ÇOK - DEĞERLÎ MANTIK

Şafak Ural

Çok-değerli mantıkta bir önermenin doğru ve yanlış dışında bir değer (yani üç, dört, beş veya bir n değeri) aldığı kabul edilir. Aristoteles kurmuş olduğu mantıkta önermeleri iki değerli olarak tanımlamış fakat bazı hallerde bir önermenin üçüncü bir değer alabileceğine işaret etmiştir. Aristoteles'in verdiği örnekle, «yarın deniz savaşı olacak» şeklindeki bir önerme şu anda ne doğru ue de yanlıştır. Böyle bir önerme için üçüncü bir doğruluk değeri, «belirsiz» olma hâli sözkonusudur.

Fakat çok-değerli mantığın aksiyomatik-formel bir sistem olarak kurulması Lukasiewicz (1920) ve Post (1921) sayesinde olmuştur. Daha sonraları ise, aşağıda işaret edileceği gibi, farklı amaçlarla ve farklı alanlarda kullanılmak üzere çeşitli çok-değerli mantıklar kurulmuştur.

Lukasiewicz'in üç-değerli mantık sisteminde bir önerme doğru, yanlış ve belirsiz (veya mümkün) değerlerini alabilir. Lukasiewicz, önerme eklemelerini ise aşağıdaki gibi tanımlamıştır. (Doğru: d, Yanlış: y, Belirsiz:b)

A	$\sim$B
d	y
b	b
y	d

$A \wedge B$	d	b	y	B
d	d	b	y	
b	b	b	y	
y	y	y	y	
A				

$A \vee B$	d	b	y	B
d	d	d	d	
b	d	b	b	
y	d	b	y	
A				

$A \rightarrow B$	d	b	y	B
d	d	b	y	
b	d	d	b	
y	d	d	d	
B				

$A \leftrightarrow B$	d	b	y	B
d	d	b	y	
b	b	d	b	
y	y	b	d	
A				

D: 1, Y: 0 ve B: 1/2 değerlerini kullanarak yukarıdaki tabloda gösterilen doğruluk değerlerini şu şekilde ifade etmek mümkündür :

$$\begin{aligned} \sim p &= 1\text{-}p \\ p \wedge p &= \text{min } (p,q) \\ p \vee q &= \text{max } (p,q) \\ p \rightarrow p &= \text{eğer } p \leq q \text{ ise, } 1 \\ & \text{ eğer } p > q \text{ ise, } 1 - A+B \\ & \text{ veya diğer bir ifadeyle,} \\ &= [\text{min } 1, (1 - p) + q] \\ &= [\text{min } (1 - p) + q, 1] \end{aligned}$$

$$p \leftrightarrow q = (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p) = \text{min } [\text{min } (1, 1\text{-}p+q), \text{min } (1, 1\text{-}p+q)]$$

Bu formüller yardımıyla, n değerli bir mantıkta ($1 > n > o$ olmak şartıyla), verilen bir ifadenin doğruluk değerini tespit etmek mümkündür. Mesela p : 2/3 için

$$\sim p = 1\text{-}p = 1 - 3/2 = 4/7$$

olur. Yine mesela P : 2/3 ve q : 1/3 değerleri için

$$p \rightarrow q = \text{min } [1, (1 - 2/3) + 1/3] = \text{min } (1, 2/3) = 2/3$$

elde edilir.

İki-değerli mantık sisteminde olduğu gibi, Lukasiewicz'in üç-değerli mantık sisteminde de bir önerme eklemini diğeri cinsinden ifade etmek mümkündür. Mesela :

$$\begin{aligned} Kpq &= NANpNq \\ Apq &= CCpqq \\ Epq &= KCpqCpq \end{aligned}$$

olacaktır. Bir örnek olarak p : 1 ve q : 1/2 gibi rastgele iki değer için ilk eşitliği kontrol edelim :

$$\begin{aligned} Kpq = \text{min } (1, 1/2) &= NAN1N1/2 \\ = 1/2 \qquad &= NA01/2 \end{aligned}$$

$$= N \max (0, 1/2)$$
$$= N\ 1/2$$
$$= 1/2$$

Görüldüğü gibi eşitlik sağlanmaktadır. Aynı şekilde, p ve q için alınacak 1 , 1/2 ve 0 değerlerinde de eşitlik sağlanır.

İki-değerli mantıkta olduğu gibi üç-değerli mantıkta da aksiyomlar (totolojiler) vardır. Bu aksiyomlar şunlardır :

CqCpq
CpCqr
CCpqCCqrCpr
CCCpNppp
CCNqNpCpp

Üç-değerli mantıkta geçerli olan aksiyomlar iki-değerli mantıkta da geçerlidir (yani bir totolojidir). Yine aynı şekilde, dört-değerli mantıkta geçerli olan aksiyomlar üç-değerli mantıkta ve n-değerli mantıkta geçerli olan akisiyomlar (n-1)-değerli mantıkta geçerli olacaktır. Fakat tersi doğru değildir. Mesela, iki-değerli mantıkta üçüncü hâlin imkansızlığı (tertium non datur) ilkesi (yani ApNp) veya çelişmezlik ilkesi (yani NKpNp) bir totolojidir. Nitekim :

$$NK0N0 = NK01 = N0 = 1$$
$$NK1N1 = NK10 = N0 = 1$$

ve

$$A0N0 = A01 = 1$$
$$A1N1 = A10 = 1$$

olmasına karşılık üç-değerli mantıkta mesela p : 1/2 değeri için çelişmezlik ilkesi,

$$NK1/2N1/2 = NK1/2\ 1/2 = N1/2 = 1/2$$

olacaktır. Yine mesela p : 1/2 değeri için üçüncü hâlin imkansızlığı ilkesi :

$$A1/2N1/2 = A1/2\ \ 1/2 = \text{Max } (1/2, 1/2) = 1/2$$

olması dolayısıyla bir totoloji olmayacaktır. Üç-değerli mantıkta üçüncü hâlin imkansızlığı ilkesinin bir kenara bırakılması, iki-değerli mantığın bir eksikliği olarak yorumlanmamalıdır. Çünkü üç-değerli mantık için dördüncü hâl, dört-değerli mantık için ise beşinci hâl, vd imkansızdır. Bu bakımdan, kaç değerli olursa olsun, bir mantık sistemi için önemli olan nokta, çelişik olmayan bir formel-aksiyomatik sistem halinde kurulmuş olmaktır.

Lukasiewicz'in doğru ve yanlış dışında belirsiz olmayı (veya mümkünü) üçüncü değer almasına karşılık, diğer mantıkcılar, farklı amaçlar dolayısıyla bir önermenin üçüncü değeri için farklı kavramlar kullanmışlardır. Bu kavramlardan başlıcaları ve tanımları şöyledir. (Bu konuda bkz Haack 1974, s. 168 vd) :

Bochvar (1939), üç-değerli mantık sisteminde üçüncü değer olarak «paradoksal» (veya «anlamsız») kavramını kullanmıştır. Bochvar'ın üç-değerli mantık sistemini kuruma gerekçesi, «bu cümle yanlıştır» gibi bizi paradoksal bir sonuca götüren bir ifadedir. Çünkü eğer bu cümle yanlış ise doğru; doğru ise yanlış olarak kabul edilmek durumundadır. Bochvar'a göre bu gibi paradoksal ifadeler ne doğru ne de yanlıştırlar. Bu gibi ifadeler için üçüncü bir değer, yani paradoksal veya anlamsız olma hâli sözkonusudur. Bochvar'ın yukarıdaki gibi bir paradokstan kurtulmak amacıyla kurduğu üç-değerli mantık sistemi şöyledir: (Doğru: d ile, Yanlış; y ile ve Paradoksal: p ile gösterilmiştir)

A	~A
d	y
p	p
y	d

A ∧ B	d	p	y	B
d	d	p	y	
p	p	p	p	
y	y	p	y	
A				

A v B	d	p	y	B
d	d	p	d	
p	p	p	p	
y	d	p	y	
A				

A → B	d	p	y	B
d	d	p	y	
p	p	p	p	
y	d	p	d	
A				

A ↔ B	d	p	y	B
d	d	p	y	
p	p	p	p	
y	y	p	d	
A				

Bochvar bu tablolara bir operatör eklemiştir. Böylece, Haack'ı izleyerek (1980, S. 207) T ile göstereceğizmiz bu operatör, yani :

A	T
d	d
p	y
y	y

sayesinde üç-değerli mantık eklemlerini iki-değerli mantık eklemleri cinsinden (yani doğru ve yanlış değeri alacak şekilde) tanımlamak mümkün olmaktadır. Böylece :

$$\neg A = \sim TA$$
$$A \wedge B = TA \wedge TB$$
$$A \vee B = TA \vee TB$$
$$A \rightarrow B = TA \rightarrow TB$$
$$A \leftrightarrow B = TA \leftrightarrow TB$$

olacaktır. Bu eşitliklere dayanarak Bochvar aşağıdaki tabloları kurmuştur :

A	$\neg$
d	y
p	d
y	d

A ∧ B	d	p	y B
d	d	y	y
p	y	y	y
y	y	y	y
A			

A v B	d	p	y B
d	d	d	d
p	d	y	y
y	d	y	y
A			

A → B	d	p	y B
d	d	y	y
y	d	d	d
y	d	d	d
A			

A ↔ B	d	p	y B
d	d	y	y
p	y	d	d
y	y	d	d
A			

Bochvar'ın üç-değerli mantık sistemi vasıtasıyla çözmek istediği paradoksların bu mantık sisteminde de bulunabileceğini Çinü mantıkçı Moh Shaw-Kwei (1954) gösterilmiştir.

Diğer üç-değerli mantık sistemi Kleen'e (1952) aittir. Kleen, bir ifadenin doğru mu yanlış mı olduğunun belirlenememesi, diğer bir deyişle, bir ifadenin doğruluk değeri hakkında karar verilememsi durumunu üçüncü dğer olarak almıştır. Kleen'in bu düşüncesi

Lukasiewicz'in düşüncesinden farklıdır. Çünkü Lukasiewicz, önermenin gelecekte alacağı doğruluk değerinin şu an için belirsiz olma hâlini üçüncü değer olarak almıştır. Halbuki Kleen, bir ifadeye bir doğruluk değeri atfedilememesi hâü üzerine sistemini kurmuştur. Klen'in verdiği tanımlar şöyledir :

(d : Doğru, y : Yanlış, k : karar verilemez -undecidable-)

A	$\sim$A
d	y
k	k
y	d

A $\wedge$ B	d	k	y	B
d	d	k	y	
k	k	k	y	
y	y	y	y	
A				

A v B	d	k	y	B
d	d	d	d	
k	d	k	k	
y	d	k	y	
A				

A $\rightarrow$ B	d	k	y	B
d	d	k	y	
k	d	k	k	
y	d	d	d	
A				

A $\leftrightarrow$ B	d	k	y	B
d	d	k	y	
k	k	k	k	
y	y	k	d	
A				

Üç-değerli mantık sistemi kuran düşünürlerden birisi de Reichenbach'tır. Reichenbach, kurduğu bu mantık sistemiyle Quantum fiziğine bağlı olarak ortaya çıkan bazı problemleri çözmeyi amaçlamıştır. Bu problem, Heisenberg tarafından ortaya konulmuş olan belirsizlik ilkesiyle, yani elementer bir taneciğin yerinin ve hızının aynı anda ve kesin bir şekilde tespit edilememesiyle ilgilidir. Diğer bir deyişle, aynı bir elementer taneciğin yeri ve sahip olduğu impuls hakkında farklı bilgi veren iki ayrı önermenin birlikte doğru olarak kabul edilmesi sözkonusudur. Bu durumda, normal olarak p ile q gibi iki önermenin birlikte doğru olması hâlinde p $\wedge$ q gibi bir ifadenin doğru olması gerekirken, yukarıdaki gibi bir deneyi dile getiren p $\wedge$ q nun birlikte doğru olması artık sözkonusu olmamaktadır. Bu durum karşısında ilkin Paulette Destouches-Fevrier daha sonra da Reicbenbach üç-değerli bir mantık sistemi kurmuşlardır. Reichenbach'a göre p gibi bir önerme içinde yaşadığımız realitenin dışında ve quvantum fiziğini ilgilendiren bir olayı dile getiriyorsa, böyle bir önerme «doğru» ve «yanlış» dışında «belirsiz» değeri alır. Reichenbach'm kuvantum fiziği dolayısıyla ortaya çıkan güçlükleri çözmek amacıyla ileri sürdüğü üç-değerli mantık sistemi şöyledir :

(Doğru : d, Yanlış : y, Belirsiz : b)

	Devirli (cyclical) Değilleme	Çaplı (diametrical) Değilleme	Tam (Complete) Değilleme
A	$\sim A$	$-A$	$\bar{A}$
d	b	y	b
b	y	b	d
y	d	d	d

Reichenbach'ın üç tür değilleme kabul etmesi, doğruluk değerleri arasında bir sıralama bağıntısı görmesinden kaynaklanmaktadır (Reichenbaeh, 1946, S. 150 vd) Aynı gerekçeden dolayı, aşağıda görüleceği gibi, aynı bir önerme eklemiyle ilgili farklı tanımlar vermiştir.

$A \vee B$	d	b	y	B
d	d	d	d	
b	d	b	b	
y	d	b	y	
A				

$A \wedge B$	d	b	y	B
d	d	b	y	
b	b	b	y	
y	y	y	y	
A				

(standartiçerme)

$A \supset B$	d	b	y	B
d	d	b	y	
b	d	d	b	
y	d	d	d	
B				

Diğer (Alternative)
İçerme

$A \rightarrow B$	d	b	y	B
d	d	y	y	
b	d	d	d	
y	d	d	d	
A				

Yarı (Quasi)
İçerme

$A \ni B$	d	b	y	B
d	d	b	y	
b	b	b	b	
y	b	b	b	
A				

Standart
Eşdeğerlik

$A \leftrightarrow B$	d	b	y	B
d	d	b	y	
b	b	d	b	
y	y	b	d	
A				

Diğer (Alternative)
Eşdeğerlik

$A \equiv B$	d	b	y	B
d	d	y	y	
b	y	d	y	
y	y	y	d	
A				

Reichenbach'a göre fiziksel dünyanın yapısından sözetmek yerine bu dünyayı tasvir etmede kullanabileceğimiz dillerin yapısını gözönüne alabiliriz (1946, S. 177). Bu diller, tasvir ettikleri objeye göre iki veya üç-değerli olabilirler. Bu durumda, tabiatı bir bütün olarak değerlendirmek istersek, dilin konusuna göre farklılık gösteren özelliklerini incelememiz gerekir.

Üç-değerli mantığa diğer bir örnek, sezgici ekole bağlı mantık anlayışıdır. L.E.J. Brouwer tarafından temeli atılıp A. Heyting tarafından formel hâle getirilen bu mantık anlayışında da bir önerme üç değer alabilir. Bunlar, doğru (0), yanlış (1) ve bir önermenin yanlış olmamakla birlikte doğru olduğunun ispatlanamaması hâli (2)'dir. Üç-değerli sezgici mantık anlayışının temelinde, bu ekolün «üçüncü hâlin imkânsızlığı» ilkesine («tertium non datur») yöneltmiş oldukları eleştiriler bulunmaktadır.

Sezgici anlayışa göre, üçüncü-hâlin imkansızlığı ilkesini (mesela «kalem yeşildir veya değildir» şeklindeki bir ifadeyi veya kısaca «$p \vee \sim p$» olarak sembolleştirilen bu ilkeyi) sonsuz sayıda elemanı olan bir evrende geçerli olarak kabul etmek anlamsızdır. Çünkü, böyle bir evrende, bir önermenin değillemesinin (yani «kalem yeşil değildir» gibi bir önermenin) doğru olduğunu ispatlamak mümkün değildir. Sezgici anlayışa göre bu ilke, atomik evren anlayışı içinde ve sonlu sayıda elemanı bulunan evrende (veya bir küme için) geçerli olabilir. Nitekim, aşağıda işaret edilecği gibi, sezgicilerin kurmuş olduğu üç-değerli mantık anlayışı içinde üçüncü-halin imkansızlığı ilkesi artık bir totoloji değildir.

(Doğru : 0, Yanlış : 1, doğruluk değerinin belirlenemesi hâli: 2)

A	$\neg$A
0	1
1	0
2	1

A $\wedge$ B	0	1	2	B
0	0	1	2	
1	1	1	1	
2	2	1	2	
A				

A v B	0	1	2	B
0	0	0	0	
1	0	1	2	
2	0	2	2	
A				

A $\rightarrow$ B	0	1	2	B
0	0	1	2	
1	0	0	0	
2	0	1	0	
A				

Yukarıdaki tanımlar çerçevesinde, iki-değerli mantıkta bir totoloji olan üçüncü hâlin imkansızlığı ilkesi, sezgici mantık anlayışında bu özelliğini kaybetmektedir. Çünkü :

$$p \vee \neg p$$

ifadesinde p ye eğer 2 değeri verilirse,

$$2 \vee \neg 2 = 2 \vee 1 = 2$$

elde edilir. Yani sözkonusu ilke hep doğru değeri almamakta ve dolayısıyla totoloji olmaktan çıkmaktadır.

Yukarıda işaret edilen üç-değerli mantıklar dışında Smiley'in, Woodruff'un, P. Destouches-Février'in, Birkoff ve von Neumann'm (bkz. Haack 1974, S. 170 vd) kurduğu üç-değerli mantıklar vardır.

Çok-değerli mantık denildiği zaman sadece yukarıda işaret edilen üç-değerli mantıkları düşünmemek gerekir. Çünkü« çok-değerli mantık» kavramı, dört-değerli, beş-değerli ve n-değerli mantıkları da kapsamaktadır. Lukasiewicz, sadece üç-değerli ve n-değerli mantıkların ilginç olduğu düşüncesindedir. Aşağıda ele alınan Lukasiewicz'in dört-değerli modal mantığı ve Post'un n-değerli mantığı, üç-değerli mantık dışındaki çok-değerli mantık sistemlerine bir örnek olarak gösterilebilir (Bakz. Haack 1974, S. 174-175).

Lukasiewicz'in dört-değerli modal mantığı şöyledir :

A	$\sim$ A	A $\rightarrow$ B	1	2	3	0 B	Mümkün$_1$		Mümkün$_2$	
							M	A	W	A
1	0	1	1	2	3	0	1	1	1	1
2	3	2	1	1	3	3	1	2	2	2
3	2	3	1	2	1	2	3	3	1	3
0	1	0	1	1	1	1	3	0	2	0
		A								

Bu sistemde 1,2,3,0 değerlerinin karşılıkları sırasıyla (d,d), (d,y) (y,d), (y,y) değerlerine tekâbül etmektedir.

Post'un n-değerli mantığı ise aşağıdaki gibi tanımlanmıştır :

A	~A	A v B	1	2	3	....	m-2	m-1	m	B
1	2	1	1	1	1		1	1	1	
2	3	2	2	2	2		2	2	2	
3	4	3	1	2	3		3	3	3	
.	.	.								
.	.	.								
.	.	.								
m-2	m-2	m-2	1	2	3		m-2	m-2	m-2	
m-1	m	m-1	1	2	3		m-2	m-1	m-1	
m	1	m	1	2	3		m-2	m-1	m	

Farklı çok-değerli mantık sistemlerinin kurulmasında, yukarıda da işaret edildiği gibi, çeşitli amaçlar rol oynamıştır. Çok-değerli mantığın kuruluş ve kullanılış amaçlarına bir tür elektrik devrelerinin teşkilini ve suni zeka (artificial intelligence) konusunda yapılan çalışmaları da ilave etmek mümkündür.

Çok-değerli mantığın, teknik konular dışında günlük hayatta uygulama alanı olup olmadığı üzerinde de durulabilir. Nitekim, özdeşlik ve çelişmezlik gibi mantığın temel ilkelerinin bir kenara bırakıldığı toplumlar vardır. Bu gibi toplumlarda (bu konuda bkz. Öner 1965) bir nesne, mesela bir totem sadece bir ağaç değil, aynı zamanda o toplumda geçerli olan majik güçleri de temsil etmektedir. Böyle bir düşünüşü çok-değerli mantıkla açıklayabilmek için şu iki temel kuralın gerçekleşmiş olması gerekir. İlki, bir önermeye doğru ve yanlış dışında bir veya birden çok değer verilmiş olmalıdır. İkincisi, üçüncü-hâlin imkansızlığı ilkesinin birkenara bırakılmış olması lâzımdır. Buna karşılık, özdeşlik ilkesi bütün çok-değerli mantıklarda korunmaktadır. Halbuki sözkonusu toplumlarda geçerli olan inanışların özdeşlik ilkesini çiğnediğini söylemek mümkündür. Yani bir nesne hem A'dır hem de A-değildir. Bu açıdan bakıldığında, bu gibi toplumlardaki düşünüşü çok-değerli mantık vasıtasıyla yorumlamak mümkün olmayacaktır. Fakat öte yandan, aynı toplumlarda, çok-değerli mantığın diğer ilkelerine de uyulduğu söylenebilir. Bu sebeple, çok-değerli mantığın kısmen de olsa geçerli olduğu ileri sürülebilir.

Benzeri bir durum günümüz toplumları için de sözkonusudur. Nitekim aynı bir olay, gerçekleştiği yere ve zamana göre aym bir kişi veya toplumlar tarafından farklı şekillerde yorumlanabilmekte, yani bir olayın yorumlanmasında bir çift-standart tatbik edilebilmektedir. Böyle bir düşünüşe, sınırlı bir şekilde de olsa, çok-değerli mantığı uygulamak mümkündür.

Fakat herhangi bir toplumdaki düşünüş veya akıl yürütme mantık açısından ele alınmak istenirse, diğer mantık sistemlerine de başvurmak gerekebilir. Çünkü mantık, iki-değerli ve çok-değerli mantıklardan ibaret değildir. Diğer bir ifadeyle gerek Aristotoles mantığı gerekse bu yüzyılın başlarında kurulmuş olan iki-değerli sembolik mantık, «standart mantık» gurubunu; çok-değerli mantıkla birlikte modal mantık, fuzzy mantık, sezgici mantık, temporal mantık adı altında bilinen sistemler ise «standart olmayan mantık» (veya «rival mantık», «deviant mantık») gurubunu oluşturmaktadır. Böylece, bir önermenin doğruluk değerinin zamana bağlı olarak değişmesi temporal mantık tarafından, bir önermenin doğruluk değerinin belirsiz olması yani doğru veya yanlış olduğuna karar verilememesi hali fuzzy mantık tarafından, özne ve yüklem arasındaki modal bağ (bkz. Ural 1985) modal mantık tarafından incelenebilir. Dolayısıyla, yukarıda söz üedilen türden problemlerin ele alınmasında sadece çok-değerli mantığın değil, aynı zamanda standart olan ve standart olmayan mantık sistemlerinin de kullanılması gerekebilir.

Bu arada, standart-olmayan mantıkların iki-değerli önermeler mantığın bir kenara bırakmadığını belirtmek gerekir. Bir bilim olarak mantık, temelde, dilin sembolleştirihnesi ve bu sembollerin nasıl kullanılacağının tanımlanması demektir. Bu bakımdan eğer herhangi bir düşünüş biçimi sembolik bir dil ile ifade edilemiyorsa, bu düşünüş biçimi bir mantık sistemi olarak nitelendirilemez. Ancak sembolik bir dil sayesinde akıl yürütmelerimizi ifade edebilir, daha da önemlisi onların doğruluğunu ancak bu sayede denetleyebiliriz. Akıl yürütmelerimiz, yani mantıksal çıkarımlar (mesela dedüktif düşünüş), iki-değerü mantık ile dile getirilen kurallar çerçevesinde cereyan etmektedir. Standart mantığı diğerlerinden ve standart-olmayan mantık içinde yer alan mantıkları birbirinden ayıran özelliklerin başında, bir dili sembolleştirmeye, bu sembolleri tanımlamaya ve nasıl kullanılacağını tayin etmeye yarayan kurallar arasındaki farklar gelmektedir. Bu durumda, toplumla, insanla ve tabiatla ilgili şeklinde de gösterilebilir. Bir p önermesinin mümkün olması, yine üç-değerli mantıkta:

$$\Diamond p = \sim p \rightarrow p$$

şeklinde ifade edilir. Bu ise, «p yanlış ise bu ifade yanlış, diğer durumlarda doğru» anlamına gelmektedir. Aynı ifade

$$Mp = CNpp$$

şeklinde de gösterilebilir. Zorunlu ve mümkün önermeleri birbiri cinsinden de ifade edebiliriz :

$$NMNp = NCpNp$$

Yani, «$\sim$p'nin mümkün olması doğru değildir» ifadesi eşitliğin sağ tarafındaki «zorunlu»nun tanımın vermektedir.

Modal mantıkda da çok-değerli mantıkta ve iki-değerli mantıkta olduğu gibi, totolojik ifadeler vardır. Mesela CpMp ifadesi bir totolojidir. Bu durum doğruluk tablosu yardımıyla gösterilebilir:

p	Mp	CpMp
1	1	1
1/2	1	1
0	0	1

Modal mantıkta birer totoloji olan diğer bazı ifadeler şunlardır :

$p \rightarrow \Diamond p$	yani,	CpCNpp
$\Box p \rightarrow p$	»	CNCpNpp
$\Box p \rightarrow \Diamond p$	»	CNCpNpCNpp

Mümkün ve zorunlu gibi şüpheli modalitesi de (aşağıdaki gibi) tanımlanabilir: (bkz. Lewis ve Langford 1932, S. 225) :

$$Şp = EpNp$$

Bu durumda «şüpheli» modalitesi, «ne kesinlikle doğru ne kesinlikle yanlış» anlamına gelmektedir. Yani, p = 1/2 için Şp = 1 değerini; p'nin diğer değerleri için Şp, 0 değerini alacaktır. Bir tablo halinde mümkün ve değillemesini, zorunlu ve değillemesini, şüpheli ve değillemesini aşağıdaki gibi gösterebiliriz :

p	Np	Mp	NMp	MNp	NMNp	Şp	NŞp
1	0	1	0	0	1	0	1
1/2	1/2	1	0	1	0	1	0
0	1	0	1	1	0	0	1

Çok-değerli mantığın başta bilgisayarlar ve suni zeka olmak üzere çok çeşitli alanlarda kullanılabilmesi, onu, üzerinde durulması ve öğrenilmesi gereken önemli mantık konularından birisi haline getirmektedir.

Referanslar ve Kaynakça :

Ackermann, R. (1967) : Introduction to Many Valued Logic, Routledge-Kegan Paul.

Bochvar, D.A. (1939) : «On a three-valued logical calculus and its application to the analysis of contradictories», Matematiceskis Sbornik 4

Destouches Février, P (1951) : La Structure des Théories Physiques, P.U. France

Dumitriu, A. (1977) : History of Logic Vol. I-IV, Abacuss Press.

Haack, S. (1974) : Deviant Logic, Cambridge U.P.

Haack, S. (1980) : Philosophy of Logics, Cambridge U.P.

Koç, Y. (1982) : Introduction to Logic Vol. H, Boğaziçi U. P.

Kleene, S.C. (1952) : Introduction to Metamathematics, North- Holland.

Lewis, C.I., Langford, C.D. (1932) : Symbolic Logic, The Century Co.

Lukasiewicz, J. (1920) : «On 3-valued logic», Ed. McCall, Polish Logic, Oxford U.P. 1967.

Lukasiewicz, J. (1930) : «Many - Valued systems of propositional logic», Ed. McCall, Polish Logic, Oxford U.P. 1967.

Moh Shaw-Kwei (1954) : «Logical paradoxes for many-valued systems», Journal of Symbolic Logic XIX, 1954.

Öner, N. (1977) : Fransız Sosyoloji Okuluna göre Mantığın Menşei Problemi, A.Ü. İlâhiyat Fak. Yay.

Post, E. (1921) : «Introduction to a general theory of elementary propositions», American Journal of Mathematics, 43.

Reichenbach, H. (1946) : Philosophical Foundations of Quantum Mechanics, California U.P.

Rescher, N. (1969) : Many - Valued Logic, McGraw-Hill.

Rosser, J.B., Turquette, A.R. (1958) : Many-Valued Logics, North-Holland P.C.

Tarski, A. (1956) : Logic, Semantics, Metamathematics, Oxford U.P.

Turner, R. (1985) : Logic for Artifical Intelligence, Ellis Horwood Ltd.

Ural, Ş. (1985) : Temel Mantık, Remzi Kitabevi.

Ural, Ş. (1986) : Pozitivist Felsefe, Remzi Kitabevi.

von Wright, G.H. (1951) : An Essay in Modal Logic, Amsterdam.

Zinov'ev, A.A. (1963) : Philosophical Problems of Many-Valued Logic, D. Reidel Pub. Com.