



Introduction to the Concept of Volume in a Material Supported Teaching Environment in 6th Grade Mathematics Lesson

Ümmügülsüm Okuyucu^a , Emel Özdemir Erdoğan^b

^aMinistry of National Education, Turkey.

^bAnadolu University, Faculty of Education, Eskişehir, Turkey.

ABSTRACT

The aim of this study is to examine the transition process from conceptual knowledge to procedural knowledge in the teaching of the concept of volume, which is given at the sixth grade level in the field of geometry and measurement learning in the middle school mathematics curriculum. Based on this aim, a teaching environment enriched with concrete materials used in daily life was presented to the students. In addition, the conceptual development of students regarding the concept of volume is also examined in this teaching process. The study, in which the qualitative research method was adopted, was carried out with a total of seven students, four girls and three boys, studying in the sixth grade in a public school. A teaching experiment consisting of four stages was applied in the study. Throughout the teaching process, data were collected through video recordings of the practices, clinical interviews with students and exam papers. In mathematics lessons based on an interdisciplinary approach, it was concluded that the teaching process, in which the students have tried to conceptualize the volume as a size, within the framework of the concept of measurement, was effective.

ARTICLE INFO

Article History:

Received:20.11.2020

Received in revised form:25.03.2021

Accepted:06.04.2021

Available online:14.06.2021

Article Type: Standard paper

Keywords: : volume, measurement, concrete material, teaching experiment.

© 2021 IJESIM. All rights reserved

1. Introduction

The importance of mathematics related to daily life is emphasized in the curricula and it is desired to create environments in which students could be active participants in the learning process for the acquisition and demonstration of targeted skills (NCTM, 2000; MEB, 2013). In creating learning environments, it is recommended to support the learning process with concrete materials, especially at primary and secondary school levels (Clements & McMillen, 1996, Moyer, 2001, Olkun 2001, Kelly, 2006). Concrete materials in mathematics education include mathematical tools and objects from daily life that are specially designed such as objects, pictures, models and created with the aim of concretizing abstract mathematical concepts (van de Walle, 2013). It is stated in research that mathematical concepts are made tangible and visible to students by using concrete materials in mathematics teaching. Therefore, it was concluded that this method helps students understand the concepts underlying the subjects more easily. (Kutluca ve Akin, 2013; Toptaş, 2008; Köse, 2007; Bulut, Çölekoğlu, Seçil, Yıldırım ve Yıldız, 2002). Measurement and geometry learning area is a part of the abstract structure of mathematics. However, it is one of the learning areas where the conceptual meaning can be realized with the use of concrete materials. The emphasis on procedural understanding rather than conceptual understanding in measurement teaching also causes problems in the teaching of measurement. Based on these observations the aim of the study is to help students perceive the concept of volume in a

²Corresponding author's address: Anadolu University, Faculty of Education, Eskişehir, Turkey.

e-mail: eoerdogan@anadolu.edu.tr

DOI: <https://doi.org/10.17278/ijesim.828659>

teaching environment supported by concrete materials that are easily accessible in daily life, and to provide an example of teaching process that progresses from conceptual knowledge to operational knowledge in teaching the concept of volume with an interdisciplinary approach. In this context, the progress of the teaching process and students' perception processes of the concept of volume will be examined throughout the teaching.

2. Method

The study, in which the qualitative research method was adopted, was carried out with a total of seven students, four girls and three boys, studying in the sixth grade in a public school. A teaching experiment consisting of four stages was applied in the study. Throughout the teaching process, data were collected through video recordings of the practices, clinical interviews with students and exam papers.

In the first stage of the teaching experiment, activities aimed at emphasizing the principle of conservation of volume by examining the relationship between physical variability and volume, activities aimed at making Piaget's different volume definitions depending on the physical structures of the objects by using Archimedes' principle in the second stage, and activities for discovering the Cavalieri formula in the third stage were included. At the last stage of the teaching experiment, studies were carried out to use the formula and emphasize the congruence of different volume definitions.

3. Findings

In the first stage of the teaching experiment, the students realized that even though the shape of an object changes, its volume does not change, that the volumes of an object physically divided into parts with its whole form are equal. In the second stage, the students stated that the volumes of irregularly shaped objects can be found, and for this, the water displacement method would be used. It is understood from the statements during the practice and interviews that the students grasped that there could be different structures with the same volume based on their observations. In addition, it is seen that students use the term unit cube in the sugar cube activity and that the space occupied by an object is the volume of that object. In the third stage, the students stated that filling the inside of the box completely with sugar cubes is very difficult and takes a lot of time, and it is very easy to find the volume by laying only the width, height and height edges. The Cavalieri formula was easily expressed by the students. In the last stage, the students first threw the rectangular prism into the water and found the volume of the prism thanks to the amount of water it carried. Then the width, length and height of the same prism were measured with a ruler and recorded. The volume was calculated by writing the obtained results into the formula $\text{Volume} = \text{Width} \times \text{Length} \times \text{Height}$. The results obtained in both ways were compared and it was seen that the results obtained were almost the same. The results obtained in both ways were compared and it was seen that the results obtained were almost the same. After the activities related to the concept of volume, an examination of 10 questions was conducted. It was observed that the students generally gave correct answers to all questions, and the success rate decreased only in the question about volume conservation.

4. Conclusion

In mathematics lessons based on an interdisciplinary approach, it was concluded that the teaching process, in which the students tried to conceptualize the volume as a size, within the framework of the concept of measurement, was effective.

Altıncı Sınıf Matematik Dersinde Materyal Destekli Bir Öğretim Ortamında Hacim Kavramına Giriş

Ümmügülsüm Okuyucu^a, Emel Özdemir Erdoğan^b

^aMEB, Türkiye.

^bAnadolu Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Eskişehir, Türkiye.

ÖZ

Bu çalışmanın amacı ortaokul matematik dersi öğretim programında geometri ve ölçme öğrenme alanında altıncı sınıf seviyesinde kazanımı verilen hacim kavramının öğretiminde kavramsal bilgidен işlemsel bilgiye geçiş şeklinde tasarlanan bir öğrenme sürecinde öğrencilerdeki kavramsal gelişimi incelemektir. Tasarlanan süreç öğrencilere günlük hayatta kullanılan somut materyallerle zenginleştirilmiş öğretim ortamlarını içermektedir. Nitel araştırma yönteminin benimsendiği çalışma bir devlet okulunda altıncı sınıfta öğrenim gören dördü kız, üçü erkek öğrenci olmak üzere toplam yedi öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Çalışmada dört aşamadan oluşan bir öğretim deneyi uygulanmıştır. Öğretim süreci boyunca uygulamaların video kaydı, öğrencilerle yapılan klinik görüşmeler ve uygulama sonrasında çözdürülen yazılı sınav kâğıtlarıyla veriler toplanmıştır. Disiplinler arası bir yaklaşımın temel alındığı matematik derslerinde işlemsel bilginin ötesinde öğrencilere öncelikle ölçme kavramı çerçevesinde hacmin bir büyüklük olarak kavramsallaştırılmaya çalışıldığı öğretim sürecinin etkili olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

MAKALE BİLGİ

Makale Tarihiçesi:

Alındı: 20.11.2020

Düzeltilmiş hali alındı: 25.03.2021

Kabul edildi: 06.04.2021

Çevrimiçi yayımlandı: 14.06.2021

Makale Türü: Standart Makale

Anahtar Kelimeler: hacim, ölçme, somut materyal, öğretim deneyi

© 2021 IJESIM. Tüm hakları saklıdır

1. Giriş

Değişen dünya ve hızla ilerleyen teknolojik gelişmelerin ışığında matematik eğitiminin amaçları da değişmektedir. Günümüzde sadece matematik bilen değil yaşadıkları dünyayı matematiksel bir yetkinlik ile yorumlayabilen diğer bir deyişle günlük hayatta karşılaşılan problemleri çözmek için matematiksel düşünme tarzını geliştiren, uygulama yapan ve temsiller kullanarak sonuçları paylaşabilen bireylerin yetiştirilmesi hedeflenmektedir (MEB, 2018). Öğretim programlarında günlük hayatla ilişkili matematiğin önemi vurgulanmakta, hedeflenen becerilerin kazandırılmasına ve ortaya konmasına yönelik aynı zamanda öğrencilerin de öğrenme sürecinde aktif katılımcı olacakları ortamların oluşturulması istenmektedir (NCTM, 2000; MEB, 2013). Öğrenme ortamlarının oluşturulmasında özellikle ilkokul ve ortaokul düzeyinde öğrenme sürecinin somut materyallerle desteklenmesi önerilmektedir (Clements ve McMillen, 1996; Moyer, 2001; Olkun, 2001; Kelly, 2006). Somut öğretim materyallerinin öğrencilerin yaratıcı düşünme becerilerinin gelişmesine, kavramların zihinde oluşmasına yardım ettiği (Moyer, 2001), düşünceleri için cesaretlendirdiği, onlara problemi anlama ve çözmeye için farklı fırsatlar sunduğu, bakış açılarını genişlettiği belirtilmektedir (Kamii ve Lewis, 1990; Özdemir, 2008; Williams ve Kamii, 1986).

Matematik eğitiminde somut materyaller; nesnelere, resimler, modeller gibi özel olarak tasarlanmış ve soyut matematiksel kavramları somutlaştırmak amacı ile meydana getirilmiş matematiksel araç-gereçleri ve günlük yaşamdan nesnelere içerir (van de Walle, 2013). Yapılan araştırmalarda somut materyallerin matematik öğretiminde kullanılmasıyla matematiksel kavramların öğrenciler açısından elle tutulur, gözle görülür kılındığı dolayısıyla bu yöntemin öğrencilerin konuların temelini oluşturan kavramları daha kolay anlamalarına yardımcı olduğu sonucuna ulaşılmıştır (Kutluca ve Akin, 2013; Toptaş, 2008; Köse, 2007; Bulut, Çölekoğlu, Seçil, Yıldırım ve Yıldız, 2002). Ölçme ve geometri öğrenme alanı matematiğin doğası gereği olan soyut yapısının bir parçasıdır. Bununla birlikte somut materyal kullanımı ile kavramsal anlamının gerçekleştirilebileceği öğrenme alanlarının da başında gelmektedir.

Öğrenciler, geometri aracılığıyla problemleri çözebilir ve matematik ile günlük hayat arasında ilişki kurabilirler (Duatepe, 2004). Geometri, kişinin etrafındaki nesnelere şekil ve boyut açısından anlamlandırılmasına ve etraftaki diğer nesnelere göre karşılaştırılmasına yardımcı olmaktadır. Bu noktada

ölçme kavramı öne çıkmaktadır. Matematik öğretim programlarında ölçme her seviyede yer almaktadır. Ne var ki ölçme öğretiminde de kavramsal anlamadan ziyade işlemsel anlamının ön plana çıkarılması ölçme konusunun öğretiminde de sorunlara neden olmaktadır. Ölçme konusundaki alanyazın incelemelerinde genellikle öğrencilerin ölçme kavramlarını anlamlandırmada ve ilişkilendirmede, problem çözme sürecine katılabilmeye güçlükler çektikleri; alan, çevre ve hacim gibi kavramların ne anlama geldiğini bilmeden, ezberlenmiş formüller ile sonucu bulmaya çalıştıkları, ölçme ve özellikle hacim kavramıyla ilgili kavram yanlışlarına sahip oldukları sonuçlarının ortaya çıktığı ifade edilmektedir (Aydın Karaca, 2014; Dağlı, 2010; Tan Şişman ve Aksu, 2009; Gökdağ, 2004; Voulgaris ve Evangelidou, 1995). Bu tespitlerden hareketle bu çalışmada 6. sınıf matematik dersi öğretim programında yer alan hacim kavramına yönelik somut materyal kullanımını içeren öğrencilerde öncelikle kavramsal anlamayı daha sonra işlemsel anlamayı hedefleyen bir öğretim süreci örneği önerilmektedir.

1.1. Kavramsal Çerçeve

Hacim kavramına giriş amacıyla bu çalışmada önerilen öğretim süreci literatürde yer alan ölçme kavramı ve bileşenleri ile hacim kavramı çerçevesinde oluşturulmuştur.

1.1.1. Ölçme Kavramı

Ölçme ile ilgili sorulara ilk teorik katkı sunduğu ve ölçümü mümkün kılan koşullar sorusunu ilk kez açıkça formüle ettiği kabul edilen Helmholtz (1887), nesnelerin niteliklerinin sayılarla açıklanmasını büyüklük, bu değerlerin büyüklüklere atama sürecini de ölçme olarak tanımlamaktadır. Bright (1976)'a göre ölçme "fiziksel bir nesnenin bir niteliğinin, bu niteliğin miktarını belirlemeye yarayan seçilmiş bir birimle karşılaştırılmasıdır". Van de Walle (2013) ölçmeyi ölçülen nitelik ile aynı niteliğe sahip bir ölçme birimi ile "doldurulması", "kaplanması" veya "eşleştirilmesi" şeklinde özetlemiştir. Arıcı (2001) ise ölçmeyi, nesnelerin, durumların ya da kişilerin sahip oldukları belirli bir niteliğin derecesini belirlemek için, bazı kurallar çerçevesinde sembolik değerler vermek olduğunu ifade etmektedir. Yukarıdaki tanımlamalardan hangisi benimsenirse benimsensin, ölçme ile ilgili bazı temel kavramların anlaşılması gerekir. Bunlardan biri ölçülenin varlıkların kendileri değil, onların özellikleri olduğudur. Bu doğrultuda ölçme kavramı tanımlanırken 4 bileşenden söz edilebilir: Nitelik kavramı, birim kavramı, karşılaştırma ve miktar kavramı

Nitelik kavramı: Friedelmeyer (2001)'e göre matematiğin büyük bir bölümü nitelik ve sayılar arasındaki ilişki üzerine inşa edilmiştir. Bu bağlamda özellikle üzerinde durulması gereken niteliğin ölçümü değil nitelik kavramıdır. Rouche (2006) öğrencilerin ölçmeyi nasıl yapacağından önce ölçmeye konu olan niteliğin ne olduğunun bilinmesinin önemini vurgulamıştır. Ölçme öğretilirken uzunluk, alan, hacim, ağırlık, zaman öğretim programlarında öne çıkan niteliklerdir.

Birim kavramı: Türk Dil Kurumu birimi "bir niceliği ölçmek için kendi cinsinden örnek seçilen değişmez parça" şeklinde tanımlamıştır (TDK, 2018). Ölçmeyle ilgili kavramların içselleştirilmesi ve anlamlı öğrenmenin sağlanması için birim kavramı önemlidir (Wilson ve Rowland, 1993). Birim kavramı ölçülecek nesne veya olgu ile ölçüm arasında doğrudan bir köprü kurmaktadır. Ölçme kavramının anlamlı olarak öğrenilmesi ve içselleştirilmesi büyük oranda birim kavramının anlaşılması ile ilişkilidir. (Hiebert, 1981'den akt. Esen ve Çakıroğlu, 2012). Ölçme işleminde kullanılacak birimlerde üç özelliğin bir arada bulunması önemlidir: Bunlar eşitlik, genellik ve amaca uygunluktur (Turgut, 1993). Bunlardan ilki olan birimlerin eşitliği özelliği, aynı nitelik ile ilgili bütün ölçmelerde standart olarak kabul edilen miktarın değişmemesidir. Örneğin dünyanın 1889 yılından itibaren kullandığı kütle ölçüm birimi olan kilogramın çok küçük değerlerde de olsa değiştiği, her zaman ve her yerde eşitliğinin korunmadığı gerekçesi ile 2018 yılında Paris'de düzenlenen Tartılar ve Ölçüler Konferansında alınan bir kararla kilogram yerine foton enerjisi ile elektromanyetik dalga frekansının birbirine oranı olan planck sabitinin kullanılmasına karar verilmiştir. Genellik ise birimin mümkün olan birçok ülke tarafından kullanılmasıdır. Son özellik ise birimin kullanım amacına uygun olmasıdır. Örneğin bir defterin uzunluğunu ölçmede santimetre kullanmak uygunken, şehirlerarası uzaklık için uygun bir birim değildir.

Karşılaştırma: Birbirine benzeterek hüküm vermek, değerlendirmek ve mukayese işlemine karşılaştırma denir. Karşılaştırma işlemi için nesnelerin temel niteliklerini göz önünde bulundurmaktır. Kişiler etrafındaki olaylar, nesnelere ve diğer insanlarla iletişim halindedir ve bu iletişim durumunda çoklukları karşılaştırarak çokluğun niceliğini bilme ihtiyacı duymaktadır (Altun, 1997). Ölçme işleminin gerçekleşmesi için farklı nesnelerin belirli bir niteliğe göre karşılaştırılması gerekir. Örneğin dikdörtgenler prizması şeklindeki bir cisim küp şekle doldurma işleminde nesnelerin hacim nitelikleri göz önüne alınarak bir karşılaştırma yapılır.

Miktar kavramı: Bir şeyin ölçülebilen, sayılabilen veya azalıp çoğalabilen durumuna, niceliğine, ölçüsüne miktar denir (TDK, 2018). Karşılaştırma işleminin sonucunda bir sayı elde edilir. Örneğin küçük küplerle bir prizmayı doldurma işleminde, küplerin ve prizmanın hacim niteli göz önüne alınarak karşılaştırılır ve karşılaştırma sonucunda elde edilen örneğin "36 küp" sonucundaki 36 miktar, küp ise birimdir.

O halde kısaca ölçmenin yukarıda verilen bileşenleri arasındaki ilişki şu üç adımla ifade edilebilir (van de Walle, 2013): Ölçülecek niteliğin belirlenmesi, ölçülecek niteliğin biriminin belirlenmesi ve ölçülen nesnenin niteliği ile kullanılan birimlerin karşılaştırılması.

Ölçmedeki en önemli noktalardan biri de korunum ilkesidir. Korunum kavramı; nesnelerin görünüşlerindeki şekil değişimlerine rağmen, belirli fiziksel özelliklerinin değişmeden aynı kaldığını anlamayı ifade eder (Piaget, Inhelder ve Szeminska, 1960; Berk, 1997; Salkind, 2002; Gough, 2008). Ölçülerin her birinin öğretiminin temelini ölçünün korunumu oluşturur. Öğrencilere herhangi bir niteliğin ölçümünü öğretmeden önce, o niteliğin korunumunun tam anlamıyla kazandırılmış olması gerekir (Ersoy, 1991). Kendi içerisinde belli bir sırada kazanılan korunum becerilerinin kazanılma yaşları bireysel ve kültürel farklılıklara bağlı olarak değişebilmektedir. Sayı, uzunluk, madde korunumu ve nitelik değişmezliğinin 6-7 yaşları arasında; alan ve ağırlık korunumlarının 8-10 yaşları arasında; hacim korunumunun ise 10-12 yaşları arasında kazanıldığı belirtilmektedir (Berk, 1997: 231). Tablo 1' de Piaget'e göre korunum çeşitleri, korunum çeşitlerinin açıklamaları ve korunumu kazanma yaş aralıkları verilmiştir.

Tablo 1. Piaget'nin korunum çeşitleri

Korunum Çeşitleri	Açıklaması	Yaş
Madde Korunumu	Bir bütünün parçalara ayrılma bile miktarının değişmemesi	6-7
Sayı Korunumu	Nesnelerin yakınlaştırılması veya uzaklaştırılması ile miktarda değişme meydana gelmez.	6-7
Nitelik Değişmezliği	Bir kaptan diğerine boşaltılan sıvının miktarı değişmez	6-7
Uzunluk Korunumu	Bir cismin kıvrılması veya farklı şekillere sokulması ile uzunluğu değişmez.	6-7
Alan Korunumu	Bir kağıttan kesilen parçaların toplamı ile, kesilmeden önceki alanı birbirine eşittir.	8-10
Ağırlık Korunumu	Bir bütün halindeki hamurun ağırlığı ile parçalara bölünmüş halinin ağırlıkları toplamı aynıdır.	8-10
Hacim Korunumu	Bir kütle suya atıldığında ne kadar su taşıyorsa, bu kütle parçalara ayrılıp veya şekli değiştirilip suya atıldığında bir önceki durumla aynı miktar su taşar.	11-12 ve üzeri

Piaget'nin çalışmalarına göre en geç kazanılan korunum ilkesi hacim korunumuna yöneliktir. Baykul (2014) da hacmin korunumunun zihinsel gelişim yönünden hemen gelişen bir süreç olmadığını ve hacim kavramının kazanılması için öğrencilerin ortaokul birinci hatta ikinci sınıfa kadar beklenmesi gerektiğini savunur.

1.1.2. Hacim Kavramı

Günlük hayatta çok kullandığımız hacim ölçümünün milattan önceki zamanlarda yapıldığı örneğin Sümerlerin hacim ölçmek için “log” adını verdikleri bir birim geliştirdikleri, Babillilerin düzlemsel şekillerin alanlarını ve hacimlerini hesapladığı, Eski Mısır Uygarlığında kesik piramidin hacmini hesaplamaya yönelik çalışmalara rastlandığı ve Yunan matematikçi Arşimed’in üç boyutlu cisimlerin hacim hesaplamalarını yaptığı, bu hesaplamaların Öklid yardımıyla (Elementler XII.Kitap) günümüze ulaştığı bilinmektedir (Burton, 2017). Eğitim alanında ise hacim kavramının algılanmasına yönelik en iyi bilinen çalışma Piaget ve diğ. (1960)’nin çocukların hacmi nasıl algıladıklarını araştırdıkları çalışmadır. Piaget iki tip hacimden bahseder. Bunlardan biri dış (exterior) ya da yer değiştiren hacim (displacement volume) ve diğeri iç hacimdir. Dış hacim çevredeki uzamsal ortamlarla ilişki içinde olan obje tarafından işgal edilen bölge diğeri bir deyişle cisimlerin taşıdığı suyun hacmidir. İç hacim; bir yapının içerisindeki birim tuğlaların sayısı gibi bir takım sınırlar içeren madde miktarıdır diğeri bir deyişle katı bir cismi sınırlandıran bölgelerin arasında kalan hacimdir. Çocuklar iç hacmi fark ederler fakat ölçümü hakkında bir anlayışa sahip değillerdir. Bu çalışmada da Piaget’in bu iki tanımı üstünde durulacaktır.

Öğretim programlarında hacim ölçümü için ilkokul 4. sınıf fen bilgisi derslerinde Arşimed ilkesine diğeri bir deyişle Piaget’in dış hacim tanımına, 6. sınıf matematik öğretim programlarında ise Cavalieri prensibine yani Piaget’in iç hacim tanımına yer verilir.

Arşimed ilkesi: Düzensiz şekilli cisimlerin hacimlerini ölçmek için kullanılan yöntemlerden biri Arşimed ilkesidir. Bu yöntemde hacmi ölçülmek istenen nesne içi su dolu bir kaba atılır ve cismin taşıdığı veya yükselmesine neden olduğu su miktarı cismin hacminin ölçüsü olur. Sıvı yer değiştirmesi yöntemi ile hacim ölçümünde bilinen hacme sahip bir sıvının içine atılan herhangi bir yapı, sahip olduğu hacim kadar sıvının yer değiştirmesine sebep olur.

Cavalieri prensibi: Çıkış noktası Kepler’in “fiçilerin belli sayıda dilime ayrılıp, bu dilimlerin her birinin hacimlerinin ayrı ayrı hesaplanmasından sonra bu dilimlerin hacimlerinin toplamalarının alınması, fiçinin toplam hacim değerini verir” fikrine dayanan kuramında Cavalieri geometrik büyüklüğü, bu büyüklüğün ayrılabilceği en son terim olan, sonsuz elemanlı bir sayıdan oluştuğunu kabul eder. Bu nedenle de bu elemanları bölünemez olarak niteler. Bu bölünmezlerin toplamını da uzunluk, alan ve hacmin ölçümü olarak kabul eder. Eşit yüksekliğe sahip iki katı madde, tabanlarına paralel düzlemlerle kesildiğinde, aynı alana sahip kesitler elde ediliyorsa bu iki katının hacimleri birbirine eşittir (Kern ve Bland, 1948). Bir başka deyişle bir nesnenin katmanlardan oluştuğu varsayıldığında, bu katmanların toplamı cismin hacmini verir.



Görsel 1. Cavalieri prensibi

Görsel 1 de parçaların duruşları birbirinden farklı olsa da eşit sayıda ve özdeş madeni para içerdikleri için hacimleri eşittir. Cavalieri prensibinden hareketle bir prizma ister dik ister eğik olsun aynı taban alanı ve yüksekliğe sahipse hacimleri de eşittir (Hacim= taban alanı x yükseklik).

1.2. Çalışmanın Amacı ve Önemi

Bu çalışmanın amacı günlük hayatta kolayca erişilebilen somut materyallerle desteklenmiş bir öğretim ortamında öğrencilerin hacim kavramının gelişimini incelemektir. Ayrıca çalışma da hedeflenen disiplinler arası bir yaklaşımla hacim kavramının öğretiminde kavramsal bilgidan işlemsel bilgiye

doğru ilerleyen bir örnek öğretim süreci sunulmaktadır. Bu kapsamda öğretim sürecinin ilerleyişi ve öğretim boyunca öğrencilerin hacim kavramını algılama süreçleri incelenecektir. Bu kapsamda “öğrenciler hacimle ilgili korunum ilkesini nasıl ifade ediyor?”, “öğrenciler farklı hacim hesaplama yöntemlerini nasıl ifade ediyor?” ve “ öğrenciler hacim formülünü nasıl açıklıyor ve kullanıyor ?” sorularına yanıt aranmaktadır.

Matematik öğretiminin genel amaçlarından biri “öğrenci, matematiksel kavramları anlayabilecek, bunlar arasında ilişkiler kurabilecek, bu kavram ve ilişkileri günlük hayatta ve diğer disiplinlerde kullanabilecektir” (MEB, 2013) biçiminde ifade edilmiştir. Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programında yer alan geometri ve ölçme öğrenme alanı matematiksel pek çok kavramla ilişkilidir. Ayrıca matematiğin gerçek hayatla ilişkilendirilmesine imkân vermektedir. Öğretim programlarında hacim kavramı ilk kez 4. sınıfta fen bilimleri dersinde, matematik öğretim programlarında ise 6. sınıf da yer verilmektedir. Ne var ki matematik öğretim programında hacim kavramının öğretimi tek boyuta indirgenmekte, hacim konusuna ait kazanımlarda formül kullanımı öne çıkarılmakta ve ulusal sınavlarda da değerlendirmeler bu yönde olmaktadır. Yapılan çalışmalarda da uzunluk, alan ve hacim öğretimini birlikte ele alınmakta ve daha çok bu üç niteliğin farklı değişkenler açısından incelenmesine, birim kullanımına, kavram yanlışlarına ve korunum ilkesine değinilmektedir. Ulusal alanyazın incelendiğinde hacim kavramının algılanması, bu kavramı hem günlük hayatla hem disiplinler arası bir ilişki ile irdeleyen, somut materyallerle desteklenmiş deney ve gözlemler içeren bir çalışmaya rastlanmamıştır. Öğrenme sürecinde somut materyal kullanmadan sadece formüle dayalı işlemlerin yapıldığı öğretim ortamlarının hacim kavramının algılanmasında etkili olmadığı görülmüştür. Bu nedenle bu çalışma matematik dersinde hacim kavramının ilk kez yer verildiği 6. sınıf düzeyinde gerçekleştirilmiştir. Öğrencilerin hacmi sadece formülle hesaplanan bir işlemde ibaret olarak görmemeleri ve hacmi kavramsal olarak algılamaya önemini fark etmeleri için somut materyallerle desteklenen bir öğretim ortamı tasarımının öğretmenlere bu kavram öğretiminde yararlı olacağı düşünülmektedir.

2. Yöntem

Öğrencilerde hacim kavramının oluşturulmasına yönelik yapılan bu araştırma nitel bir çalışmadır. Görüşme, gözlem ve belge analizi gibi nitel veri toplama araçlarının kullanıldığı ve olayların ve algıların doğal, gerçekçi ve bütüncül bir biçimde ortaya konduğu, nitel bir sürecin izlendiği araştırmalar nitel araştırmalardır (Şimşek ve Yıldırım, 2000, s.19). Çalışmanın modeli ise öğretim deneyi olarak desenlenmiştir. Öğretim deneyi, öğrencilerin matematiksel etkinliklerini anlaması ve keşfetmesi için tasarlanmış bir yöntemdir (Steffe ve Thompson, 2000). Öğrenenin öğrenme düzeyinin ortaya çıkarılmasında, özellikle de fen ve matematik araştırmalarında kullanılabilir en uygun yöntemlerden biridir (Kelly ve Lesh, 2000). Bu yöntemde öğretmen araştırmacı rolündedir. Araştırmacı öğretim deneyinde öğretmen rolüyle hareket etmenin ötesinde, öğretimle ilgili bilgileri analiz etmek durumundadır (Steffe, 1991).

2.1. Araştırma Ortamı

Araştırmanın uygulaması, Eskişehir il merkezinde yer alan sosyo-ekonomik düzeyleri orta seviyede olan ailelerin çocuklarına ikili eğitim veren bir devlet ortaokulunda gerçekleştirilmiştir. Öğretim deneyi ve klinik görüşmeler okul saati dışında araştırmaya katılan öğrencilerle birlikte öğrencilerin kendilerini daha rahat hissettikleri ve fiziksel olarak uygun şartlar barındıran okul atölyesinde gerçekleşmiştir. Araştırma boyunca video kamera öğrencileri rahatsız etmeyecek ve tüm etkinliklerin rahatlıkla izlenebileceği bir yere yerleştirilmiştir. Görüşmeler sırasında görüşmecinin öğrenciler ile yüz yüze olduğu ve öğrencilerin yaptıklarını rahat görebildiği bir oturma düzeni oluşturulmasına dikkat edilmiştir.

2.2. Araştırmanın Katılımcıları

Araştırmanın katılımcıları bir devlet ortaokulunda 6.sınıfta öğrenim gören 4 kız, 3 erkek öğrencidir. Katılımcıların seçiminde henüz hacim kavramını görmemiş olmaları etkili olmuştur. Amaçsal

örnekleme, çalışmanın amacına uygun olarak bilgi açısından zengin durumların seçilerek derinlemesine araştırma yapılmasına olanak tanıdığı için örnekleme yöntemi olarak seçilmiştir. Katılımcılar seçilirken amaçsal örnekleme yönteminin maksimum çeşitlilik örnekleme yöntemi kullanılmıştır. Burada amaç, çekirdek bir örneklem oluşturmak ve bu örnekleme çalışılan problem lehine taraf tutacak öğrencilerin çeşitliliğini en yüksek düzeyde yansıtmaktır. (Yıldırım ve Şimşek, 2000). Bu bağlamda öğrencilerin araştırmaya seçilme sebepleri şu şekilde sıralanabilir:

- Öğrenciler gönüllü olarak çalışmaya katılmışlardır.
- Matematik öğretmenlerinin görüşü alınarak kendilerini iyi ifade edebilen öğrenciler çalışmaya dâhil edilmiştir.
- Öğrencilerin akademik başarıları dikkate alınmıştır. Üst, orta ve alt seviye öğrenciler seçilmiştir. Seçim yapılırken öğrencilerin yazılı not ortalamaları dikkate alınmıştır. Buna göre katılımcılardan iki tanesi 85-100; üç tanesi 70-84; iki tanesi 50-69 arası ortalamaya sahiptir.

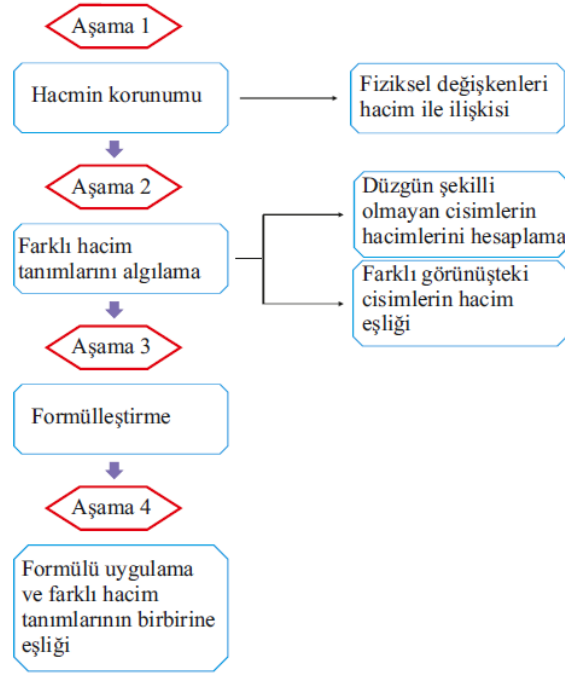
2.3. Verilerin Toplanması ve Analizi

Bu araştırmada veriler öğretim deneyi sürecinde yapılan video kaydı ve her öğretim aşaması sonrası öğrencilerle yapılan klinik görüşmelerle elde edilmiştir. Öğretim deneyi süreci grup çalışması şeklinde gerçekleştirilmiştir. Ayrıca öğrencilere etkinlikleri uygularken yapacakları işlemleri ve düşüncelerini yazabilecekleri kâğıtlar verilmiştir. Klinik görüşme de öğrencilere bu görüşme yönteminin doğasına uygun olarak “Ben senin düşünce tarzını öğrenmeye çalışıyorum. O yüzden bu soruyu çözerken yüksek sesle düşüncelerini benimle paylaşır mısın?”, “Ne yaptığını yüksek sesle söyler misin?”, “Bunu nasıl düşündüğünü söyler misin?”, “Nasıl çözdüğünü açıklayabilir misin?”, “Nasıl biliyorsun? Nasıl karar verdin?”, “Niçin?”, “Bulduğun sonucun doğruluğunu nasıl kontrol edersin?”, “Emin misin?” şeklinde sorular yönlendirilmiştir. Ayrıca hacim kavramı ile ilgili etkinliklerden sonra öğrencilere 10 sorudan oluşan bir yazılı uygulama yapılmıştır (Ek 2). Sorular birim küplerle verilen yapıların hacmini hesaplama, eni boyu yüksekliği verilen düzgün şekilli bir cismin hacmini hesaplama (Cavalieri prensibi), ayrıtları düzgün ve sınırlı olan daha büyük bir şeklin yine ayrıtları düzgün ve sınırlı olan daha küçük bir cisimle doldurulması ve Arşimed ilkesine yöneliktir. Öğretim deneyi olarak kurgulanan çalışmanın geçerlilik ve güvenilirliğini sağlamak için farklı veri toplama araçlarının kullanımı (öğrencilerin uygulama sırasında aldığı notlar, klinik görüşmeler, video kayıtları, gözlemci notları) çeşitleme yapılmıştır. Elde edilen veri dökümlerinden yapılan nitel analizler öncelikle yüksek lisans eğitimi de devam eden tecrübeli bir matematik öğretmeni ile sonra da bir matematik eğitimi uzmanı ile paylaşılarak görüşleri alınmış, farklı düşünceler üzerinde tartışılarak fikir birliğine varılarak analizlerin güvenilirliğinin artırılması sağlanmıştır.

2.4. Öğretim Deneyi Süreci

4 aşamalı bir öğretim süreci oluşturulmuştur (Şekil 1). Öğretim deneyinin ilk aşaması olan fiziksel değişkenlik ve hacim arasındaki ilişki irdelenerek hacmin korunumu ilkesinin vurgulanmasına yönelik etkinliklere, ikinci aşamada Arşimed ilkesinin de kullanılarak nesnelere fiziksel yapılarına bağlı olarak Piaget’in farklı hacim tanımlarının hissettirilmesine yönelik etkinliklere ve üçüncü aşamada Cavalieri formülünün keşfettirilmesine yönelik etkinliklere yer verilmiştir. Öğretim deneyinin son aşamasında ise formülün kullanılması ve farklı hacim tanımlarının eşliğinin vurgulanmasına yönelik çalışmalar gerçekleştirilmiştir.

Aşamalar yürütülürken öğretim deneyinin döngüsel yapısına dikkat edilmiştir. Her etkinliğin uygulama aşamasından sonra öğrencilerin süreci tartışmaları sağlanmış ve öğrencilerle klinik görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Video kayıt altına alınan klinik görüşmelerden elde edilen verilerin dökümü yapılmış, öğretimde eksik kalan yönler tespit edilmeye çalışılmıştır. Bu süreçte etkinliklerle ulaşılmaya çalışılan hedeflere ulaşıldığı görüldüğü için araştırmanın başında tasarlanan etkinliklerin, plana bağlı olarak uygulanmasına devam edilmiştir.



Şekil 1. Hacim kavramı öğretim süreci aşamaları

Öğretim sürecinde uygulanan etkinlikler: Somut materyal kullanımıyla hacim kavramının hissettirilmesinin amaçlandığı bu çalışma kapsamında uygulanacak etkinliklerin hazırlanması sırasında alan yazın incelenmiş, uzman görüşü alınmış, matematik öğretimi programındaki uyarılar dikkate alınmıştır. Etkinliklerin bir kısmı araştırmalarda yer alan örneklerden uyarlanmış, bir kısmı matematik ve fen bilimi öğretimi ders kitaplarından alınmıştır (Ek1). Etkinliklerin amaçları ve uygulandıkları öğretim süreci aşaması Tablo 2’de verilmiştir.

Tablo 2. Öğretim süreçleri ve etkinlikler

Öğretim Süreci Aşamaları	Uygulama etkinlikleri	Etkinliğin amacı
Aşama1 Hacmin Korunumu	Etkinlik 1a	Bir cismin şeklinin değişmesinin hacmini değiştirmediğini anlaşılması
	Etkinlik 1b	Bir cismin bütün hali ile parçalara ayrılmış halinin hacimlerinin birbirine eşit olması
Aşama 2 Farklı hacim tanımlarını hissettirme	Etkinlik 2	Düzensiz şekilli olmayan cisimlerin hacimlerinin bulunması
	Etkinlik 3	Bir nesneyi sınırlandıran yüzeylerin arasında kalan hacmin bulunması
	Etkinlik 4	Farklı görünümlere sahip yapıların aynı hacme sahip olabileceğini keşfetme, birim kavramına giriş
Aşama3 Formülleştirme	Etkinlik 5	Düzensiz geometrik cisimlerin hacimleri bulmaya yönelik hacim formülünü keşfetme
Aşama 4 Formülü uygulama/ Farklı hacim tanımların eşliği	Etkinlik 6 Yazılı uygulama	Hacim formülünü kullanma

Hacim korunumuna yönelik ilk aşamada öğrenciler Etkinlik 1a ve 1b’yi 3 grup şeklinde gerçekleştirmiştir. İlk etkinlikte her gruba verilen beher kap ve oyun hamuru ile öğrencilerin öncelikle suyun içine atılan oyun hamuru ile beher kap içindeki su seviyesindeki değişim arasındaki ilişkiyi, ikinci adımda da aynı oyun hamurunun farklı biçimlendirilerek atılmasıyla oluşan su seviyesindeki değişimi gözlemleri ve buldukları ilişkiyi ifade etmeleri istenmiştir. Etkinlik 1b kapsamında ise 10 luk

blokların bütün olarak ve parçalı olarak atılmasıyla su seviyesindeki değişim arasındaki ilişkinin kurulması istenmiştir. İlk aşama 40 dakika sürmüştür.

Farklı hacim tanımlarını hissettirmeye yönelik ikinci aşamanın ilk etkinliği olan Etkinlik 2’de düzgün şekilli olmayan cisimlerin hacimlerinin bulunmasına yönelik bir çalışma yapılmıştır. Öğrencilerden şekli düzgün olmayan iki adet taşın hacmini bulmaları istenmiş ve taşların hacimlerini ölçmek için dereceli silindirin içine su koyarak su seviyesindeki değişimi gözlemlemeleri beklenmiştir. Farklı görünüşteki cisimlerin hacim eşliğine yönelik 3. ve 4. etkinlik kapsamında öğrencilere öncelikle hacmi aynı fakat şekli farklı birer kap verilmiştir. Öğrencilerden bu kapların hacimlerini bulup karşılaştırmaları beklenmiştir. Daha sonra her bir öğrenciye 20 tane küp şeker verilmiş ve istedikleri yapıyı oluşturmaları istenmiştir. Bu etkinlikte öğrencilerden oluşturdukları yapıları diğerleriyle karşılaştırarak bir genellemeye ulaşmaları beklenmiştir. Bu aşama yaklaşık 55 dakika sürmüştür.

Formüleştirme aşaması olan üçüncü aşamada Etkinlik 5 uygulanmış ve bu aşamada öğrencilerin yaptıkları gözlemler sonucu formal hacim tanımı olarak bilinen Cavalieri formülünü (taban alanı \times yükseklik) ifade etmeleri hedeflenmiştir. İlk olarak öğrencilere çok sayıda küp şeker verilmiş ve dikdörtgen kutunun tamamının bu küp şekerlerle düzenli bir şekilde doldurulması istenmiştir. İkinci olarak, kutunun sadece tabanının ve bir kenar ayrıtı boyunca yüksekliğinin küp şekerle doldurulması istenmiştir ve daha önceki adımda buldukları hacim değeri ile bu adımda kullandıkları şeker sayısını gözlemleyerek ilişkilendirmeleri beklenmiştir. Son olarak öğrencilerden kutuyu veya tabanını tam doldurmadan sadece 3 farklı ayrıt boyunca küp şekerleri dizmeleri istenmiştir. Bu aşama yaklaşık 50 dakika sürmüştür

Son olarak formülü kullanma aşamasında uygulanan Etkinlik 6’da ise öğrencilerden kendilerine verilen dikdörtgenler prizmasının hacmini önce suya atarak daha sonrada ölçüp formül yardımıyla bulmaları istenmiştir. Son olarak öğrencilerden iki sonucu karşılaştırmaları ve yorumları beklenmiştir. Hacim kavramı ile ilgili etkinliklerden sonra öğrencilere 10 sorudan oluşan bir yazılı uygulama yapılmıştır (Ek 2). Sorular birim küplerle verilen yapıların hacmini hesaplama, eni boyu yüksekliği verilen düzgün şekilli bir cismin hacmini hesaplama (Cavalieri prensibi), ayrıtları düzgün ve sınırlı olan daha büyük bir şeklin yine ayrıtları düzgün ve sınırlı olan daha küçük bir cisimle doldurulması, Arşimed ilkesine yöneliktir. Bu aşamada öğrencilere 40 dakikalık bir süre verilmiştir.

Çalışmada veri analizi için etkinlikler esnasında ve klinik görüşmelerde elde edilen ses kayıtlarının dökümü yapılmıştır. Öğretim süreci aşamaları temel alınarak sürecin betimsel analizi yapılmış, etkinlik sonrası yapılan klinik görüşmelerde öğrencilerin kavram gelişimlerini ortaya çıkarmak amacıyla etkinliğin amacına uygun olarak kavramlarla ilgili öğrencilerin kullandıkları ifadelere yer verilmiştir. Öğretim sürecine katılan 7 öğrenci Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7 şeklinde kodlanmıştır.

3. Bulgular

3.1. Birinci Aşama-Hacmin Korunumu: Fiziksel değişiklerin hacim ile ilişkisi

Öğretim deneyi esnasında tüm öğrencilerin verilen etkinlikleri uygulamada sorun yaşamadıkları görülmüştür.



Görsel 2. Birinci aşamada yapılan etkinliklerden kesitler

Öğretim deneyinin ilk aşaması olan ve hacim korunumunun oluşturulmasının hedeflendiği ilk iki etkinlikteki klinik görüşmelerde öğrencilerin hacim korunumunu vurguladıkları ifadeler Tablo 3'te sunulmaktadır.

Tablo 3. Öğrencilerin hacim korunumuyla ilgili kullandıkları ifadeler

Öğrenci	Kullanılan İfadeler
Ö1	<i>Cisim ayrılrsa da farklı şekillere girse de hacmi hiç değişmiyor.</i>
Ö2	<i>Şekli değişse de hacmi aynı. Durumu değişse de hacmi aynıdır.</i>
Ö3	<i>Fiziksel değişimin hacme etkisi olmadığını gözlemledik.</i>
Ö4	<i>Oyun hamurunun şeklini değiştirdiğimizde hacmi aynıdır.</i>
Ö5	<i>Hacim fiziksel değişiklik olduğunda da değişmiyor.</i>
Ö6	<i>Şekil değişse bile ağırlık değişmediği için hacimde bir farklılık olmaz. Fiziksel değişime uğruyor yani bir şey olmuyor. Hacim değişmiyor.</i>
Ö7	<i>Şekil değişse de hacim değişmiyor.</i>

Klinik görüşmelerle elde edilen sonuçlara ve etkinlik esnasındaki gözlemlerin sonucuna göre genel olarak öğrencilerin bir cismin şekli değişse de hacminin değişmediğini, fiziksel olarak bir cismin bütün hali ile parçalara ayrılmış halinin hacimlerinin eşit olduğunu kavradıkları gözlemlenmiştir. Öğrencilerin Tablo 3 de verilen ifadeleri de bunu göstermektedir. Sadece Ö6'nın yaptığı yorumda "ağırlık" kavramı ile "hacim" kavramını ilişkilendirdiği, bu iki kavramı karıştırdığı görülmektedir. Ancak öğrenci yine de hacmin korunduğunun farkındadır.

3.2. İkinci Aşama-Farklı Hacim Tanımlarını Hissettirme

Düzgün şekilli olmayan cisimlerin hacimlerinin bulunmasına yönelik etkinlikte öğrenciler taşların hacimlerini ölçmek için dereceli silindirin içine su koymuş su seviyesindeki değişimi gözlemleyerek taşın hacmini bulmaya yönelmişlerdir. Öğretmen en son onluk bloklarla yapılan etkinlik ile bu etkinlik arasında bir benzerlik ya da farklılık olup olmadığını sorduğunda sınıftan gelen cevaplar öğrencilerin değişen parametreleri fark ettiklerini göstermektedir:

Öğretmen: Bir önceki deneyimizle bu deneyimiz arasında fark var mı sizce?

Öğrenci: Ama yaptığımız iş aynı yani ikisini de suyun içine atıyoruz ikisi de tam bir şekli olmayan cisim ama sadece hacimleri farklı çıkıyor.

Öğrenci: Hocam hacim, şekil fark etmeksizin yani şekil düzensiz de olsa düzenli de olsa suya atsak hacmi bulabiliriz. Bu kadar.

Etkinlik 2'yi uygulama sürecindeki gözlemler ve klinik görüşmelerde öğrenciler düzgün şekilli olmayan cisimlerin hacimlerinin suyun içine atılma yöntemiyle de bulunabileceğini Tablo 4'teki gibi ifade etmiştir.

Tablo 4. Öğrencilerin düzgün olmayan cisimlerin hacimleriyle ilgili kullandıkları ifadeler

Öğrenci	Kullanılan İfadeler
Ö1	<i>Düzgün şekilli değıllerdı o yüzden suda yaptık yani suya attık. Farkı bulduk</i>
Ö2	<i>Taşların hacmini suya atarak da bulabiliyormuşuz.</i>
Ö3	<i>Tam bir şekilleri olmayan cisimlerin de hacimlerinin olduğunu, bunun da su ve beherglaslar yardımıyla ölçebileceğimizi öğrendik.</i>
Ö4	<i>Düzgün şekilli olmayan hacim için, suyun içine attığımız zaman ölçebiliyoruz. Bir cetvelle ya da başka bir şey ile ölçemediğimiz için su ile ölçüyoruz.</i>
Ö5	<i>Bir cismin şekli farklı olsa da hacmini bulabiliriz. Düzgün şekilli olmayanlarınkini bile bulabiliyoruz hacmini suya atarak.</i>
Ö6	<i>Büyük taşın hacmini; beherglasın içindeki suyu ölçtük sonra büyük taşı içine attığımızda farkı gördük. O büyük taşın hacmi idi. Küçük taşı ise dereceli silindirin içine attık orada küçük taşın hacmini öğrendik.</i>
Ö7	<i>Düzgün şekilli olmayan cisimlerin hacimleri suyun içine atarak bulunabilir.</i>

Tablo 4'e göre bütün öğrenciler düzgün olmayan şekillerin hacmini suya atarak bulabileceklerini ifade etmiştir. Ayrıca Ö1 ve Ö2 taşın suya atılması sonucunda suda oluşan seviye farkının taşın hacmini gösterdiğini belirtmiştir.

Etkinlik 3'te öğrenciler, kavanoz veya bardağın hacminin hesaplanması sorulduğunda bir önceki deneyden öğrendikleri gibi, içi su dolu daha büyük bir kaba atabileceklerini ve yükselen su miktarının kavanozun veya bardağın hacmi olacağını ifade etmişlerdir. Öğretmen öğrencileri kabın içine su doldurup, bu suyun miktarını beher kap veya dereceli silindir yardımıyla ölçüldüğünde ne bulanacağını keşfetmeleri ve buna uygun ölçmeler yapmaları konusunda yönlendirmiştir:

Öğrenci: Bardağın hacmini bulduk.

Öğrenci: Kavanozumuzun hacmini bulduk.

Öğrenci: Kavanozumuzun hacmini su sayesinde bulduk.

Öğrenci: Olamaz diye tahmin etmiştim ama oluyor sanırım.

Öğretmen: Neden olmuş olabilir?

Öğrenci: Yani, içine kapladığı yeri bulduğumuz için aynı sonuç çıkacaktır o yüzden olabilir.

Daha sonra öğrenciler kullanmış oldukları kapların hacimlerini hesaplayabilmiştir. Öğretmen karşılaştırma yaparak hangisinin daha büyük hacme sahip olduğunu tahmin etmelerini istediği için gruptan birinin kavanozu ile diğer grubun bardağı karşılaştırılmıştır. Bir öğrenci kendi kavanozlarından beherglasa aktardıkları suyu diğer grubun bardağına dökerek karşılaştırma yapılabileceğini söylemiştir. Tablo 5'te öğrencilerin farklı görünüşteki cisimlerin hacim eşliği ile ilgili kullandıkları ifadeler bulunmaktadır.

Tablo 5. Öğrencilerin farklı görünüşteki cisimlerin hacim eşliğiyle ilgili kullandıkları ifadeler

Öğrenci	Kullanılan İfadeler
Ö1	<i>Bazı cisimlerin hacimleri birbirine eşit yani şekilleri farklı olsa da birbirine eşit oluyor.</i>
Ö2	<i>Şekli geniş, uzun nasıl olursa olsun bazı şekillerin hacimleri aynıdır.</i>
Ö3	<i>Farklı şekillerdeki cisimlerin hacimlerinin aynı olabileceğini gördük.</i>
Ö4	<i>Bir kavanoz bir bardağın hacmini ölçtük. Hacmini ölçmeyi öğrendik. İkisinin de hacminin aynı olduğunu öğrendik. Ama bize kavanozun genişliği daha fazla olduğu için onun hacmi daha büyük diye sanırken ikisi de aynı çıktı hacmi.</i>
Ö5	<i>Deneyimizde farklı şekillere sahip iki kaba su koyduk ve hacimlerinin aynı olduğunu gördük. Hacimlerinin aynı olduğunu gördüğümüzde hepimiz şaşırmıştık. Çünkü farklı şekillerdi. Herkes farklı bir şeklin daha büyük olduğunu düşünmüştü. Ama ikisinin de aynı olduğunu gördük.</i>
Ö6	<i>Önce, ölçeceğimiz kabın içine su doldurduk bir miktarda. Hacmini ölçmüştük. Ben ama inanmıyordum hacmini ölçeceğimize. Yani pek aklıma uymuyordu. Ama sonra hacminin ölçüldüğünü gördük. Sonra bardakla kavanozu karşılaştırdık. Ben kavanozun daha büyük olacağını düşündüm. Kavanoz çok genişti çünkü. Bardak ta uzundu ama kavanoz daha yakın geldi. Ondan kavanoz demiştim. Sonra bir de bardakla kavanozun hacmini sordum. Ben bu sefer kupa ile bardak arasında kupa dedim ama hepsi birbirine eşit gelince çok şaşırđım. Bu durum beni çok etkiledi.</i>
Ö7	<i>Hacim; uzunluk, genişlik, şekil değişikliği fark etmeksizin hacim ne olursa olsun aynıdır.</i>

Bu deney uygulandığında her iki kabın da hacminin eşit olduğu gözlemlenmiştir. Bunun öğrencileri şaşırtan bir sonuç olduğunu Ö5 ve Ö6'nın Tablo 5'teki ifadelerinden tespit edebiliriz. Ayrıca uygulama sırasında ve sonrasında araştırmacı tarafından iç hacim ifadesi kullanılmamasına rağmen Ö3 kavanozun ve bardakların iç hacminden bahsetmiştir.

Etkinlik 4'te öğrenciler verilen küp şekerlerle birer yapı oluşturmuştur. Oluşturulan yapılardan bazıları dikdörtgenler prizması biçiminde iken bazı yapılar ise herhangi bir düzene sahip olmayan rastgele yapılardır. Öğrencilerin oluşturduğu yapılardan bazıları Görsel 3'te görülmektedir.



Görsel 3. İkinci aşamada yapılan etkinliklerden kesitler

Öğrencilerin aynı hacme sahip farklı yapılar olabileceğini gözlemlerine dayalı olarak kavradıkları, uygulama ve görüşmeler sırasındaki ifadelerden anlaşılmaktadır. Ayrıca küp şeker etkinliğinde birim küp terimini öğrencilerin kullandıkları, bir cismin boşlukta kapladığı yerin o cismin hacmi olduğuna dair tanımlamaların yapıldığı görülmektedir. Tablo 6’da öğrencilerin farklı görünüşteki yapıların hacim eşliği ile ilgili kullandıkları ifadeler yer verilmiştir.

Tablo 6. Öğrencilerin farklı görünüşteki yapıların hacim eşliğiyle ilgili kullandıkları ifadeler

Öğrenci	Kullanılan İfadeler
Ö1	<i>Hepimiz ayrı ayrı şekiller yaptık. Herkes 20 küp aldı. Ama hacimleri yine aynı oldu</i>
Ö2	<i>20 birim küplük farklı şekiller vardı ama aynı hacimdi.</i>
Ö3	<i>Şekiller farklılık gösterse bile hacimler aynı olabilirmiş.</i>
Ö4	<i>20 birim küple hepimiz şekiller yaptık. O şekillerin hacminin aynı olduğunu öğrendik. En sonunda farklı istediğimiz kadar şekillerle yaptık ve hacimlerinin farklı olduğunu öğrendik</i>
Ö5	<i>Herkesin aynı sayıda küp şekeri olmasına rağmen herkes farklı şekiller ortaya koydu. Bu da demek oluyor ki hacim aynı olsa bile farklı şekillerde olabilir.</i>
Ö6	<i>Kendimiz şekiller yapmaya çalıştık. Onları saydık kaç birim küp oldu ve hacimlerini bulmaya çalıştık.</i>
Ö7	<i>Şekilleri farklı olsa bile hepsinin birimi küpü aynıydı. Kendi istediğimiz zaman da bizim bütün küp şekerlerimiz aynı, birimi hacmi filan aynı ama bizim şekillerimiz ve sayılarımız aynı olmadığı için hacimlerimiz farklı çıkmıştı.</i>

3.3. Üçüncü Aşama-Formülleştirme

Öğrenciler kendilerine verilen küp şekerleri düzgün bir biçimde kutuya yerleştirmişlerdir. Bu süreçte öğrencilerin önceki etkinliklerde edindikleri deneyimlerinden hareketle kutulara yerleştirdikleri küp şeker sayısının kutunun hacmi olduğunu açıkça ifade ettikleri tespit edilmiştir.

Öğretmen: Peki. Şimdi arkadaşlar ne yaptık kutuyu. İrem?

Öğrenci: Doldurduk yani kutunun hacmini bulduk.

İkinci olarak öğrenciler kutunun sadece tabanını ve bir kenar ayırıtı boyunca yüksekliği küp şekerlerle doldurmuştur (Görsel 4). Öğrenciler kutunun hacmini tabana yerleştirdikleri küp şeker sayısı ile yüksekliğe yerleştirdikleri küp şeker sayısını çarparak bulabilecekleri sonucuna ulaşmışlardır. Son olarak öğrenciler üç farklı ayırıt boyunca küp şekerleri dizmiştir (Görsel 4).



Görsel 4. Üçüncü aşamada yapılan etkinliklerden kesitler

Beklendiği gibi öğrenciler en, boy ve yüksekliğe döşenen küp şeker sayıları ile hacim arasındaki ilişkiyi kurmuşlardır. Hatta öğrencilerden bir tanesi daha en, boy, yükseklik döşemesine geçmeden böyle yapabileceğine dair bir çıkarımda bulunmuştur. Öğrencilerin uygulama sırasında yazdıkları notlara bir örnek Tablo 7’de verilmektedir.

Tablo 7. Öğrencilerin yazdıkları formüllere bir örnek

Kutuyu doldurma	Sadece kutu tabanını doldurma	Sadece ayrıtları doldurma
320 küp şeker	Taban alanı = 80 // Yükseklik = 4 Hacim = Taban alanı x Yükseklik 320 = 80 x 4	Yükseklik x uzun kenar x kısa kenar = Hacim 4 x 10 x 8 = 320

Etkinlik 5’in ilk aşamasında öğrenciler kutunun içine sığabilecek küp şeker sayısını bulmuş, sonraki iki aşamada işlem yaparak sonuca ulaşmıştır. Çıkan sonuçların eşit olduğu görülmüştür. Öğrencilerin hacim formülünü oluşturmaya dair ifadelerine Tablo 8’de yer verilmiştir.

Tablo 8. Öğrencilerin formülleştirmeye ilgili kullandıkları ifadeler

Öğrenci	Kullanılan İfadeler
Ö1	Etkinlikte küp şekerleri kutusunun içine koyduk. Kutunun hacmini bulmaya çalışıyorduk. Tabanın alanı ile yüksekliği çarptık hacmini bulduk. Üçüncüsünde sadece kısa kenarla uzun kenarı çarptık sonra da yükseklikle çarptık bu en kısası idi.
Ö2	İlk başta hepsini dizdik. Kutuyu tamamen doldurduk. Sonra sadece alt tabanını doldurduk yüksekliğini doldurduk. Sonra da ayrıtlarını yani uzun kenar kısa kenar yüksekliğini öyle yaptık.
Ö3	Hacmin formülünü bulduk aslında. İlk önce taban alanı çarpı yüksekliğinin çarpılmasında hacim ortaya çıktığını öğrendik. İkinci formül olarak da dikdörtgenler prizması için yaptık bu deneyi. Uzun kenarla kısa kenarı çarpıp yüksekliği çarptık. Zaten uzun kenarla kısa kenarı çarptığımızda taban alanını veriyor yine aynı sonuçla hacme ulaştık.
Ö4	İlk önce kaba bir sürü şekeri dizdik. Ve o kabın hacmini bulmuş olduk böylece. En son da hacim bulma yolunu öğrendik. Taban alanı çarpı yükseklik ile hacmini bulduk. Daha kolay yöntemi olan ilk önce taban alanını yaptık. Sonra yüksekliğini bulup onunla çarpıp yine hacmi bulduk. Ondan daha kolay yöntemi olan eni ile boyunu çarptık yani uzun kenar ile kısa kenarı çarptık ve yükseklikle de çarptık böylece hacmini bulduk.
Ö5	Öğretmenim, öncelikle bir kutunun hacmini nasıl bulabileceğimizi öğrendim. Kutunun içinde şekerleri çizerek bulabileceğimizi öğrendim bunun uzun yolu olduğu ve çok uğraşmamız gerektiğini de öğrendim. İkinci olarak tabanı dizip yükseklikle birlikte tabanın alanı çarpı yükseklik formülünü öğrendim. Bu da diğerine göre uzundu. Ama en sonuncusu en kolaydı ve her zaman da kullanabileceğimiz bir yöntemdi. Uzun kenar çarpı kısa kenar ikisini çarparak kutumuzun tabanının alanını bulduk. Yükseklikle de taban alanını çarparak kutunun hacmini bulduk.
Ö6	En ilkinde tamamen döşedik. Sonrakinde taban alanını yapıp yükseklikle çarptık. Ondan sonrakinde iki kenarı bulup yükseklikle çarpmıştık.
Ö7	İlk önce kutuyu şekerle doldurmıştık. Taban alanı çarpı yükseklik yaptık. Ondan sonra uzun kenar çarpı kısa kenar çarpı yükseklik yaptık.

Bütün öğrenciler 3 yolla da dikdörtgenler prizmasının hacmini nasıl bulduklarını ifade etmişlerdir. Öğrenciler formülü bulma aşamasında kutunun içini tamamen küp şekerlerle doldurmanın çok zor ve çok zaman aldığı, sadece en, boy, yükseklik ayrıtlarını döşeyerek hacmi bulmanın çok kolay olduğunu söylemişlerdir.

3.4. Dördüncü Aşama- Formülü Uygulama ve Farklı Hacim Tanımlarının Birbirine Eşliği

Bu etkinlikte öğrencilere dikdörtgenler prizması şeklindeki bir tahta parçası, beherglas, kalem, kağıt, su ve cetvel verilmiştir. Öğrenciler önce dikdörtgenler prizmasını suya atarak taşıdığı su miktarı sayesinde prizmanın hacmini bulmuşlardır. Daha sonra aynı prizmanın en, boy ve yüksekliği cetvelle ölçülerek kaydedilmiştir. Ölçümlerden elde edilen sonuçlar; Hacim = En x Boy x Yükseklik formülünde

yerine yazılarak hacim hesaplanmıştır. Her iki yolla da elde edilen sonuçlar karşılaştırılmış ve elde edilen sonuçların hemen hemen aynı olduğu görülmüştür. Öğrenciler düzgün şekilli ve ayrıtları ölçülebilen cisimlerin hacimlerini hesaplamada en x boy x yükseklik hesabını kullanabildiklerini söylemişlerdir. Aşağıdaki tablo 9 da öğrencilerin formül kullanımı ve farklı hacim tanımlarının eşliği ile ilgili açıklamaları birlikte verilmektedir.

Tablo 9. Öğrencilerin formül kullanımı ve farklı hacim tanımlarının eşliğiyle ilgili kullandıkları ifadeler

Öğrenci	Kullanılan İfadeler
Ö1	<i>Hacim hesaplamasını su ile yapabiliriz sonra ayrıtlarını ölçerek yapabiliriz.</i>
Ö2	<i>Dikdörtgenler prizması konusu hakkında, mesela düzlem şeklinde olan şeyleri suya atınca pek fazla beklediğimiz sonuç çıkmıyormuş. Mesela düzensiz şekilde olan taş gibi onları atsak daha iyi oluyormuş. Yamuk şekilli olanları suya atarsak daha iyi olur. Düz olanları atsak da iyi olur</i>
Ö3	<i>Dikdörtgenler prizması şeklindeki cisminin uzun kenarını, kısa kenarını ve yüksekliğini cetveller yardımı ile ölçtük. Sonra öğretmenim hepsini çarptık. Böylece hacmini bulduk. Daha sonra dikdörtgenler prizmasını suyun içine attık ve suyun ne kadar yükseldiğini gördük. Çünkü ne kadar yükselirse o onun hacmi olacak. Sonuçlar birbirine çok yakın çıktı. Demek ki düzgün cisimleri kenarlarını ve yüksekliğini hesaplayıp ta bulabiliyormuşuz, suyun içine de atabiliyormuşuz. Ama ben tercihen kenar uzunluklarını bulup çarpmayı tercih ederdim.</i>
Ö4	<i>Suyun içine atarak ta enini, boyunu, yüksekliğine çarpıp hesap ederek aynı sonuca ulaşıyoruz.</i>
Ö5	<i>Bir cismi suya koyduğumuzda hacmini ölçüyoruz. Uzun kenarı ve kısa kenarını çarpıp yüksekliğini çarptığımızda da ölçüyoruz hacmini.</i>
Ö6	<i>Hacim birden fazla yolla bulunabilir. İlki suya atabiliriz. Diğeri eni, boyu, yüksekliği çarpıp da hacim bulabiliriz.</i>
Ö7	<i>Hacimlerinin aynı çıkacağını bulmak için dikdörtgenle prizmasının ayrıtlarını ölçtük bir de suyun içine attık.</i>

Öğrencilere uygulama sonrası “Hiç görmediğiniz geometrik bir cismin hacmini nasıl hesaplıyorsunuz?” sorusu yöneltilmiştir. Elde edilen cevaplar Tablo 10’da gösterilmektedir. Bazı öğrenciler önce şeklin düzgün olup olmadığını sorgulamıştır. Eğer sınırları düzgün ve cismin ayrıtları cetvel, mezura vb... standart ölçme araçları ile ölçülebiliyorsa en x boy x yükseklik formülü kullanacaklarını, eğer şekil düzgün değilse su, un, kum gibi maddelerin içine atıp maddeyi yükseltme ya da taşıma miktarlarının bulunup hacmi hesaplayacaklarını ifade etmişlerdir.

Tablo 10. Öğrencilerin hacim bulmayla ilgili kullandıkları ifadeler

Öğrenci	Kullanılan Sözel İfadeler
Ö1	<i>Hesaplarım çünkü öyle düz değilse suya atarım o şekilde yaparım. Eğer düzse de uzun kenar kısa kenar yüksekliği çarparım yine hacmini bulurum.</i>
Ö2	<i>Suya atardım. Kumun içine atardım. Kumun da derecelerini yapardım. Mesela kumun içine atınca direkt yükselince hacmini bulmuş olurum o şekilde.</i>
Ö3	<i>Düzensizse ben sanırım cetvelle ölçüp formül geliştirmeye çalışırım. Ama düzgün değilse beherglaslarda su yardımıyla bulurum.</i>
Ö4	<i>Eğer cetvelle ölçebiliyorsak cetvelle ölçüp ilk önce uzun kenarı, kısa kenarı yüksekliği çarpıp öyle bulurum. Ya da suyun hacmini bulup, suyun içine atıp, farkı bulup hacmi bulurum.</i>
Ö5	<i>Bir cismi suya koyduğumuzda hacmini ölçüyoruz. Veya şekil düzgün ise uzun kenarı ve kısa kenarını çarpıp yüksekliğini çarptığımızda da ölçüyoruz hacmini.</i>
Ö6	<i>Şekil düzse yamuk değilse cetvelle hesaplarım. Yamru yumru ise suya atar hesaplarım veya un sıkıştırırım içine koyarım.</i>
Ö7	<i>Eğer cetvelle ölçebiliyorsak cetvelle ölçüp, ilk önce uzun kenar sonra kısa kenarını yüksekliğini çarpıp öyle bulurum. Ya da suyun hacmini bulup suyun içine atıp ondan farkını bulurum.</i>

Tablo 11’de öğrencilerin uygulama sonrası yapılan teste verdikleri cevaplarının genel bir değerlendirilmesi verilmektedir. Öğrencilerin genel olarak tüm sorulara doğru cevap verdikleri, sadece hacim korunumuna yönelik soruda başarı oranının düştüğü görülmektedir. Bu sorudaki hatanın, öğrencilerin hacim olarak su seviyesinin yükseklik değerini almaları ve hesaplamalarını bu değere göre yapmalarından kaynaklandığı düşünülmektedir.

Tablo 11. Öğrencilerin yazılı uygulamasındaki başarı performansı

Soru içerikleri	Sorular	Doğru cevap	Yanlış cevap
Formül Uygulama (Cavalieri Prensibi)	1.Soru	6	1
	5.Soru	7	0
	6.Soru	6	1
	8.Soru	7	0
Birim Küplerle Oluşturulmuş Yapının Hacmini Hesaplama	11.Soru	6	1
	2.Soru	6	1
Büyük bir cisim daha küçük başka bir cisimle doldurma	3.Soru	7	0
	4.Soru	5	2
	7.Soru	5	2
Farklı Görünüşteki Cisimlerin Hacim Eşliği	9.Soru	5	2
	12.Soru	6	1
	10.Soru	2	5
Hacim Korunumu (Arşimet Prensibi)			

4. Tartışma ve Sonuç

Öğretim deneyi boyunca öğrenciler gözlemler yapmış ve gerçek yaşamda rahatlıkla bulunabilen somut materyalleri kullanmıştır. Somut materyal kullanımının öğrencilerin keşfetmesine, akıl yürütmesine ve genellemeler yapmasına fırsat tanıdığı açıkça ortaya konulmuştur. Bu sonuç Kutluca ve Akın (2013)'nin matematiksel kavramların öğretiminde ya da öğrenilen kavramları somutlaştırılmasında ve kalıcılığını sağlanmasında somut materyalinin olumlu etkisinin olduğu sonucu ile de uyumludur. Öğrenciler Piaget'nin hacim korunumu ilkesini algılamakta zorlanmamışlar, fiziksel değişikliklerin hacmi değiştirmediklerini, hacim tanımlarından olan yer değiştiren hacmi ve iç hacmi deneyimleri ile keşfetmişlerdir. Düzgün cisimler üzerinde yapılan gözlem ve hesaplamalarla bu iki hacmin eşitliği sonucuna ulaşılmıştır. Öğrencilerin düzgün geometrik cisimlerde hacim bulmaya yönelik Cavalieri prensibini rahatlıkla formülleştirebildikleri, kavramsal bilgidен işlemsel bilgiye geçilen bu aşamada farklı ve zenginleştirilmiş materyallerle desteklenen öğretim ortamlarında öğrencilerin rahatlıkla çıkarımlarda buldukları tespit edilmiştir. Öğrenciler hacim formülünü önce dikdörtgenler prizması şeklindeki cismin bir tabakasını daha sonra bu tabakalardan kaç tane olduğunu sayarak hacim formülüne ulaşmışlardır. Bu sonuç Olkun (2003) ve Battista & Clements (1998)'in yaptığı araştırmalarında elde ettiği literatürde tanımlanan "bir küme yüzey", "bir küme grup" ve "organize küpler" şeklinde ifade edilen üç değişik kavramsallaştırmaya da uygundur.

Öğretimin sonunda yapılan yazılı değerlendirmede öğrenciler formül uygulama sorularında özellikle işlemsel bilginin kullanıldığı sorularda beklenen sonuca genellikle ulaşmışlardır. Bu durum Tan Şişman ve Aksu'nun (2009) öğrencilerin işlemsel bilgi içeren sorularda daha fazla başarılı oldukları sonucu ile uyumludur. Öğrencilerin büyük çoğunluğu birim küplerden oluşmuş bir cismin hacmini çok rahat bir şekilde hesaplamıştır. Fakat bazı öğrenciler birim küplerle oluşturulmuş yapıların görünen kısmının birim sayılarını yanlış saymışlardır. Bu sonuç Dağlı (2010) ve Batista, Clements (1998)'in araştırmalarında elde ettiği birim küplerden oluşan bir cismin içerdiği birim küp adedini fiziksel anlamda saymaktan kaynaklanan hatalara sebep olması sonucuyla paralellik göstermektedir.

Önerilen öğretim sürecindeki amaçlardan biri hacmin öğrenciler tarafından büyüklük olarak algılanmasıydı. Klinik görüşmelerde öğrencilerin ifadelerinde hacmi açıklarken büyüklük terimine yer verilmesi amaca ulaşıldığının göstergesi olarak kabul edilebilir (Guissard vd., 2015). Ayrıca öğrencilerin hacim bulmayla ilgili yaptıkları açıklamalarda cisimleri kategorize ettikleri, eğer cismin sınırları düzgünse Cavalieri formülüne, cismin sınırları düzgün değilse Arşimed prensibine dayalı deneylere değindikleri belirlenmiştir.

Hacim kavramı fen bilimleri dersi kapsamında 4. sınıfta Arşimed prensibine, matematik dersi kapsamında ise 6. sınıfta Cavalieri formülüne dayalı olarak tanımlanmaktadır. Bu çalışmada ise gözleme dayalı etkinlikler aracılığıyla bu iki disiplindeki yaklaşım birlikte benimsenerek hacim kavramı ele alınmıştır. Bu yönüyle önerilen öğretim süreci son dönemlerde benimsenen STEM yaklaşımının

matematik dersinde basit bir örneği olarak düşünülebilir. Matematik öğretmenlerinin materyal destekli kavramsal öğrenmeyi destekleyen öğrenme ortamlarını kullanmaları teşvik edilmeli, özellikle geometri öğretim alanında sadece işlemsel bilgiye dayalı öğretim yaklaşımlarına alternatif öğretmenlere farklı kavramlar için farklı öğrenme ortamı önerilerini içeren kaynaklar sunulmalıdır. Özellikle STEM yaklaşımını benimseyen matematik eğitimi araştırmalarının artmasının hem öğretmenler hem de alanyazın için önemli olduğu düşünülmektedir.

Kaynakça

- Altun, M. (1997). İlkokul öğretiminde miktar korunumu üzerine bir çalışma. *Milli Eğitim Dergisi*, 135, MEB, Ankara.
- Arıcı, H. (2001). *İstatistik: Yöntemler ve Uygulamalar*. (13. baskı). Ankara: Meteksan Yayınları.
- Aydın Karaca, Ö. (2014). *8.sınıf öğrencilerin uzunluk, alan ve hacim ölçme kavramlarını anlamaya ilişkin yeterliliklerinin incelenmesi*. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Trabzon: Karadeniz Teknik Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Batista, M. T. and Clements, D. H. (1998). Students' understanding of three dimensional arrays: Findings from a research and curriculum development project. In R. Lehrer and D. Chazan (Eds.), *Designing learning environments for developing understanding of geometry and space*. Hillsdale, NJ: LEA Publishers.
- Baykul, Y. (2014). *Ortaokulda matematik öğretimi*. (2. baskı). Ankara: Pegem Akademi.
- Berk, L. E. (1997). *Child Development* (4th Edition). Needham Heights, MA: Allyn & Bacon.
- Bright, G.W. (1976). Estimation as part of learning to measure. In D. Nelson & R. E. Reys (Eds.), *Measurement in school mathematics: 1976 yearbook*. Reston, VA: National council of teachers of mathematics, pp. 87-104.
- Bulut, S., Çömlekoğlu, G., Seçil, S.Ö., Yıldırım, H. ve Yıldız, B.T. (2002). *Matematik Öğretiminde Somut Materyallerin Kullanılması*. V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, Ankara: Orta Doğu Teknik Üniversitesi.
- Burton, D. M. (2017). *The history of mathematics*. (Çev. S. DURMUŞ). İstanbul: Nobel Yayınevi.
- Clements, D. H. and McMillen, S. (1996). Rethinking Concrete Manipulatives. *Teaching Children Mathematics*, 2 (5), 270-279.
- Dağlı, H. (2010). *İlköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin çevre, alan ve hacim konularına ilişkin kavram yanılgıları*. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Afyon: Kocatepe Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü.
- Duatepe, A. (2004). *The effects of drama based instruction on seventh grade students' geometry achievement, Van Hiele geometric thinking levels, attitude toward mathematics and geometry*. Yayımlanmamış Doktora Tezi, Ankara: Orta Doğu Teknik Üniversitesi.
- Esen, Y. ve Çakıroğlu E. (2012). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının hacim ölçmede birim kullanmaya yönelik kavrayışları. *Matematik Eğitimi Dergisi*, 1, 21- 30.
- Friedelmeyer, J. P. (2001). Grandeurs et nombres, l'histoire édifiance d'un couple fécond, *Repères IREM*, 44, 5-31.
- Gough, J. (2008). Just a cup. *Australian Primary Mathematics Classroom*, 13(2), 9-14. <https://eric.ed.gov/?id=EJ802700>. 26.12.2018
- Gökdal, N. (2004). *İlköğretim 8. sınıf ve ortaöğretim 11. sınıf öğrencilerinin alan ve hacim konularındaki kavram yanılgıları*. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Ankara: Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

- Guissard, M. F., Henry, V., Lambrecht, P., Van Geet, P., Vansimpson, S. (2015). Math & manip pour construire la notion de volume. *Grand N*, (96), 35-44
- Kamii, C. and Lewis, B. A. (1990). Constructivism and first grade arithmetics. *Arithmetic Teacher*, 38 (1), 34-35.
- Kelly, A. C. (2006). Using manipulatives in mathematical problem solving: A performance based analysis. *The Montana Mathematics Enthusiast*, 3(2), 184- 193
- Kelly, A. E. and Lesh, R. A. (2000). *Handbook of research design in mathematics and science education*. London: Lawrence Erlbaum.
- Kern, W. F. and Bland, J. R. (1948). *Solid Mensuration with Proofs*. (2nd ed). New York: Wiley, pp. 25-27 and 145-146.
- Köse, S. (2007). *İlköğretim Altıncı Sınıf Matematik Dersi Ölçümler Ünitesinde Öğrenme Eksiklikleri Tamamlanarak Yapılan Öğretimin Öğrenci Başarısına Etkisi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Konya: Selçuk Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü.
- Kutluca, T. ve Akın, M. F. (2013). Somut materyallerle matematik öğretimi: dört kefeli cebir terazisi kullanımı üzerine nitel bir çalışma. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 4(1), 48-65.
- MEB (2013). *Ortaokul matematik dersi 5-8. sınıflar öğretim programı*. Ankara.
- MEB (2018). *İlkokul ve Ortaokul Matematik Dersi 1-8. Sınıflar Öğretim Programı*. Ankara.
- Moyer, P. S. (2001). Are we having fun yet? How teachers use manipulative to teach mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 47, 175–197.
- NCTM (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston: The National Council of Teachers of Mathematics.
- Olkun, S. (2001). Öğrencilerin hacim formülünü anlamlandırmalarına yardım edelim. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 1(1), 181-190.
- Olkun, S. (2003). Öğrencilere hacim formülü ne zaman anlamlı gelir? *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, (25), 160-165.
- Özdemir, G. E. (2008). Sınıf öğretmeni adaylarının matematik öğretiminde materyal kullanımına ilişkin bilişsel becerileri. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, (35), 362-373.
- Piaget, J., Inhelder, B. and Szeminska, A. (1960). *The child's conception of geometry*. Oxford, Enand: Basic Books.
- Rouche, N. (2006). *Nombres, grandeurs, proportions [Numbers, attributes, proportions]*. Paris: Ellipses.
- Salkind, N. J. (2002). *Child Development*. NewYork: The Macmillan Psychology Reference Series.
- Steffe, L. P. (1991). The constructivist teaching experiment: Illustrations and implications. In E. Von Glasersfeld (Ed.), *Radical Constructivism in Mathematics Education*. New York: Kluwer Academic Publishers, pp. 177-194.
- Steffe, L. P. and Thompson, P. W. (2000). Teaching experiment methodology: Underlying principles and essential elements. In R. Lesh and A. E. Kelly (Eds.), *Research Design In Mathematics And Science Education*. Hillsdale, NJ: Erlbaum, pp. 267-307
- Tan Şişman, G. ve Aksu, M. (2009). Yedinci sınıf öğrencilerinin alan ve çevre konularındaki başarıları. *İlköğretim Online*, 8(1), 243-253.
- Toptaş, V. (2008). Geometri alt öğrenme alanının öğretiminde kullanılan öğretim materyalleri ile öğretme-öğrenme sürecinin bir birinci sınıfta incelenmesi. *Ankara Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 41(1), 299-323

- Turgut, F. M. (1993). *Eğitimde Ölçme ve Değerlendirme Metodları*. (9. Baskı). Ankara: Saydam Matbaacılık.
- Van De Walle, J. A. (2013). *Elementary And Middle School Mathematics: Teaching Developmentally*. (7. Edition) United States of America: Pearson Education.
- Voulgaris, S. and Evangelidou, A. (2004). Volume conception in late primary school children in Cyprus. *Quaderni di ricerca in didattica*. n14.
- Williams, C. K. and Kamii, C. (1986). How do children learn by handling objects? *Young Children*, 42(1) 23-46.
- Wilson, P. S. and Rowland, R. (1993) Teaching measurement. R. Jensen (Ed), *Research ideas for the classroom: Early childhood mathematics (NCTM Research Innovation Project)* içinde (s. 171-194). New York: Macmillan.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2000). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri*, 2. Baskı. Seçkin Yayıncılık, Ankara.

EK1. Etkinlikler

Etkinlik1a

- ARAÇ – GEREÇLER: Farklı renklerde oyun hamurları, Legolar, beherglas, dereceli silindir, su, kâğıt, kalem
- YAPIM AŞAMALARI:
- 1 – Öğrenciler iki gruba ayrılır.
 - 2 – Gruplara eşit büyüklükte oyun hamuru ve eşit büyüklükte beherglaslar içinde bir miktar su verilir.
 - 3 – Her iki grup beherglas içindeki su seviyesini renkli kalemle işaretler.
 - 4 – Birinci grup oyun hamurunu, şeklini bozmadan, beherglas içine atar ve suyun yeni seviyesini renkli kalemle işaretler.
 - 5 – İkinci grup oyun hamurundan herhangi bir şekil oluşturur, hamuru suyun içine atar ve yeni su seviyesini renkli kalemle işaretler.
 - 6 – Her iki grup, işaretlemiş oldukları su seviyeleri arasındaki farkı cetvel ile ölçer.
 - 7 – İki ölçüm sonucu karşılaştırılır.



Beher Kap ve Oyun Hamurları

Etkinlik1b

- ARAÇ – GEREÇLER: Onluk taban blokları, dereceli silindir, kâğıt, kalem
- YAPIM AŞAMALARI:
- 1 – Öğrenciler iki gruba ayrılır.
 - 2 – Dereceli silindire belli miktarda su koyulması ve seviyesinin kaydedilmesi istenir.
 - 3 – Onluk taban bloğu suyun içine atılır ve yeni oluşan seviye kaydedilir.
 - 4 – Su seviyesindeki fark hesaplanır, onluk bloklar suyun içinden çıkartılır.
 - 5 – Dereceli silindire belli miktarda su koyulması ve seviyesinin kaydedilmesi istenir.
 - 6 – Suyun içine 1cm³’lük 10 blok atılır ve oluşan yeni su seviyesini kaydedilir.
- TARTIŞMA SORULARI:
- 1 – Su seviyelerindeki değişimin sebebi nedir?
 - 2- Onluk taban blokları bütün şeklinde atmakla, birer birer atmanın sonucunda neler oluşmuştur?



Dereceli Silindir ve Onluk Taban Bloğu

Etkinlik 2

- ARAÇ – GEREÇLER: Düzgün biçimli olmayan bir taş, su, dereceli silindir.
- YAPIM AŞAMALARI:
- 1 – Dereceli silindire belli bir seviyeye kadar su konulur.
 - 2 – Öğrenciler suyun seviyesini kaydedebilirler.
 - 3 – Taş dereceli silindirin içine atılır, suyun seviyesindeki değişim gözlemlenir.
 - 4 – Suyun yeni seviyesi kaydedilir.
- TARTIŞMA SORULARI:
- 1 – Suyun seviyesi neden değişti?
 - 2 – Seviye değişikliğinin taşın hacmi ile ilgisi var mıdır?
 - 3 – Sıze taşın hacmi ne kadardır?
 - 4 – Düzgün olmayan bütün cisimlerin hacimleri bu yöntemle ölçülebilir mi?



Beher kap içindeki suya atılmış taş

Etkinlik 3

- ARAÇ – GEREÇLER: Su, Hacimleri aynı fakat şekilleri farklı bardaklar, dereceli silindir
- YAPIM AŞAMALARI:
- 1- Bardaklar su ile doldurulur.
 - 2 – Bardaklardaki sular dereceli silindire boşaltılır.
 - 3 – Suyun seviyesi ölçülür ve kaydedilir.
- TARTIŞMA SORULARI:
- 1 – Size göre bardağın hacmi ne kadardır?

- 2- Şekilleri farklı olsa da bardakların hacimlerini karşılaştırın



Aynı hacme sahip farklı kaplar.

Etkinlik 4

- ARAÇ – GEREÇLER: 20 adet küp şeker
- YAPIM AŞAMALARI:
- 1- Verilen küp şekerler ile bir şekil yapılır
- TARTIŞMA SORULARI:
- 1 – Oluşturulan yapıların hacimleri ne kadardır?
 - 2- Hacimlerinin aynı görünüşlerinin farklı olmasının sebebi ne olabilir?

Etkinlik 5

- ARAÇ – GEREÇLER: Küp şekerler, çeşitli büyüklüklerdeki kutular
- YAPIM AŞAMALARI:
- 1 – Kutuların içi hiç boşluk kalmayacak şekilde küp şekerle doldurulur.
 - 2 – Küp şekerler sayılır ve sayısı kaydedilir.
 - 3 – Kutular boşaltılır.
 - 4 – Kutunun tabanı boşluk kalmayacak biçimde küp şekerle doldurulur.
 - 5 – Kutunun köşelerinden bir tanesi seçilerek bu köşeye kutunun ağız seviyesine kadar küp şeker dizilir.
 - 6 - Tabana koydukları küp şeker miktarı ile köşelerden birine dizdikleri küp şeker miktarı kaydedilir.
 - 7 – Tabana koydukları küp şeker miktarı ile köşelerden birine dizdikleri küp şeker miktarının, ilk kaydettikleri şeker miktarıyla ilgisi sezdirilmeye çalışılır.
 - 8 – Kutu tekrar boşaltılır.
 - 9 – Bu kez, taban doldurulmadan, kutunun ayrırtları boyunca küp şekerler dizilir.
 - 10 – Ayrırtları boyunca dizilen şeker miktarlarının 1. ve 2. durumlarda kaydedilen şeker miktarları ile ilgisi sezdirilmeye çalışılır.
- TARTIŞMA SORULARI:

- 1 – Üç durumda elde edilen küp şeker sayılarının kutunun hacmiyle ilişkisi nedir?
- 2- Bütün kutular için hacmi hesaplayabileceğimiz bir genelleme oluşturulabilir mi?

Etkinlik 6

- ARAÇ – GEREÇLER: Dikdörtgen prizması şeklinde bir cisim, cetvel, dereceli silindir, renkli kalem, Kâğıt ve su
- YAPIM AŞAMALARI:
- 1- Dereceli silindirin içine bir miktar su koyulur ve su seviyesi kaydedilir.
 - 2- Dikdörtgen prizması şeklindeki cisim suya atılır ve oluşan yeni su seviyesi kaydedilir.
 - 3- Su seviyeleri arasında oluşan fark bulunur.
 - 4- Dikdörtgen prizması şeklindeki cismin en, boy, yükseklik değerleri ölçülür.
 - 5- Dikdörtgen prizması şeklindeki cismin hacmi hesaplanır.
- TARTIŞMA SORULARI:
- 1- Dikdörtgen prizması şeklindeki cisim suya atıldığında elde edilen sonuç ile cismin en, boy, yüksekliğini çarpıldığında elde edilen sonucunu karşılaştırın.

EK2.

