

Disk Parçalanmasının Fiziği: Viskoz-Eğrilik Kararsızlığı: Viskoz-Eğrilik Kararsızlığı

Suzan Doğan^{1,2}*, Chris Nixon², Andrew R. King^{2,3,4}, Jim. E. Pringle⁵

¹ Ege Üniversitesi, Astronomi ve Uzay Bilimleri Bölümü, Bornova, 35100, İzmir;

² Theoretical Astrophysics Group, Department of Physics and Astronomy, University of Leicester, Leicester, LE1 7RH, UK;

³ Anton Pannekoek Institute, University of Amsterdam, Science Park 904, 1098 XH Amsterdam, Netherlands;

⁴ Leiden Observatory, Leiden University, Niels Bohrweg 2, NL-2333 CA Leiden, Netherlands

⁵ Institute of Astronomy, Madingley Road, Cambridge, CB3 0HA, UK

Özet

Evrinde pek çok astrofiziksel sistemde karşımıza çıkan toplanma diskleri çoğunlukla eğridir. Eğer diskin eğriliği yeterince büyükse, disk iki ya da daha fazla halkaya ayrılabilir. Bu çalışmada, 3-boyutlu hidrodinamik simülasyonlarda gözlenmiş olan ve alışlagelmiş simetri varsayımlarının açıklamakta yetersiz kaldığı pek çok gözlemsel bulguya açıklama getirme potansiyeli taşıyan disk parçalanmasının ardında yatan fiziksel süreçler irdelenmiştir. Eğri diskler için kapsamlı bir kararsızlık analizi yapılmış ve *viskoz - eğrilik kararsızlığı* olarak isimlendirilen yeni bir kararsızlık formuna ulaşılmıştır. Kararsızlık, yoğunluğun ve eğriliğin anti-difüzyonu biçiminde karşımıza çıkmaktadır. Parçalanma süreci, diski oluşturan maddenin taşıdığı açısız momentumun doğrudan iptaline yol açarak toplanma oranlarında kaydadeğer bir artışa neden olması bakımından önem taşımaktadır.

Anahtar Kelimeler: accretion, accretion discs, Sıkı Nesnelere

1 Giriş

Maddenin merkezi bir gök cismi etrafında spiral yörüngelerde dolanarak birikmesi sonucunda oluşan toplanma diskleri, evrende yıldız ve gezegenlerin oluştuğu sistemler, kataklizmik değişenler (CV), X-ışın çiftleri ve etkin gökada özekleri (AGN) gibi pek çok sistemde karşımıza çıkan astrofiziksel yapılardır. Hem kuramsal modeller (Bate et al. 2010; Lucas et al. 2013; Lense and Thirring 1918; Papaloizou & Terquem 1995; Pringle 1996) hem de elde edilen gözlemsel bulgular (Heap et al. 2000; Katz 1973; Roberts 1974; Gerend & Boynton 1976; Margon 1984) disklerin çoğunun oluşum aşamasında ya da sonradan eğrilik kazandığına işaret emektedir. Eğri disklerin dinamiği iki farklı fiziksel süreç tarafından belirlenir (Papaloizou & Pringle 1983). Başka bir deyişle, diskin eğriliği iki yolla taşınabilir: (i) çalkantı viskozitesi kaynaklı difüzyon, (ii) basınç dalgaları. Difüzyonun baskın olması durumunda $\alpha > H/R$ dir. Burada α boyutsuz viskozite parametresi, H diskin basınç ölçek yüksekliği, R disk yarıçapıdır. Bu durumda eğrilik difüzyon yoluyla taşınır ve disk akışkanı difüzyon denkleminde uygun bir biçimde evrimleşir. Eğer $\alpha < H/R$ ise, disk dalga-benzeri (wave-like) rejimde demektir ve diskin eğriliği basınç dalgalarının yayılması yolu ile taşınır.

Son yıllarda toplanma disklerinin düz olduğu varsayımı bırakılarak yapılan simülasyonlar bazı kuramsal öngörülerini çürütecek yönde sonuçlar vermiştir. Örneğin, eğri bir diskin evrimine bakıldığında viskoz torlar sonucunda diskin zamanla eğriliğini kaybedip eninde sonunda düzleşmesi beklenirken hidrodinamik simülasyonlar durumun böyle olmayabileceği olasılığını ortaya koymuştur (Lodato & Price 2010). Kritik bir eğrilik değerine sahip bir toplanma diski zamanla birbirinden bağımsız devinen iki ya da daha fazla halkaya ayrılabilir.

Belli bir eğrilığe sahip izole disklerin yanısıra, dış tork etkisi altında presesyon hareketi yapan disklerin de eğrilik kazanıp birden fazla halkaya ayrılabilmesi ve bu parçalanmanın açısız momentumun doğrudan iptaline yol açarak toplanma oranlarını kaydadeğer bir biçimde arttırabileceği 3-boyutlu ve yüksek çözünürlüklü simülasyonlarla gösterilmiştir (Doğan et al. 2015). Disklerde parçalanma sürecini disk kararsızlıklarıyla ilişkilendirmek bu çalışmanın amacı olmuştur.

Bu çalışmada, herhangi bir dış tork etkisi altında olmayan, izole eğri diskler için kapsamlı bir kararsızlık analizi yapılmıştır. Tedirginliklerin evrimini veren dağılma bağıntısı elde edilmiş, bu bağıntının analitik çözümünden disklerin parçalanma kriterine ulaşılmıştır. Kararsızlık koşulu disk parçalanmasının ardında yatan fiziksel süreçlerin irdelenmesini mümkün kılmaktadır. Ayrıca kararsızlığın büyüme oranları ve kritik eğrilik değerleri hesaplanmıştır.

2 Eğri Diskler için Kararsızlık Analizi

2.1 Evrim eşitlikleri ve dağılma bağıntısı

Eğriliğin difüzyon yoluyla taşındığı izole eğri disklerin evrimini betimleyen eşitlikler

$$\frac{\partial \Sigma}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \bar{v} \Sigma) = 0, \quad (1)$$

ile verilen süreklilik eşitliği ve

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\Sigma r^2 \Omega \ell) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\Sigma \bar{v}_r r^3 \Omega \ell) = \\ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (Q_1 \Sigma c_s^2 r^2 \ell) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (Q_2 \Sigma c_s^2 r^3 \frac{\partial \ell}{\partial r}) \\ + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (Q_3 \Sigma c_s^2 r^3 \ell \times \frac{\partial \ell}{\partial r}) \end{aligned} \quad (2)$$

ile verilen açısız momentumun korunumu eşitliğidir. Burada Σ yüzey yoğunluğu, \bar{v} ortalama radyal hız, $h(r) = r^2 \Omega$ özgül

* suzan.dogan@ege.edu.tr

açılmal momentum, ℓ eğrilik vektörü, Q_i boyutsuz tork kat-sayılarını temsil etmektedir. Q_1 azimutal viskoz tork bileşenini ifade etmektedir. Q_2 viskoz torkun dikine bileşenini temsil eder ve disk eğriliğinin difüzyonundan sorumludur. Q_3 ise eğri diskte birbirine göre eğik halkaların yalpalamasına neden olan torku ifade eder. İç tork bileşenlerini

$$g_i = Q_i(\alpha, \alpha_b, q, |\psi|) \Sigma c_s^2 r^2 \quad (3)$$

biçiminde tanımlarsak (2) nolu eşitliği bu bileşenler cinsinden yazabiliriz:

$$h \frac{\partial}{\partial t} (\Sigma \ell) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[g_1 \ell + g_2 r \frac{\partial \ell}{\partial r} + g_3 r \ell \times \frac{\partial \ell}{\partial r} - \left(\frac{\partial g_1}{\partial r} - \frac{g_2 |\psi|^2}{r} \right) \frac{h}{h'} \ell \right]. \quad (4)$$

(4) nolu eşitliğin tedirgin edilmiş hali

$$h \frac{\partial}{\partial t} (\delta \Sigma \ell + \Sigma \delta \ell) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[\delta g_1 \ell + g_1 \delta \ell + \delta g_2 r \frac{\partial \ell}{\partial r} + g_2 r \frac{\partial \delta \ell}{\partial r} + \delta g_3 r \ell \times \frac{\partial \ell}{\partial r} + g_3 r \delta \ell \times \frac{\partial \ell}{\partial r} + g_3 r \ell \times \frac{\partial \delta \ell}{\partial r} - \left(\frac{\partial \delta g_1}{\partial r} - \frac{\delta (g_2 |\psi|^2)}{r} \right) \frac{h}{h'} \ell - \left(\frac{\partial g_1}{\partial r} - \frac{g_2 |\psi|^2}{r} \right) \frac{h}{h'} \delta \ell \right]. \quad (5)$$

olarak elde edilir. Burada tedirgin edilmiş nicelikler

$$\delta g_i = \frac{\partial g_i}{\partial \Sigma} \delta \Sigma + \frac{\partial g_i}{\partial |\psi|} \delta |\psi| \quad (6)$$

ve

$$\delta |\psi| = \frac{r^2}{|\psi|} \frac{\partial \ell}{\partial r} \cdot \frac{\partial \delta \ell}{\partial r} \quad (7)$$

ve $\ell \cdot \delta \ell = 0$ olarak tanımlanır. Tedirginliklerin

$$\exp \left(-i \int \omega dt + i \int k dr \right) \quad (8)$$

formunda yayıldığını kabul ediyoruz. Burada ω dalga frekansı, k dalgasayıdır. Cebirsel işlemler sonucunda (5) eşitliğinin bileşenleri

$$-i \omega h r \delta \Sigma = k^2 \frac{h}{h'} \delta g_1 \quad (9)$$

$$-i \omega h r \Sigma \delta m = ik |\psi| \delta g_2 - k^2 g_2 r \delta m + k^2 g_3 r \delta n - ik |\psi| \frac{h}{r h'} \delta g_1 \quad (10)$$

$$-i \omega h r \Sigma \delta n = ik |\psi| \delta g_3 - k^2 g_2 r \delta n - k^2 g_3 r \delta m \quad (11)$$

biçiminde elde edilir. Burada $\delta |\psi| = ik r \delta m$ dir. δg_i 'nin $\delta \Sigma$ ve $\delta |\psi|$ cinsinden ve $\delta |\psi|$ 'nin δm cinsinden yazılması ile aşağıdaki

dağılıma bağıntısına ulaşılır:

$$s^3 - s^2 \left[a Q_1 - 2 Q_2 + |\psi| (a Q'_1 - Q'_2) \right] - s \left[2 a Q_1 Q_2 - Q_2^2 - Q_3^2 + |\psi| (a Q_1 Q'_2 - Q_2 Q'_2 - Q_3 Q'_3) \right] - a \left[Q_1 (Q_2^2 + Q_3^2) + |\psi| (Q_1 Q_2 Q'_2 - Q'_1 Q_2^2 + Q_1 Q_3 Q'_3 - Q'_1 Q_3^2) \right] = 0. \quad (12)$$

Burada Q_i üzerindeki üs $|\psi|$ 'ye göre türevi temsil etmektedir. $a = h/r h' = d \ln r / d \ln h = 1/(2-q) = 2$ (Kepler diski için $q = 3/2$) ve s

$$s = -\frac{i \omega}{\Omega} \left(\frac{\Omega}{c_s k} \right)^2, \quad (13)$$

ile tanımlanır. $\Re[s]$ boyutsuz büyüme oranına karşılık gelmektedir. $\Re[s] > 0$ ise tedirginliklerin genliği zamanla büyür, $\Re[s] < 0$ ise tedirginlikler zamanla sönümlenir.

2.2 Kararsızlık Koşulu

(12) ile verilen dağılıma bağıntısının indirgenmiş çözümü

$$s_{\pm}(Q_1, Q_2) = \frac{1}{2} \left[a(Q_1 + Q'_1 |\psi|) - (Q_2 + Q'_2 |\psi|) \pm \left\{ \left[a(Q_1 + Q'_1 |\psi|) - (Q_2 + Q'_2 |\psi|) \right]^2 + 4a \left[(Q_1 Q_2 + (Q_1 Q'_2 - Q'_1 Q_2) |\psi|) \right] \right\}^{1/2} \right] \quad (14)$$

şeklinde elde edilir¹. Bu kökleri oluşturan terimler ayrı ayrı irdelendiğinde kararsızlığın doğasına ilişkin önemli bilgiler türetilir. Buna göre, eğer

$$\left[a \frac{\partial}{\partial |\psi|} (Q_1 |\psi|) - \frac{\partial}{\partial |\psi|} (Q_2 |\psi|) \right] > 0, \quad (15)$$

ise disk kararsızdır. Eğer

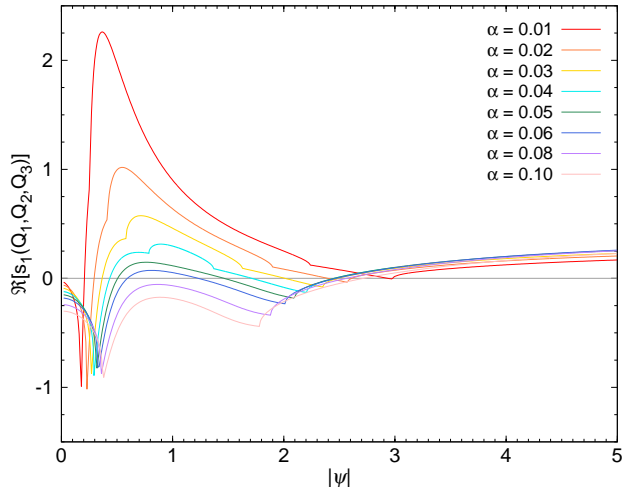
$$\left[a \frac{\partial}{\partial |\psi|} (Q_1 |\psi|) - \frac{\partial}{\partial |\psi|} (Q_2 |\psi|) \right] < 0, \quad (16)$$

ve

$$4a \left[(Q_1 Q_2 + (Q_1 Q'_2 - Q'_1 Q_2) |\psi|) \right] > 0, \quad (17)$$

ise disk kararsızdır. Bu eşitliklerde Q_1 içeren terim yoğunluğun, Q_2 içeren terim ise eğriliğin evrimini ifade etmektedir. Buna göre kararsızlık, yoğunluğun ve eğriliğin anti-difüzyonu olarak karşımıza çıkmaktadır. Yoğunluğun anti-difüzyonu daha önce Lightman & Eardley (1974) tarafından ortaya konmuş olan viskoz kararsızlığa karşılık gelir. Bu kararsızlık sonucunda disk maddesi yoğunluğun fazla olduğu bölgelerde daha fazla toplanır, diski oluşturan halkalar arasındaki yoğunluk kontrastı artar ve disk parçalanır. Eğriliğin anti-difüzyonu ise, eğriliğe ilişkin difüzyon katsayısının eğriliğin en yüksek olduğu bölgede maksimum olmamasından kaynaklanır. Böylelikle kararsızlık durumunda disk halkaları arasındaki eğrilik kontrastı artar ve disk parçalanır. Böylelikle Lightman & Eardley (1974) tarafından düz diskler için ortaya konulmuş olan klasik viskoz kararsızlığı

¹ Tam çözümler için bkz. Doğan et al. (2018)



Şekil 1. Farklı viskozite parametreleri için kararsızlığın boyutsuz büyüme oranları $|\psi|$ 'nin fonksiyonu olarak gösterilmektedir. Gri çizgi sıfır değerini belirtmek için kullanılmıştır.

eğri diskler için genelleştirilmiştir. İndirgenmiş ve tam kararsızlık koşulu Doğan et al. (2018) tarafından ayrıntılı olarak incelenmiştir.

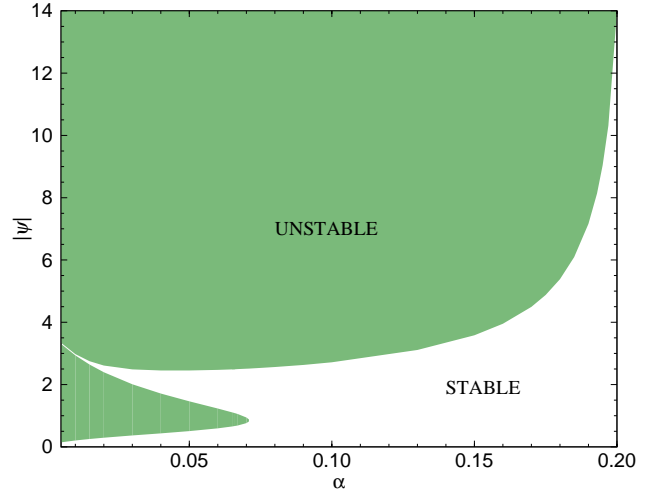
2.3 Kararsızlığın Büyüme Oranları ve Kritik Eğrilikler

Farklı viskozite değerlerine sahip diskler için kararsızlığın büyüme oranları eğriliğin bir fonksiyonu olarak hesaplanmış ve çözümler Şekil 1 de sunulmuştur. Kararsızlığın büyüme oranları indirgenmiş kararsızlık koşulu ifadeleriyle uyumlu bir biçimde iki farklı terim tarafından belirlenmektedir. Bunlardan ilki ve baskın olanı Q_2 terimidir ki bu kısım eğriliğin anti-difüzyonunu temsil etmektedir. İkincisi ise Q_1 terimidir ve bu kısım yoğunluğun anti-difüzyonunu temsil etmektedir. Büyüme oranları düşük viskoziteli diskler için daha yüksek çıkmaktadır. Düşük viskoziteli disklerin daha kararsız bir yapı sergilemesi beklenen bir sonuçtur. Kararsızlık, dinamik zaman ölçeği mertebesinde oluşmaktadır.

α parametresinin 0.01 ile 0.2 aralığındaki tüm değerleri için boyutsuz tork katsayıları ve türevleri hesaplanmış, dağılma bağıntısının sayısal çözümleri yapılmış ve her α değeri için diski kararsız kılan kritik eğrilik değeri hesaplanmıştır. Böylece $(\alpha, |\psi|)$ parametre uzayında disklerin kararlı ve kararsız olduğu bölgeler belirlenmiştir. Bu bölgeler Şekil 2 de görülmektedir. Herhangi bir viskozite değeri için her zaman diski kararsız kılan bir kritik eğrilik değerinin bulunabileceği sonucuna varılmıştır. Bu grafik belli bir viskozite ve eğriliğe sahip bir diskin bütünlüğünü koruyup koruyamayacağı ve parçalanmaya karşı kararlı mı kararsız mı olacağı konusunda öngöründe bulunmamızı mümkün kılmaktadır. Grafikte dikkat çeken noktalardan biri kararsızlığın (yeşil alanlar) iki ayrı bölgede görülüyor oluşudur. Çözümler üzerinde yapılan analizler, bu bölgelerden küçük olanının viskoz torkların dikine bileşeni (Q_2), büyük olanın ise viskoz torkların azimutal bileşeni (Q_1) tarafından yönetildiğini göstermiştir.

3 Sonuçlar

Bu çalışma ile klasik viskoz kararsızlık eğri diskler için genelleştirilmiş ve *viskoz-eğrilik kararsızlığı* olarak isimlendirildiğimiz yeni bir kararsızlık biçimi keşfedilmiştir. Kararsızlık,



Şekil 2. $(\alpha, |\psi|)$ parametre uzayında kararlı (beyaz) ve kararsız (yeşil) bölgeler. Farklı viskozite parametreleri için kritik eğrilik değerleri görülmektedir.

yoğunluğun ve eğriliğin viskoz anti-difüzyonu olarak karşımıza çıkmaktadır. Böylelikle, daha önce 3-boyutlu hidrodinamik simülasyonlarda gözlenmiş olan, toplanma oranlarını dramatik bir biçimde değiştiren ve kısa zaman ölçeklerinde gözlenebilir özellikleri açıklama potansiyeli taşıyan disk parçalanmasının ardında yatan fiziksel süreç ortaya konulmuştur.

Teşekkür

Bu çalışma 117F280 nolu TÜBİTAK projesi kapsamında desteklenmiştir.

Kaynaklar

- Bate, M. R., Lodato, G., & Pringle, J. E.: Chaotic star formation and the alignment of stellar rotation with disc and planetary orbital axes. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **401** (2010) 1505–1513
- Doğan, S., Nixon, C. J., King, A. R., & Pringle, J. E.: Instability of warped discs. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **476** (2018) 1519–1531
- Doğan, S., Nixon, C., King, A., & Price, D. J.: Tearing up a misaligned accretion disc with a binary companion. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **449** (2015) 1251–1258
- Gerend, D., & Boynton, P. E.: Optical clues to the nature of Hercules X-1/HZ Herculis. *Astrophysical Journal* **209** (1976) 562–573
- Heap, S. R., Lindler, D. J., Lanz, T. M., et al.: Space Telescope Imaging Spectrograph Coronagraphic Observations of β Pictoris. *Astrophysical Journal* **539** (2000) 435–444
- Katz, J. I.: Thirty-five-day Periodicity in Her X-1. *Nature Physical Science* **246** (1973) 87–89
- Lucas, W. E., Bonnell, I. A., Davies, M. B., & Rice, W. K. M.: Misaligned streamers around a Galactic Centre black hole from a single cloud's infall. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **433** (2013) 353–365
- Lense, J. and Thirring, H.: Über den Einfluss der Eigenrotation der Zentralkörper auf die Bewegung der Planeten und Monde nach der Einsteinschen Gravitationstheorie. *Physikalische Zeitschrift* **19** (1918) 156
- Lightman, A. P., & Eardley, D. M.: Black Holes in Binary Systems: Instability of Disk Accretion. *Astrophysical Journal* **187** (1974) L1
- Lodato, G., & Price, D. J.: On the diffusive propagation of warps in

- thin accretion discs. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **405** (2010) 1212–1226
- Margon, B.: Observations of SS 433. *Annual review of astronomy and astrophysics* **22** (1984) 507–536
- Papaloizou, J. C. B., & Terquem, C.: On the dynamics of tilted discs around young stars. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **274** (1995) 987–1001
- Papaloizou, J. C. B., & Pringle, J. E.: The time-dependence of non-planar accretion discs. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **202** (1983) 1181
- Pringle, J. E.: Self-induced warping of accretion discs. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **281** (1996) 357–361
- Roberts, W. J.: A slaved disk model for Hercules X-1. *Astrophysical Journal*, **187** (1974) 575 - 584

Eriřim:

O25-1750: [UAK-2018 Program](#) — [UAK Bildiri](#) — [Turkish J.A&A.](#)