

Genetik Algoritma ile Üç Boyutlu Kafes Sistemlerin Şekil ve Boyut Optimizasyonu

Vedat TOĞAN*

Ayşe DALOĞLU**

ÖZ

Minimum ağırlık veya hacmi bulmaya yönelik geliştirilen optimizasyon tekniklerinden biride genetik algoritmadır (GA). GA bir topluluğun bireylerine doğal seçim ilkelerini uygulayarak o tasarım problemine ait en iyi çözüme ulaşmayı amaçlar. Bu çalışmada, eleman en kesit alanlarına ilaveten, üç boyutlu kafes sistemlerin düğüm noktaları koordinatları da tasarım değişkenleri olarak dikkate alınmaktadır. Sistemler minimum ağırlıklı olacak şekilde GA kullanılarak incelenmiştir. Optimizasyon işleminde TS 648’de belirtilen tasarım koşulları dikkate alınmakta ve değer kodlaması kullanılmaktadır. Sonuç olarak sistemlerin minimum ağırlıklı olacak biçimde boyutlandırılmalarında sistem geometrisini de optimizasyon sürecine katmak sistem ağırlığında azalma sağlayabilmektedir.

ABSTRACT

Shape and Size Optimization of 3D Trusses with Genetic Algorithm

Genetic algorithm (GA) is one of the optimization techniques used to find the minimum weight or volume of a structure. The aim in GA is to reach an optimum solution for a design problem by applying the rules of natural selection. In this study, nodal coordinates of 3D trusses are taken as design variables in addition to area cross-sections of the members. Systems were searched for a minimum weight using GA. Design criteria given in TS 648 are taken into consideration and value encoding is applied in the optimization process. It can be concluded that the weight of a system can be reduced by adding the system geometry into the optimization process while designing the systems for a minimum weight.

Not: Bu yazı

- Yayın Kurulu’na 12.04.2004 günü ulaşmıştır.
- 30 Haziran 2006 gününe kadar tartışmaya açıktır.

* Karadeniz Teknik Üniversitesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, Trabzon – togan@ktu.edu.tr

** Karadeniz Teknik Üniversitesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, Trabzon – aysed@ktu.edu.tr

1. GİRİŞ

Kıt olan kaynakları en iyi şekilde kullanmak adına, yapı mühendisleri uygulanabilir tasarımlar arasından optimum olanını seçme gayesindedirler. Uygulanabilir en iyi çözüme ulaşmak için ise bir takım kıstaslar altında döngüsel bir analiz ve değerlendirme aşamasına gereksinim vardır. Ancak bu çözümün, malzeme, geometri ve taşıyıcı sistem bakımından en uygun olması isteği ihtiyaca cevap vermeyi zorlaştırmaktadır. Çünkü olası tasarım kümesinde, analiz ve değerlendirme işlemleri aracılığıyla kıstaslar (sınırlayıcılar) karşılanıncaya kadar döngüsel bir şekilde araştırma yapılmakta ve bu esnada olası çözümler dinamik olarak değiştirilerek irdelenmektedir. Oldukça zaman alıcı ve hata yapılabilmesi kaçınılmaz olan olası çözüm değerlendirme işlemini bilgisayarlar yardımıyla yapabilmek için algoritmalar yazılmıştır.

Yazılan tüm bu algoritmaların ortak noktası, olası çözüm değerlendirme işlemi algoritma içerisinde yaparak probleme ait tasarımın, mukavemet, rijitlik, karlılık ve maliyet açısından en uygun hale getirilmesidir. Ancak çözüme ulaşmada ortak amacı güden optimizasyon algoritmaları tasarım değişkenlerinin sürekli ve ayrıık olarak kabul edilmelerine göre farklılaşmaktadır. Ürettiği çözümün uygulamada birebir karşılığı olmayan ve tasarım değişkenlerinin sürekli olduğu varsayımına dayanan algoritmalar yerine, son dönemlerde uygulamada birebir karşılığı bulunan çözümler sunan algoritmalar tercih sebebi olmaktadır. Yapı mühendisliği açısından optimizasyonun amacı, kullanılabilirliği sağlayan sınırlayıcı koşullar altında, uygulanabilir çözümler arasından en iyisine erişebilmektir. Bu en iyi sonuç özellikle mühendislik yapılarında, öngörülen unsurları sağlayan ve en ekonomik olanının bulunmasıdır. Gerçekte ekonomiye etkileyen tüm parametrelerin doğru ve etkin bir biçimde ilişkilendirilmeleri sonucu gerçek bir maliyet unsurunda bahsedilebileceği aşıkardır. Ancak etmenler arasından en etkin olanının incelenmek istendiği mühendislik problemlerinin basite indirgeme içgüdüleriyle ilişkilendirildiğinde, optimizasyon işlemlerinde tasarım probleminin tipine göre değişiklik gösterebilen amaç, malzeme miktarının azaltılmasıdır.

Minimum ağırlığı bulmaya yönelik geliştirilen ayrıık tasarım değişkenli optimizasyon tekniklerinden biri de genetik algoritmadır (GA). GA bir topluluğun bireyelerine taklit ettiği doğal seçim ilkesini uygulayarak o tasarım problemine ait çözüm kümesi arasından en uygun (optimum) çözüme ulaşmayı sağlar. Kütlemin en aza indirilmesi olarak yapıla gelen yapısal optimizasyonda, sistem geometrisinde herhangi bir değişiklik yapılmamaktadır. Sistemi oluşturan elemanların kesit alanlarında ve buna bağlı olarak diğer geometrik büyüklüklerinde değişiklik yapılarak minimum ağırlık elde edilmektedir. Bu çalışmada, tasarım sürecindeki analiz değerlendirme döngüsel işlemine sistem geometrisini değiştirilebilecek parametrelerin eklenmesiyle sistem ağırlığı veya hacminin azaltılıp azaltılamayacağı araştırılmıştır.

Ayrıık tasarım değişkenleri ile işlem yapılabilmesi, sınırlayıcıların kolaylıkla entegre edilebilmesi, birden fazla yükleme durumunun dikkate alınabilmesi ve tasarım problemine dair uzun ve karışık bağıntılara ihtiyaç duyulmaması gibi avantajları nedeniyle, diğer bir çok çalışmada olduğu gibi, optimizasyon işlemlerinde [1-7] GA kullanılmıştır. Çalışmada sırası ile 25, 72, 154 ve 52 elemanlı uzay kafes sistemler incelenmiştir. Sistemlerin analizinde, düğüm noktaları koordinatları da eleman enkesit özelliklerine ilaveten analiz değerlendirme döngüsel işlemine tasarım değişkeni olarak katılmıştır. Böylelikle sistemlerin minimum ağırlıkları, GA kullanılarak gerçekleştirilen şekil ve boyut

optimizasyonları sonucu elde edilmiştir. Optimizasyon işleminde TS 648'de belirtilen tasarım koşulları dikkate alınmıştır.

2. GENETİK ALGORİTMA

Doğal seçilimi taklit eden GA bir evrimsel yaklaşım yöntemidir. Esinlendiği doğal seçim ilkesine uygun olarak, problemin çözümü olabilecek mümkün alternatifler kümesini, var olan tasarım sınırlayıcıları ve koşulları altında hayatta kalmak için mücadele eden canlı topluluklarına benzetir. En iyinin hayatta kalmasının hedeflendiği bu benzetimde, GA en uygun çözüme ulaşan stokastik ve global bir optimizasyon yöntemidir.

GA ile optimizasyon işlemlerinin ilk adımında, başlangıç olarak iyi bir yaklaşık çözüm veya herhangi bir çözüm için, herhangi bir bilgiye ihtiyaç duyulmamaktadır. Bu ilk adımda sadece probleme dair olası çözümlerin doğrudan kendileriyle değil onlarla alakalı bilgileri barındıran dizilerin rasgele üretilmesi gerçekleştirilir. Bu diziler, bir araya getirilmiş sayı gruplarını (kromozomu veya bireyi) temsil etmektedirler. Ardından her çözüme ilgili bilgilerin performansının diğer çözümlere göre değerlendirilmesi gerçekleştirilir. Değerlendirme sonucunda ortam koşullarına daha uygun bilgileri barındıran çözümlerden daha iyi bilgiler üretmek için GA'da genetik operatörler kullanılır. Kullanımı en çok tercih edilen ve çalışmada da kullanılan operatörler seçme, çaprazlama, mutasyon işlemcileridir. Daha iyiyi elde etmek ümidiyle yukardaki işlem dizisine daha önceden belirlenen bir döngü sayısına ulaşıncaya veya kabul edilebilir bir sonuç elde edilinceye kadar devam edilir.

Yukarıda özetlenen Holland (1975) tarafından sunulan ve daha sonra Goldberg [8] tarafından geliştirilen GA, basit genetik algoritma (Simple Genetic Algorithm, SGA) olarak anılmaktadır. Problemin gerçek parametrelerinden ziyade kodlanmış sayı veya sayı grubu olan tasarım değişkenleri SGA'da ikilik sayı sistemi ile kodlanmıştır. Gerek evrimsel süreçte uygunluğu gerekse daha iyi araştırma yapılmasına olanak tanınmasına karşın ikilik kodlama özellikle tasarım değişkenleri sayısının artması veya tasarım değişkenlerine atanacak olan en kesit özellikleri ile ilgili bilgilerin fazla olması durumunda bireyi oldukça büyük bit grupları ile temsil edebilmektedir. Literatürde ikilik kodlamanın yanı sıra değer ve real kodlama biçimlerine de rastlanabilmektedir [9,10]. Bahsedilen nedenlerden dolayı çalışmada tasarım değişkenleri değer kodlaması ile gerçekleştirilmiştir.

Değer kodlamasında tasarım değişkeni ile ilgili bilgi tek bir sayı ile belirtilebilmektedir ve bu sayı değeri ikilik kodlamadaki şifrenin onluk sisteme çevrilmesi ile bulunacak değerle aynıdır (Şekil 1). Böylelikle ikilik kodlamanın aksine değer kodlamasında çözümün uzunluğu tasarım değişkeni sayısına eşit olmakta ve onluk sisteme geçme işlemine gerek kalmamaktadır. Literatürde, daha iyi çözüme ulaşmada bireyler arasında bilgi değişimini sağlayan ve GA'nın güçlü operatörlerinden biri olan çaprazlama operatörü için farklı tipte kullanımlara rastlanabilmektedir [11-13]. Farklı tip çaprazlama operatörü olarak sabit noktalı, değişken noktalı, düzenli ve bunların bir kaçınının birleşiminden oluşan karma çaprazlama teknikleri ön plana çıkmaktadır. Sabit noktalı çaprazlamadan kasit algoritma içerisinde sadece tek, iki

01011-00011-10100-11110	ikilik kodlamada her biri 5 adet bitle temsil edilen tasarım değişkenleri dizisi
12 - 4 - 21 - 31	değer kodlamasında her bir tasarım değişkeni bir sayı ile temsil edilen aynı dizi

Şekil 1 Bir bireyin ikilik ve değer kodlamasındaki karşılıkları

veya üç noktalı çaprazlamaya izin verilmesidir. Benzer biçimde değişken noktalıdan kasıt da optimizasyon süreci içerisinde tek, iki veya üç noktalı çaprazlamanın yapılabilmesidir. Düzenli çaprazlamada ise, çözümün gen dizisi uzunluğuna denk, keyfi olarak belirlenen ve çaprazlama maskesi olarak adlandırılan yardımcı bir gen dizisinden faydalanılmaktadır. Çalışmada, Erbatır ve Hasançebi [14] tarafından sunulan ve çözüme ulaşma performanslarının daha iyi olduğu gösterilen düzenli+tek noktalı çaprazlama biçiminden hareketle düzenli+iki noktalı çaprazlama kullanılmaktadır. Bu kullanım belirlenen bir iterasyon adım sayısının ilk $\frac{1}{4}$ 'de düzenli, sonraki $\frac{3}{4}$ 'de ise iki noktalı çaprazlama şeklindedir. Böyle bir kullanımın nedeni, keyfi olarak oluşturulduğundan dolayı başlangıç neslinin, uygun çözüme veya çözümlere dair bilgilerden oldukça uzak bilgileri barındıran bireylere sahip olma olasılığının fazla olmasıdır. Bu nedenle ilk olarak bireylerde, düzenli çaprazlama aracılığıyla fazlaca değişim yaparak daha kısa sürede iyi bilgilere sahip bireyler elde etmek hedeflenmektedir. İlerleyen iterasyon adımlarında ise fazla değişime neden olan düzenli çaprazlamadan kaçınarak tek veya üç noktalıya göre daha etkin arama yapmayı sağlayan [15] iki noktalı çaprazlama kullanarak koşullara en uygun sonuca ulaşabilmek amaçlanmaktadır.

Tasarım problemine ait çözüm kümesinin farklı bölgelerinde araştırma yapmayı sağlayacak bir diğer operatörde mutasyon operatörüdür. Bu operatörün algoritma içerisinde kullanımıyla çözüm kümesi içerisinde çaprazlama ile ulaşılamamış veya ulaşılamayacak noktaların elde edilmesi hedeflenmektedir.

2.1 GA' ya Dayalı Bir Optimizasyon Probleminin Matematiksel Formülasyonu

Bir optimizasyon yönteminin çözüme yönelik anlam taşıyabilmesi için matematiksel olarak ifade edilmesi gerekmektedir. Optimizasyon problemlerinin çözümünün temel hedefi ortaya konan nesnel amaç fonksiyonunu minimize veya maksimize edecek tasarım değişkenleri değerlerini, kullanılabilir kılacak olan sınırlayıcılar altında belirlemektir. Tasarım değişkenlerinin bir fonksiyonu olan amaç fonksiyonu daha öncede belirtildiği üzere farklı biçimlerde olabilmektedir. Minimum ağırlığın veya hacmin amaç fonksiyonu kriteri olarak dikkate alınması mühendislik problemlerinde sıkça raslanılan bir durumdur.

Ana hatları ile tanımlanmaya çalışılan GA temelde sınırlayıcısız olan bir optimizasyon yöntemidir. Ancak kullanılabilirlik durumu, geometrik durum, mimari durum veya yapım standartları vb. sınırlayıcılar optimizasyon işlemlerinde uygulanabilirliği sağlamak açısından göz önüne alınmak durumundadırlar. Bu sınırlayıcıların varlığı optimize edilecek bir problemin GA ile çözümünde o problemin sınırlayıcısız hale dönüştürülmesini gerektirmektedir. Temelde sınırlayıcıların optimizasyona katılması işlemi genetik bir işlem değildir. Bu sınırlayıcıların algoritmaya katılması işlemi genelde tek tip olmayan harici bir ceza fonksiyonu kullanımı ile gerçekleştirilir. Böylelikle olası çözümle alakalı olarak tasarıma sunduğu tasarım değişkenleri değerlerinin hem minimum ağırlığı hemde sınırlayıcıları ne kadar sağladığına dair bilgiler edinilebilmektedir. Literatürde farklı tipte ceza fonksiyonları kullanımı [4, 6, 13, 14, 16] görülebilmektedir.

GA'da iyi bireylerin yaşama devam etmesini sağlayan seçme operatörü üzerinde etkisi bulunan ceza fonksiyonlarında ortak unsur sınırlayıcıların ihlal edilme derecesine göre ceza değerinin artırılmasıdır. Bu çalışmada Rajeev ve Krishnamoorthy [16] tarafından sunulan normalleştirilmiş sınırlayıcı ihlaline dayanan ceza fonksiyonu kullanılmaktadır.

Minimum ağırlığın elde edilmesine yönelik kullanılan GA’larda amaç fonksiyonu sadece eleman enkesit alanlarının bir fonksiyonudur. Oysa çalışmada eleman en kesit alanları yanı sıra sistemin düğüm noktaları koordinat değerleri de tasarım değişkeni olarak ele alınmaktadır. Böyle bir durumda, GA uygulamalarında minimum ağırlık olarak alınan amaç fonksiyonu hem eleman en kesit alanlarının hem de tasarım değişkeni olarak alınan düğüm noktaları koordinat değerlerinden dolayı eleman boylarının bir fonksiyonudur ve bağıntı (1)’deki gibi tanımlanmaktadır.

$$W(A, x) = \sum_{i=1}^m \rho A_i L_i$$

$$= \sum_{i=1}^m \rho A_i \left[\sum_{j=1}^3 (x_{ij}^a - x_{ij}^b)^2 \right]^{1/2} \quad (1)$$

Burada A_i ve L_i sırasıyla i . elemanın en kesit alanı ve boyu, ρ ise malzeme yoğunludur. j , i . elemanın uç noktalarının x , y ve z olan koordinat değerlerini, a i . elemanın ikinci ucunu, b ise yine aynı elemanın birinci ucunu simgelemektedir. Son olarak m , sistemdeki toplam eleman sayısını belirtmektedir. Optimizasyon işlemlerinde, incelenen sistemlere bağlı olarak artan sistem elemanları beraberinde oldukça uzun sayı grubuna sahip bireyleri getirmektedir. Optimizasyon işlemlerinde oldukça sık raslanılan bu durumda çözüm kümesi hacminin azaltılması amacıyla sistem elemanlarında gruplandırmaya gidilmektedir. Bu durumun amaç fonksiyonuna yansıtılması halinde (1) bağıntısı bağıntı (2)’deki gibi düzenlenebilmektedir. Dikkate alınan sınırlayıcılardan gerilme ve deplasman sınırlayıcısının GA’da kullanılabilmesi için normalize edilmiş biçimleri bağıntı (3)’de verilmektedir.

$$W(A, x) = \sum_{k=1}^{NG} A_k \sum_{i=1}^m \rho \left[\sum_{j=1}^3 (x_{ij}^a - x_{ij}^b)^2 \right]^{1/2} \quad (2)$$

$$\sigma_{il} / \sigma_{il,em} - 1 \leq 0 \quad (3)$$

$$d_{jl} / d_{jl,maks.} - 1 \leq 0$$

Bu sınırlayıcıları amaç fonksiyonuna eklemek üzere kullanılan harici ceza fonksiyonu daha öncede belirtildiği üzere [16] verilmektedir. Burada, NG elemanların grup sayısını, A_k k . eleman grubunun en kesit alanını, σ_{il} l . yükleme durumunda i . elemandaki gerilme durumunu, $\sigma_{il,em}$ i . elemandaki gerilmenin çekme olması durumunda kullanılan malzemeye göre değişebilen akma gerilmesine bağlı olan çekme emniyet gerilmesini, i . elemandaki gerilmenin basınç olması durumunda ise TS 648 göre hesaplanan ve eleman narinliğine göre değişebilen basınç emniyet gerilmesini simgelemektedir. d_{jl} ise l . yükleme durumunda j . düğüm noktasında oluşan deplasman değerini, $d_{jl,maks.}$ ise j . düğüm noktasındaki deplasman değerinin üst sınırını simgelemektedir.

2.2 GA' ya Dayalı Optimizasyon Algoritmasının Döngüsü

Önceki bölümde özetlenmeye çalışılan GA' ya dayalı optimizasyon tekniğinde izlenen adımlar aşağıdaki gibi sıralanmaktadır.

- Yapı sistemine ait geometrik özellikler, eleman özellikleri ve yükleme durumu girilir.
- Popülasyon büyüklüğü, tasarım değişkeni sayısı girilir.
- Başlangıç popülasyonu oluşturulur.
- Her bir tasarım değişkeni için tanımlanan listedeki sıra numarası bulunur.
- Koordinat değişkenleri için sıra numarasındaki değerlerle sisteme ait yeni eleman boyları hesaplanır. Boyut optimizasyonu için bu adım atlanır.
- Yapının statik analizi yapılır.
- Her bir bireyin sınırlayıcıları ihlal edip etmediği kontrol edilerek uyumu hesaplanır.
- Uyum durumuna bağlı olarak bireyler çoğaltılır.
- Çaprazlama ve değişim (mutasyon) operatörü uygulanarak yeni nesil elde edilir.
- Yeni nesil başlangıç popülasyonunun yerine konularak 4. adımdan 9. adıma kadar olan işlemler algoritmaya empoze edilen sonlandırma kriterleri sağlanıncaya kadar tekrarlanır. 250 iterasyon adımı sayısı veya popülasyon bireylerinin %85'nin aynı olması durumu bu çalışmada kullanılan sonlandırma kriterleridir.

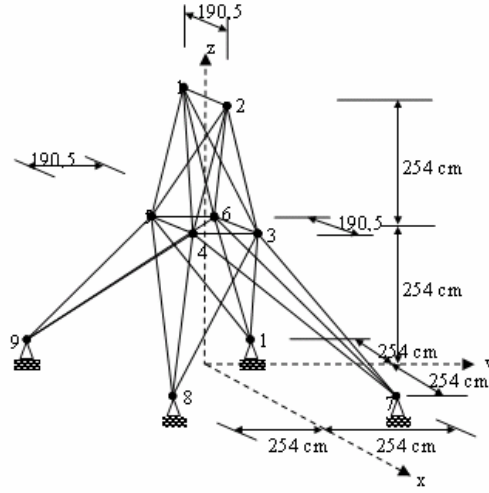
3. SAYISAL ÖRNEKLER

Amaç fonksiyonu, sınırlayıcıları, ceza fonksiyonu ve diğer özellikleri ile özetlenmeye çalışılan GA'ya dayalı algoritma aracılığıyla, literatürden alınan 4 farklı üç boyutlu kafes sistemin optimizasyonu yapılmıştır. Sistemler için en az ağırlık değeri şekil ve boyut optimizasyonu aracılığıyla elde edilmiştir. İncelen sistemlerden ilki için, sunulan algoritma aracılığıyla elde edilen sonuçlar literatürdeki diğer bir çalışmadan [17] elde edilen sonuçlar ile çalışmada özetlenen algoritmanın işlerliğini göstermek üzere karşılaştırmalı olarak verilmektedir.

3.1 25 Eleman, 10 Düğüm Noktalı Uzay Kafes Sistem

Tasarıma konu olan ve Şekil 2'de geometrik özellikleri ile elemanları verilen sistem, literatürde birçok araştırmacı [17, 18, 19] tarafından da stabilite sınırlayıcıları dikkate alınarak veya alınmayarak bir ila iki yükleme durumu için incelenmiştir. Tasarımda, sistemi oluşturan elemanlar 8 ayrı grupta toplanmıştır, ve 1 ile 2 nolu düğüm noktalarının x ve y doğrultularındaki deplasmanlarının üst sınırı 8.89 mm olarak dikkate alınmaktadır. Sistem elemanlarına, Wu ve Chow [17] tarafından verilen 32 adetlik bir profil listesinden en kesit değeri atanmaktadır. Basınç emniyet gerilmesinin belirlenmesinde de [17]'de verilen Euler gerilmesi kullanılmaktadır.

Şekil 2'de belirtilen geometrik özelliklerle ilk önce sistemin boyut optimizasyonu yapılmaktadır. Daha sonra sistemin 1 ve 2 nolu düğüm noktaları sabit kalmak koşulu ile diğer düğüm noktalarının koordinat değerlerinin tasarım değişkeni olarak alınmasıyla, sistemin boyut ve şekil optimizasyonu gerçekleştirilmiştir.



Şekil 2. 25 eleman, 10 düğüm noktalı uzay kafes sistem

Tasarım değişkeni olarak alınan düğüm noktalarının koordinatları için kullanılan değerler ve yükleme durumu Wu ve Chow [17] tarafından kullanılan değerler ile aynıdır. Ancak bu koordinat değerleri belirtilen çalışmada sürekli tasarım değişkenleri olarak dikkate alınmıştır.

Tablo 1. 25 eleman, 10 düğüm noktalı uzay kafes sistem için elde edilen optimizasyon sonuçlarının karşılaştırılması

	Bu Çalışma	Wu ve Chow [17]		Bu Çalışma	Wu ve Chow [17]
Boyut Opt.			Boyut ve Şekil Opt.		
A ₁ (mm ²)	129.38	194	A ₁ (mm ²)	387	580.6
A ₂	710	580.6	A ₂	968	516.13
A ₃	1871	1935.5	A ₃	774	838.71
A ₄	65	258.06	A ₄	65	322.58
A ₅	194	645.16	A ₅	129	193.54
A ₆	710	710	A ₆	323	387.09
A ₇	903	774.19	A ₇	645	774.19
A ₈	1871	1938.48	A ₈	839	1032.25
			x ₄ (mm)	280	564.38
			y ₄	1100	1244.85
			z ₄	2470	2717.29
			x ₈	800	1132
			y ₈	2200	2601.97
Ağırlık	2,38	2,33	Ağırlık (kN)	1,226	1,35

Genetik Algoritma ile Üç Boyutlu Kafes Sistemlerin Şekil ve Boyut Optimizasyonu

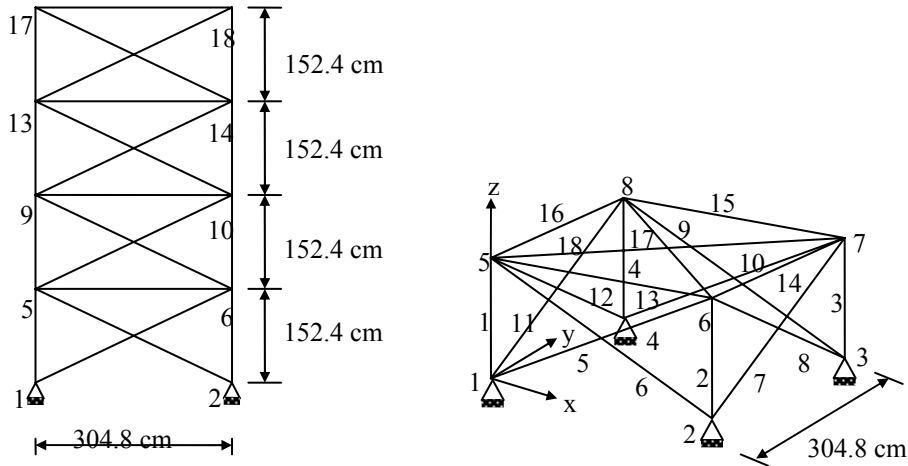
Burada ise Wu ve Chow [17] tarafından belirtilen değer aralıklarında 16 adet değerden oluşan ayrık koordinat listesi 4 nolu düğüm noktasının x, y, z koordinatlarında, 8 nolu düğüm noktasının ise x ve y koordinatlarında kullanılmaktadır. Tasarımda sistemin, z-x ve z-y düzlemine göre simetrisi korunduğundan diğer düğüm noktalarının koordinat değerleri 4 ve 8 nolu düğüm noktasının atanan koordinat değerlerine ilişkilendirilmektedir. Sistemin gerek boyut gerekse boyut ve şekil optimizasyonu sonucu elde edilen çözüm ile Wu ve Chow [17] tarafından elde edilen sonuçlar Tablo 1’de verilmektedir. Bu sonuca 30 adetlik bir popülasyon ile 67. iterasyon adımı sonunda ulaşılmıştır.

Tüm tasarımlarda, kullanılan çaprazlama türü gereğince 250 olarak algoritmaya verilen maksimum iterasyon sayısının ilk ¼’de %0 - %100 arasında değişen oranlarda sonraki iterasyon adımlarında ise %70 oranında çaprazlama uygulanmıştır. Tasarımlarda kullanılan mutasyon oranı ise %1’dir.

Tablo 1’de karşılaştırmalı olarak sunulan bulgulardan algoritması kurulan ve kodlanan programın işlerliği görülebilmektedir.

3.2 72 Eleman, 20 Düğüm Noktalı Uzay Kafes Sistem

Şekil 3’deki sistem literatürde [18,19] çoğunlukla, eleman alanları minimum ağırlığı verecek biçimde stabilite sınırlayıcıları göz önüne alınmadan en kesit alanlarının sürekli olduğu varsayılarak optimize edilmiştir. Sistem elemanları 16 ayrı grup olarak sınıflandırılmaktadır. Çalışmada sistemin tasarım değişkenlerine AISC-ASD’den alınan 16 adetlik boru profili en kesit alanları atanmakta ve basına çalışan elemanlar için TS 648’de belirtildiği biçimde hesaplanan basınç emniyet gerilmeleri dikkate alınmaktadır. Tasarımda $E=68950 \text{ N/mm}^2$, $\sigma_{cm}=172,5 \text{ N/mm}^2$, $\rho=2.77.10^{-8} \text{ kN/mm}^3$ ve 17, 18, 19, 20 nolu düğüm noktalarında deplasman sınırlayıcıları ise 63.5 mm olarak alınmaktadır. Yükleme olarak Tablo 2’de verilen 2 adet yükleme durumu dikkate alınmaktadır. Çalışmada sistem için sabit geometride boyut optimizasyonu ve iki farklı biçimde şekil ve boyut optimizasyonu yapılmıştır. Şekil ve boyut optimizasyonunun birinci durumunda sistemin 6, 10 ve 14 nolu düğüm noktaları 32 adetlik z koordinat değerleri ile eleman en kesit alanları tasarım değişkeni olarak dikkate alınmaktadır. İkinci durumunda ise bunlara ilaveten 3 nolu düğüm noktasının x ve y koordinat değerleri de, 32 adetlik bir setten oluşan tasarım değişkeni



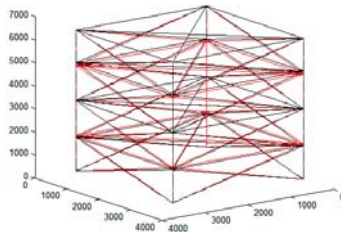
Şekil 3 72 Eleman, 20 düğüm noktalı uzay kafes sistem

olarak optimizasyon sürecinde dikkate alınmaktadır. Tasarım değişkeni olarak alınan düğüm noktaları koordinatları sistemin eksenlere göre olan simetrisini koruyacak şekilde ilgili diğer düğüm noktaları ile ilişkilendirilmekte ve böylece çözüm kümesi fazla büyütülmektedir. Ayrıca en üst kat düğüm noktaları ile 1 nolu düğüm noktasının koordinat değerlerinin değişmemesi pratik açıdan uygun görülmektedir. Gerçekleştirilen optimizasyon işlemleri sonunda elde edilen optimum tasarım değişkenleri değerleri Tablo 3’de, bunlara karşılık gelen sistem geometrisi ise Şekil 4’de sunulmaktadır. 50 adetlik bir popülasyon ile işleyen optimizasyon sürecinin 98. iterasyon adımında en uygun sonuca ulaşılmıştır. Elde edilen bu sonuç şekil ve boyut optimizasyonunun 2. durumu içindir.

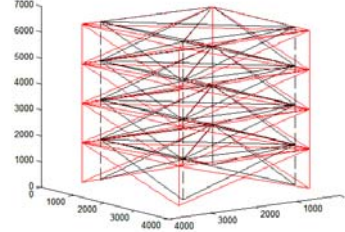
Tablo 2. Şekil 3’deki sistem için yükleme durumları

Yük durumu	Düğüm Noktası	Yük değeri (kN)		
		F_x	F_y	F_z
1	17	22,25	22,25	-22,25
2	17	0.0	0.0	-22,25
	18	0.0	0.0	-22,25
	19	0.0	0.0	-22,25
	20	0.0	0.0	-22,25

Sistem için gerek Adeli ve Kamal [18] gerekse Dede [19] tarafından bulunan sonuçlar sistemin sadece boyut optimizasyonuna aittir ve sırasıyla 1.688 kN ve 1.812 kN’dur. Sözü edilen çalışmalarda stabilitenin dikkate alınmaması ve en kesit alanlarının da sürekli olduğunun kabul edilmesinden dolayı verilen sonuçlar bu çalışmada sistemin boyut optimizasyonu için elde edilen sonuçtan daha hafiftir.



1. durum için



2. durum için

Şekil 4 Optimizasyondan elde edilen 72 çubuklu sistem için optimum geometriler

Şekil optimizasyonu işlemlerinde sisteme ait tüm düğüm noktaları koordinatları tasarım değişkeni olarak alınabilir. Ancak böyle bir durumda oldukça kalabalıklaşan çözüm kümesi içerisinde çözüme ulaşmak oldukça güç olmakta ve hatta sistem geometrisinde değişme olmasına karşın sistem ağırlığında bir azalma olmamaktadır. Diğer taraftan mimari, pratik ve geometrik nedenlerden dolayı tüm düğüm noktaları koordinatlarının tasarım değişkeni olarak alınması mümkün olmayabilmektedir.

Genetik Algoritma ile Üç Boyutlu Kafes Sistemlerin Şekil ve Boyut Optimizasyonu

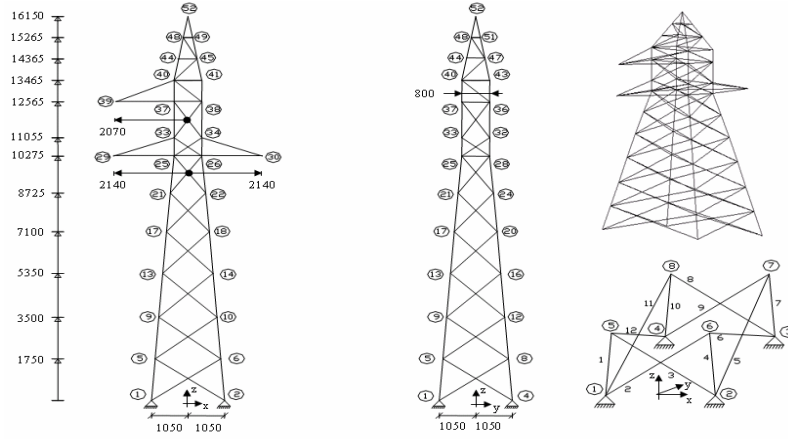
Tablo 3 72 çubuklu uzay kafes sistem için optimum tasarım değişkenleri değerleri

Tasarım değişkenleri	Boyut Optimizasyonu	Şekil ve Boyut Opt. (1.durum için)	Şekil ve Boyut Opt. (2.durum için)
A ₁ (mm ²)	690,3	690,3	690,3
A ₂	690,3	690,3	690,3
A ₃	318,7	318,7	318,7
A ₄	161,29	161,29	161,29
A ₅	690,3	690,3	690,3
A ₆	690,3	690,3	690,3
A ₇	161,29	214,8	161,9
A ₈	161,29	214,8	161,9
A ₉	690,3	690,3	1096,7
A ₁₀	690,3	690,3	690,3
A ₁₁	214,8	431,6	214,8
A ₁₂	1438,7	318,7	431,6
A ₁₃	1096,7	515,4	1096,7
A ₁₄	1096,7	1096,7	690,3
A ₁₅	690,3	515,4	1096,7
A ₁₆	1729	1729	1438,7
x ₃ (mm)			2620
y ₃			2600
z ₆		1450	1555
z ₁₀		3050	3085
z ₁₄		4675	4590
Ağırlık (kN)	4,226	3,905	3,416

3.3 154 Elemanlı İletim Hattı Kulesi

Çalışmaya konu olan sistemlerden biri olan iletim hattı kulesine ait geometri ve sistemin düğüm noktası ile eleman numaralandırılışı Şekil 5’de verilmektedir. Sistemin tasarımında dikkate alınan ilgili veriler ise;

Elastisite modülü $E= 200,8 \text{ kN/mm}^2$, çelik malzeme için müsaade edilebilir emniyet gerilmesi değeri $\sigma_{em}= 147,15 \text{ N/mm}^2$, sistemin belirtilen düğüm noktalarındaki sınırlandırılmış deplasman değeri 100 mm ve kullanılan malzemenin yoğunluğu $\rho= 7.85 \times 10^{-8} \text{ kN/mm}^3$ ’dür. Sistemi oluşturan çubuk elemanlar 14 ayrı grup olarak sınıflandırılmaktadır. 14 grupta toplanan tüm sistem elemanları için kesit alanları TS 908’ den alınan 32 adet eşit kollu L köşebentlerinden seçilmektedir.



Şekil 5 52 Düğüm noktalı, 154 elemanlı iletim hattı kulesi (birimler mm' dir)

Tablo 4' de sistem için göz önüne alınan yükleme durumu verilmektedir. Deplasmanları sınırlandırılan düğüm noktaları 52, 39, 30 ve 29 nolu düğüm noktalarıdır. Optimizasyon işleminde 60 adetten oluşan bir başlangıç nesli dikkate alınmaktadır.

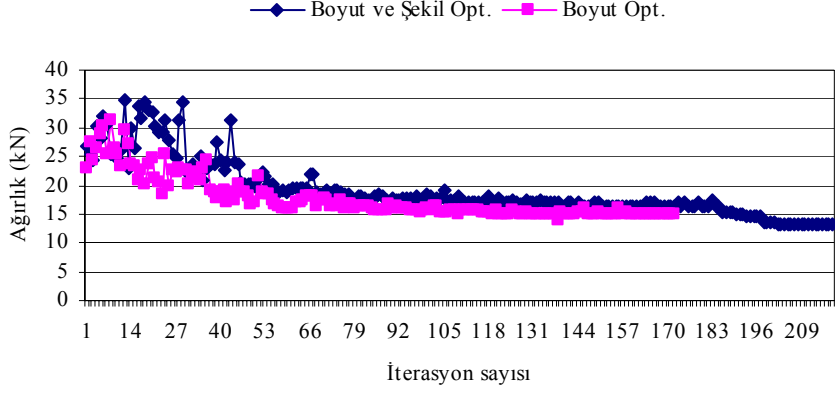
Tablo 4. Şekil 5' deki sistem için yükleme durumları

Yükleme No	Düğüm noktası	F _x (N)	F _y (N)	F _z (N)
1	39	-9770.76	0	-5356.26
	52	-8515.08	0	-4816.71
2	29	-10702.71	0	-5356.26
	30	-10702.71	0	-5356.26
3	29	-10702.71	0	-5356.26
	30	-10702.71	0	-5356.26
	39	-9770.76	0	-5356.26
	52	-8515.08	0	-4816.71

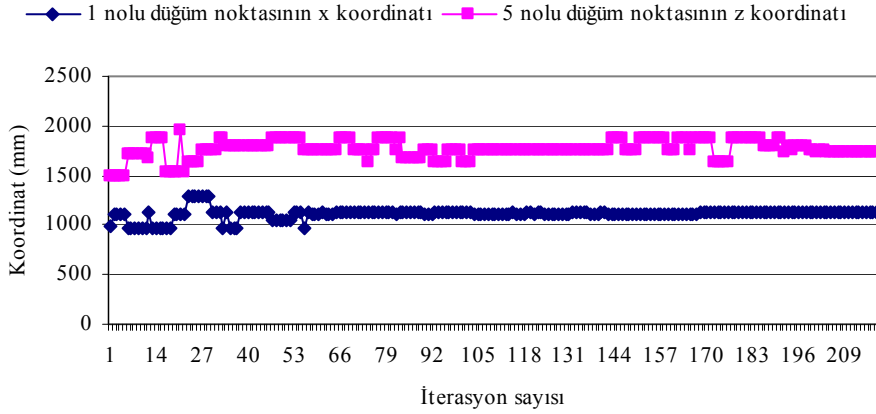
Optimizasyon işlemi sonucunda iletim hattı kulesinin sabit geometrideki minimum ağırlığı $W=14,856$ kN olarak elde edilmiştir. Kulenin şekil ve boyut optimizasyonunu yapabilmek için 1 nolu düğüm noktasının x ve y, 5, 9, 13, 17, 21, 25, 31, 35, 40, 44, 48 nolu düğüm noktalarının ise z koordinatları tasarım değişkeni olarak tanımlanmaktadır. Sistemin boyut ve şekil optimizasyonunda 25, 26, ..., 51 nolu düğüm noktalarının x ve y koordinatları, 52 nolu düğüm noktasının ise tüm koordinatları sabit kalmakta ve sistemin eksenlere göre olan simetrisi de korunmaktadır. Dikkate alınan geometri değişimi bu koordinat değerlerine atanabilen 32 adetlik ayrık koordinat değeri ile sağlanmaktadır. Detayları belirtildiği üzere kulenin boyut ve şekil optimizasyonu sonucunda ağırlığı $W=13,255$ kN olarak bulunmuştur. Sistemin optimizasyon işlemleri sonucunda elde edilen en az ağırlık değerlerinin iterasyon adımlarına göre değişimi Şekil 6'da, sistemin boyut ve şekil optimizasyonunda tasarım değişkeni olarak alınan 1 nolu düğüm noktasının x koordinatı ile

Genetik Algoritma ile Üç Boyutlu Kafes Sistemlerin Şekil ve Boyut Optimizasyonu

5 nolu düğüm noktasının z koordinatının iterasyon adımlarına göre değişimi Şekil 7’de sunulmaktadır.



Şekil 6. İletim kulesinin optimizasyon işlemleri sonucunda elde edilen en az ağırlık değerlerinin iterasyon adımlarına göre değişimi



Şekil 7. İletim kulesi koordinat değişkenlerinin iterasyon adımlarına göre değişimi

İletim hattı kulesinin boyut ve şekil optimizasyonunda bazı düğüm noktalarının koordinat değerlerinin tasarım değişkeni olarak alınmasıyla çözüm uzayı boyut optimizasyonuna göre daha da genişlediğinden çözüme daha fazla iterasyon adımında ulaşılmaktadır (Şekil 6). Bu yüzden sistemin geometri değişimini sağlayacak tasarım değişkenlerinin belirlenmesine dikkat edilmelidir. Aksi durumda, şekil ve boyut optimizasyonu ile sistem ağırlığında elde edilebilecek azalma tatmin edici düzeyde olamamaktadır. Ayrıca, geliş güzel veya dikkatsiz tanımlanmış koordinat değişkenleri aracılığıyla sistemde oluşabilecek olan aşırı kısa elemanlar, düğüm noktalarının üst üste düşmesi vb. durumlar nedeni ile sistemin analizinde hatalar oluşabilmektedir. Genetik süreçte geometri değişimini sağlayan tasarım değişkenlerinin olası çözüm dizileri aracılığıyla yenilenerek sistem ağırlığıyla beraber en uygun hale getirilebildiği Şekil 7’de görülebilmektedir. İletim kulesi için alınan tüm

koordinat değişkenlerinin ağırlığı en az yapan en uygun değerleri Tablo 5’de, bu değerlerle yeniden şekillenen sistem geometrisi Şekil 8’de verilmektedir. Tablo 6’da ise sistemin boyut (1), şekil ve boyut (2) optimizasyonları sonucu elde edilen tasarım değişkenlerinin

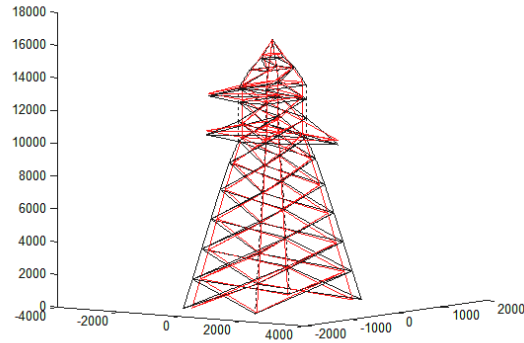
Tablo 5. İletim kulesinin boyut-şekil optimizasyonu sonucunda tasarım değişkeni olarak alınan koordinatların elde edilen değerleri

Düğüm noktası	Koordinat	Koordinat değeri (mm)
1	X	1165
1	Y	1165
5	Z	1750
9	Z	3800
13	Z	5365
17	Z	7125
21	Z	8745
25	Z	10025
31	Z	11250
35	Z	12410
40	Z	13265
44	Z	14365
48	Z	15015

optimum en kesit alanları sunulmaktadır. Şekil ve boyut optimizasyonuna ait en uygun sonuca 213. iterasyon adımında ulaşılmıştır.

Tablo 6. 154 elemanlı sistemin optimizasyon sonuçları

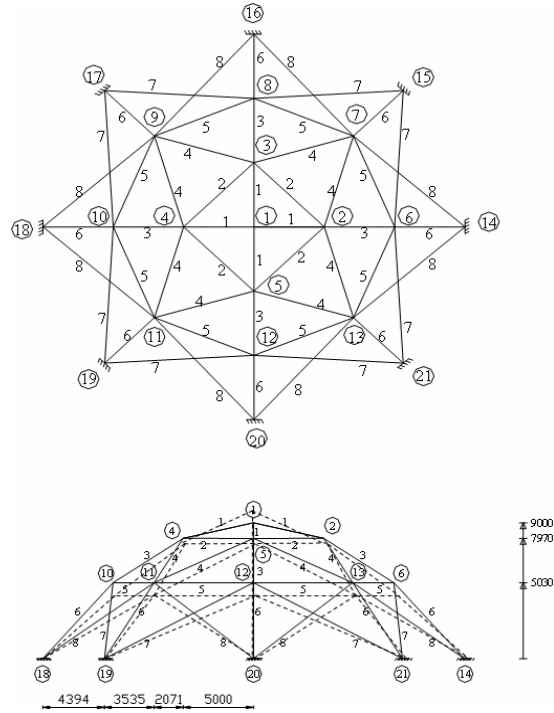
Tasarım	Tasarım değişkenleri (mm ²)													
	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅	A ₆	A ₇	A ₈	A ₉	A ₁₀	A ₁₁	A ₁₂	A ₁₃	A ₁₄
1	1870	480	569	569	586	631	480	569	480	631	903	480	569	569
2	1550	480	480	480	480	480	480	569	480	870	824	691	480	569



Şekil 8. 154 elemanlı sistemin optimum geometrisi

3.4 52 Elemanlı Kubbe

Kubbe biçimli sisteme ait şekil, düğüm noktaları ile gruplandırılmaya gidilen elemanlar ve bu elemanların ait olduğu gruplar Şekil 9'da verilmektedir. Sistemin tasarımında dikkate alınan ilgili veriler sırasıyla, Elastisite modülü $E=210 \text{ kN/mm}^2$, çelik malzeme için emniyet gerilmesi $\sigma_{em}=130 \text{ N/mm}^2$, sistemin belirtilen düğüm noktalarındaki sınırlanmış deplasman değeri 10 mm ve kullanılan malzemenin yoğunluğu $\rho=7.85 \times 10^{-8} \text{ kN/mm}^3$. Sistemi teşkil eden elemanlar 8 ayrı grupta sınıflandırılmaktadır. Bu 8 grupta toplanan tüm sistem elemanları için kesit alanları AISC-ASD'den alınan 16 adet boru profillerinden seçilmektedir. Sistemin analizinde düşey deplasmanı sınırlanmış düğüm noktası 1 nolu düğüm noktasıdır. Optimizasyon işlemi 50 adetten oluşan bir başlangıç nesli dikkate alınmakta ve yine diğer örneklerde olduğu gibi genetik sürecin tanımlanan



Şekil 9. 21 Düğüm noktalı, 52 elemanlı kubbe biçimli sistem (birimler mm' dir)

iterasyon sayısının ilk $\frac{1}{4}$ iterasyon adımında düzenli daha sonraki iterasyon adımlarında ise çift noktalı çaprazlama uygulanmaktadır. Sistemin optimizasyonunda dikkate alınan yükleme durumu 4 adet olup Tablo 7'de bu yüklemelere ait detaylar belirtilmektedir. Sabit geometride optimizasyon işlemi (I) sonunda kubbe biçimli sistemin ağırlığı $W=82,605 \text{ kN}$ olarak elde edilmiştir.

Tablo 7. Kubbe biçimli sistem için yükleme durumları

Yükleme no	Düğüm noktası	F_x (N)	F_y (N)	F_z (N)
1	1	-30000	0	0
2	1,2,3,.....,13	-30000	0	0
3	1	-15000	0	0
	4	-10000	0	0
	5	-10000	0	0
4	1	-15000	0	0
	2	-7000	0	0
	3	-7000	0	0
	4	-7000	0	0

Kubbenin boyut ve şekil optimizasyonu 2 farklı şekilde yapılmaktadır. İlk önce 1, 2, ve 6 nolu düğüm noktalarının z koordinatı tasarım değişkeni olarak alınmakta ve sistemin yükseklik değerleri eleman kesitleri ile optimize edilmektedir. Şekil 9'daki kesikli çizgilerle çizilmiş kubbe, bu optimizasyon işlemi sonucunda bulunan koordinat değerleri ile elde edilmiştir. Optimizasyon işlemi (II) sonunda sistemin ağırlığı $W=79.426$ kN olarak bulunmuştur. Daha sonra z koordinatlarının yanı sıra 2, 6 nolu düğüm noktalarının x, 7 nolu düğüm noktasının x koordinatı da tasarım değişkeni olarak dikkate alınmıştır. Bu optimizasyon işlemi (III) sonunda ise sistemin ağırlığı $W=78.681$ kN olarak bulunmuştur. Koordinatların değişimi aracılığıyla genetik süreçte optimize edilen koordinat değerleri Tablo 8'de verilmektedir. Bu işlem esnasında 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21 nolu düğüm noktalarının tüm koordinatları, 1 nolu düğüm noktasının ise x ile y koordinatları sabit kalmakta ve sistemin eksenlere göre olan simetrisi de korunmaktadır. Dikkate alınan geometri değişimi bu koordinat değerlerinden x olanına 16, z olanına 32 adet olan koordinat değerlerinin atanabilmesiyle sağlanmaktadır.

Tablo 8. Kubbe biçimli sistemin boyut ve şekil optimizasyonunda elde edilen koordinat değerleri

Optimizasyon no	Düğüm noktası	Koordinat	Koordinat değeri (mm)
II	1	z	9350
	2	z	7220
	6	z	4030
III	1	z	8000
	2	x	3700
	2	z	7070
	6	x	8100
	6	z	4530
	7	x	5100

Sistemin tanımlanan yükleme durumlarında, öngörülen sınırlayıcıları ihlal etmeden ulaşılabilen minimum ağırlığı verecek eleman en kesit alanları değerleri Tablo 9'da verilmektedir. Bu değerlerin sonucuna 117. iterasyon adımı sonunda ulaşılmıştır. Kubbe biçimli sistem, Dede [19] tarafından TS 648'deki tasarım koşulları ve sistem elemanları için de eşit kollu L köşebentleri kullanılarak incelenmiş ve sistemin optimum

Genetik Algoritma ile Üç Boyutlu Kafes Sistemlerin Şekil ve Boyut Optimizasyonu

ağırlığı 140.161 kN olarak bulunmuştur. Aynı sistemi Saka ve Ülker [20] AISC' deki tasarım koşulları ve geometrinin lineer olmaması durumunu göz önüne alarak 2 yükleme durumu altında optimize etmişler ve sistemin ağırlığını 50.93 kN olarak bulmuşlardır. Bu çalışmalardan elde edilen sonuçlar sadece boyut optimizasyonuna aittir. Pedersen [21] ise sistemin boyut optimizasyonunun yanı sıra şekil ve boyut optimizasyonunu da matematiksel programlama kullanarak yapmıştır. Optimizasyon sonucunda sistemin optimum ağırlığını II. durum için 66.75 kN, III. durum için ise 57.33 kN olarak elde etmiştir. Ancak kullanılan matematiksel programlamada daha öncede bahsedildiği üzere optimizasyon sürecinde tasarım değişkenleri sürekli olarak kabul edildiğinden ulaşılan sonucun doğrudan kullanılması mümkün olmamaktadır.

Tablo 9. 52 elemanlı sistem için optimum tasarım değişkenleri

Tasarım	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅	A ₆	A ₇	A ₈	Ağırlık (kN)
I	2274.2	2045.2	2774.2	2045.2	1729	2045.2	2774.2	2774.2	82.605
II	2774.2	2045.2	2774.2	1729	1729	2045.2	2774.2	2774.2	79.426
III	2774.2	2045.2	1729	2774.2	1729	2045.2	2774.2	2774.2	78.861

4. SONUÇLAR

İncelen örneklerden görülebildiği gibi optimizasyon sürecine uygun düğüm noktası koordinatlarının tasarım değişkeni olarak katılıp sistemi oluşturan elemanların kesit alanlarının yanı sıra sistem geometrisini de optimize etmekle sistem ağırlığında değişim olabilmektedir. Bu değişim genellikle boyut optimizasyonuna göre daha hafif sistemlerin elde edilmesi yönündedir. Ancak sistemin tüm düğüm noktası koordinatlarını tasarım değişkeni olarak tanımlamak hem sonucun pratik açıdan uygulanabilir olmasını güçlendirmekte hem de çözüm kümesi hacmini artırdığından sonuca ulaşılmasını güçlendirmektedir. Yapı sistemine ait uygun düğüm noktası koordinatlarını tasarım değişkeni olarak almak ve diğer düğüm noktaları koordinat değerlerini tasarım değişkeni olarak alınan düğüm noktası koordinat değerlerine ilişkilendirmek çözüm kümesini daraltmaktadır. Böylelikle düğüm noktaları koordinat değerleri arasındaki etkileşimler daha iyi sağlanabilmektedir. Sonuç olarak daha iyi düzenlenebilmiş yapı sistemleri elde edilebilmekte ve yapı sisteminin ağırlığında önemli ölçüde azalmalar olabilmektedir.

SEMBOLLER LİSTESİ

a, b	: i . elemanın birinci ve ikinci düğüm noktası
A_i	: i . elemanın en kesit alanı
A_k	: k . eleman grubunun en kesit alanı
d_{jl}	: 1.yükleme durumundan j . düğüm noktasında oluşan deplasman
$d_{jl, maks}$: j . düğüm noktasında oluşan deplasmanın üst değeri
E, ρ	: malzemenin Elastisite modülü ve yoğunluğu
L_i	: i . elemanın boyu
m	: Sistemdeki toplam eleman sayısı
NG	: Sistemdeki eleman grup sayısı
σ_{il}	: 1.yükleme durumundan i . elemanda oluşan gerilme
$\sigma_{i, em}$: i . elemanda oluşan gerilmenin üst değeri
W	: Amaç fonksiyonu

Kaynaklar

- [1] Camp, C., Pezeshk, S. ve Cao, G., Optimized Design of Two-Dimensional Structure Using A Genetic Algorithm. Journal of Structural Engineering, 124, 551-9, 1998.
- [2] Lin, C.-Y. ve Hajela, P., Genetic Algorithm in Optimization Problems with Discrete and Integer Design Variable, Engineering Optimization, 19, 309-327, 1992.
- [3] Jenkins, W. M., Towards Structural Optimization Via The Genetic Algorithm. Computer & Structures, 40, 1321-7, 1991.
- [4] Krishnamoorthy, C. S., Venkatesh, P. P. ve Sudarshan, R., Object-Oriented Framework for Genetic Algorithms wiht Application to Space Truss Optimization. Journal of Computaing in Civil Engineering, 16, 66-75, 2002.
- [5] Ohsaki, M., Genetic Algorithm for Topology Optimizaiton of Trusses. Computers & Structures, 57, 219-225, 1995.
- [6] Rajan, S. D., Sizing, Shape and Topology Design Optimization of Trusses Using Genetic Algorithm. Journal of Structural Engineering, 121-No.10, 1480-7, 1995.
- [7] Grierson, D. E. ve Pak, W. H., Optimal Sizing Geometrical and Topologic Desing Using a Genetic Algorithm, Structural Optimizaiton, 6, 151-159, 1993.
- [8] Golberg, D. E., Genetic Algorithm in Search, Optimization and Machine Learning, Addison-Wesley Publishing Company, New York, 1989.
- [9] Jenkins, W. M., A Decimal-Coded Evolutionary Algorithm for Constrained Optimization, Computer & Structures, 80, 471-480, 2002.
- [10] Yoshimoto, F., Harada, T. ve Yoshimoto, Y., Data Fitting with A Spline Usig A Real-Coded Genetic Algorithm, Computer-Aided Design, 1-10, 2003.
- [11] Rasheed, K. M., GADO: A Genetic Algorithm for Continuous Design Optimization, Ph. D. Dissertation, The State University of New Jersey, 1998.
- [12] Mahfouz, S. Y., Design Optimization of Structural Steelwork, Ph. D. Dissertation, Department of Civil Engineering University of Bradford, 1999.
- [13] Cao, G., Optimized Design of Framed Structures Using a Genetic Algorithm, Ph. D. Dissertation, The University of Memphis, 1996.
- [14] Erbatur, F. ve Hasançebi, O., Uygulamaya Dönük Yapı Otimizasyonu, İnşaat Mühendisliğinde Gelişmeler, III. Teknik Kongre, ODTÜ Ankara, 127-136, 1997.
- [15] Chen, T. Y. ve Chen, C. J., Improvements of Simple genetic Algorithm in Structural Design, Int. Journal for Numerical Methods in Engineering, 40, 1323-1334, 1997.
- [16] Rajaev, S. ve Krishnamoorthy, C.S., Discrete Optimization of Structures Using Genetic Algorithms. Journal of Structural Engineering, 118-No.5, 1233-1250, 1992.
- [17] Wu, S.-J. ve Chow, P.-T., Integrated Discrete and Configuration Optimizaiton of Trusses Using Genetic Algorithms. Computers & structures, 55-No.4, 695-702, 1995.
- [18] Adeli, H. ve Kamal, O., Efficient Optimization of space Trusses, Computer & Structures, 24 (3), 501-511, 1986.
- [19] Dede, T., Değer Kodlaması Kullanarak Kafes Sistemlerin Genetik Algoritma ile Minimum Ağırlıklı Boyutlandırılması, Yüksek Lisans Tezi, K.T.Ü., Fen Bilimleri Ens., 2003.
- [20] Saka, M. P. ve Ülker, M., Optimum Design of Geometrically Nonlinear Space Trusses, Computers & Structures, Vol.41, No. 6, 1387-1396, 1991.
- [21] Pedersen, P., Optimal Joint Positions for Space Trusses, Journal of the Structural Division, 99-ST12, 2459-2476, 1973.