, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 23, 609 – 626, 1994.
- [9] Wu, W. H., Smith, H. A., Optimal structural control considering soil-structure interaction effects, Report No. JABEEC 112, John A. Blume Earthquake Engineering Center, Stanford University, CA., 1994.
- [10] Wu, W. H., Smith, H. A., Comparison of SSI effects on externally and internally controlled systems, Smart Materials of Structures, 4, A158 - A168, 1995.
- [11] Luco, J. E., A simple model for structural control including soil-structure interaction effects, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 27, 225 – 242, 1998.
- [12] Hart, G. C., Wong, K., Structural Dynamics for Structural Engineers, John Wiley & Sons, Inc., NY., 2000.
- [13] Soong, T. T., Active Structural Control: Theory and Practice, Longman Scientific and Technical, New York, NY., 1990.
- [14] Wolf, J. P., Dynamic Soil-Structure Interaction, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, NJ., 1985.

- [15] Wu, W. H., Smith, H. A., Efficient modal analysis for structures with soil-structure interaction, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 24, 283-299, 1995.
- [16] Çelebi, E., Gündüz, A. N., An Efficient Seismic Analysis Procedure for Torsionally Coupled Multistory Buildings Including Soil-Structure Interaction, *Turkish Journal of Engineering and Environmental Sciences*, Vol. 29, 143-157, 2005.
- [17] Clough, R. W., Penzien, J., *Dynamics of Structures*, Computers & Structures, Inc., Berkeley, CA., 2003.
- [18] Veletsos, A. S., Wei, Y. T., Lateral and rocking vibrations of footings, *Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division, ASCE*, 97(9), 1227-1248, 1971.
- [19] Smith, H. A., Wu, W. H., Effective optimal structural control of soil-structure interaction systems, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 26, 549-570, 1997.