

## Akarsu Akımlarında Volatilitenin Non-Linear Varyans Modelleri ile İncelenmesi: Köprüçay Nehri Örneği

Veysel GÜLDAL\*  
Hakan TONGAL\*\*

### ÖZ

Akarsu akım serilerinin, varyansın sabit kabul edildiği klasik zaman serisi modelleriyle (Otoregresif Hareketli Ortalama - ARMA) modellenmesinde sürecin ortalama davranışına odaklanılmakta ve varyans değişkenliğine dayalı non-lineer etkiler göz ardı edilmektedir. Durağan olmayan varyans değişkenliğine dayalı bu etkilerin (volatilité) Otoregresif Koşullu Değişen Varyans (ARCH) tipi modeller ve bu modellerin genişletilmiş hali olan Genelleştirilmiş Otoregresif Koşullu Değişen Varyans (GARCH) modelleri ile incelenmesinde ve tahmini su kaynakları yönetimindeki risk ve belirsizlik içeren hidrolojik süreçlerde önem kazanmaktadır. Bu çalışmada, ilk önce Köprüçay Nehri'ne ait günlük ve yıllık akım serilerinin ortalama davranışları lineer zaman serisi modelleri (AR, MA, ARMA) ile temsil edilerek en uygun modeller seçilmiş, daha sonra bu modellerden elde edilen kalıntılar üzerinde volatilitenin varlığı Engle Lagrange Multiplier (LM) testi ile araştırılarak koşullu değişen varyans modelleri (ARCH-GARCH) kurulmuştur. Günlük akım verilerinde en iyi modelin ARMA(1,1)-GARCH(2,3) olduğu, yıllık akım serisinde ise volatilitenin olmadığı görülmüştür. Günlük akım serilerindeki volatilité kümelenmesi, koşullu değişen standart sapma ve varyans grafikleriyle ortaya konulmuştur. Bu çalışma, zamanla değişen varyans kaynaklı non-lineer etkilerin akım değişkenliğine etkisini ortaya koymakta olup akım süreçlerinin istatistiksel modellenmesine bir katkı sağlayacaktır.

**Anahtar Kelimeler:** Volatilité, otoregresif koşullu değişen varyans (ARCH), genelleştirilmiş otoregresif koşullu değişen varyans (GARCH), lagrange multiplier testi, Köprüçay Nehri.

### ABSTRACT

#### Investigation of the Volatility in Stream Flow Time Series with Nonlinear Variance Models: Case Study of Köprüçay River

In stream flow series modeling by the conventional time series models (AutoRegressive Moving Average - ARMA) under the assumption of constant variance, the mean behavior

---

Not: Bu yazı

- Yayın Kurulu'na 25.03.2009 günü ulaşmıştır.
- 30 Eylül 2011 gününe kadar tartışmaya açıktır.

\* Süleyman Demirel Üniversitesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, Isparta - veyselguldal@sdu.edu.tr

\*\* Süleyman Demirel Üniversitesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, Isparta - hakantongal@sdu.edu.tr

of the process is focused on and the non-linear effects based on variance behavior are neglected. Modeling of this nonlinear phenomenon with variance behavior and water resource management of hydrological processes which involve risk and uncertainty gains importance. This is true for modeling with AutoRegressive Conditional Heteroskedasticity (ARCH) or with its general form, Generalized AutoRegressive Conditional Heteroskedasticity (GARCH). In this study, the mean behavior of the daily and yearly stream flow series of the Köprüçay River is modeled with the linear time series models (AR, MA, ARMA) and the best fit models are selected. The volatility presence is searched by using the Engle's Lagrange Multiplier (LM) Test on the residuals from the linear models, and the conditional heteroskedastic variance models (ARCH-GARCH) are developed. It is shown that the ARCH effect in the daily stream flow series can best be modeled with ARMA(1,1)-GARCH(2,3) and the volatility does not exist in the yearly stream flow series. The volatility clustering in daily stream flow series is shown with the conditional standard deviation and variance graphs. It is expected that, this study can be a useful contribution to the statistical modeling of stream flow processes.

**Keywords:** Volatility, autoregressive conditional heteroskedasticity (ARCH), generalized autoregressive conditional heteroskedasticity (GARCH), lagrange multiplier test, Köprüçay River.

## 1. GİRİŞ

Klasik zaman serisi modellerinin (ARMA) kullanım kolaylığı lineer modellerin zaman serisi analizlerinde kullanımını yaygınlaştırmıştır. Ancak herhangi bir doğrusal model, bilinmeyen dinamik ilişkileri matematiksel formüllerle temsil etmek için sadece bir ilk adımdır. Bu nedenle, lineer korelasyonun ötesindeki bağımlılık gibi doğrusal olmayan özellikleri modellemek için non-lineer modellere ihtiyaç vardır.

Tek değişkenli stokastik bir süreçte, varyanslar zamanla değişmiyorsa sürecin sabit varyansa sahip olduğu aksi halde değişken varyanslı bir sürecin (volatilité) olabileceği düşünülür. Bir hidrolojik zaman serisiyle, modelleme ve tahmin amacıyla ilgilenildiğinde genellikle serinin ortalama davranışına [1, 2, 3] ve nadiren de varyansların zamana bağımlılığına odaklanılır [4, 5]. Su kaynaklarının yönetiminde ve taşkın kontrol yapılarında risk ve belirsizliklerin dikkate alınmamasıyla birlikte, zamanla değişen varyansların modellenmesine izin veren yeni zaman serisi metodlarına ihtiyaç duyulmaktadır. Volatilité kümelenmesinde büyük miktarda değişimleri büyük miktarda, küçük miktarda değişimleri de küçük miktarda değişimler takip eder. Bu olay "*durağan olmayan koşullu varyans*" (conditional heteroskedasticity) olarak adlandırılır ve Engle [6] tarafından önerilen *Otoregresif Koşullu Değişen Varyans (ARCH)* tipi modeller daha sonra Bollerslev [7] tarafından genişletilmiş hali olan GARCH (*Genelleştirilmiş ARCH*) modelleri ile modellenenbilir. Bu modeller, geçmiş varyansları kullanarak gelecek varyansları açıklayan non-lineer birer mekanizma olup gelecek volatilitenin doğru tahminlerinde kullanılabilir. Özellikle ARCH etkisi gözlenen serilerin kısa dönemli tahminlerinde başarılı olması su kaynakları yönetiminde ve taşkın koruma yapılarının tasarımında önem kazanmaktadır. Bununla beraber hidrolojik araştırmalarda, büyük dalgalanmaların büyük dalgalanmalar, küçük dalgalanmaların küçük dalgalanmalar gösterebildiği hidrolojik zaman serilerinde olması muhtemel ARCH etkisinin test edilmesi ve modellenmesi konusu çok az ilgi görmüştür.

Bu çalışmada, Orta Akdeniz Havzası'nın önemli akarsularından biri olan Köprüçay Nehri'ne ait günlük ve yıllık akımlarının stokastik süreçleri incelenerek, ortalama davranışlarının klasik zaman serisi modelleriyle (ARMA) modellenmesi ve bu süreçlerdeki zamana bağlı değişkenliğinin (ARCH etkisi) non-lineer zaman serisi modelleriyle (ARMA-ARCH ve ARMA-GARCH) tanımlanması yapılmıştır.

## 2. AKIM SERİLERİNDE VOLATİLİTENİN ARAŞTIRILMASI

Genellikle, akım serilerinde zamana bağlı koşullu varyans değişkenliği araştırılmadan önce, gözlenmiş akım serileri, serinin ortalama davranışını dikkate alan lineer zaman serisi modellerinden (AR, MA, ARMA) uygun olanı ile modellenir. Böylelikle seri içindeki lineer bağımlılığın ortadan kaldırıldığı ve gözlenen bağımlılığın bu modeller tarafından yakalanamayan non-lineer mekanizmadan kaynaklandığı kabul edilir. Literatürde, bu non-lineer bağımlılığın durağan olmayan koşullu varyanstan kaynaklandığı düşünülerek ARCH ve GARCH tipi zaman serisi modelleri [8] geliştirilmiştir.

Ortalama davranışı lineer bir zaman serisi modeliyle temsil edilen bir hidrolojik zaman serisinde, modelin gözlenmiş seriden çıkarılmasıyla kalıntı terimi ( $e_t$ ) (white noise) elde edilir. ARCH modelinde  $e_t$  terimi otokorelasyonlu değil fakat bağımlıdır [9]. Bu bağımlılık gecikme değerlerinin basit bir ikinci dereceden denklemi ile açıklanabilir. ARCH modeli gecikme sayısı ( $p$ )' nin aldığı değer ile adlandırılmaktadır (ARCH(1), ARCH(2) vb). Genel bir ARCH modeli,

$$e_t = \sigma_t \varepsilon_t, \quad \sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 e_{t-1}^2 + \dots + \alpha_p e_{t-p}^2 \quad (1)$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada,  $\varepsilon_t$  ortalaması sıfır, varyansı bir olan normal dağılımlı bir hata terimidir. Koşullu varyans negatif olamaz, bundan dolayı  $p > 0$  için,  $\alpha_0 > 0$  ve  $\alpha_p \geq 0$  'dır. Ayrıca otoregresif sürecin istikrarı için  $\alpha_p$ , sıfır ile bir arasında değer almalıdır [10].

Örneğin  $p = 1$  için ARCH(p) modelinin yapısı incelendiğinde,

$$e_t = \sigma_t \varepsilon_t, \quad \sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 e_{t-1}^2 \quad \alpha_0 > 0 \quad \text{ve} \quad \alpha_p \geq 0 \quad (2)$$

$e_t$  'nin koşulsuz ortalaması sıfırdır, çünkü aşağıdaki eşitlik geçerlidir.

$$E(e_t) = E[\sigma_t E(\varepsilon_t)] = 0 \quad (3)$$

$e_t^2$  'nin koşulsuz ortalaması varyansı vereceğinden,

$$Var(e_t) = E(e_t^2) = E(\alpha_0 + \alpha_1 e_{t-1}^2) = \alpha_0 + \alpha_1 E(e_{t-1}^2) \quad (4)$$

ve  $E(e_t) = 0$  ile durağan bir süreç olduğu için

$$Var(e_t) = Var(e_{t-1}) = E(e_{t-1}^2)$$

$$Var(e_t) = \alpha_0 + \alpha_1 Var(e_t)$$

$$Var(e_t) = \frac{\alpha_0}{1 - \alpha_1} \quad (5)$$

elde edilir. Volatilitenin değerlendirilmesi için kurtosis katsayısı da incelenmelidir.

$$E(e_t^4) = 3E(\alpha_0 + \alpha_1 e_{t-1}^2)^2 = 3E[\alpha_0^2 + 2\alpha_0\alpha_1\alpha_{t-1}^2 + \alpha_1^2\alpha_{t-1}^4] \quad (6a)$$

$$m_4 = 3\alpha_0^2 \left(1 + 2\frac{\alpha_1}{1 - \alpha_1}\right) + 3\alpha_1^2 m_4 \quad (6b)$$

eşitliği elde edilir. Buradan hareketle iki önemli çıkarım elde edilir: (1)  $e_t$ 'nin dördüncü momenti pozitif olduğundan  $\alpha_1$ 'in  $1 - 3\alpha_1^2 > 0$  koşulunu sağlamalıdır. Bir başka deyişle

$$0 \leq \alpha_1^2 < \frac{1}{3} \text{ olmalıdır. (2) } e_t \text{ 'nin koşulsuz kurtosisinin de; } \frac{E(e_t^4)}{[Var(e_t)]^2} = 3\frac{1 - \alpha_1^2}{1 - 3\alpha_1^2} > 3$$

olduğu görülür [9].

Bir ARCH modeli kurulurken gözlenen zaman serisindeki herhangi bir doğrusal bağımlılığın yok edilmesi için bir zaman serisi modeli kurulur ve ARCH etkisinin mevcut olup olmadığının incelenmesi için modelin kalıntıları kullanılır. ARCH etkisinin varlığını test etmek için literatürde sıkça kullanılan iki yöntem olup bunlardan biri kalıntıların karelerinin McLeod ve Li tarafından Ljung-Box [11] testine dayalı olarak geliştirilen Q-istatistiğidir [12], diğeri de Engle [6] tarafından geliştirilen Lagrange Multiplier (LM) testidir. McLeod-Li testinin Ljung-Box Q-istatistiği,

$$Q = N(N+2) \sum_{k=1}^L \frac{\hat{r}_k^2(e^2)}{N-k} \quad (7)$$

şeklinde olup, burada  $N$  gözlem sayısı,  $L$  dikkate alınan otokorelasyon sayısı,  $\hat{r}_k^2(e)$  kalıntı teriminin  $k$ -gecikmeli otokorelasyon değerlerinin karesidir. Burada, Q-istatistiği  $\chi^2(L)$  dağılımına sahiptir.

LM testi ARCH etkisinin belirlenmesinde regresyona dayalı bir yöntemdir.  $N \cdot R^2$  olarak tanımlanan bu istatistikte,  $N$  gözlem sayısı olup  $R^2$ ,  $e_t^2$  ile  $k$ -gecikmeli  $e_t^2$  değerlerinin arasında regresyondan hesaplanan belirlilik katsayısıdır (determination of coefficient).

Bollerslev [7], ARCH modelini genişleterek hem daha fazla geçmiş bilgiye dayanan hem de daha esnek bir gecikme yapısına sahip olan Genelleştirilmiş ARCH (GARCH) modelini önermiştir. Bu model, ARCH modeline alternatif olmaktansa, bu modelin eksikliklerini gidermeyi amaçlayan genelleştirilmiş halidir. GARCH modeli,

$$e_t = \sigma_t \varepsilon_t, \quad \sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i e_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2 \quad (8)$$

$\varepsilon_t$  ortalaması sıfır, varyansı bir olan normal dağılıma sahip ve  $\alpha_0 > 0$ ,  $\alpha_i \geq 0$ ,  $\beta_j \geq 0$  ve  $\sum_{i=1}^{\max(p,q)} (\alpha_i + \beta_j) < 1$  ise  $e_t$  süreci GARCH modeline uyuyor demektir. GARCH, modelinin koşulsuz ortalaması,

$$Var(e_t) = E(e_t^2) = \frac{\alpha_0}{1 - \sum_{i=1}^{\max(p,q)} \alpha_i + \beta_i} \quad (9)$$

şeklinde elde edilir. Burada,  $\left[ 1 - \sum_{i=1}^{\max(p,q)} \alpha_i + \beta_i \right] > 0$ , koşulu sağlanmalıdır.

### 3. ARAŞTIRMA BULGULARI VE TARTIŞMA

#### 3.1. Havza ve Akım Verileri

Çalışma alanı Türkiye'nin Batı Akdeniz Bölgesi'nde Isparta ve Antalya il sınırları içerisinde yer alan "Yukarı Köprüçay Havzası"dır. Köprüçay Havzası Elektrik İşleri Etüt İdaresi (E.İ.E)'nin Müteferrik Orta Akdeniz Suları olarak tanımladığı bölgede yer almaktadır. Havzada Aksu Çayı ve Başak Deresi'nin yanında irili ufaklı birçok dereler vardır. Bu iki büyük dere birleşerek Köprüçay Nehri'ni oluşturur. Bu nehir, sularının büyük bir kısmını Yukarı Köprüçay Havzası olarak bilinen ve Isparta ili sınırları içerisinde kalan (Eğirdir Gölünün doğusundan 2000m kotlarından doğarak güneye doğru çeşitli yan kollar olarak Akdeniz'e dökülen) yaklaşık 2500km<sup>2</sup> yağış alanından toplamaktadır [13].

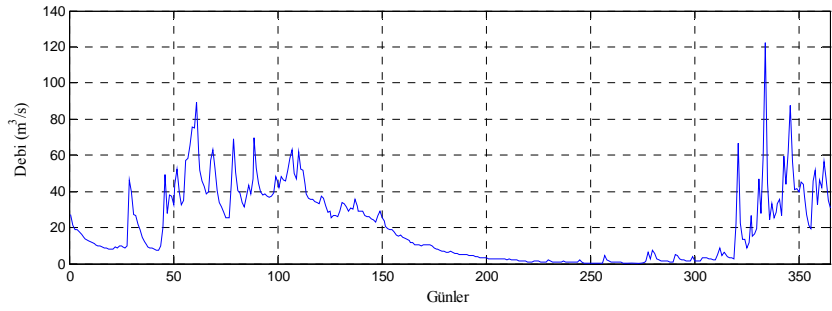
E.İ.E. tarafından işletilmekte olan 919 nolu Köprüçay Bolasan akım gözlem istasyonuna ait günlük ve yıllık verileri yeterli sıklıkta olduğundan model uygulamaları için seçilmiştir.

Çalışmada, günlük ve yıllık akımlar için lineer ve non-lineer modeller geliştirilerek uygulamalar gerçekleştirilmiştir. Yıllık verilerin modellenmesinde 684 aylık (1941–1997)

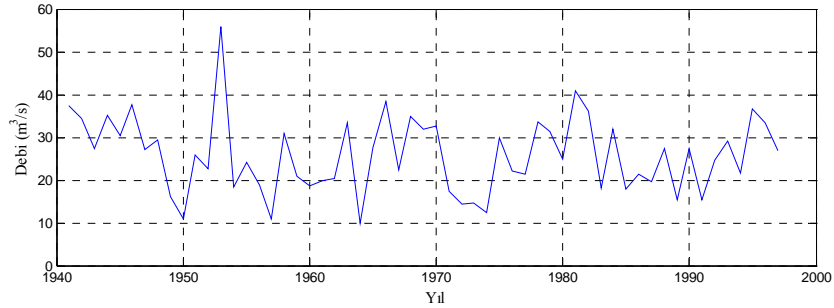
akım verileri kullanılırken günlük verilerin modellenmesinde ise bu yıllar arasında sürekli kayıtları bulunan 6 yıllık (1988–1993) günlük debilerin ortalaması kullanılmıştır.

### 3.2. Model Uygulamaları

Akım verilerinin modellenmesinden önce verilerin belli bir periyoda ve belli bir trende veya sıçramaya sahip olup olmadığı araştırılmıştır (Şekil 1). Günlük ve yıllık verilerde belli bir periyodikliğe ve trende rastlanmadığı açıkça şekillerden görülmektedir.



(a)



(b)

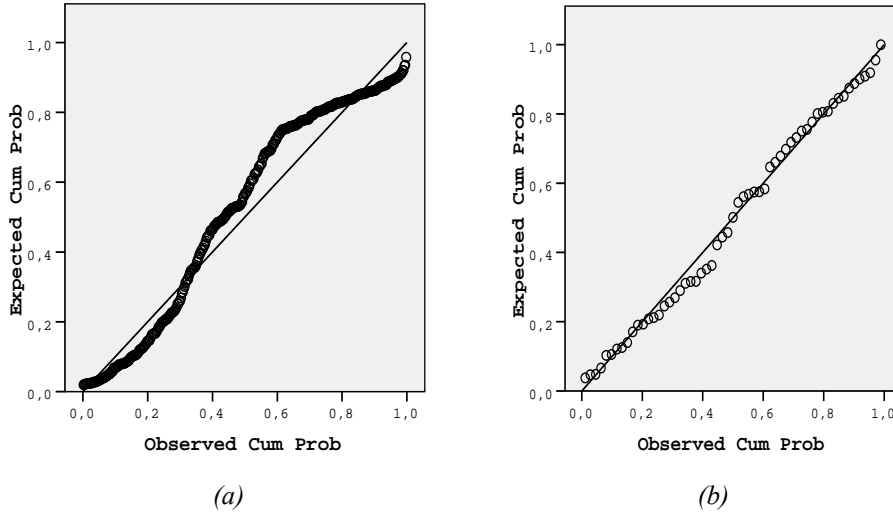
Şekil 1. Akım verilerinin grafikleri (a) Günlük (1988–1993) (b) Yıllık (1941–1997)

Süreçlere ait momentler yöntemine göre hesaplanan temel istatistiksel parametreler aşağıda verilmiştir.

Tablo 1. Köprüçay Nehri gözlenmiş akım verilerinin istatistikleri

İstatistikler	Ortalama (m <sup>3</sup> /sn)	Std Sapma (m <sup>3</sup> /sn)	Varyasyon katsayısı	Çarpıklık katsayısı	Kurtosis katsayısı
Günlük	20.183	20.145	0.998	1.144	1.475
Yıllık	25.787	8.959	0.347	0.532	2.840

Serilerin çarpıklık katsayısının 0'dan istatistiksel olarak anlamlı derecede farklı olması verilerin normal dağılıma uyup uymadığının kontrol edilmesini gerektirir. Tablo 1 incelendiğinde, zaman aralığı büyüdükçe dağılımların çarpıklıklarının küçüldüğü ve yıllık verilerin normal dağılıma uyduğu, günlük verilerin ise çarpık dağıldığı yani normal dağılıma uymadığı anlaşılmaktadır. Bu nedenle günlük akım verilerinin Box-Cox dönüşümü ile doğal logaritmaları alınarak çarpıklığı giderilmiştir. Her iki veri seti için uygulanan Olasılık Çizgisi Korelasyon Katsayısı testi (PPCC) sonucu elde edilen gözlenen kümülatif olasılıklara (observed cum. prob.) karşılık gelen beklenen kümülatif olasılık (expected cum. prob.) değerleri Şekil 2'de verilmiştir.



Şekil 2. Serilerin olasılık çizgisi korelasyon katsayısı testi sonucu  
(a) Günlük akım (b) Yıllık akım

Günlük serinin yeni çarpıklık katsayısına ( $C_{sk} = -0.487$ ) ve Şekil 2'ye bakıldığında yeni serinin normal dağıldığı kabul edilmiştir. Bu nedenle modellemede yıllık akım verilerinin orijinal hali kullanılırken, günlük verilerin doğal logaritmik dönüşümü yapılmış halleri kullanılmıştır.

Akımları modellerken iç bağımlılık göz önüne alındığında: günlük seride iç bağımlılığın yüksek olması ( $\rho_1 = 0.97$ ) ve otokorelasyon değerlerinin çok uzun gecikmelerden sonra sifra yakınsaması ( $lag > 70$ ) yani stokastik bir trendin bulunması, bu sürecin stasyoner olmadığını göstermiştir. Yıllık verilerin süreci stokastik bağımsız (iç bağımlılık çok küçüktür  $\rho_1 = 0.068$ ) ve belli bir ortalama etrafında rastsal salımlar göstermiştir. Modelleme sürecinde bu çıkarımlar dikkate alınarak, günlük verilerin stasyonerliği birinci dereceden fark alma yöntemiyle ( $\mu_y = 0, \sigma_y^2 = 0.154$ ), yıllık verilerin ise süreçten ortalamanın çıkarılması ile ( $\mu_y = 0, \sigma_y^2 = 80.270$ ) sağlanmıştır. Bu serilerin hesaplanan otokorelasyonları ( $\rho_k$ ) ve ( $\phi_{k,k}$ ) kısmi otokorelasyonları Şekil 3'te verilmiştir.

Günlük ve yıllık serilerin korelogram değerlerinin birinci gecikme değerinden sonra, sıfır hipotezinin kabul edildiği ( $\rho = 0$ ) sınır aralığına düşmesi ve burada salınım yapması nedeniyle 1. veya 2. mertebeden modeller yeterlidir. Elde edilen modellerin katsayıları Tablo 3'te verilmiştir.

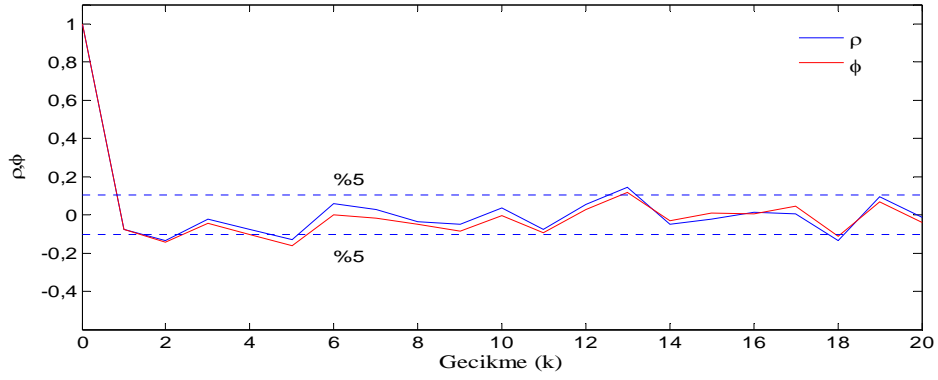
Bu modellerden en uygununu belirlemek için Akaike bilgi kriteri (A.I.C) testi kullanılmıştır (Tablo 4) ve günlük modelde en küçük değeri veren ARMA(1,1) modelinin, yıllık modelde ise MA(2) modelinin süreçleri en iyi şekilde temsil ettiği söylenebilir.

Ancak, kurulan bu modellerin süreci yeterli temsil ettiğine karar verebilmek için, kalıntı terimlerinin ( $e_t$ ) bağımsız ve normal dağılıyor olması gerekmektedir. Seçilen bu modellere ait  $e_t$  rastsal değişkenlerin gerçekte rastgele olup olmadıklarının, her birinin diğeriyle korelasyonsuz olduğunun kontrol edilmesi gerekir. Rastgele bileşenlere ait korelasyon değerleri gecikme sürelerine göre değişimleri ve normal dağılıma uyup uymadıklarının kontrolü amacıyla yapılan PPCC testi sonuçları sırasıyla Tablo 5 ve Şekil 4'te verilmiştir.

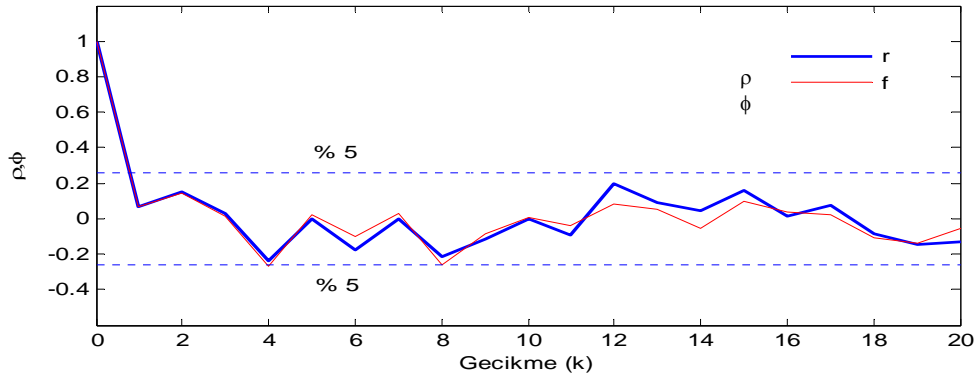
Hesaplanan otokorelasyonların %5 anlamlılık düzeyinde günlük model için sadece iki değer ( $\rho_{13}, \rho_{19} > 0.103$ ) güven sınırını aşması, yıllık modelde tüm değerlerin güven aralığında ( $|\rho_k| < 0.259$ ) kalması nedeniyle, ayrıca PPCC testi sonuçları dikkate alındığında günlük zaman serisinin korelasyonsuz, yıllık zaman serisinin de korelasyonsuz ve normal dağıldığı sonucuna varılmaktadır.

ARMA(1, 1) modeli günlük akım serisini yeterli ölçüde temsil etmesine rağmen (min. AIC) süreçteki muhtemel volatilitenin varlığı nedeniyle kalıntı terimi normal dağılmamaktadır. Bu nedenle, koşullu değişen varyans etkilerinin varlığını test etmek için ARMA(1,1) modelinin kalıntı terimlerinin kareleri üzerinde Lagrange Multiplier testi uygulanarak ARCH etkisi araştırılmıştır. Bir günlük gecikmeyle hesaplanan ARCH LM testi sonucundan elde edilen F istatistiği (7.254),  $F_{1,365,0.05}$  değeri olan 3.84'ten büyük olduğu için ARCH etkisinin bulunmadığını savunan sıfır hipotezi reddedilir. Varlığı ARCH LM testi ile belirlenen ARCH etkisinin modellenmesinde çeşitli alternatif modeller kullanılabilir. Burada yer verilen model, denenmiş birçok ARCH tipi model arasından parametrelerinin anlamlı olmasına dikkat edilerek seçilmiş modeldir. Çalışmada günlük seri için en uygun model olan ARMA(1, 1)-GARCH(2, 3) modelinin parametreleri aşağıda verilmiştir.





(a)



(b)

Şekil 3. Köprüçay Nehri' ne ait akım değerlerinin korelogramı ( $\rho$ ) ve kısmi korelogramı ( $\phi$ )  
(a) Günlük seri (b) Yıllık seri

Tablo 3. Günlük ve yıllık seri için elde edilen model katsayıları

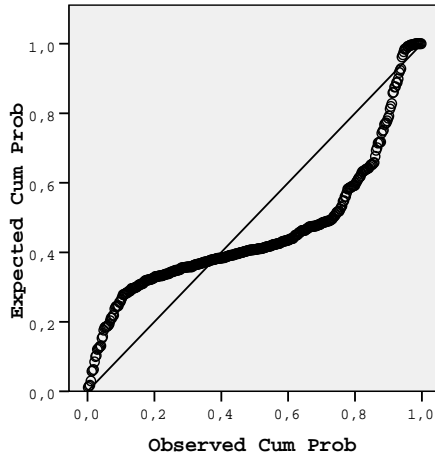
Modeller	Günlük seri					Yıllık seri				
	p		q		$\sigma_e^2$	p		q		$\sigma_e^2$
	1	2	1	2		1	2	1	2	
AR(1)	-0.076	---	---	---	0.024	0.068	---	---	---	81.33
AR(2)	-0.087	-0.142	---	---	0.023	0.058	0.144	---	---	81.09
MA(1)	---	---	-0.107	---	0.023	---	---	-0.068	---	79.90
MA(2)	---	---	-0.126	-0.195	0.023	---	---	-0.322	-0.173	70.81
ARMA(1,1)	0.666	---	-0.837	---	0.005	2.176	---	2.105	---	87.51

Tablo 4. Lineer zaman serisi modelleri için Akaike bilgi kriterleri (A.I.C.)

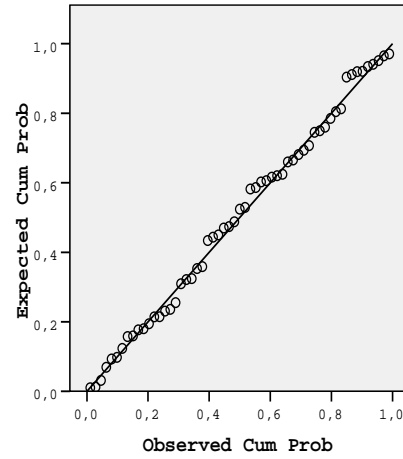
Modeller	AR(1)	AR(2)	MA(1)	MA(2)	ARMA(1,1)
Günlük	-1359.341	-1372.875	-1367.841	-1380.848	-1953.465
Yıllık	252.715	254.547	251.704	246.820	258.890

Tablo 5. Uygun modellerdeki rastsal bileşenlerin korelasyon değerleri

Lag (k)	$\rho_k$		k	$\rho_k$	
	Günlük	Yıllık		Günlük	Yıllık
1	0.043	0.043	11	-0.051	-0.173
2	-0.049	-0.033	12	0.070	0.205
3	0.021	0.034	13	0.152	0.071
4	-0.045	0.122	14	-0.022	0.125
5	-0.101	0.075	15	-0.003	0.005
6	0.065	-0.003	16	0.027	0.061
7	0.035	0.058	17	0.019	0.069
8	-0.023	-0.166	18	-0.102	0.119
9	-0.034	0.038	19	0.107	0.093
10	0.042	0.007	20	0.019	-0.161



(a)



(b)

Şekil 4. Seçilen modellere ait rastsal değişkenlerin PPCC testi sonucu (a) ARMA(1,1) modeli (b) MA(2) modeli

Tablo 6. Günlük serinin ARMA(1,1)-GARCH(2,3) model sonuçları

Model Katsayıları	Katsayı Değerleri	Std. Hata	z-İstatistiği	Olasılık
$\alpha_0$	0.00174	0.00016	11.0944	0.0000
ARCH(1)	0.18843	0.04173	4.51513	0.0000
ARCH(2)	0.09194	0.03240	2.83732	0.004
GARCH(1)	0.40821	0.03237	12.6109	0.0000
GARCH(2)	-0.42645	0.02493	-17.1084	0.0000
GARCH(3)	0.70333	0.03441	20.4386	0.0000
$R^2$	0.00887	Bağımlı değişkenin ort.		0.00045
Düzeltilmiş $R^2$	-0.01068	Bağımlı değiş. st. hatası		0.15453
Regresyonun st. hatası	0.15536	A.I.C.		-1.3280
Kalıntı kareleri toplamı	8.56809	Schwarz kriteri		-1.24213
Log en çok olabilirlik	249.025	Durbin-Watson istatistiği		2.14103

Elde edilen modelde tüm model katsayıları istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur. Yine GARCH(2,3) modeli için hesaplanan katsayılardan  $\alpha_0$ , ARCH ve GARCH katsayıları  $\alpha_0 > 0$ ,  $\alpha_1 > 0$ ,  $\beta_1 > 0$  ve  $\sum_{i=1}^{\max(p,q)} (\alpha_i + \beta_j) < 1$  koşullarını sağlamaktadır. Elde edilen modelin yapısı aşağıda verilmiştir.

$$y_t = 0.666y_{t-1} + e_t + 0.837e_{t-1} \quad (10)$$

$$\sigma_t^2 = 0.00174 + 0.18843e_{t-1}^2 + 0.09194e_{t-2}^2 + 0.40821\sigma_{t-1}^2 - 0.42645\sigma_{t-2}^2 + 0.70333\sigma_{t-3}^2$$

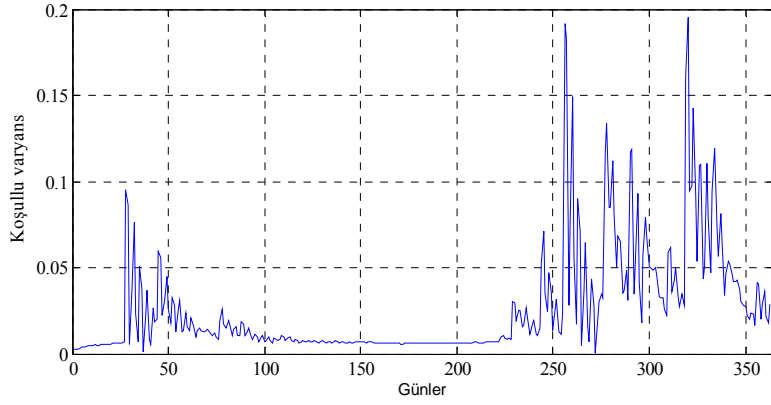
Modelin yeterli olup olmadığına karar vermek için kalıntıların karelerinin otokorelasyonları için hesaplanan Q istatistiği (23.962), %95 güven sınırı ve 21 serbestlik derecesi için  $\chi^2$  değeri 32.671'den küçük olduğu için kalıntıların doğrusal bağımlılığı olmadığı veya rastgele dağıldığı hipotezi kabul edilmiştir. Bu nedenle varyansın doğru modellendiği söylenebilir. Elde edilen koşullu varyanslar (Şekil 5) ve koşullu standart sapmalar (Şekil 6) aşağıda görülmektedir.

Şekil 5 ve Şekil 6 beraber incelendiğinde günlük akımların yaklaşık 25. ve 100. günleri arasında ve son 140 gününde yüksek volatilité görülmektedir. Varyans değişiminin en fazla görüldüğü aylar Eylül ve Aralık aylarıdır. Yaz aylarında akarsu rejimi daha düzenlidir. Özellikle son 90 günün (Ekim, Kasım, Aralık) koşullu varyans değişimi ilk dönem (Şubat-Mart) varyans değişiminin oldukça üzerindedir. Havzada kar birikim ve erime döneminin Aralık-Nisan arası ve etkin kar erimesinin Şubat ve Mart aylarında oluşu [13] ilk dönemdeki bu volatilitenin yüksek olmasının sebebi olarak yorumlanabilir. Bunun yanında,

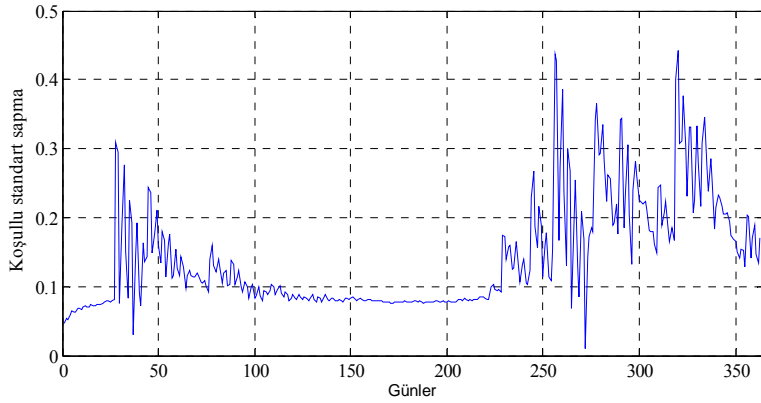
volatilitenin çok daha yüksek görüldüğü son dönemde ise akarsu rejimindeki bu dalgalanmaların kaynağının, yağmur kaynaklı akımların etkisi ile gerçekleştiği sonucuna varılmaktadır. Havzada görülen yağmur kaynaklı volatilitenin kar erimesinden meydana gelen volatiliteden daha etkin olduğu söylenebilir.

Şekil 1(a)'dan, yaklaşık 25. ve 100. günler arasında ve son 140 günde büyük miktarda değişimleri büyük miktarda değişimlerin izlemesini, diğer günlerde ise küçük miktarda değişimleri küçük miktarda değişimlerin izlemesini bir başka değişle volatilitenin kümelenmesi olgusunu, kurulan modelle elde edilen koşullu varyans ve koşullu standart sapma grafiklerinden de görmek mümkündür. Şekil 1(a) ve Şekil 5-6 beraber incelendiğinde Köprüçay Nehri günlük akım serisi için, ARCH etkisinin başlıca sıcaklık ve yağıştaki değişimlere ek olarak kar erimesinin getirdiği belirsizliklerden kaynaklandığı söylenebilir.

Yıllık akımlar MA(2) modeli ile yeterli ölçüde temsil edilmiştir. Yine günlük seride olduğu gibi yıllık seride de ARCH etkisinin varlığı, MA(2) modelinin kalıntı terimlerinin kareleri dikkate alınarak incelenmiştir. MA(2) modelinden elde edilen kalıntıların karelerinin korelogramı aşağıda görülmektedir.



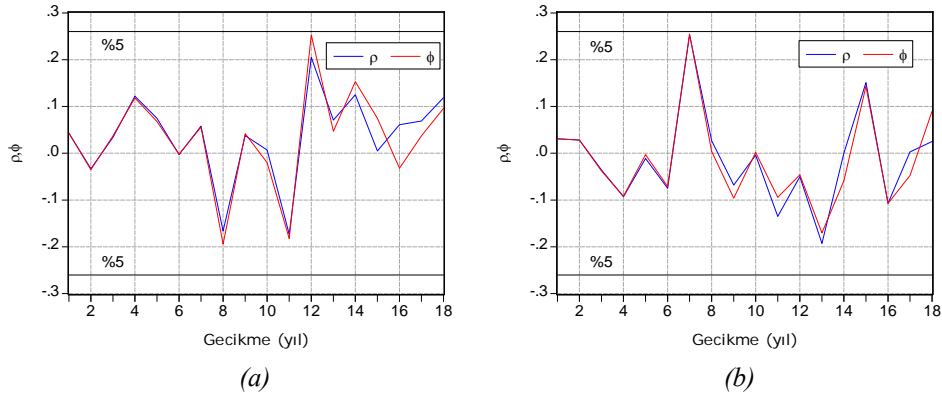
Şekil 5. Günlük serinin ARMA(1,1)-GARCH(2,3) modeli ile elde edilen koşullu varyansı



Şekil 6. Günlük serinin ARMA(1,1)-GARCH(2,3) modeli ile elde edilen koşullu standart sapması

Bu şekiller incelendiğinde korelogram ve kısmi korelogram değerlerinde istatistiksel olarak anlamlı bir değer görülmemektedir. Bu durum yıllık akımlarda ARCH etkisinin olmadığı yönündeki ilk bilgidir. Ayrıca, ARCH etkisinin varlığı ARCH LM testi ile araştırıldığında (Tablo 7), bir yıllık gecikmeyle hesaplanan ARCH LM testi sonucundan elde edilen F istatistiği (0.370),  $F_{1,57,0.05}$  değeri olan 4.01'den küçük olduğu için ARCH etkisinin bulunmadığını savunan sıfır hipotezi kabul edilir.

Yıllık akımlarda ARCH etkisinin var olmadığı gerek diagnostik gerekse de istatistiksel test ile ortaya konması nedeniyle volatilité etkisinin modellenmesine devam edilmeyerek analizler burada sonlandırılmıştır.



Şekil 7. Yıllık serinin MA(2) modelinin; (a) artıklarının korelogramı ve kısmi korelogramı (b) artıklarının karelerinin korelogramı ve kısmi korelogramı

Tablo 7. MA(2) modelinin kalıntı karelerinin ARCH LM testi sonucu

ARCH Test			
$F$ – istatistiği	0.370	$F(1, 54)$ olasılığı	0.546
Gözlem * $R^2$	0.380	$\chi^2(1)$ olasılığı	0.537

## 5. SONUÇ

Risk ve belirsizliklerin önem kazandığı hidrolojik süreçlerde, non-lineer bir mekanizma olan durağan olmayan koşullu varyans (conditional heteroskedasticity) modellemesi hidroloji çevrelerinde yeterli ilgiyi görmemiştir. Bu tür süreçlerin modellenmesinde, daha çok sürecin ortalama davranışıyla ilgilenilmektedir. Literatürde koşullu değişen varyans modellemesinde yarı-parametrik ve parametrik olmayan yöntemler [14] kullanılabilmesine rağmen bu çalışmada parametrik bir yaklaşım olan ARCH tipi modellerle koşullu değişen

varyansın temsil edilmesi amaçlanmış ve Köprüçay Nehri akımlarında uygulamalar gerçekleştirilmiştir.

Köprüçay Nehri'ne ait günlük ve yıllık ortalama akım verilerinin stokastik süreçleri analiz edilerek zamana bağlı değişkenlikleri bir başka ifadeyle volatilité analizi için farklı lineer zaman serisi modelleri arasından süreci en iyi temsil eden modeller belirlenip, modellerden elde edilen kalıntı terimlerinden hareketle non-lineer varyans modelleri incelenmiştir.

İlk aşamada kurulan lineer zaman serisi modelleri kendi aralarında karşılaştırılarak A.I.C. testine göre günlük ve yıllık akımlar için en iyi modeller belirlenmiş, model rastsal bileşenlerinin bağımsızlığı otokorelasyon değerlerinin anlamlılık düzeyi ile test edilmiş ve dağılımlarının normal dağılıma uyup uymadığı PPCC Testi ile tespit edilmiştir. Günlük akım modellerinde en iyi lineer modelin ARMA(1, 1) modeli, yıllık akımlarda ise MA(2) modeli olduğu belirlenmiştir. Daha sonra, günlük ve yıllık akımlarda volatilitéyi analiz etmek için koşullu değişen varyans modelleri kurulmuştur. Günlük seride ARCH etkisi Lagrange Multiplier testi ile belirlenerek, bu etkiyi en iyi ARMA(1, 1)-GARCH(2, 3) modelinin temsil ettiği görülmüştür. Yıllık akımlarda ise ARCH etkisinin olmadığı diagnostik ve istatistiksel olarak belirlenmiştir. ARCH etkisinin hâkim olduğu seri için volatilité kümelenmesinin değişimi gösterilmiştir.

Sonuç olarak kurulan ve Köprüçay örneğinde uygulaması gerçekleştirilen bu modellerin, akarsular üzerinde planlanan ya da planlanacak olan su yapılarının sürdürülebilir işletilmesi konusunda ihtiyaç duyulacak kararları vermede belirli kolaylıklar sağlayacağı düşünülmektedir.

#### **Kaynaklar**

- [1] Mitosek, H.T., On Stochastic Properties of Daily River Flow Processes. Journal of Hydrology, 228 (2000), 188-205.
- [2] Sepetçioğlu, M.Y., Gerger, Y., Akarsularda Akım Serilerinin İstatistiksel Modellenmesi. 3. GAP Mühendislik Kongresi, Şanlıurfa, 2000.
- [3] Tayfur, G., Kavvas, M.L., 2001. Tahoe Havzasında Gözlenen Hidrolojik Değişkenlerin Zaman Serisi Analizleri. 1. Türkiye Su Kongresi, İstanbul, Cilt 1.
- [4] Tol, R.J.S.: Autoregressive conditional heteroscedasticity in daily temperature measurements, Environmetrics, 7, 67-75, 1996.
- [5] Wang, W., Van Gelder, P. H. A. J. M., Vrijling, J.K., Ma, J., Testing and modeling autoregressive conditional heteroskedasticity of streamflow processes, Nonlinear Processes in Geophysics, 12: 55-66, 2005.
- [6] Engle, R., Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of UK inflation. Econometrica, 50: 987-1008, 1982.
- [7] Bollerslev, T., Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity. Journal of Econometrics, 31:9-24, 1986.
- [8] Fan, J., Nonlinear Time Series: Nonparametric and Parametric Methods. Secaucus, NJ, USA: Springer-Verlag New York, Incorporated, 2003. p v.

- [9] Tsay, R.S., Analysis of Financial Time Series. A Wiley-Interscience Publication John Wiley&Sons, Inc. 456s. New York, 2002.
- [10] Kutlar, A., Ekonometrik Zaman Serileri, Ankara Gazi Kitapevi, 2000.
- [11] Mcleod, A. I. and Li, W. K., Diagnostic checking ARMA time series models using squared residual autocorrelations, Journal of Time Series Analysis, 4, 269-273, 1983.
- [12] Ljung, G.M. and Box, G. E. P., On a measure of lack of fit in time series models, Biometrika, 65, 297-303, 1978.
- [13] E.İ.E., Yukarı Köprüçay Havzası Master Plan Raporu. Elektrik İşleri Etüt İdaresi Gen. Müd., Yayın 01-25. Ankara, 2001.
- [14] Lall, U., Recent advance in nonparametric function estimation- hydrologic application, Reviews of Geophysics, 33, 1093-1102, 1995.