

## Kapak Mansabında Batmış Hidrolik Sıçramanın Deneysel ve Sayısal Modellenmesi

Veysel GÜMÜŞ\*  
M. Sami AKÖZ\*\*  
M. Salih KIRKGÖZ\*\*\*

### ÖZ

Mansabında batmış hidrolik sıçramanın olduğu düşey bir kayar kapak içeren açık kanal modelinde,  $Fr_1=1.77$  ve  $1.35$  olan akımlar için su yüzü profili ölçülmüştür. Akımı idare eden denklemler, deney koşullarındaki akımlar için *Sonlu Hacimler* yöntemi ile sayısal olarak çözülmüştür. Sayısal modellemelerde, *Standard k-ε*, *Renormalization-group k-ε* ve *Realizable k-ε* türbülans kapatma modelleri kullanılmıştır. Sayısal model bulgularının deneysel olarak doğrulanmasına yönelik yapılan karşılaştırmalar, serbest su yüzü profili ve batmış hidrolik sıçrama geometrisinin belirlenmesinde *Renormalization-group k-ε* türbülans modelinin diğer ikisine göre daha başarılı olduğunu göstermiştir.

**Anahtar Kelimeler:** Batmış hidrolik sıçrama, sonlu hacimler yöntemi, VOF yöntemi, türbülans kapatma modelleri, su yüzü profili

### ABSTRACT

#### Experimental and Numerical Modeling of Submerged Hydraulic Jump Downstream of a Sluice Gate

The flow profile in an open channel model with submerged hydraulic jump downstream of a vertical sluice gate is measured for flow cases with  $Fr_1=1.77$  and  $1.35$ . The governing equations are numerically solved using *Finite Volume* method for the flows having the same conditions with experiments. In the numerical simulations, *Standard k-ε*, *Renormalization-group k-ε* and *Realizable k-ε* turbulence closure models are employed. Experimental validations of the numerical results show that computations using *Renormalization-group k-ε* turbulence model are the most successful, among the three, in predicting the free surface of the flow and the geometry of the submerged hydraulic jump.

**Keywords:** Submerged hydraulic jump, finite volume method, VOF method, turbulence closure models, flow profile

---

Not: Bu yazı

- Yayın Kurulu'na 06.03.2012 günü ulaşmıştır.
- 30 Haziran 2013 gününe kadar tartışmaya açıktır.

\* Çukurova Üniversitesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, Adana - vgumus@cu.edu.tr  
\*\* Çukurova Üniversitesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, Adana - msa@cu.edu.tr  
\*\*\* Çukurova Üniversitesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, Adana - skirkgoz@cu.edu.tr

## 1. GİRİŞ

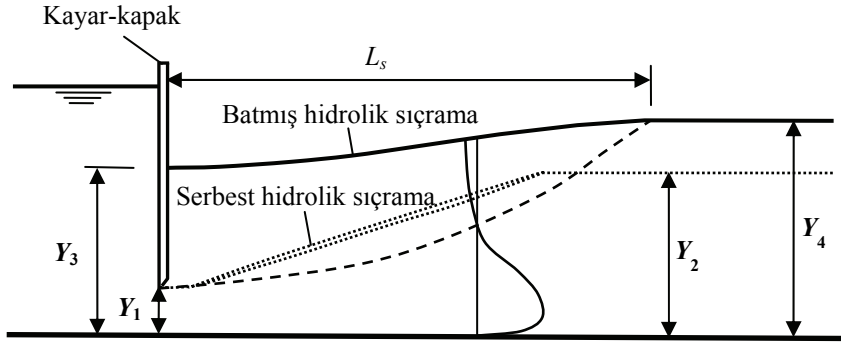
Kayar kapaklar açık kanal akımlarının kontrolünde kullanılan su yapılarındandır. Yumuşak eğimli kanalda, kritik-üstü rejim ile kapak altından çıkan su akımı, kısa mesafeli bir daralmanın ardından M3 yavaş değişen akım profili göstererek serbest hidrolik sıçramayı takiben kritik-altı, üniform bir akıma dönüşür. Ancak, sıçrama sonrasındaki su derinliğinin, M3 profilindeki derinlik aralığının eşlenik değerlerinden daha büyük olması halinde, sıçrama serbest biçimde oluşamayacağından kapağın önünde batmış halde bulunacaktır. Yani, bu durumda, serbest sıçramanın memba derinliği kapak açıklığını aştığından, hidrolik sıçrama kapak ile etkileşim halinde meydana gelecek ve sıçramanın batmışlık derecesine bağlı olarak su yüzü profili değişime uğrayacaktır (Şekil 1). Serbest hidrolik sıçramanın, belirli uzunluktaki bir akım parçasını etkileyen yüzeysel çevrilerden oluşan türbülanslı yapısı ve buna bağlı enerji kayıpları batmış durumdaki hidrolik sıçramada da söz konusudur.

Su-yapı etkileşimi ile ilgili problemler, geleneksel olarak, laboratuvar ortamındaki fiziksel model deneyleri ile incelenmektedir. Diğer taraftan, son yıllarda, *Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiği* (HAD) uygulamalarında kaydedilen gelişmeler, bu tür deneylerin sayısal modeller üzerinde yapılmasını da mümkün hale getirmiştir [1, 2, 3, 4, 5, 6]. Bu bağlamda, hidrolik sıçrama içeren serbest yüzeysel akımların sayısal yöntemlerle modellenmesi mümkün olmaktadır [7]. Sayısal model deneyleri fiziksel modellerine kıyasla daha esnek, hızlı ve ekonomik olarak yapılabildiğinden, akışkan hareketinin analizinde sayısal modelleme tekniklerinin kullanımı giderek yoğunlaşmaktadır.

Bu çalışmada, düşey bir kayar-kapak mansabında oluşan batmış hidrolik sıçramanın geometrik ve kinematik özelliklerinin analizi için akımın deneysel ve sayısal modellenmesi yapılmıştır. Batık hidrolik sıçramayı içeren laboratuvar kanalında su yüzü profili ölçülmüş ve deney koşullarındaki akımlar, *Sonlu Hacimler* yöntemi ile sayısal olarak modellenmiştir. Akımı idare eden denklemler, *Standard k-ε*, *Renormalization-group k-ε* ve *Realizable k-ε* türbülans modelleri kullanılarak çözülmüştür. Açık kanalda su yüzü profilinin hesaplanmasında VOF yöntemi kullanılmıştır. Sayısal modellerden elde edilen su yüzü profilleri, deneylerden elde edilenlerle karşılaştırılmış, batmış hidrolik sıçramanın geometrik ve kinematik karakteristikleri değerlendirilmiştir.

## 2. DENEYLER

Deneysel, Çukurova Üniversitesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü Hidrolik laboratuvarında, kapalı çevrim olarak çalışan ve Şekil 2’de görülen 0.2 m genişlik, 0.2 m derinlik ve 2.4 m uzunluğundaki açık kanalda yapılmıştır. Kanala yerleştirilen kayar-kapak ve onun mansabındaki batmış sıçramanın geometrisi ile ilgili boyutlar Şekil 1’de verilmiştir. Şekil 1’de,  $Y_1$  kapak açıklığı,  $Y_2$  serbest sıçrama halinde mansap derinliği,  $Y_3$  batmış sıçramada kapak önü su derinliği ve  $Y_4$  batmış sıçramanın mansap derinliğini göstermektedir.



Şekil 1 - Batmış ve serbest hidrolik sıçramanın geometrisi



Şekil 2 - Deney kanalı ve düşey kapak önünde oluşan batmış hidrolik sıçrama

Batmış hidrolik sıçramada batmışlık derecesini temsil eden batma faktörü

$$S = \frac{Y_4 - Y_2}{Y_2} \quad (1)$$

ile tanımlanmaktadır. Burada,  $Y_2 = \frac{1}{2} Y_1 (\sqrt{1 + 8Fr_1^2} - 1)$  serbest sıçramanın ikinci derinliği ve  $Fr_1 = V_1 / \sqrt{gY_1}$  kapak altında Froude sayısıdır. Deneysel verilere dayalı olarak bulunmuş olan batmış sıçramanın uzunluğu

$$L_s = Y_2 (4.9S + 6.1) \quad (2)$$

ifadesi ile verilmiştir [8].

Bu çalışmada, özellikleri Tablo 1'de verilen iki farklı akım durumu için deneysel ölçümler yapılmıştır.  $q$  birim genişlik debisi olup mansap koşullarının ayarlanması için kanal sonuna

yerleştirilen keskin kenarlı savağın yüksekliği her bir durum için sırasıyla  $P=0.05$  m ve  $0.07$  m'dir.

Tablo 1 - Batmış hidrolik sıçrama için deney karakteristikleri

	$q$ (m <sup>3</sup> /s.m)	$Fr_1$	$Y_1$ (m)	$Y_3$ (m)	$Y_4$ (m)	$L_s$ (m)	$S$
Durum 1	0.0220	1.77	0.025	0.053	0.088	0.49	0.706
Durum 2	0.0219	1.35	0.030	0.083	0.110	0.58	0.987

### 3. FORMÜLASYON VE SAYISAL MODELLEME

#### 3.1. Temel Denklemler

Açık kanalda düşey kapak ile etkileşim halindeki iki-boyutlu, türbülanslı akımı idare eden temel denklemler, kütle korunumu ve momentum korunumu (Reynolds-ortalama Navier-Stokes) denklemleri aşağıdaki gibidir:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (3)$$

$$\rho \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right) = \rho g_i - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j^2} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (4)$$

(3) ve (4) denklemlerinde  $u_i$ ,  $x_i$  doğrultusundaki hız bileşeni,  $g_i$  yer çekimi ivmesi,  $p$  basınç,  $\mu$  dinamik viskozite,  $\rho$  akışkan yoğunluğu ve  $\tau_{ij} (= -\rho \overline{u'_i u'_j})$  türbülans (Reynolds) gerilmeleridir.

İki-boyutlu akım alanında yukarıdaki üç denklem altı adet bilinmeyen içermektedir (iki hız bileşeni  $\bar{u}_i$ , basınç  $\bar{p}$  ve üç bağımsız Reynolds gerilmesi,  $-\rho \overline{u'_i u'_j}$ ). HAD modellemelerinde, bilinmeyenler açısından (3) ve (4) denklem sisteminin kapatılabilmesi için türbülans gerilmelerinin modellenmesi gerekmektedir. Türbülans viskozitesinin doğrusal olarak tanımlanmasını esas alan Boussinesq yaklaşımına göre (4) denklemindeki türbülans kayma gerilmeleri, sıkışmayan akımlar için, aşağıdaki bünye denklemi ile verilmiştir:

$$\tau_{ij} = -\rho \overline{u'_i u'_j} = \mu_t \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \quad (5)$$

burada  $u'_i$  ve  $u'_j$  yatay ve düşey türbülans hız sapınçları,  $\mu_t$  türbülans viskozitesi,  $k (= \overline{u'_i u'_i} / 2)$  türbülans kinetik enerjisi ve  $\delta_{ij}$  Kronecker deltasıdır.

### 3.2. Türbülans Kapatma Modelleri

(5) denklemindeki  $\mu_t$  türbülans viskozitesinin tanımlanmasında birçok türbülans kapatma modeli geliştirilmiş bulunmaktadır [9]. Bu çalışmada, aşağıdaki iki-transport denklemleri ve doğrusal türbülans viskoziteli  $k$ - $\varepsilon$  modelleri kullanılmıştır:

- *Standard k- $\varepsilon$*  (SKE) [10],
- *Renormalization-group k- $\varepsilon$*  (RNG) [11] ve
- *Realizable k- $\varepsilon$*  (RKE) [12].

Bu modellerde iki adet transport denkleminin biri *türbülans kinetik enerjisi, k-denklemleri*, diğeri, *türbülans kinetik enerjisi kayıp oranı,  $\varepsilon$ -denklemleri*dir. RNG ve RKE modelleri, karmaşık akımların hesaplanmasında karşılaşılan yetersizliklerin iyileştirilmesi amacıyla SKE modelinin geliştirilmesinden elde edilmiştir. Kullanılan türbülans modelleri aşağıda kısaca özetlenmiştir.

#### SKE modeli

Bu modelde türbülans viskozitesi,  $\mu_t$ , aşağıdaki gibi ifade edilmektedir:

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (6)$$

(6) denklemindeki  $C_\mu$  boyutsuz model sabiti olup  $k$  ve  $\varepsilon$  değerlerinin bulunması için aşağıdaki iki adet transport denkleminin çözülmesi gerekmektedir:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial(\rho k)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + \tau_{ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \rho \varepsilon \quad (7)$$

$$\frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} \tau_{ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (8)$$

Model sabitleri,  $C_\mu=0.09$ ,  $\sigma_k=1.0$ ,  $\sigma_\varepsilon=1.3$ ,  $C_{1\varepsilon}=1.44$ ,  $C_{2\varepsilon}=1.92$  olarak verilmiştir [10].

#### RNG modeli

RNG modelinde  $k$ -denklemleri SKE ile aynı olup  $\varepsilon$ -denklemleri ilave bir kaynak terimi içerecek şekilde düzenlenmiştir:

$$\frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_{1\varepsilon}^* \frac{\varepsilon}{k} \tau_{ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (9)$$

Model sabitleri aşağıdaki gibi verilmiştir [11]:

$$C_\mu = 0.0845, \quad \sigma_k = \sigma_\varepsilon = 0.7194, \quad C_{1\varepsilon}^* = C_{1\varepsilon} - \frac{\eta(1-\eta/\eta_0)}{1+\beta\eta^3}, \quad C_{1\varepsilon} = 1.42,$$

$$C_{2\varepsilon} = 1.68, \quad \eta = (2S_{ij}S_{ij})^{1/2} \frac{k}{\varepsilon}, \quad S_{ij} = \frac{1}{2}(\bar{u}_{i,j} + \bar{u}_{j,i}), \quad \eta_0 = 4.377, \quad \beta = 0.012$$

Burada  $S_{ij}$  şekil değiştirme hızı tansörüdür. Görüldüğü gibi (9) denklemindeki  $C_{1\varepsilon}^*$  model sabiti, akışkan şekil değiştirme hızına bağlı  $\eta$  parametresini içermektedir. Bu ilave parametre sayesinde, RNG modelinin, ivmelenen, şiddetli eğriselliğe maruz, sınır tabakasının ayrıldığı, ikincil akımlar ve durma noktasının mevcut olduğu akımlarda SKE modeline göre daha gerçekçi sonuçlar verdiği görülmüştür.

### RKE modeli

Akım alanında yüksek şekil değiştirme hızlarının ve sınır tabakası ayrılmasının mevcut olduğu karmaşık akım durumlarında, SKE türbülans modeli üzerinde performans artırıcı olarak RKE modeli adı altında şu iyileştirmeler yapılmıştır: (a) türbülans viskozitesi,  $\mu_t$ , ifadesinde, sabit  $C_\mu$  değeri yerine değişken bir  $C_\mu^*$  terimi kullanılarak SKE modeliyle bulunan katı yüzeye dik doğrultudaki şekil değiştirme bileşenlerinin değeri küçültülmüş, ve (b)  $\varepsilon$  transport denkleminde yerel şekil değiştirme hızını esas alan farklı bir kaynak terimi kullanılmıştır [12].  $C_\mu^*$  için aşağıdaki formül verilmiştir:

$$C_\mu^* = \frac{1}{A_o + A_s \frac{U^* k}{\varepsilon}} \quad (10)$$

(10) ifadesindeki büyüklükler aşağıdaki gibidir:

$$A_o = 4, \quad A_s = \sqrt{6} \cos \phi, \quad \phi = \frac{1}{3} \arccos(\sqrt{6}W), \quad W = \frac{S_{ij}S_{jk}S_{ki}}{\tilde{S}^3}, \quad \tilde{S} = \sqrt{S_{ij}S_{ij}},$$

$$U^* = \sqrt{S_{ij}S_{ij} + \tilde{\Omega}_{ij}\tilde{\Omega}_{ij}}, \quad \tilde{\Omega}_{ij} = \Omega_{ij} - 2\varepsilon_{ijk}\omega_k^*, \quad \Omega_{ij} = \bar{\Omega}_{ij} - \varepsilon_{ijk}\omega_k^*, \quad \Omega_{ij} = \frac{1}{2}(\bar{u}_{i,j} - \bar{u}_{j,i})$$

Burada  $\bar{\Omega}_{ij}$ ,  $\omega_k^*$  açılma hızı ile dönen eksen takımına göre ölçülen ortalama rotasyon hızı tansörüdür. RKE modelinde  $\varepsilon$ -denkleminin aşağıdaki gibi ifade edilmiştir:

$$\frac{\partial(\rho\varepsilon)}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial(\rho\varepsilon)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + \rho C_1 S \varepsilon - \rho C_2 \frac{\varepsilon^2}{k + \sqrt{v\varepsilon}} \quad (11)$$

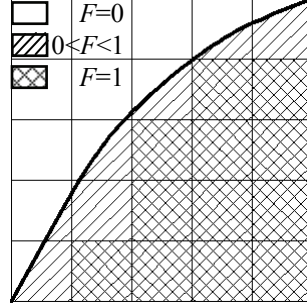
Önerilen model sabitleri:

$$C_1 = \max\left[0.43, \frac{\eta}{\eta+5}\right], \quad \eta = S \frac{k}{\varepsilon}, \quad S = \sqrt{S_{ij}S_{ij}}, \quad C_2 = 1.9, \quad \sigma_k = 1.0, \quad \sigma_\varepsilon = 1.2$$

şeklinde. RKE modelinin de RNG modeli gibi, ivmelenen, eğrisel, sınır tabakasının ayrıldığı, ikincil akımların var olduğu durumlarda SKE modeline göre daha başarılı olduğu ifade edilmiştir.

### 3.3. Akışkan Hacimleri Yöntemi İle Su Yüzünün Hesaplanması

Sayısal modellemelerde, sıvı ile havanın ara kesitindeki serbest su yüzünün bulunmasında **Akışkan Hacimleri Yöntemi** (Volume of Fluid-VOF) güvenilir bir teknik olarak kullanılmaktadır [13]. Bu yöntem, hesaplama ağında, sıvı ile havanın ara kesitindeki ağ elemanlarının hacimsel doluluk oranını esas almakta ve bir sayısal hesaplama ağına belirli zaman aralıklarında giren sıvının eleman hacimlerini doldurma oranlarının belirlenmesini ve böylece, akımda serbest yüzey profilinin seçilmiş zaman adımlarında hesaplanmasını gerçekleştiren bir sürece dayanmaktadır. Hacimsel doluluk oranını temsilen  $F=1$  için ağ elemanı sıvı ile tam dolu,  $F=0$  için boş (hava ile dolu), ve  $0 < F < 1$  için sıvı ile kısmen dolu olmakta (Şekil 3), bu sürecin her bir zaman adımında hesaplama ağı içerisindeki akım yüzeyinin konumu tespit edilebilmektedir.



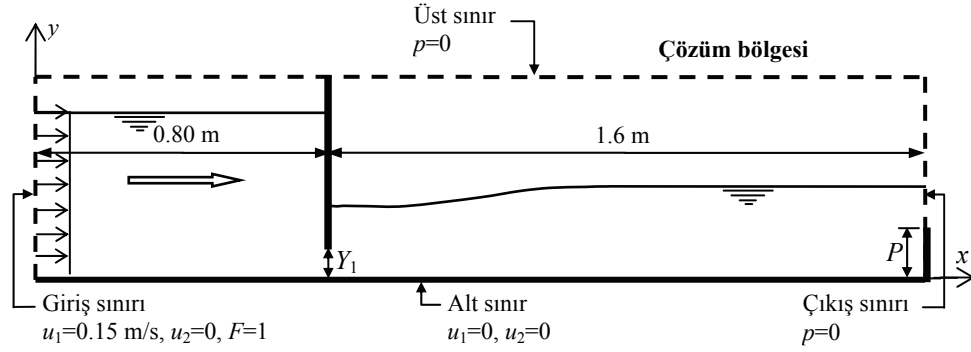
Şekil 3 - Ağ elemanlarının doluluk oranı

Akışkan Hacimleri Modeli ile serbest su yüzünün hesaplanmasında “Geo-Reconstruct” yaklaşımı kullanılmıştır [14]. Bu yaklaşıma göre, öncelikle, kısmen dolu her bir hücrenin, doluluk oranı ve onun türevleri ile ilgili bilgilere dayanılarak, hava-su doğrusal ara yüzünün hücre ağırlık merkezine göre yeri belirlenir. Bir sonraki adımda, hesaplanmış doğrusal ara yüzün yeri ve eleman yüzeylerinde hesaplanmış normal ve teğetsel hız bilgileri kullanılarak her bir eleman yüzeyinden taşınan akışkan miktarları hesaplanır. Son olarak, bir önceki adımda hesaplanan akışkan miktarları göz önüne alınarak, süreklilik denklemi ile her bir hücrenin hacimsel doluluk oranı hesaplanır.

### 3.4. Çözüm Bölgesi, Sınır ve Başlangıç Şartları

Kapak kontrollü serbest yüzeyli açık kanal akımının sayısal modellenmesinde kullanılan çözüm bölgesinin geometrisi ve boyutları Şekil 4’de görülmektedir.  $x,y$  koordinat sisteminin orijini, çözüm bölgesinin sol alt köşesi olarak alınmıştır. Çözüm bölgesinin üst sınırı, memba su seviyesinin biraz üstünde, alt sınırı ise kanal tabanı ve savak yüzeyinden geçmektedir. Alt sınırdaki sıfır-hız sınır şartı, yani  $u_1=u_2=0$  kabulü yapılmıştır. Çözüm bölgesinin giriş sınırında, yatay hız bileşeni üniform kabul edilmiş ve ortalama hıza eşdeğer olarak  $u=0.15$  m/s (her iki akım için), ve düşey hız bileşeni  $v=0$  alınmıştır. Kanal sonundaki serbest dökülme kesiti olan çıkış sınırında ve çözüm bölgesinin üst sınırında ise basınç şartı olarak  $p=0$  değeri kullanılmıştır.

Zamana bağlı çözüm sürecinde, başlangıç şartı olarak,  $t=0$  anında boş olan çözüm bölgesinin giriş sınırında VOF yöntemi için  $F=1$  alınmıştır.



Şekil 4 - Çözüm bölgesi ve sınır şartları

### 3.5. Sayısal Çözüm

Akımı idare eden (3) ve (4) denklemlerinin, Şekil 4’de görülen sınır şartlarına göre  $\bar{u}$ ,  $\bar{v}$  ve  $\bar{p}$  için sayısal çözümü, *Sonlu Hacimler* yöntemine dayalı ANSYS-Fluent® v.12.1 paket programı kullanılarak yapılmıştır.

Hız-basınç eşleştirmesi için SIMPLE (*Semi-implicit method for pressure-linked equations*) algoritması [15] kullanılmıştır. Bu algoritma hız, basınç ve diğer değişkenler için ilk tahmin değerleri ile momentum denklemlerinin çözümünü yapmaktadır. Bulunan değerler ile hız ve basınç düzeltmesi yaparak türbülans modellerindeki transport denklemlerini çözmekte ve sayısal bulgularda yakınsama gerçekleşinceye kadar iterasyona devam etmektedir. Hesaplamalarda tüm değişkenler ( $u$ ,  $v$ ,  $k$ ,  $\epsilon$ ) için yakınsama kriteri olarak artık hatanın (residual error)  $10^{-4}$  ün altına düşmesi şartı aranmıştır. Momentum ve türbülans kinetik enerjisi ifadelerinin ayrıklaştırılması için *birinci mertebe upwind* yöntemi kullanılırken, basınç teriminin ayrıklaştırılmasında PRESTO (*Pressure staggered option*) metodu [16] kullanılmıştır. Ayrıca, zamana bağlı ayrıklaştırmanın gerçekleştirilmesinde, birinci mertebe



sonlu farklar kapalı çözüm formülasyonu kullanılmış ve  $\Delta t=0.001$  s olarak seçilen her bir zaman adımındaki maksimum iterasyon sayısı 10 alınarak sayısal bulgular elde edilmiştir.

### 3.6. Duvar Yakınının Modellenmesi

Kanal tabanında katı sınıra yakın akım bölgesinin modellenmesinde Chen ve Patel [17] tarafından verilen iki-tabakalı çözümü esas alan ve genişletilmiş iki-tabakalı duvar-yakını modellenmesi olarak anılan yöntem kullanılmıştır [14]. Tüm çözüm bölgesini kapsayan iki tabaka, **türbülanslı dış bölge** ve viskozitenin etkisindeki **duvar-yakını bölgesi**dir. Buradaki yaklaşımda, viskoziteden etkilenen **duvar-yakını bölgesi**,  $\mu_t$  ile  $\varepsilon$  özel biçimde formüle edilmek suretiyle, yüksek çözünürlükteki ağ topolojisiyle katı sınıra kadar modellenmektedir.

Bu yaklaşımda, **duvar-yakını bölgesinde**, yani duvar mesafesi  $y$ 'ye dayalı **türbülans Reynolds sayısı**  $Re_y (= \rho y \sqrt{k} / \mu) \leq Re_y^* (= 200)$  için türbülans viskozitesi aşağıdaki gibi ifade edilmiştir :

$$\mu_{t,2} = \rho C_\mu \ell_\mu \sqrt{k} \quad (12)$$

(12) denklemindeki uzunluk ölçeği aşağıdaki gibidir:

$$\ell_\mu = y C_\ell^* (1 - e^{-Re_y/A_\mu}) \quad (13)$$

İki-tabakalı modeldeki türbülans viskozitesinin formülasyonunda, yüksek türbülanslı (yüksek- $Re$ -sayısı) dış bölgedeki  $\mu_t$  tanımından, viskoziteden etkilenen duvar-yakını bölgesinde (düşük- $Re$ -sayısı) geçerli  $\mu_{t,2}$  tanımına yumuşak bir geçişin sağlanması için Jongen [18] tarafından aşağıdaki ifade önerilmiştir:

$$\mu_{t,g} = \lambda_\varepsilon \mu_t + (1 - \lambda_\varepsilon) \mu_{t,2} \quad (14)$$

Burada  $\lambda_\varepsilon$  **geçiş fonksiyonu** olup duvardan uzakta 1, duvar yakınında 0 değerini alacak şekilde viskoziteden etkilenen bölgede aşağıdaki gibi tanımlanmıştır:

$$\lambda_\varepsilon = \frac{1}{2} \left[ 1 + \tanh \left( \frac{Re_y - Re_y^*}{A} \right) \right] \quad (15)$$

$A$  geçiş fonksiyonunun genişliğini belirleyen bir **sabit**dir ve duvar bölgesinin uzak sınırında  $\lambda_\varepsilon$  değeri % 1'in içinde kalacak şekilde

$$A = \frac{|\Delta Re_y|}{ar \tanh(0.98)} \quad (16)$$

ifadesi ile verilmiştir.  $\Delta Re_y$ ,  $Re_y^*$ 'nin % 5'i ile % 20'si arasındaki bir değerine eşit alınmaktadır.

Viskoziteden etkilenen bölgede  $\varepsilon$  alanı aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır:

$$\varepsilon = \frac{k^{3/2}}{\ell_\varepsilon} \quad (17)$$

(17) denklemindeki uzunluk ölçeği Chen ve Patel [17] ifadesi ile hesaplanmaktadır:

$$\ell_\varepsilon = yC_\ell^*(1 - e^{-Re_y/A_\varepsilon}) \quad (18)$$

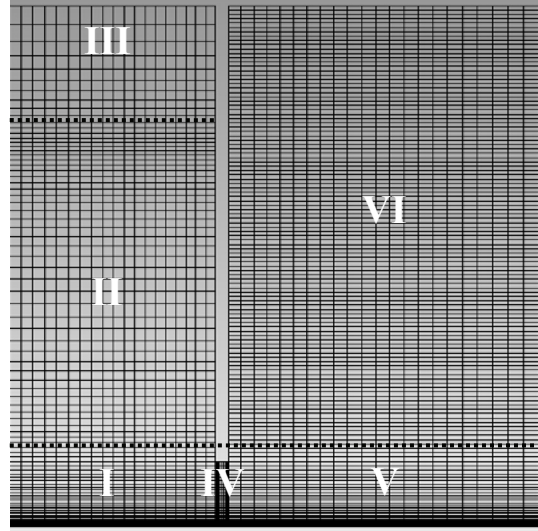
(13) ve (18) ifadelerindeki sabitler  $C_\ell^* = \kappa C_\mu^{-3/4}$ ,  $A_\mu = 70$  ve  $A_\varepsilon = 2C_\ell^*$  şeklindedir.

## 4. HESAPLAMA AĞI

### 4.1. Hesaplama Ağının Tasarımı

Akışkan akımları ile yapıların etkileşime girdiği durumlarda, hesaplama ağı yapısının sonuçlar üzerinde büyük ölçüde etkili olduğu bilinmektedir. Bu çalışmadaki probleme uygun hesaplama ağının tasarımında, önceden edinilen deneyimlere göre, hız gradyanı ve su yüzü profilindeki değişimlerin artış gösterdiği yerlerdeki ağ yapısı, üniform olarak ya da belli bir oranda sıklaştırılmıştır. İncelenen akımların karakteri göz önüne alınarak, çözüm bölgesi, Şekil 5'de görüldüğü gibi 6 alt bölgeye ayrılmış ve ayrıklaştırma hatasının tespiti için her bir alt bölgede eleman sayısı yaklaşık olarak %50 ve %75 oranında artırılmak suretiyle dikdörtgen elemanlardan oluşan 3 farklı yoğunluğa sahip hesaplama ağı kullanılmıştır. Farklı yoğunluktaki hesaplama ağları için bölgesel eleman sayıları Tablo 2'de verilmiştir. Her iki akım durumu için yapılan sayısal hesaplamalarda Ağ 3 tasarımı kullanılmıştır. Ancak, iki akımın duvar yakınındaki alt bölgelerinde sıklaştırma oranları farklı alınmış olup, katı sınırdaki minimum ağ boyutu  $Fr_1=1.77$  ve  $Fr_1=1.35$  için sırasıyla 0.09 mm ve 0.096 mm'dir.

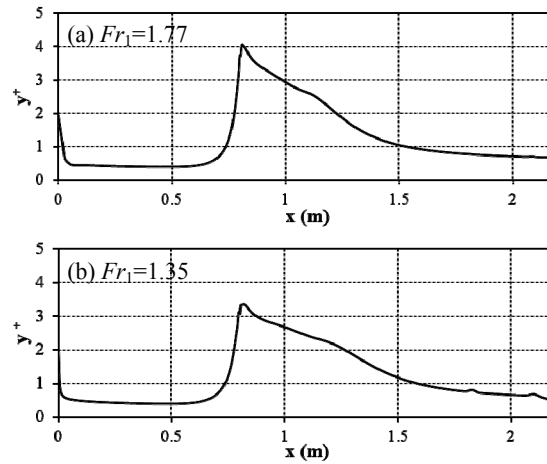
Ağ 3 kullanılarak her iki akım için RNG türbülans modeli ile yapılan hesaplamalarda, tabandaki birinci ağ elemanı için hesaplanan  $y^+ (=u_*y/\nu)$  değerinin çözüm bölgesi boyunca değişimi Şekil 6'da görülmektedir. Burada  $u_* (=(\tau_o/\rho)^{1/2})$  kayma hızı,  $y$  birinci ağ elemanının tabana dik boyutu ve  $\nu$  kinematik viskozitedir. Şekilde görüldüğü gibi  $y^+$ 'nın en büyük değeri, her iki durumda da kapağın altında oluşmakta ve 4'ü aşmamaktadır. Yani katı sınırdaki birinci ağ elemanı, geçmişteki deneysel verilerin göstergeleri dikkate alındığında [19], tüm çözüm bölgesinde viskoz alt tabakanın içerisinde yer almaktadır.



Şekil 5 - Hesaplama ağında alt bölgeler

Tablo 2 - Üç farklı yoğunluktaki hesaplama ağları için alt bölge eleman sayıları

Alt Bölgeler	Ağ 1	Ağ 2	Ağ 3
I	20x75	40x100	60x120
II	40x75	60x100	80x120
III	15x75	20x100	25x120
IV	20x7	40x10	60x15
V	20x100	40x150	60x200
VI	60x100	80x150	120x200



Şekil 6 - RNG modeli ile elde edilen  $y^+$  değerleri

#### 4.2. Ayrıklaştırma Hatasının Tahmini

Sayısal bulguların, uygulanan ayrıklaştırma aralıklarına bağımlı doğruluk derecesini, yani, sayısal çözümde seçilen hesaplama ağı yoğunluğunun bulgular üzerindeki hata nispetini belirlemek için ASME (American Society of Mechanical Engineering) tarafından önerilen bir **Ağ Yakınsama İndeksi** (Grid Convergence Index-GCI) [20, 21] yaklaşımı kullanılmıştır. Bu yöntemin esası, farklı yoğunluktaki ağlardan elde edilen sayısal çözümleri karşılaştıran genelleştirilmiş **Richardson Ekstrapolasyonuna** dayanmaktadır ve sayısal çözümlerin kabul edilebilir değerlere yakınsamasında hesaplama belirsizliğinin tahmini için *kaba*, *orta* ve *ince* olmak üzere üç farklı yoğunluktaki hesaplama ağı kullanılmaktadır.

Bu çalışmada, ağ yapısına bağlı sayısal hesaplama hatalarının istenen bir sınırın altında kalıp kalmadığını tahkik etmek üzere, yöntemin anahtar değişkeni olarak seçilen akım hızları için GCI değerleri belirlenmiştir. Buna göre, üç farklı yoğunluktaki ağlardan elde edilen bulguların karşılaştırılmasında, *Richardson hata tahmin yaklaşımı* kullanılarak ince-ağ bulguları için yakınsama indeksi aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır:

$$GCI_{23}^{ince} = \frac{F_s |E_{23}|}{r_{23}^P - 1} \quad (19)$$

Burada, üçlü-ağ sistemi için önerilen güvenlik faktörü  $F_s=1.25$  ( $>1$  olmalıdır), orta ve ince ağlar arasındaki yaklaşık rölatif hata  $E_{23}=(u_3-u_2)/u_3$ ,  $u_2$  ve  $u_3$  sırasıyla  $d_2$  ve  $d_3$  aralık boyutlarına sahip orta ve ince ağ yapısıyla hesaplanan hızlar ve  $P$  yerel hassasiyet mertebesidir. Üçlü-ağ çözümlerinde  $P$  aşağıdaki denklemin çözümünden elde edilir:

$$P = \frac{1}{\ln r_{23}} \ln \frac{(r_{23}^P - 1)e_{12}}{(r_{12}^P - 1)e_{23}} \quad (20)$$

Burada  $e_{12}=u_1-u_2$ ,  $e_{23}=u_2-u_3$ , ve  $r_{12}=d_1/d_2$  ve  $r_{23}=d_2/d_3$  sırasıyla kaba-orta ve orta-ince ağlar arasındaki *ağ inceltme faktörleri* olup  $r_{12}$  ve  $r_{23} \geq 1.1$  olması önerilmektedir. Burada kullanılan üçlü-ağın boyutları  $d_1 > d_2 > d_3$  şeklindedir.

Sayısal çözüm bölgesindeki ağ yapısının yeterli sıklıkta olup olmadığı, bir başka ifadeyle ağ yapısından bağımsızlaştırılmış sayısal çözümler elde etmek amacıyla  $x=0.77$  m kesitinde hesaplanan akım hızları kullanılarak GCI analizi yapılmıştır. GCI uygulaması Tablo 2’de verilen üçlü-ağ sistemi kullanılarak RNG türbülans modeli ile elde edilen bulgular üzerinde yapılmış olup sonuçları Tablo 3’te özetlenmiştir. Tablonun birinci bölümünde örnek noktasal hesap bulguları, ikinci bölümünde ise hız profilinin eşit aralıklı 15 noktasında hesaplanan bulgular değerlendirilmiştir.

Tablo 3’teki bulgulardan görüldüğü gibi, akım hızının Ağ 3 ile hesaplanan hız profilindeki maksimum sayısal hesaplama (ayrıklaştırma) hatası her iki akım durumu için sırasıyla % 1.39 ve % 1.70 olmaktadır. Böylece, Ağ 3 ile hesaplanan akım hızlarındaki hataların kabul edilebilir değerlere yakınsadığı görülmüş (% 2’den küçük) ve hesaplama hassasiyetinin ağ yoğunluğundan bağımsızlaştığı kanaatine varılmıştır.

Tablo 3 -  $x=0.77$  m kesitindeki hız profili için GCI uygulaması

Büyüklik	Durum 1 ( $Fr_1=1.77$ )	Durum 2 ( $Fr_1=1.35$ )
$(x,y)=(0.77, 0.03)$ m noktasında akım hızındaki yerel hatanın tahmini için örnek hesaplar		
$r_{12}, r_{23}$	1.65, 1.30	1.65, 1.30
$u_1, u_2, u_3$	0.2737, 0.2743, 0.2745	0.2812, 0.2828, 0.2830
$P$	1.48	4.30
$GCI_{23}^{ince}$	% 0.18	% 0.36
$x=0.77$ m kesitinde hesaplanan hız profili için ayırıştırma hatasının tahmini		
Hız profilinde nokta sayısı	15 adet eşit aralıklı	15 adet eşit aralıklı
$P_{min}, P_{mak}, P_{ort}$	0.46, 8.18, 2.80	0.41, 9.45, 3.48
$makGCI_{23}^{ince}$	% 1.39 ( $\pm 0.0040$ m/s)	% 1.70 ( $\pm 0.0048$ m/s)

## 5. BULGULAR

### 5.1. Deneysel ve Hesaplanan Su Yüzü Profilleri

Sayısal çözümlerde, *Akışkan Hacimleri* (VOF) yöntemi ile hesaplanan su yüzü profilleri ölçülen profillerle karşılaştırılmıştır. Farklı türbülans modellerinin doğrulanması bağlamında yapılan karşılaştırmalarda *Ortalama Karesel Hata* (OKH) ölçüt olarak kullanılmıştır:

$$OKH = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (y_d - y_h)^2 \quad (21)$$

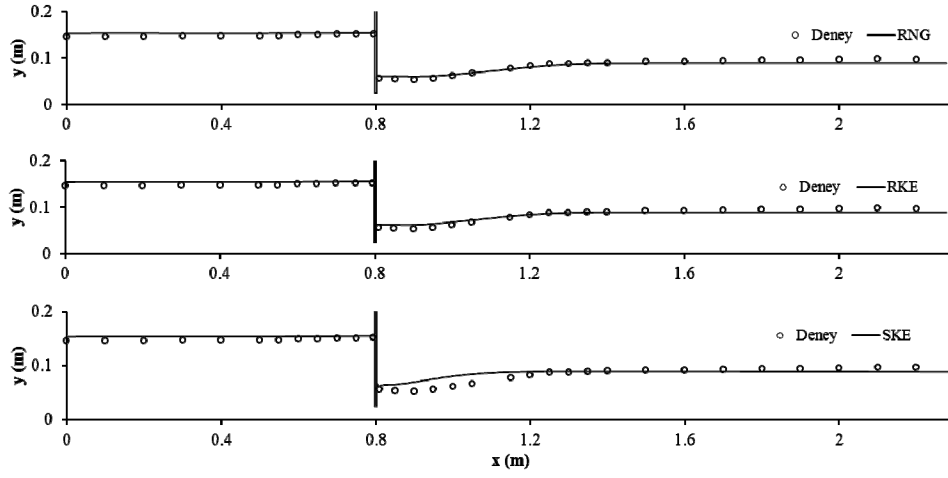
Burada,  $y_d$  ve  $y_h$  sırasıyla deneysel ve hesaplanan su derinliğini,  $N$  su profili üzerinde karşılaştırma için kullanılan nokta sayısını göstermektedir.

Tablo 4'de, bu çalışmada kullanılan türbülans modelleriyle hesaplanan su yüzü profilleri için OKH değerleri verilmiştir. Tablodaki değerlerden, batmış sıçramanın olduğu bölge dahil tüm çözüm bölgesindeki su yüzü profilinin hesaplanmasında, kullanılan türbülans modelleri için başarı sıralamasının RNG, RKE ve SKE şeklinde olduğu görülmektedir.

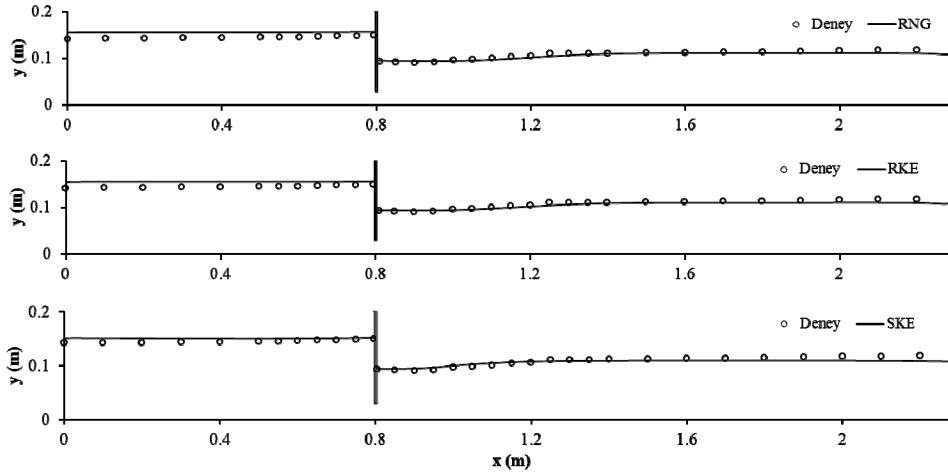
Şekil 7 ve Şekil 8'de, üç türbülans modeline ait hesaplanan su yüzü profillerinin deneyler ile karşılaştırılması görülmektedir. Şekillerde görüldüğü gibi, RNG türbülans modelinin kullanıldığı sayısal hesaplamalardan elde edilen su yüzü profilleri ölçülen profiller ile daha uyumludur.

Tablo 4 - Farklı türbülans modelleri ile hesaplanan su yüzü profili için OKH değerleri

Türbülans modeli	Tüm çözüm bölgesinde ( $x=0 - 2.4$ m)		Batmış sıçrama bölgesinde ( $x=0.8$ m - $1.5$ m)	
	Durum 1	Durum 2	Durum 1	Durum 2
<b>SKE</b>	0.0000937 <sup>(3)</sup>	0.0000992 <sup>(3)</sup>	0.000188 <sup>(3)</sup>	0.00001421 <sup>(3)</sup>
<b>RNG</b>	0.0000489 <sup>(1)</sup>	0.0000839 <sup>(1)</sup>	0.0000155 <sup>(1)</sup>	0.00001043 <sup>(1)</sup>
<b>RKE</b>	0.0000626 <sup>(2)</sup>	0.0000855 <sup>(2)</sup>	0.0000325 <sup>(2)</sup>	0.00001045 <sup>(2)</sup>



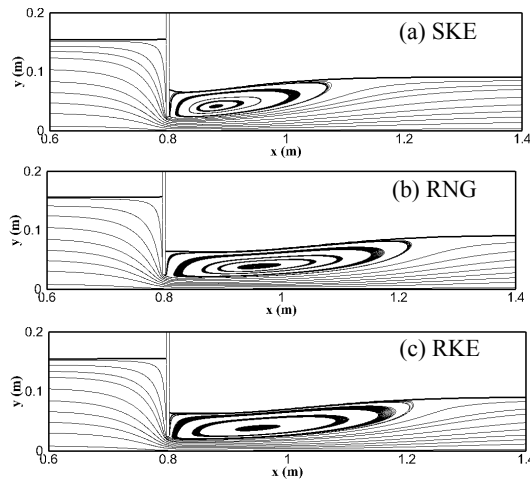
Şekil 7 -  $Fr_1=1.77$  için deneysel ve hesaplanan su yüzü profilleri



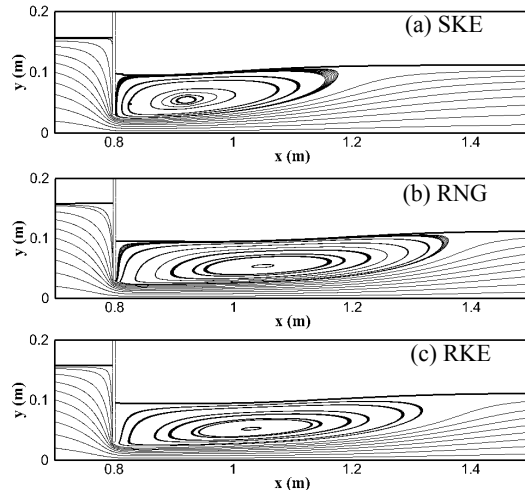
Şekil 8 -  $Fr_1=1.35$  için deneysel ve hesaplanan su yüzü profilleri

## 5.2. Batmış Sıçramanın Geometrisi

Şekil 9 ve Şekil 10'da, sayısal modellerden elde edilen batmış hidrolik sıçrama bölgesindeki akım çizgilerinin topolojisi görülmektedir. SKE, RNG ve RKE türbülans modelleri ile hesaplanan akım çizgilerinin geometrisi, kapak membasında her iki durum için de benzerlikler göstermektedir. Buna karşın, batmış hidrolik sıçramanın üst bölgesindeki çevri hareketinin geometrisini belirleyen akım çizgilerinin yapısında, özellikle sıçramanın uzunluğu bakımından, her bir türbülans modeli itibariyle önemli farklılıklar görülmektedir. SKE türbülans modeli en kısa ve RNG en uzun hidrolik sıçramayı hesaplamaktadır.



Şekil 9 -  $Fr_1=1.77$  için batmış hidrolik sıçrama bölgesinde hesaplanan akım çizgileri



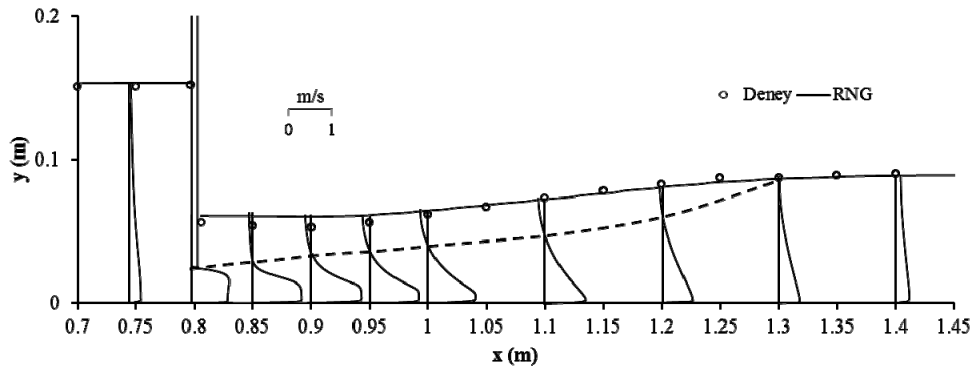
Şekil 10 -  $Fr_1=1.35$  için batmış hidrolik sıçrama bölgesinde hesaplanan akım çizgileri

Tablo 5'te deneysel ve SKE, RNG ve RKE modelleri ile bulunan batmış hidrolik sıçrama uzunlukları ( $L_s$ ) verilmiştir. Buna göre, ölçülen sıçrama uzunluğu ile en uyumlu değerlerin her iki akım durumunda da RNG türbülans modeli ile elde edildiği görülmektedir. RNG bulgularının deneylere göre rölatif hatası  $\pm 0.01$ 'in içerisinde kalmaktadır ki bu sonuç RNG ile yapılan modellemenin gayet başarılı olduğu anlamına gelmektedir. Tablo 5'e ayrıca ampirik tabanlı (2) formülü ile hesaplanan sıçrama uzunlukları da ilave edilmiştir. Formül ile bulunan  $L_s$  değerlerinin, buradaki deneylere göre 0.032 ( $Fr_1=1.77$ ) ve 0.036 ( $Fr_1=1.35$ ) oranlarında farklı olduğu görülmektedir.

Tablo 5 - Deneysel ve hesaplanan batmış sıçrama uzunlukları

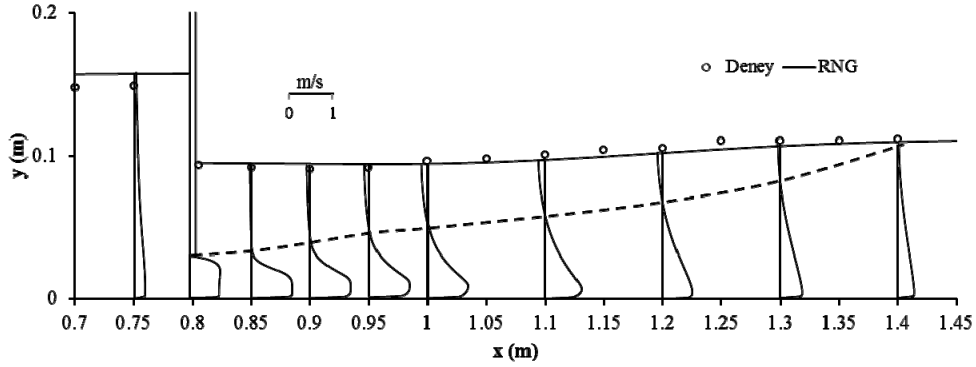
Kullanılan model	Sıçrama uzunluğu, $L_s$ (m)	
	Durum 1	Durum 2
Deneysel	0.475	0.580
SKE	0.280	0.385
RNG	0.470	0.585
RKE	0.425	0.565
(2) formülü	0.490	0.601

Şekil 11 ve Şekil 12'de, batmış hidrolik sıçrama bölgesinde her iki akım için RNG türbülans modeli ile hesaplanan hız profilleri verilmiştir. Şekil 9 ve Şekil 10'daki akım çizgileri desenlerinde gözlemlenen karakteristik oluşumların benzerleri hız profillerinde de görülmektedir. Yani, batmış sıçrama bölgesinin altı serbest su jeti hareketinin yarı b biçiminde gelişirken, üstü, ters akımların etkin olduğu ve jet akımı ile etkileşim halinde olan yerel bir çevri bölgesi varlığını sürdürmektedir.



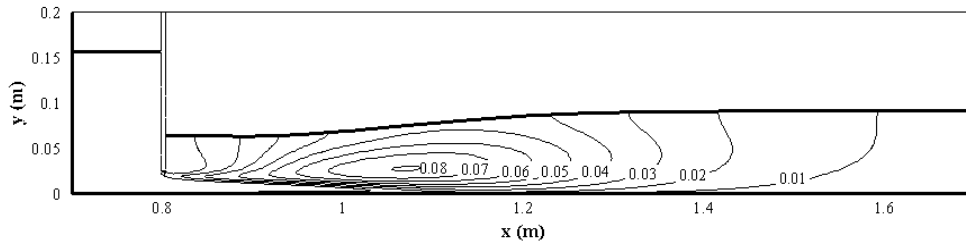
Şekil 11 -  $Fr_1=1.77$  için RNG modeli ile hesaplanan hız profilleri



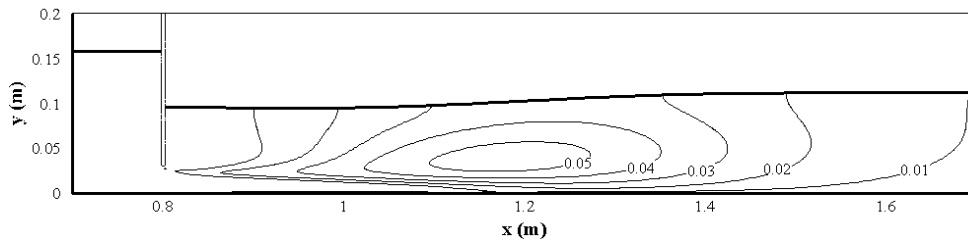


Şekil 12 -  $Fr_1=1.35$  için RNG modeli ile hesaplanan hız profilleri

Şekil 13 ve Şekil 14'te, RNG türbülans modeli ile hesaplanan türbülans kinetik enerjisi  $k = \overline{u'u'}/2$  ( $m^2/s^2$ ) değerleri için eş-çizgiler verilmiştir. Şekillerde görüldüğü gibi, türbülans kinetik enerjisinin batmış sıçrama bölgesindeki değişimi her iki akım için benzer olup, türbülansın şiddeti, batmış sıçrama bölgesinin ortasına doğru büyümekte, sonrasında küçülme eğilimine girmektedir.



Şekil 13 -  $Fr_1=1.77$  için RNG modeli ile hesaplanan türbülans kinetik enerjisi eş-çizgileri



Şekil 14-  $Fr_1=1.35$  için RNG modeli ile hesaplanan türbülans kinetik enerjisi eş-çizgileri

## 6. SONUÇLAR

Düşey bir kapağın önünde batmış hidrolik sıçrama içeren açık kanal akımını idare eden denklemlerin *Sonlu Hacimler* yöntemi ile sayısal çözümü yapılmıştır. Sayısal modelde, serbest su yüzünün profili *Akışkan Hacimleri* (VOF) yöntemi ile SKE, RNG ve RKE türbülans modelleri kullanılarak hesaplanmış ve fiziksel model üzerinde ölçülen bulgularla karşılaştırılmıştır. Sayısal modellemede kullanılan ağ yapısının bulgular üzerindeki etkisini incelemek üzere bir *Ağ Yakınsama İndeksi* (GCI) kullanılmış ve ağ yoğunluğuna bağlı hesaplama hatasının % 2'nin altında kaldığı görülmüştür. Su yüzü profilleri için deneysel ve sayısal bulguların karşılaştırılmasından, çalışmaya konu olan akım koşulları bakımından RNG ve RKE türbülans modellerinin SKE modeline göre daha başarılı, RNG modelinin ise bunların arasında en başarılı olduğu görülmüştür. Diğer taraftan, RNG türbülans modeli ile hesaplanan batmış hidrolik sıçrama uzunluğunun deneylerde ölçülenlerle daha uyumlu olduğu bulunmuştur. Buna göre, RNG türbülans modelinin batmış hidrolik sıçrama gibi oldukça karmaşık bir akım probleminin sayısal modellenmesinde başarılı bir şekilde kullanılabileceği sonucuna varılmıştır.

### Kaynaklar

- [1] Ashgriz, N., Barbat, T. ve Wang, G., “A computational Lagrangian-Eulerian advection remap for free surface flows”, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 44, 1-32, 2004.
- [2] Sarker, M.A. ve Rhodes, D.G. (2004). “Calculation of free-surface profile over a rectangular broad-crested weir”, *Flow Measurement and Instrumentation*, 15, 215-219, 2004.
- [3] Kırkgöz, M.S., Aköz, M.S. ve Öner A.A., “Experimental and theoretical analyses of 2D flows upstream of broad-crested weirs”, *Canadian Journal of Civil Engineering*, 35(9), 975-986, 2008.
- [4] Kırkgöz, M.S., Aköz, M.S. ve Öner, A.A., “Numerical modeling of flow over a chute spillway”, *Journal of Hydraulic Research*. 47(6), 790-797, 2009.
- [5] Aköz, M.S. ve Kırkgöz, M.S., “Numerical and experimental analyses of the flow around a horizontal wall-mounted circular cylinder”, *Transactions of the Canadian Society for Mechanical Engineering*, 33(2), 29-55, 2009.
- [6] Aköz, M.S., Kırkgöz, M.S. ve Öner, A.A., “Experimental and numerical modeling of a sluice gate flow”, *Journal of Hydraulic Research*. 47(2), 167-176, 2009.
- [7] Ma, F., Hou, Y. ve Prinos, P., “Numerical calculation of submerged hydraulic jump”, *Journal of Hydraulic Research*, 39(5), 1-11, 2002.
- [8] Rajaratnam, N., “Hydraulic jumps”, *Advances in Hydrosience*, 4, Editör:Chow, V.T., Academic Press, New York, A.B.D., 197-279, 1967.
- [9] Wilcox, D.C., *Turbulence Modeling For CFD*, DCW Industries, Inc., California, A.B.D., 2000.

- [10] Launder B. E. ve Spalding D. B., Lectures in Mathematical Models of Turbulence, Academic Press, London, 1972.
- [11] Yakhot, V., Orszag, S.A., Thangam, S., Gatski, T.B. ve Speziale, C.G., “Development of turbulence models for shear flows by a double expansion technique”, Physics of Fluids, 4(7), 1510-1520, 1992.
- [12] Shih, T.-W., Liou, W.W., Shabbir, A., Yang, Z. ve Zhu, J., “A new k- $\epsilon$  eddy-viscosity model for high Reynolds number turbulent flows - model development and validation”, Computers and Fluids, 24(3), 227-238, 1995.
- [13] Hirt, C.W. ve Nichols, B.D., “Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries”, Journal of Computational Physics, 39, 201-225, 1981.
- [14] ANSYS Inc., Release 12.1. www.ansys.com, 2008.
- [15] Patankar, S.V. ve Spalding, D.B., “A calculation procedure for heat, mass and momentum transfer in three-dimensional parabolic flows”, International Journal of Heat and Mass Transfer, 15, 1787-1806, 1972.
- [16] Patankar, S.V., Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, Hemisphere, Washington, 1980.
- [17] Chen, H.C. ve Patel, V.C., “Near-wall turbulence models for complex flows including separation”, AIAA journal, 26(6), 641-648, 1988.
- [18] Jongen, T., Simulation and Modeling of Turbulent Incompressible Flows, PhD thesis, EPF Lausanne, Switzerland, 1992.
- [19] Kırkgöz, M.S. ve Ardiçlıoğlu, M., “Velocity profiles of developing and developed open channel flow”, Journal of Hydraulic Engineering, 123(12), 1099-1105, 1997.
- [20] Roache, P.J., “Verification of codes and calculations”, AIAA Journal, 36(5), 696-702, 1998.
- [21] Çelik, İ.B., Ghia, U., Roache, P.J., Freitas, C.J., Coleman, H. ve Raad, P.E., “Procedure for estimation and reporting of uncertainty due to discretization in CFD applications”. ASME Journal of Fluids Engineering, 130(1), 1-4, 2008.