Teknoloji Destekli Öğrenme Ortamlarında Parabol Kavramının Soyutlanması Sürecinin İncelenmesi

Mevhibe Kobak Demir[a] ve Hülya Gür[b]

Öz

Bu çalışmada, yapılandırmacı yaklaşım ışığında hazırlanan teknoloji destekli öğrenme ortamlarında lise öğrencilerinin parabol bilgisini soyutlama süreçlerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Sürecin incelenmesinde Recognizing+BuildingWith+Constructing+Consolidation (RBC+C) modeli referans alınmıştır. Çalışmada nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması deseni benimsenmiş, kolay ulaşılabilir durum örneklemesi ile seçilen 1 öğretmen ve 20 öğrencisi ile yürütülmüştür. Araştırma verileri, yapılandırılmamış gözlem, öğrenci ürünleri ve klinik mülakat aracılığı ile toplanmıştır. Verilerin analizinde betimsel analiz kullanılmıştır. Araştırma sonuçları, yapılandırmacı yaklaşımına uygun teknoloji destekli öğrenme ortamlarının öğrencilerin bilgiyi oluşturmalarını ve pekiştirmelerini kolaylaştırdığını göstermektedir. Teknoloji, öğrencilerin parabolün farklı temsil biçimleri arasındaki farka kendilerinin ulaşmasına da imkan sağlamıştır. Akıl yürütme, modelleme ve problem çözme becerileri gerektiren etkinlikler, öğrencileri düşünmeye sevk etmektedir. Bu süreçte öğretmenin ön bilgileri hatırlatıcı ipuçları, ön bilgilerinden hareketle yeni bilgileri oluşturacak şekilde etkinlikler düzenlemesi yeni yapıların oluşturmalarını kolaylaştırmaktır. Ancak öğrencilerin hazırbulunuşluğu yeterli olmadığında dışarıdan destek de (öğretmen ya da akran desteği) bilgiyi oluşturmak için yetersiz kalmaktadır.

Anahtar kelimeler: RBC+C modeli, soyutlama süreci, teknoloji destekli öğrenme, yapılandırmacı yaklaşım

Makale Hakkında

Gönderim tarihi: 22.07.2019

Düzeltme tarihi: 07.10.2020

Kabul tarihi: 14.10.2020

Elektronik Yayın Tarihi: 17.11.2020

Giriş

Teknoloji; bilgisayarlar, tabletler derken cep telefonlarıyla birlikte her an yanımızda taşıyabileceğimiz bir konuma geldi. Zaman ve mekân fark etmeksizin öğrenmeyi ve bilgiye ulaşmayı kolaylaştıran bu gelişmeler ile teknoloji, sadece yaşamı devam ettirmek değil; bu değişimin beşiğinde büyüyen nesiller için eğitim sisteminde de birçok düzenlemeyi gerekli kılmıştır. Bu ihtiyaç ve teknolojideki gelişmeyle teknolojik yazılımlar da nitelik ve nicelik olarak artmaktadır. Özellikle teknolojik kaynakların kullanılabilmesi için uygun bir alan olan matematik derslerinde (Öksüz ve Ak, 2010) bilgi ve iletişim teknolojilerinin kullanımı; öğrencilerin bilginin çoklu temsillerini (sayısal, cebirsel, grafik) fark etmelerine imkân tanıyarak matematiksel durumları daha

[a] *Balıkesir Üniversitesi, Necatibey Eğitim Fakültesi, Matematik Eğitimi, mevhibekobak@balikesir.edu.tr, ORCID: 0000-0001-6614-4101*

[b] *Balıkesir Üniversitesi, Necatibey Eğitim Fakültesi, Matematik Eğitimi, hgur@balikesir.edu.tr, ORCID: 0000-0001-8479-8811*

iyi anlamalarını ve farklı düşünme yollarını tecrübe ederek bunların sonuçlarını daha hızlı bir şekilde değerlendirmelerini mümkün kılmaktadır. Ayrıca modelleme ve problem çözme sürecinin farklı aşamalarını destekleyerek öğlencilerin problem çözme sürecine etkin katılımına imkân tanımaktadır (MEB, 2013).

Bireyin ancak kendi aktif çabası ile yeni bir bilginin oluşturulabileceğini (Olkun ve Toluk Uçar, 2014) savunan yapılandırmacılık yaklaşımın benimsendiği derslerde teknolojinin etkin kullanımı ile çok daha verimli ve işlevsel öğrenme ortamları oluşturulabilir. Teknoloji ile desteklenen öğrenme ortamları, öğrencinin araştırma türünden karmaşık problemleri çözmesine, çözüm yolları geliştirmesine, analiz ve varsayımda bulunarak genelleme yapmasına imkân tanımaktadır. Öğrenme ortamlarında sunulan teknolojik yazılımlar yardımıyla öğrenci kendi matematiksel çalışmalarını tasarlayabilir veya öğretmenin hazırladığı senaryolar içinde dolaşarak kazandırılmak istenen bilgi, kavram veya olguyu kendisi keşfedebilir (Baki, 2006). Teknoloji sayesinde bir matematikçi tecrübesi yaşama fırsatı bulan öğrenci, matematiksel bilgisini yeniden düzenlediği durumlar yaşamaktadır. Teknolojinin okullarda öğretilen matematik derslerinin içeriğinin de rutin algoritmaları ve kalem-kâğıt tekniklerini öğretmek yerine matematiksel model inşa ederek ilişkilere odaklanmaya doğru evrilmesine ve yeniden düzenlenmesine sebep olan geri bildirimleri sayesinde mevcut matematiksel bilgisi ile ilgili düşünmeye teşvik eden bir rol oynamakta ve öğrenme güçlenmektedir (Heid, 1997, akt. Kabaca, 2016).

Matematik bir soyutlama bilimidir ve matematiksel kavramlar soyutlama sonucu elde edilir (Altun, 2014). Matematiksel bir bilginin öğrenme sürecinin nasıl gerçekleştiğini analiz etmede soyutlama önemli bir rol oynamaktadır. Matematiksel soyutlama ve bilgiyi oluşturma sürecini analiz etmek amacıyla geliştirilen modellerden biri de RBC+C (Recognizing+BuildingWith+Constructing+Consolidation)'dir (Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus, 2001). Bu modele göre soyutlama süreci, tanıma (recognizing), kullanma (building with) ve oluşturma (constructing) epistemik eylemlerinden oluşur. Bu eylemlerin her biri, sözlü ifadeler ve fiziksel eylemler ile gözlenebilir (Hershkowitz vd., 2001; Dreyfus, 2007) ve birbiriyle iç içedir. Bu eylemler sıralı olabileceği gibi bazen biri diğerinin tamamlayıcısı da olabilir (Dreyfus, 2007). Soyutlanan bu yeni bilginin kırılgan olması ve soyutlanan bilginin kalıcı hale gelmesi koşullarının incelendiği araştırmaların (Memnun, 2011) ardından Dreyfus (2007) tarafından modele pekiştirme (consalidation) epistemik eylemi de eklenmiştir. Bu eylemler aşağıda açıklanmıştır:

Tanıma (recognizing): Bilinen bir matematiksel yapının fark edilmesidir (Bikner-Ahsbahs, 2004). Genel olarak öğrencinin uğraştığı problemle ilgili önceden yapılandırdığı bilgilerinin farkına vardığı an ortaya çıkar (Schwarz, Dreyfus ve Hershkowitz, 2009).

Kullanma (building with): Problemin çözümüne ulaşmak amacıyla tanınan yapıların bir kombinasyonunu içeren eylemdir (Schwarz vd., 2009). Kullanma eylemi, matematiksel yeni bir durumun anlaşılması, anlamlandırılması, anlatılması, bir önerinin savunulması, bir varsayımda bulunulması sırasında ve problem çözmeyle karşı karşıya kalındığında gözlenir (Dreyfus, Hershkowitz ve Schwarz, 2001; Dreyfus, 2007).

Oluşturma (constructing): Var olan matematiksel bilgi bileşenlerinin bir araya getirilmesi ile bu bilgiler arasında yeniden düzenlemeye gidilerek yeni bir anlam oluşturulması sürecidir (Bikner-Ahsbahs, 2004).

Pekiştirme (consolidation): Pekiştirme, yeni bir bilgi oluşturulurken, daha önce oluşturulmuş matematiksel bilginin öğrenciye daha tanıdık gelmesi sürecidir (Yeşildere İmre ve Türnüklü, 2016). Tanıdık gelen önceden öğrenilmiş bu bilgilerin birbirleri ile ilişkilendirilmesi, yeni bir bilgi oluşturulması aşamasında bu bilgilerin kullanılması ve süreç üzerinde yoğun bir biçimde düşünülmesi halinde gerçekleşebilmektedir (Dreyfus, 2007).

Öğrencilerin büyük çoğunluğu ikinci dereceden fonksiyonlar konusunu öğrenmede bir takım zorluklar yaşamaktadırlar (Eisenberg ve Dreyfus, 1994; Kutluca ve Baki, 2013; Sajka, 2003; Türkdoğan, 2006; Türkdoğan, Mandacı Şahin ve Baki, 2011; Zaslavsky, 1997; Zazkis, Liljedahl ve Gadowsky, 2003). Kavramları öğrenirken, öğrenenin hangi süreçlerden geçtiğinin incelenmesi, hem öğrenenlerin bilgi yapılarını oluştururken tanıyıp kullandıkları bilgileri hakkında çıkarımda bulunmaya imkân tanıyacak hem de yaşadıkları zorlukların nedenleri ve hangi bilişsel adımda zorluk yaşadıkları konusunda araştırmacılara katkı sağlayacaktır. Teknoloji destekli öğretim modelleri, fonksiyonlar konusunun öğrenilmesini kolaylaştırmaktadır (Bayazıt, 2008). Ancak literatürde teknoloji destekli öğrenme ortamlarında bireylerin bilgiyi nasıl soyutladıklarına ilişkin çalışmaya rastlanmamıştır. Yapılacak çalışma bu yönüyle literatüre ışık tutacaktır. Çalışmada özel olarak ikinci dereceden fonksiyon tarafından temsil edilen bir eğri (Kabaca, Çontay ve İymen, 2011) olarak adlandırılan parabol kavramı üzerinde durulmuştur.

Bu çalışmanın amacı yapılandırmacı yaklaşım ışığında hazırlanan teknoloji destekli öğrenme ortamlarında lise öğrencilerinin parabol bilgisini soyutlama süreçlerinin incelenmesidir.

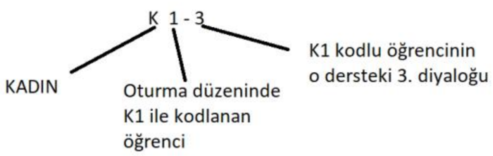
Yöntem

Bu çalışmada öğrencilerin parabol bilgisini soyutlama süreçleri; tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme epistemik eylemlerinin ayrıntılı betimlenmesi ve bu süreçte öğrenci ve öğretmen soruları ve diyaloglarına ilişkin örneklemelerin yapılması gerektirdiğinden durum çalışması deseni benimsenmiş olup, nitel araştırma niteliğindedir. Bir veya birkaç durumun detaylı bir şekilde incelenmesini içeren (Johnson ve Christensen, 2014) durum çalışması, güncel bir yaşamın, güncel bağlam ya da ortamın içindeki bir durumun araştırılmasını gerektirmektedir (Yin, 2008). 2 hafta süren çalışma 1 öğretmen (kadın) ve meslek lisesi onuncu sınıfta öğrenim gören 20 öğrencisi (3 kadın, 17 erkek) ile yürütülmüştür. Çalışmaya katılan öğretmen lisans mezunu ve 8 yıl mesleki deneyime sahiptir, Bulunduğu kurumda 3 yıldır görev yapmaktadır. Öğrenciler ise elektrik-elektronik teknolojisi alanı 10. Sınıfında öğrenim görmektedir. Katılımcıların seçiminde daha önceden tanışılmış ve araştırmacının ortamın doğal bir parçası olmasına imkân tanıyan bilindik örneklem üzerinde çalışılmasının araştırmacıya pratiklik ve hız kazandırması, erişilmesinin kolay olması ve göreli olarak daha az maliyetli olması gibi avantajları (Yıldırım ve Şimşek, 2008) nedeniyle amaçlı örnekleme yöntemlerinden kolay ulaşılabilir durum örneklemesi kullanılmıştır.

Araştırmanın veri tabanını zenginleştirmek, ulaşılacak sonuçları daha geniş bakış açısıyla ele almak veya alternatif yorumlara ulaşmayı mümkün kılmak ve araştırmanın güvenirliği ve geçerliğini artırmak (Yıldırım ve Şimşek, 2008) amacıyla durum çalışmalarında mümkün olduğu ölçüde birden fazla veri kaynağı ya da türü kullanılmalıdır (Yin, 2008). Bu çalışma da veriler çeşitlendirilerek; yapılandırılmamış gözlem, öğrenci ürünleri ve klinik mülakat aracılığı ile toplanmıştır. Elde edilen veriler, betimsel analiz kullanılarak analiz edilmiştir. Betimsel analizde elde edilen veriler, önceden belirlenen temalara göre özetlenmekte ve yorumlanmaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2008). Bu çalışmada öğrencilerin soyutlama süreçleri, RBC+C modeli referans alındığından belirlenmiş olan temalar; tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirmedir. Ayrıca sınıf içerisinde insanların birbirleriyle etkileşim halindeyken (konuşmaları veya konuşmaları bittiğinde) nasıl uzlaştıkları, etkileşimdeyken hatalarının neler olduğu ve diyalogların nasıl başladığı ve bittiğinin kaydedilmesi yoluyla veriler elde edilmiştir. Konuşma analizi ile kaydedilen diyaloglar betimlenerek ve örnekler verilerek altında yatan anlam ve hangi ortamda söylenenlerin ne anlama geldiği ve konuşma sırasında jest, mimik ve beden hareketleri sistematik olarak incelenmiştir (Ekiz, 2009; Ersoy, 2011).

Araştırma verileri, iki ayrı araştırmacı tarafından analiz edilmiştir. Öncelikle her bir araştırmacı birkaç gün arayla (iki kez) verileri analiz etmiştir. Ardından araştırmacılar analizlerini karşılaştırmış ve benzerlik/farklılıklar üzerinde tartışılarak ortak kod, tema ve alt temaların belirlenmesi ile veri analizi sonlandırılmıştır.

Çalışmada katılımcılar, kodlanarak sunulmuştur. Öğrenciler K1 kodunun yanı sıra K1-3 şeklinde kodlanmıştır. Bunun anlamı K-kadın öğrenci; 1 oturma düzeninde belirtilen öğrenci; 3 o dersteki K1 kodlu öğrencinin 3. diyalogu anlamındadır. Öğretmen diyalogları Ö-1 öğretmenin o dersteki 1. diyalogu anlamında kodlanarak verilmiştir.



Etkinliklerin Geliştirilmesi

Matematik kendi başına bir dil ve yapılar topluluğudur. Çocuklara bilginin dışarıdan sunulması, onların biliş yapılarını zenginleştiremez. Bireylerin kendi bilişsel yapılarını kurabilmeleri için uygun çevre, öğrenme-öğretme ortamlarının hazırlanması gerekir (Altun, 2014). Yapılandırmacı yaklaşıma uygun öğretim, bir bilgiyi aktarmayı değil, etkili düşünme, muhakeme etme, sorun çözme ve öğrenme becerilerinin kazandırılması etkinliklerini içermelidir (Yurdakul, 2004). Eski ve yeni bilgiler arasında ilişkiler kurarak bireyin aktif çabasıyla yeni bir bilginin oluşturulabileceğini savunan bu yaklaşımda bilgi bir bireyden diğerine aktarılamaz. Bilgi bireyin ancak kendi aktif çabası sonucunda zihninde oluşur ve bireye özgüdür (Olkun ve Toluk Uçar, 2014). Bir bireyin kendisi için oluşturduğu yapıların, bir başkasına aktarılamayacağından dolayı öğretmen de kendi zihnindeki bilgi, kavram ya da düşüncelerini öğrencilerin zihinlerine aktaramaz (Açıkgöz, 2009). Bu nedenle kavramların anlamlı bir şekilde yapılandırılması için öğrenme ortamlarında yapılandırmacı yaklaşım referans alınmalıdır.

Bu çalışmada etkinliklerin geliştirilmesi aşamasında ortaöğretim matematik dersi kazanımları incelenmiş, parabol öğretimi konusundaki kazanımlar ve parabol konusunun ön koşulu olan kazanımlar belirlenmiştir. Ders modeli Lebow (1993) tarafından geliştirilen, yapılandırmacı öğrenme kuramcılarının da yorumlayıp geliştirdikleri ve temel noktalarda görüş birliğine vardıkları yapılandırmacı öğrenme öğretme sürecinin temel ilkeleri (Yurdakul, 2004) göz önüne alınarak hazırlanmıştır. Bu ilkelere göre;

- Tüm öğrenme etkinlikleri geniş bir görev ya da probleme bağlanmalıdır.
- Öğrenenlerin özgün bilgi yapılarını kendilerinin oluşturacakları yaşantılar düzenlenmeli ve bu yaşantılarla öğrenme sorumluluğu öğrencilere bırakılmalıdır.
- Yeni öğrenmeleri oluşturmada önbilgiler dikkate alınmalıdır.
- Öğrenme sürecinde sosyal etkileşim sağlanmalıdır.
- Anlamlı öğrenmeyi gerçekleştirmek üzere özgün öğrenme görevleri tasarlanmalı ve gerçek yaşamın karmaşıklığını yansıtacak öğrenme ortamı oluşturulmalıdır.
- Çoklu gerçeklikler açığa çıkarılarak bilişsel çelişkiler yaratılmalı ve bireysel anlamın oluşmasını destekleyecek etkinlikler düzenlenmelidir.
- Bilgiyi yapılandırma sürecinin farkına varılmasını desteklemek üzere nasıl öğrenildiğinin yansıtılmasını sağlayacak yaşantılar düzenlenmelidir.
- Öğrenme için tehlikesiz ve güvenli bir ortam yaratılmalıdır.
- Öğrenen düşüncelerinin desteklendiği bir öğrenme ortamı yaratılmalıdır.

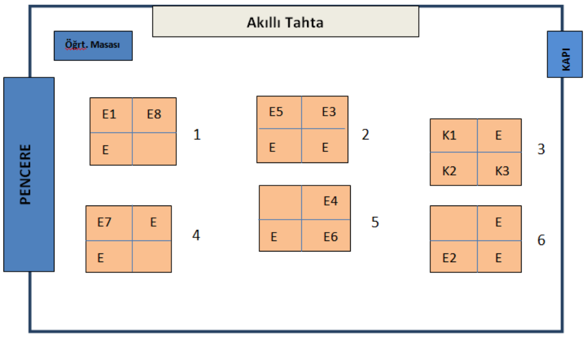
Teknolojinin sürekli gelişimi ile öğretim yazılımları da hem nitelik hem de nicelik olarak artmaktadır. Genel olarak eğitimde teknolojinin kullanımının bir gereksinim olmasının yanı sıra, özellikle matematik eğitimi, teknolojik kaynakların kullanılabilmesi için uygun bir alandır (Öksüz ve Ak, 2010). Bu teknolojilerin etkili kullanımı ile öğrenciler gerçek/gerçekçi matematik problemleri üzerinde çalışabilmekte ve uzun işlemlerden kazanacakları zamanı akıl yürütmede ve yaratıcı düşünmede kullanma imkânı bulmaktadırlar (MEB, 2013). Matematik dersi öğretim programlarında ve ders kitaplarında da sıkça rastlanılan ve kullanılması önerilen yazılımlardan biri de Geogebra'dır. Bu araştırmada hazırlanan etkinlikler araştırmacılar tarafından hazırlanan geogebra appletleri ile desteklenmiştir. Çalışmada kullanılan etkinliklerin akıllı tahta da etkili bir şekilde kullanılabilmesi için, etkinlikler Milli Eğitim Bakanlığına bağlı okullardaki akıllı tahtalarda bulunan Antropi Teach ve Starboard yazılımlarına aktarılmıştır.

Yapılandırmacı yaklaşım ve teknoloji desteğiyle parabol konusunda öğrencilerin bilgiyi oluşturmalarına imkân tanıyan, onların akıl yürütme, ilişkilendirme ve matematiksel iletişim gibi süreç becerileri ile modelleme/problem çözme becerilerini geliştirici yedi etkinlik ve beş pekiştirme etkinliği hazırlanmıştır. Ayrıca etkinliklerde öğretmenlere rehber olması açısından öğretmen kılavuzu hazırlanmıştır. Öğretmen kılavuz kitapları, konuların nasıl sunulacağı, öğrencilerde bilgi, beceri ve fikirlerin birbiriyle ilişkisinin nasıl kurulacağı ve öğrencilerin öğrenme süreçlerinin hangi aktivitelerle değerlendirileceğine ilişkin durumlarda öğretmene yardım etmektedir. Bu kitaplar, yapılandırmacı yaklaşımı tanıtmanın yanı sıra uygulanma sürecinde hangi aşamalarda neler yapması gerektiği konusunda da bilgi vermektedir. Dolayısıyla öğretimde etkinliklerin nasıl yapılacağını, bunların sırası, hangi öğretim yöntem ve tekniklerinde yararlanabilecekleri ve öğrencilerin nasıl değerlendirileceğini açıklaması bakımından öğretmenlerin dersi planlamasına yardım ederken, sınıf içindeki disiplin problemlerinin önlenmesinde de etkili olmaktadırlar (Ayvacı ve Er-Nas, 2009).

Hazırlanan etkinlikler ve öğretmen kılavuzu, 2 alan eğitimi uzmanı ve çalışmanın yapıldığı sınıf düzeyinde derse giren 2 matematik öğretmeninin görüşüne sunulmuş, alınan eleştiriler doğrultusunda kılavuzda geogebranın nasıl kullanılacağına açıklayan yönergelerin eklenmesine gerek duyulmuştur. Etkinliklerin pilot uygulaması bir devlet üniversitesinde öğrenim gören 19 matematik öğretmen adayı ile gerçekleştirilmiştir. Uygulamalar sırasında öğrenciler tarafından anlaşılmayan soru yönergeleri düzenlenmiş, ayrıca öğrencilerin büyük bir çoğunluğunun işlem hatası yapmasına neden olan soruların sonuçları tekrar gözden geçilerek daha açık hale getirilmiştir. Uygulamada karşılaşılan diğer bir sorun da teknolojik materyallerle ilgilidir. Araştırmacı uygulamalar sırasında kullanım açısından zaman kaybına yol açan geogebra appletleri üzerinde düzeltmelere giderek öğretmen ve öğrencilerin kolaylıkla ulaşabileceği butonlar eklemiştir. Çalışmaya başlamadan önce asıl uygulamada çıkabilecek aksilikleri minimize etmek amacıyla etkinliklerin nasıl uygulanacağı ile ilgili öğretmen ile 2 saatlik bir ön çalışma yapılmıştır. Etkinlikler ve öğretmenler için hazırlanmış kılavuz kitaba (Kobak Demir, 2017) kaynağından ulaşılabilir.

Bulgular

Bu bölümde teknoloji destekli öğrenme ortamlarında lise öğrencilerinin parabol kavramını soyutlama sürecine ilişkin elde edilen bulgular yer almaktadır. Öğrencilerin diyaloglarındaki kodlamalarının anlaşılırlığının arttırılması ve öğrencilerin yer aldığı gruplar içerisinde soyutlama sürecindeki paylaşımlarının anlaşılabilmesi açısından oturma düzenine ilişkin bilgiler Şekil 1'de sunulmuştur:



Şekil 1. Öğrencilerin oturma düzeni.

"Etkinlik 1: Farklılık Ne?" Etkinliğinden Elde Edilen Bulgular

Etkinlikte öğrencilerin parabol, parabolün geometrik ve cebirsel temsili, fonksiyonun alabileceği en küçük-en büyük değer, simetri ekseni ve tepe noktasının koordinatları bilgisini oluşturması hedeflenmektedir. Öğrencilerden bir süre grup olarak aşağıdaki resimleri incelemelerini istemiştir.

Bir süre aralarında tartışan öğrenciler ile öğretmen arasında geçen diyalog aşağıda verilmiştir:

E1-1: İkinci resimde kollar aşağı doğru bir çanak şeklinde.

Ö-1: Birinci resim hakkında ne düşünüyorsunuz?

K1-1: Zaman geçtikçe aldığı yol da artar. Doğru orantı yani.

Ö-2: Doğrusal bir ilişki var yani aralarında (Grup 6'ya dönerek) Siz ne düşünüyorsunuz?

E2-1: Doğrusal fonksiyon diyebiliriz aslında.

Ö-3: İkinci resme tekrar bakın. Resimdekine benzer karşılaştığınız başka örnek var mı?

E1-2: Kaykay pisti de bu şekilde

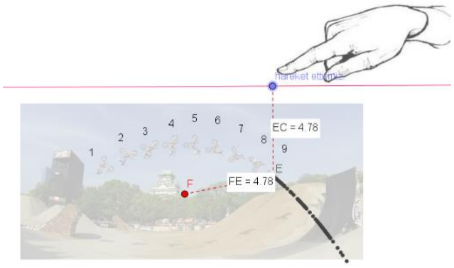
K1-2: Boğaziçi köprüsünün halatları bu şeklin kolları yukarı bakan hali.

E3-1: Pistole cetveli ile çizebiliriz bu şekli, bir çeşit eğri bu. (Öğrenci meslek lisesi öğrencisidir. Aldığı eğitim gereğince bu cetveli örnek vermiştir. Pistole cetveli, çeşitli eğrilerin (örneğin; elips, parabol, hiperbol vb) çiziminde kullanılan bir cetvel türüdür)

E4-1: Bir dağın şekli

K2-1: Salıncağın hareketi
Ö-4: İkinci resimde oluşturulan grafik ikinci dereceden bir fonksiyonun grafiği. Biz bu grafiklere özel olarak parabol olarak adlandırıyoruz.

Öğretmen, hem iki farklı örnek üzerinden doğrusal fonksiyon ve ikinci dereceden bir bilinmeyenli fonksiyon arasındaki farka ulaşmalarını sağlamış, hem de ikinci dereceden fonksiyonların günlük hayattaki yerine değinmiştir. Diyalogların ardından öğretmen parabolü tanımlayarak geogebra applet1'i açmıştır:



Öğretmen sırasıyla bisikletlilerin her birine kadar geogebrada hareketi sürdürüyor:

Ö-5: Dokuzuncu bisikletin F noktasına ve d doğrusuna olan uzaklığı hakkında ne düşünüyorsunuz? (E5'e doğru yönelerek)
E5-1: Yaklaşık 4. Her ikisi de eşit uzaklıkta.
(Öğretmen sürgüyü sekizinci bisikletlinin üzerine hareket ettiriyor)
Öğrenciler: Yine eşit
Ö-6: (O halde) bu grafiği nasıl tanımlarsınız? Yani parabol nedir?
E3-2: Doğruya ve noktaya eşit uzaklıktaki şekil
E5-2: Bir doğru ile sabit bir noktaya eşit uzaklıktaki noktaların birleşimine denir.

Geliştirilen ders modelindeki teknolojik materyal, hem öğrencinin hem parabol bilgisine ilişkin geometrik ve cebirsel temsili fark etmelerine imkân tanımakta, hem de parabol bilgisini kendilerinin oluşturmasını mümkün kılmaktadır. Öğretmen parabolün geometrik olarak tanımını sunmamasına rağmen, öğrenciler farklı örnekler üzerinden bilgiyi oluşturmuşlardır (E3-2, E5-2). Öğrenciler parabol bilgisini oluştururken bir noktanın diğer bir noktaya göre konumu ve noktanın doğruya uzaklığı (doğrunun analitik incelenmesi, analitik geometri) bilgilerini tanıyıp kullanmışlardır. Öğrencilerin tanımlarının ardından sabit noktayı odak noktası ve doğruyu da doğrultman olarak ifade ederek parabolün tanımlamıştır.

Parabolün analitik incelenmesi, 12. sınıfta ayrıntılı olarak inceleneceği için öğretmen konu üzerinde durmadan $f(x) = x^2 + 4x + 6$ ve $g(x) = -x^2 + 6x - 8$ fonksiyonlarının grafiklerini geogebrada çizmiştir:

Ö-7: (Öğretmen f(x)'in grafiğini yaklaştırarak) f(x) fonksiyonun alabileceği en küçük değer nedir?
E1-3: Çanağın dibi

(Öğretmen grafik üzerinde öğrencinin gösterdiği yeri işaretliyor ve öğrenciden doğru yeri mi işaretlediğini sorarak onaylatıyor)
Ö-8: Bu fonksiyonun alabileceği en büyük değer nedir?
(Bu sorunun ardından öğrenciler gruptaki arkadaşlarıyla tartışmaya başlıyor. Öğretmenin soruyu tekrar hatırlatmasının ardından E4 diyalogu başlatıyor.)
E4-2: Yoktur. Çünkü parabolün kolları sonsuza gidiyor. Yani aldığı değer sürekli yükseliyor. (Öğretmen g(x)'in grafiğine dönüyor.)
Ö-9: g(x) fonksiyonunda alabileceği en küçük değer nedir?
E4-3: Bu fonksiyonda da en küçük değer yok ama en büyük değeri 3'tür.
Ö-10: İki fonksiyon arasındaki fark nedir?
K1-3: f(x)'in kolları yukarı bakıyor, g(x)'in kolları ise aşağı.
Ö-11: f(x) ve g(x) de x^2 nin katsayısına bakın.
K1-4: f(x) pozitif, g(x) negatif.
Ö-12: Parabolün genel denklemi $f(x) = ax^2 + bx + c$ dir. Fonksiyonda x a katsayısı pozitif değeri için fonksiyonun en küçük değere, a'nın negatif değeri için en büyük değere sahiptir. Bu değere tepe noktası denir.
K1-5: Ayrıca a pozitif ise kollar yukarı, a negatifse kollar aşağıdır.

Öğretmen, öğrencilerin düşünmeleri için fırsat vermiştir. Yukarıdaki diyalog öğrencilerin farklı örnekler üzerinden genellemeye ulaşabilecekleri buluş yoluyla öğrenmenin, öğrencilerin bilgiyi oluşturmalarına imkân tanıdığını göstermektedir. f(x) ve g(x) fonksiyonlarının geogebradaki çizimleri karşılaştıran öğretmen bu fonksiyonların en küçük-en büyük değeri (Ö-7, Ö-8, Ö-9), fonksiyonda x^2 nin katsayısının parabolün kollarının yönü (Ö-10, Ö-11) hakkında öğrencileri sorgulatmaktadır. Öğretmenin başlattığı bu sorgulamayla, E4'ün bir x değişkenine karşılık fonksiyonun değerini bulma bilgisini tanıyıp kullanarak fonksiyonların en küçük-en büyük değeri bilgisini oluşturduğu görülmektedir (E4-2, E4-3). Öğrenci, öğretmenin ipuçlarına ihtiyaç duymadan kendi ön bilgileri ile x değişkenine karşılık değerler vererek fonksiyonun y değerlerini azaldığının farkına varmıştır. Aynı örnekler üzerinden öğrenci K1, ikinci dereceden fonksiyonların genel ifadesi ve değişkenlerin katsayılarına ilişkin bilgilerini tanıyıp kullanarak parabolün kollarının yönü bilgisini oluşturmuştur (K1-3, K1-4, K1-5).

Ö-13: (f(x) fonksiyonun grafiğinde $x = -2$, g(x) de $x = 3$ doğrularını çiziyor) $x = -2$ ve $x = 3$ doğruları hakkında ne düşünüyorsunuz?
K2-2: Fonksiyonları ortadan ikiye bölüyor.
Ö-14: Koordinat sisteminde orta nokta nasıl bulunuyor?
…
E6-1: İki noktanın toplamının yarısı.
Ö-15: Burada bahsettiğin noktalar hangileri?
E6-2: Fonksiyonun kökleri

Simetri ekseni kavramına geçiş yapmak amacıyla öğretmen, öğrencilerini "Koordinat sisteminde orta nokta nasıl bulunur?" sorusuyla yönlendirip bilgilerini hatırlamaları için onlara zaman tanımıştır. Yukarıdaki diyalog, öğrenci E6'nın bir doğru parçasının orta noktasının bulunması ile ilgili bilgisini tanıyıp kullandığını göstermektedir (E6-1). Öğrenci, öğretmenin ipuçları ile simetri ekseni bilgisini oluşturmaya yaklaşmış ve öğrencinin yanıtları diğer öğrenciler için de bilgiyi oluşturmaya yönelik ipucu olmuştur.

Ö-16: Fonksiyonları ortadan ikiye katlasak?
K2-3: Fonksiyon simetriktir.
Ö-17: Doğru. $x = -2$ ve $x = 3$ doğrularına simetri ekseni adı verilir. Peki $x = -2$ ve $x = 3$ noktalarında fonksiyonda hangi değerler?
E7-1: En küçük ve en büyük değer.
E4-4: Tepe noktasıydı.
K2-3: (O halde) simetri ekseni tepe noktasından geçiyor.-
Ö-18: Simetri eksenini nasıl buluyorduk? Hatırlatır mısın (E6'ya dönerek)?
E6-3: Kökler toplamının yarısı.

Simetri ekseninin tepe noktasından geçtiği bilgisinden yola çıkarak tepe noktasının koordinatlarını buldurmaya çalışan öğretmen, ön bilgileri hatırlatmak üzere $x^2 - x - 2 = 0$ denkleminin kökler toplamı sorusunu öğrencilerine yöneltmiştir. Öğrenciler bu örnek üzerinde denklemi çarpanlarına ayırarak kökleri bulmuş ve toplamıştır. Öğretmenin "$2x^2 - 7x + 3 = 0$ denkleminin kökler toplamına ilişkin Grup 2'den E5'in açıklamaları aşağıdaki gibidir:

E5-3: Kökler toplamı $-\frac{b}{a}$'dır. Simetri ekseni yarısı olduğuna göre $-\frac{b}{2a}$ ile bulabilirim.
E4-5: O halde tepe noktasının x değerini de $-\frac{b}{2a}$ formülünden elde edebilirim.
Ö-18: Bulduğun değer tepe noktasının apsisi, ordinatını nasıl bulacaksın?
E4-6: Fonksiyonda yerine yazarım.

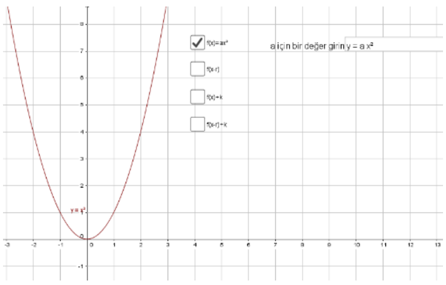
Yukarıdaki diyalog, öğrenci E5'in ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin kökler toplamı bilgisini tanıyıp kullanarak simetri eksenin koordinatları bilgisini oluşturduğunu göstermektedir. Simetri ekseni ile tepe noktası arasındaki ilişkiden yola çıkarak tepe noktasının apsisini ifade eden E4'e, tepe noktasının ordinatını da fonksiyon bilgisini tanıyıp kullanarak ortaya koymuştur. Bu diyalog, E4 kodlu öğrencinin ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin kökler toplamı, simetri ekseni ve fonksiyon bilgisini tanıyıp kullanarak tepe noktasının koordinatları bilgisini oluşturduğunu göstermektedir.

Parabolün geometrik ve cebirsel temsilini pekiştirmeleri amacıyla "Pekiştirme Etkinliği: Ayna Ayna Söyle Bana Etkinliği" öğrencilere ödev olarak verilmiştir. Pekiştirme etkinliği sadece matematiksel bir kavramın öğretimi değil, aynı zamanda öğrencilerin Fizik dersi "ışığın yansıması, düzlem ve küresel aynalar" ile ilgili bilgileri de öğretmeyi amaçlamaktadır. Ancak pekiştirme etkinliği ile ilgili öğrencilerden bir dönüt alınamamıştır. Özellikle konunun fizikle ilgili olması nedeniyle öğrencilerin güçlük çekmesine sebep olmuştur.

"Etkinlik 2: Fıskiye" Etkinliğinden Elde Edilen Bulgular

Bu etkinlik sonunda öğrencilere a katsayısındaki değişimde parabolün kollarının yön değiştirdiği, bu durumun parabolün en büyük ve en küçük elemana sahip olmasını etkilediği genellemesine ulaşmaları beklenir. Etkinlik ile fonksiyonun katsayılarındaki değişimin, grafiğin değişimine etkisi, tepe noktasının koordinatlarının $f(x) = a(x - r)^2 + k$ fonksiyonun genel denkleminde T(r,k) olduğunu ve parabolün grafiğini çizme bilgisini keşfetmeleri hedeflenmektedir.

Öğretmen, fıskiye etkinliğini öğrencilere dağıtmış ve fıskiyenin ulaştığı yüksekliğin aynı olmasına rağmen suların düştüğü yerlerin niçin farklılaştığını önce kendi aralarında tartışmalarını istemiştir. Tartışmalar sonucunda öğretmen, her bir grubun fikrini sormuştur. Ancak gruplardan cevap gelmemiştir. Öğrencilerin etkinliğin devamını gerçekleştirdikten tekrar düşüncelerini almak üzere öğretmen geogebra applet 2'yi açmıştır. Etkinlikte a'nın pozitif ve negatif değerleri ile a değerinin sıfır olması durumunda grafikteki değişimi yorumlamaya imkân tanıyan Geogebra Applet 2 ekranı aşağıda yer almaktadır:



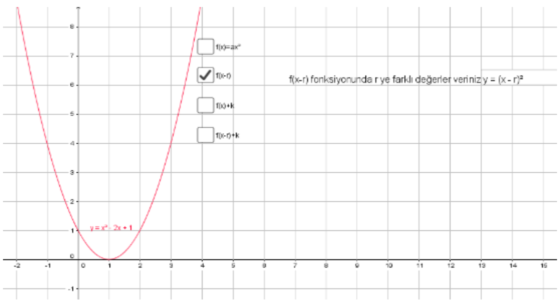
Öğrencilerin $f(x) = ax^2 + bx + c$ fonksiyonunda a katsayısındaki değişimin parabolde oluşturduğu değişime ilişkin bilgileri oluşturabilmesi amacıyla gerçekleştirilen bu etkinlik "Farklılık Ne?" etkinliğinde K1-3, Ö-11, K1-4, Ö-12 ve K1-5 diyalogunda görüldüğü gibi gerçekleştirildiği için pekiştirme etkinliğine dönüşmüştür. Öğrenciler ve öğretmenler arasında geçen diyalog aşağıda sunulmuştur:

Ö-1: Fonksiyonda a'yı yerine 2 yazalım grafikte ne değişti?
K3-1: Parabolün kolları kapanmaya başladı.
Ö-2: 3 yazsak?
K3-2: Daha da daralıyor kollar
Ö-3: Bu değişikliğin sebebi ne?
E7-1: Buradaki a değeri ile x^2 yi çarpacağımız için a ne kadar büyükse fonksiyonun alacağı değer büyür. Bu nedenle parabolün kolları kapanmaya başlar y değeri arttığı için.
Ö-4: a yerine 1'den küçük değerler versek örneğin $\frac{1}{2}$?
E7-2: O zaman y değerleri küçülecektir. Yani parabolün kolları açılacak

Ö-5: a yerine negatif değerler versek?
K2-1: -1 verelim x eksenine göre simetriğini alacağız yani parabolün kolları aşağı bakacaktır.
(Öğretmen geogebra appletinde a değeri yerine -1 yazıyor)
Ö-6: -2 olsaydı, $-\frac{1}{2}$ olsaydı
(Öğretmen önce -2 sonra $-\frac{1}{2}$ yazıyor)
K2-2: (O halde) -2 olduğunda yine kollar daralır ama kollar aşağı olacak, $-\frac{1}{2}$ olduğunda ise kollar açılır.
Ö-7: Derse başlarken fıskiyeden düşen suların farklılaştığı noktaların nedenini sormuştuk. Tekrar bakın resme bu farklılık nereden kaynaklanıyor?
E7-3: Her ikisinde de parabolün kolları aşağı bakıyor yani a katsayısı negatif.
K2-3: Suların düştüğü nokta farklı ise bu değişim a'dan kaynaklanıyor. Örneğin sular uzağa düşüyor ise fonksiyon f(x)= $-\frac{1}{2}x^2$, daha yakına düşüyor ise fonksiyon f(x)= $-2x^2$'dir.
Ö-8: a'ya sıfır versek parabol ne olurdu?
K1-1: O zaman fonksiyon doğrusal fonksiyon olur grafik doğru olurdu.

Öğrenciler ve öğretmenler arasında geçen diyalog, öğrencilerin analitik düzlem, sıralı ikililer ve fonksiyon bilgilerini tanıyıp kullanarak x^2 nin katsayısına göre parabolün kollarının yönü ve şekline ilişkin bilgilerini oluşturduklarını göstermektedir. Öğretmen, x^2 nin katsayısının pozitif/negatif olma durumu ve katsayının büyüklüğünde (Ö1, Ö2, Ö4, Ö6) paraboldeki değişimi geogebra appletleri üzerinde inceletmiş, E7 kodlu öğrenci, fonksiyon bilgisini (fonksiyonun x değişkenine karşın aldığı y değerleri) tanıyıp kullanarak parabolün kollarının yönü ve şekline ilişkin bilgiyi oluşturmuştur (E7-1, E7-2, E7-3).

Etkinlikte f(x-r) fonksiyonunda farklı r değerleri için grafikteki değişimi yorumlamaya imkân tanıyan Geogebra Applet 2 ekranı aşağıdaki gibidir:



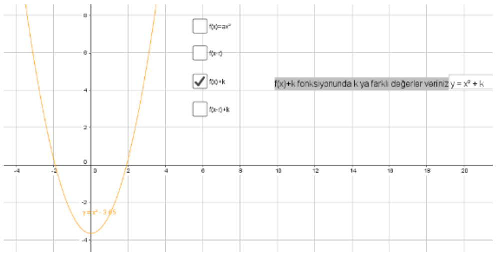
Devam eden diyalog aşağıda yer almaktadır:

Ö-9: $f(x) = x^2$ fonksiyonunu düşünün. $f(x) = (x-1)^2$ olsaydı grafikte nasıl bir değişim olurdu?

E1-1: x yerine değer versek, mesela f(x)=x^2 fonksiyonunda x yerine 0 versek y=0, 1 versek y=1, 2 versek y=1'dir. Ama ikinci verdiğiniz fonksiyonda x yerine 0 versek y=1, 1 versek y=0, 2 versek y yine 1 değerini aldı. Aslında fonksiyon x ekseni üzerinde kayıyor.
(Öğretmen geogebra appletinde r değerini değiştiriyor.)
Ö-10: r yerine 1 verelim $f(x) = (x-1)^2$ fonksiyonunda simetri ekseni nedir?
Öğrenciler: x=1
Ö-11: Tepe noktası?
Öğrenciler: x=1 noktası
Ö-12: Tepe noktasını (r,k) gibi ifade ediyorduk r=1 peki k'si nedir?
E1-2: Sıfırdır. (O halde) $(x-r)^2$ deki r tepe noktasının x değeri

Yukarıdaki diyalog öğrencilerin $f(x-r)$ olması durumunda paraboldeki değişimle ilgilidir. E1-1 diyalogu öğrencinin fonksiyonun x değişkenine karşı aldığı y değerleri ile ilgili fonksiyon bilgisini tanıyıp kullanarak $f(x-r)$ olduğu durumlarda fonksiyonun x ekseni üzerinde hareket ettiği bilgisini oluşturduğunu göstermektedir. Öğrenciler öğretmenin sorduğu, simetri ekseni ve tepe noktası sorularını doğru yanıtlamışlardır.

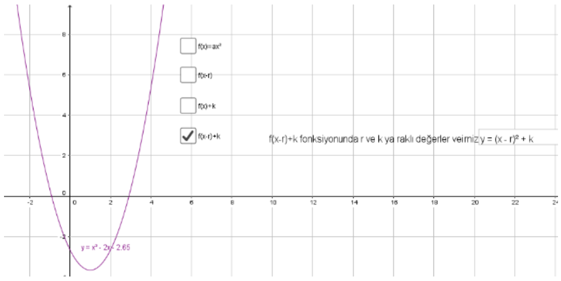
Etkinlikte $f(x)+k$ fonksiyonunda farklı k değerleri için grafikteki değişimi yorumlamaya imkân tanıyan Geogebra applet 2 ekranı aşağıdaki gibidir:



Ö-13: $f(x) = x^2$ fonksiyonuna 1 eklesek grafik parabol nasıl değişir?
(Öğretmen soruyu E8'e yöneltiyor)
E8-1: x 0 iken y 1, 1 olduğunda y 2 olacak. Yani fonksiyonun aldığı değerler 1 artıyor. Değişim miktarı aynı yani. Fonksiyon y ekseni üzerinde 1 ilerledi.
(Öğretmen applette k yerine 1 yazıyor ve değişimi gösteriyor.)
Ö-14: Simetri ekseni hakkında ne düşünüyorsun?
E8-2: Simetri ekseni x değeri ile ilgili değişmez yani x=0 doğrusu
Ö-15: (Peki) Tepe noktası?
E8-3: Tepe noktasının da x değeri değişmez ama y si 1 artar. (0,1) olur.
Ö-16: k değeri 2 olsaydı?
E8-4: Simetri ekseni aynı olurdu. Tepe noktası ise (0,2) olur.

$f(x) + k$ olduğunda grafikteki değişime ilişkin E8 fonksiyonun x değişkenine karşı aldığı y değerleri (E8-1) tanıyıp kullanmış $f(x) + k$ 'nın y ekseni üzerinde 1 br ilerlemesi gerektiği bilgisini oluşturmuştur. Ayrıca E8'in simetri ekseninin değişmeyeceğini (E8-2, E8-4) ve tepe noktasının ordinatının k'ya bağlı (E8-3, E8-4) doğru ifade etmesi, öğrencinin bu bilgilerini pekiştirdiğini göstermektedir.

Etkinlikte $f(x - r) + k$ fonksiyonunda farklı r ve k değerleri için grafikteki değişimi yorumlamaya imkân tanıyan Geogebra Applet 2 ekranı aşağıdaki gibidir:



Devam eden diyalog aşağıda yer almaktadır:

> Ö-17: $f(x - r)$ olduğunda parabol x ekseni üzerinde r kadar kayıyor, simetri ekseni x=r, f(x)+k olduğunda ise parabol y ekseni üzerinde k kadar kayıyor, simetri ekseni değişmiyor. Ama tepe noktasının ordinatı k kadar değişiyor. Peki fonksiyon $f(x - r) + k$ olduğunda simetri ekseni nedir?
> E4-1: Simetri ekseni x=r'dir.
> Ö-18: Tepe noktası nedir?
> E4-2: x değeri r olacak, y değeri ise k. (o halde) tepe noktası (r,k).

Her bir seçenekte örneklerle $f(x - r) + k$ genellemesine ulaşmayı amaçlayan etkinlikte, öğrencilerin tepe noktasının koordinatlarının $f(x)$ için (0,0); $f(x - r)$ için (r,0); $f(x) + k$ için (0,k) ve $f(x - r) + k$ için (r, k) olduğu bilgisini oluşturmalarının ardından öğretmen parabol denkleminin tepe noktası kullanılarak $y = a(x - r)^2 + k$ şeklinde de yazılabileceği ifade etmiştir.

Öğrencilerin parabolün grafiğinin çizimi, en büyük/en küçük değeri, simetri ekseni, tepe noktasının apsis ve ordinatlarının bulunması ile ilgili "Pekiştirelim" etkinliği öğrencilere ödev olarak verilmiştir. Öğrencilerin pekiştirelim etkinliğine ilişkin öğrenci yanıtlarının dağılımı aşağıdaki Tablo 1'de sunulmuştur.

Tablo 1. En büyük/en küçük değer ve simetri ekseni etkinliğine ilişkin öğrenci yanıtlarının dağılımı

Soru	Grafiği		En büyük/en küçük		Simetri Ekseni		R		k	
	D	Y	D	Y	D	Y	D	Y	D	Y
$y=x^2$	20	-	20	-	20	-	20	-	20	-
$y=2x^2$	20	-	20	-	20	-	20	-	20	-
$y=-x^2$	20	-	20	-	20	-	20	-	20	-
$y=-2x^2$	20	-	20	-	20	-	20	-	20	-
$y=(x+1)^2$	19	1	16	2	20	-	20	-	20	-
$y=(x-1)^2$	20	-	16	2	19	-	19	-	19	-
$y=(x+1)^2-2$	18	2	14	1	19	-	19	-	19	-
$y=(x+1)^2+2$	18	2	15	1	19	-	19	-	19	-
$y=(x-1)^2-2$	20	-	15	2	18	-	18	-	18	-
$y=(x-1)^2+2$	20	-	16	2	18	-	18	-	18	-
$y=-(x-1)^2+2$	20	-	14	1	18	-	18	-	18	-

Pekiştirelim etkinliğinden elde edilen bulgular öğrencilerin; x ve y ekseni üzerinde kaydırarak grafiği çizdiklerini, simetri ekseni ve tepe noktasının koordinatlarını doğru ifade ettiklerini göstermektedir. Diğer sorulara oranla öğrenci en sık yaptığı hata, en büyük-en küçük elemanın belirlenmesi ile ilgilidir. Yapılan hata, tepe noktasının apsisinin en büyük-en küçük eleman olduğunu düşünmeleridir. Etkinlik genelinde öğrencilerin büyük bir çoğunluğu soruyu doğru yanıtlamıştır. Bu durum etkinlik sonunda öğrencilerin a katsayısındaki değişimde parabolün kollarının yön değiştirdiği, bu durumun parabolün en büyük ve en küçük elemana sahip olmasını etkilediği bilgisini pekiştirdiklerini göstermektedir. Ayrıca simetri eksenin en büyük/en küçük elemanın geçtiği noktadan geçtiğini ve $y = a(x-r)^2 + k$ genel denkleminde simetri eksenin $x = r$ doğrusu, en küçük/en büyük elemanın değerinin k ve tepe noktasının koordinatlarının (r, k) olduğu bilgisini pekiştirmişlerdir.

"Etkinlik 3: Nasıl Bir Gösteri İzlersin?" Etkinliğinden Elde Edilen Bulgular

Zamana bağlı $f(x) = -x^2 + 8x - 12$ fonksiyonu ile modellenebilen bir havai fişek gösterisi ile ilgili bu etkinlik sonunda öğrencilerin parabolü çizme bilgisini oluşturması beklenmektedir.

Etkinlik öğrencilere dağıtıldıktan sonra öğretmen, $f(x) = -x^2 + 8x - 12$ fonksiyonun grafiğini nasıl çizebilirsiniz sorusunu yöneltiyor.

E2-1: Parabol ters çanak şeklinde çünkü x^2 nin katsayısı negatif.
Ö-1: Başka ne biliyoruz fonksiyon hakkında
E2-2: Fonksiyonun en büyük değeri var.
Ö-2: En büyük değeri nasıl bulurum?
E2-3: Tepe noktasını bulursam en büyük değeri de bulurum. Tepe noktası $-\frac{b}{2a}$. (o halde) 4'tür.
(Öğretmen tahtaya taslak bir şekil çiziyor.)

Ö-3: Eksenleri kesen noktaları nasıl bulabiliriz?
E2-4: Denklemi sıfıra eşitlersek denklemin köklerini bulabilirim.
…..
E2-5: (Öğrenci bir süre oturduğu yerde uğraştıktan sonra) (-x+2)(x-6)=0 denklemin köklerini 2 ve 6 olarak bulurum.

E2 kodlu öğrenci ve öğretmen arasında geçen diyalog, öğrencinin tepe noktası ile en büyük-en küçük değer arasında ilişkiyi, E2-3 diyalogu öğrencinin tepe noktası bilgisini daha önceki etkinliklerde oluşturduğunu göstermektedir. Öğrenci, bu bilgisini parabolün grafiğini çizme bilgisini oluştururken tanıyıp kullanmış, böylece tepe noktası bilgisini de pekiştirmiştir. Ayrıca parabolün grafiğini çizme bilgisini oluşturmak için eksenleri kesen noktalar (E2-4), çarpanlara ayırma ve ikinci dereceden denklemin kökleri (E2-5) bilgisini tanıyıp kullandığı görülmektedir.

Öğrenci bu etkinlik sırasında parabolün denkleminin köklerinden yola çıkarak parabolün grafiğini çizmiş, geogebra uygulamasında çizimlerini karşılaştırmıştır. Farklı yollardan parabolün grafiği çizilebilir mi? sorusuna gruplar, tepe noktası ve bir noktası bilinen doğru denkleminden yola çıkılarak da çizilebileceğini ifade etmesine rağmen denklemi $a(x-r)^2+k$ genel ifadesine dönüştürmekte zorlanmışlardır. Öğretmenin öğrenciler yardımcı olacak ipuçları aşağıda yer almaktadır:

Ö-4: Denklemi – parantezine aldıktan sonra $x^2 - 8x + 12$ ifadesi üzerinde tam kare ifade elde etmeye çalışın.
….
(Grup 1'e yönelerek)
Ö-5: Tam kare ifadeyi nasıl elde ettiniz?
E8-1: Ortadaki sayı önemli -8x birinci ve ikinci ifadenin çarpımının iki katı.
Ö-6: Birinci ifade derken (neyi kastediyorsun)?
E8-2: x li ifade bu denklemde x olduğu için 2. x. (-4) o halde ikinci ifade -4'ün karesi anlamına gelir. Tam kare ifade $(x-4)^2$ olacak.
Ö-7: $(x-4)^2$ açarsak, $x^2 - 8x + 16$ elde ederim ama bizim denklemimizde $x^2 - 8x + 12$
E8-3: Denkleme 4 eklemiş olduk o halde 4 çıkaracağız $(x-4)^2 - 4$
E1-1: Ama en başta eksi parantezine almıştık. (O halde) fonksiyonu $f(x) = -\,(x-4)^2 + 4$ haline geldi.
Ö-8: Bu ifade fonksiyonun farklı yazılmış hali. Bu ifadeye bakarak nasıl çizeceğiz grafiği?
E8-4: Daha önceki etkinlikte yaptığımız gibi $(x\text{-}4)^2$ olduğuna göre x ekseni üzerinde 4 birim ilerlemiş. +4 olduğu için de y ekseni üzerinde 4 birim ilerlemiş. x^2 nin katsayısı negatif olduğu için parabolün kolları aşağı bakacak.

Yukarıdaki diyalog, E8 kodlu öğrencinin $f(x) = a(x-r)^2 + k$ genel ifadesine ulaşmak için çarpanlara ayırma bilgisini tanıyıp kullandığını göstermektedir (E8-1, E8-2, E8-3). Öğrenci etkinlik 1'in devamında verilen pekiştirme etkinliği sayesinde $f(x) = a(x-r)^2 + k$ genel ifadesine bağlı olarak parabolün grafiğini çizme bilgisini oluşturduğunu göstermektedir. Bu etkinlik ile bilgilerini pekiştirmiştir. Öğretmen parabolün grafiğinin nasıl çizilebileceğini özetleyerek etkinliği sonlandırmıştır.

Öğrencilerin parabolün grafiğinin farklı yollardan çizimi ile ilgili "Pekiştirelim" etkinliği öğrencilere ödev olarak verilmiştir. Öğrencilerin pekiştirelim etkinliğine ilişkin öğrenci yanıtlarının dağılımı aşağıdaki Tablo 2'de sunulmuştur.

Tablo 2. Denklemi verilen parabolün grafiğini çizme etkinliğine ilişkin öğrenci yanıtlarının dağılımı

Fonksiyon	Doğru	Kısmen Doğru	Yanlış
$f(x)=4x^2-1$	19	-	1
$f(x)=3x^2-6x$	20	-	-
$f(x)=-x^2-2x+3$	20	-	-
$f(x)=2x^2-7x+5$	19	1	-

Pekiştirelim etkinliğinde grafiğini çizmek üzere öğrencilere dört fonksiyon verilmiştir. Tablo 2 öğrencilerin denklemi verilen parabolün grafiğini çizme bilgilerini oluşturduklarını göstermektedir. Öğrenciler, parabolün grafiğini çizmek için tepe noktası, eksenleri kesen noktalar, ikinci dereceden denklemlerin kökleri ve çarpanlara ayırma bilgilerini tanıyıp kullanmışlardır. Bu durum öğrencilerin bu bilgileri daha önceden oluşturduklarını, yeni bir bilginin oluşturulması sürecinde bu bilgileri tanıyıp kullanarak pekiştirdiğini göstermektedir.

"Etkinlik 4: Sen İnşa Et!" Etkinliğinden Elde Edilen Bulgular

Bu etkinlik ile parabolik bir köprüyü inşa etmek için eksenleri kesen noktalar yardımıyla parabol denklemini yazma bilgisi oluşturmak amaçlanmıştır. Ayrıca etkinlikte parabolün $y = x$ ve $y = -x$ doğrularına göre simetriğinin de bir parabol olduğunu fark ettirmek yoluyla birinci etkinlikte oluşturulan parabolün geometrik ve cebirsel temsili bilgisini pekiştirmeleri beklenmektedir. Sen İnşa Et! Etkinliğini öğrencilere dağıtıldıktan sonra öğretmen ve öğrenciler arasında geçen diyalog aşağıda yer almaktadır:

> Ö-1: Resimdeki köprünün grafiğine bakarak denklemi hakkında ne düşünüyorsunuz?
> K1-1: Kollar aşağı doğru, a'nın işareti (-) olmalı.
> Ö-2: Resimdeki şekil hakkında ne söylenebilir nasıl bir denklemi vardır?
> K1-2: İki kökü var
> E7-1: Genel hali $y = ax^2 + bx + c$
> Ö-3: (Peki) denklemi nasıl yazabiliriz?
> K1-3: x_1 ve x_2 köklerinden yararlanarak denklemi yazabiliriz.
> (Öğretmen öğrenciden açıklama yapmasını istiyor.)
> …

K1-4: Kökler toplamı $-\frac{b}{a}$, kökler çarpımı ise $\frac{c}{a}$ 'dır.
E2-1: Kökler toplamı 2, çarpımı ise -24. b ve c değişkenlerini de a cinsinden yerine yazalım.
(Öğrenci yerinde b yerine -2a, c yerine -24 yazarak denklemi
$y = ax^2 + (-2a)x + (-24a)$ yazıyor.)
K1-5: y eksenini kesen noktayı da biliyorum (0,1). Bu noktayı denklemde yerine yazabilirim. a'yı $-\frac{1}{24}$ olarak bulurum. O halde parabol denklemi y=f(x)= $-\frac{1}{24}x^2+\frac{1}{12}x+1$

Öğrenciler, ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin kökler toplamı ve çarpımı bilgisini tanıyıp kullanarak parabol denklemini yazma bilgisini oluşturmuşlardır (K1-1, K1-2, K1-3, K1-4, K1-5, E7-1, E2-1). Öğretmen, öğrencilerine parabol denklemini farklı yollardan da oluşturabileceklerini ifade etmiştir:

Ö-4: Parabolün denklemini yazarken başka bir yol kullanan var mı?
K3-1: Ben köklerden yararlandım. X eksenini kesen noktalar denklemin kökleri. Eksenleri kesen noktaları bulurken denklemi çarpanlarına ayırıp sıfıra eşitliyorduk. O halde tersten ilerleyelim. $(x-(-4))(x-6)$ yazabilirim.
Ö-5: (Yani) parabolün denklemini $y = (x+4)(x-6)$ mı?
K3-2: Denklemin önünde bir k katsayısı var. $y = k(x+4)(x-6)$ şeklinde.
Ö-6: k katsayısını nasıl buldun?
K3-3: (0,1) noktasını yerine yazarsak $-\frac{1}{24}$

Yukarıdaki diyalog öğrencinin x eksenini kesen noktalar ve bu değerler dışındaki bir değeri bilindiğinde parabol denkleminin yazımı bilgisini, çarpanlarına ayırma ve ikinci dereceden denklemlerin köklerini bulma bilgisini tanıyıp kullanarak oluşturduğunu göstermektedir (K3-1, K3-2, K3-3). Öğretmen yönlendirme-hatırlatma yapmasa da öğrenci kendi ön bilgileri ve öğretmenin desteği ile bilgiyi oluşturabilmiştir.

Çizilen grafiğin geogebra appletinde $y = x$ ve $y = -x$ doğrularına göre simetriği alındığında elde edilen ekran görüntüleri şekildeki gibidir:

Etkinlikte fonksiyonun simetriği önce çalışma kâğıtlarına yaptırılmış, daha sonra geogebra appletinde çizilen grafiğin $y = x$ ve $y = -x$ 'e göre simetriği alınarak fonksiyon olan ancak parabol olmayan durumlar kavratılmaya çalışılmıştır. Öğrenciler, fonksiyonun $y = x$ ve $y = -x$ doğrularına göre simetriği alındığında elde edilen şeklin parabol olduğunu belirleyebilmişlerdir. Bu durum öğrencilerin parabolün analitik incelenmesine ilişkin bilgilerini daha önce oluşturduğunu göstermektedir. Öğretmen elde edilen grafiklerin aynı zamanda fonksiyon olduğunu ifade ederek etkinliği bitirmiştir.

Köprünün ayakları sabit kalmak koşulu ile köprünün yüksekliğinin değişimin parabol denklemindeki hangi terimle ilgilidir? sorusuna ilişkin Grup 6 adına E2 kodlu öğrencinin açıklamaları aşağıda yer almaktadır:

> Köprünün yüksekliğinin değişmesi grafiği değiştirir. Sadece yüksekliğin değişmesi demek k değerinin değişmesi demektir. Tepe noktasının apsisi sabit kalmak koşulu ile ordinatı değişmiş olur. Fonksiyonun baş katsayısı da değişirse ayakları sabit kalmak koşulu ile grafiğin yüksekliği de değişmiş olur.

Öğrenci, tepe noktası bilgisi, tepe noktası ile yazılabilen parabolün genel ifadesine ilişkin bilgilerini tanıyıp kullanarak köprünün yüksekliğindeki değişimin a katsayısı ile ilgili olduğunun farkına varmıştır.

"Etkinlik 5: Hidayet Türkoğlu'nun İzinden Git" Etkinliğinden Elde Edilen Bulgular

Bu etkinlik ile Hidayet Türkoğlu'nun basket atışını ifade etmek için tepe noktası ve bir noktası bilinen parabolün denklemini yazma bilgisini oluşturmak hedeflenmektedir. Etkinlik öğrencilere dağıtıldıktan sonra resimdeki atışı incelemelerini isteyen öğretmen, öğrencilere bir müddet süre tanımıştır:

> Ö-1: Güzel atış. Peki Hidayet Türkoğlu'nun basketi atarken topun yerden yüksekliği nedir?
> K3-1: 2 metre. y eksenini kestiği noktadır.
> Ö-2: Atılan top ne zaman maksimum yüksekliğe ulaşır?
> K3-2: Maksimum yükseklik dediğine göre (resime bir daha göz gezdiriyor) 2.5 saniyede en fazla 3.5 metre yükselir.
> Ö-3: (O halde) Tepe noktasını T(2.5,3.5) yazabiliriz (değil mi)?
> Öğrenciler: Evet
> Ö-4: Hidayet Türkoğlu topu attıktan ne kadar sonra top potaya girmiştir
> (Öğrenciler soruyu anlamayınca öğretmen farklı bir şekilde yöneltiyor)
> Ö-5: Top kaç saniyede basket olmuştur?
> K1-1: x değerleri saniyeyi gösteriyor atıldığı anda 0, tam potaya girdiğinde 4. (O halde) 4 saniyede basket olmuştur.
> Ö-6: Bu basketi matematiğe dökebilir miyiz? Yani denklemini yazalım mı?

Diyalog, öğrencinin y eksenini kesen noktalar (K3-1), ayrıca tepe noktasını (K3-2) bilgisini tanıdığını göstermektedir. Sorularla adım adım tepe noktası ve başka bir noktası bilinen parabol denklemini yazma bilgisine ulaştırmayı hedefleyen öğretmen, gerekli ön bilgilerle ilgili sorular yöneltmiş, tepe noktası ve y eksenini kesen noktayı fark etmelerini sağlamıştır. Fıskiye ve Nasıl Bir Gösteri İzlersin? etkinliklerinde tepe noktasına bağlı olarak verilen $f(x) = a(x - r)^2 + k$ genel ifadesine bağlı grafik çizmeye yönelik çalışmalar gerçekleştirilirken; bu soruda grafikten yola çıkarak bahsedilen genel ifadeye ulaşması beklenmektedir. E3 kodlu öğrencinin parabol denkleminin yazımına ilişkin açıklamaları aşağıda yer almaktadır:

> Grafik x ekseni üzerinde 2,5 m pozitif yönlü ilerlemiş o halde $(x - 2{,}5)^2$. Ayrıca denklem y ekseni üzerinde 3,5 m pozitif yönlü ilerliyor. Denklem $(x - 2{,}5)^2 + 3{,}5$ olur. Parabolün kolları aşağı bakıyor o halde negatif bir katsayı var. Bu katsayı a olsun. $y = a(x - 2{,}5)^2 + 3{,}5$ denkleminde a'yı bulmak için yerine ......(düşünüyor) (0,2) noktasını yazarsam (öğrenci işlemleri gerçekleştiriyor) $a = -0{,}24$

Öğrencinin açıklamaları, onun tepe noktası, analitik düzlem ve ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemi sağlayan sıralı ikililere ilişkin bilgilerini kullanarak $y = -0{,}24(x - 2{,}5)^2 + 3{,}5$ parabol denklemini oluşturduğunu göstermektedir. E3 kodlu öğrencinin bu denklemi oluştururken izlediği yol Fıskiye ve Pekiştirelim: En büyük/en küçük değer ve simetri ekseni etkinliklerinde öğrencilerin sorularla cevaplamaları istenirken izlenilen yoldur. Bu durum öğrencinin parabolün x ve y ekseni üzerindeki hareketi ile grafiğin tepe noktası bilgilerini Fıskiye ve Pekiştirelim etkinliklerinde oluşturduklarını, Hidayet Türkoğlu'nun İzinden Git etkinliği ile ise pekiştirildiğini göstermektedir.

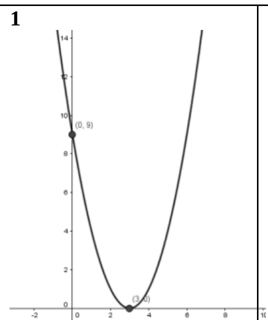
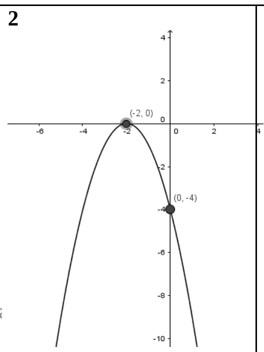
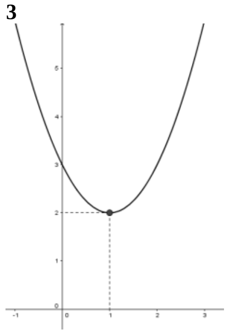
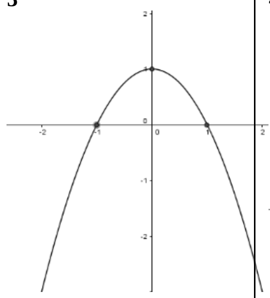
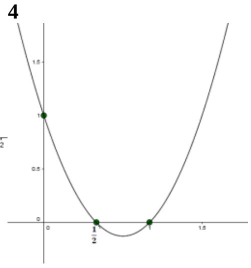
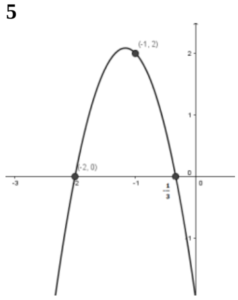
Etkinliğin son sorusu, Caner'in boyunun resimdeki atışı etkileyip etkilemeyeceği ile ilgilidir. Öğretmenin sorusuna ilişkin öğrenciler yorum yapmaktan kaçınmışlardır. Öğretmen E8'i soruya ilişkin konuşması için cesaretlendirmiştir.

> Ö-7: Farz edelim ki bu basketi Hidayet değil de Caner atacak. Caner'in boyu da daha kısa. Grafikte nasıl bir değişim olur ne değişir?
> E8-1: Topun atıldığı yükseklik değişir.
> Ö-8: Yani?
> E8-2: y eksenini kesen noktalar değişir.
> Ö-9: Eğer ifade $f(x) = ax^2 + bx + c$ genel ifadesiyle yazıldığını farz edelim. Hangi terim değişirdi.
> E7-1: Aslında yine y eksenini kesen nokta değişirdi. Yani c değeri.

Caner'in daha kısa boylu olmasının basket atışının grafiğinde neleri değiştirdiğine ilişkin E8 kodlu öğrenci parabol denkleminin $f(x) = a(x - r)^2 + k$ genel ifadesindeki k yani y eksenini kesen noktanın değişeceği (E8-1, E8-2), E7 kodlu öğrenci ise benzer şekilde y eksenini kesen noktaların diğer bir deyişle c değişkeninin değişeceğini (E7-1) ifade etmişlerdir. Sadece Caner'in boyuna odaklanan öğrenciler diğer değişkenler hakkında bir çıkarımda bulunamamıştır.

Parabolün denklemini yazma bilgisi ile ilgili "Pekiştirelim" etkinliği öğrencilere ödev olarak verilmiştir. Öğrenciler yanıtlarının değerlendirilmesinde aşağıdaki dereceli puanlama anahtarı kullanılmıştır. Pekiştirelim etkinliğine ilişkin öğrenci yanıtlarının dağılımı aşağıdaki Tablo 3'de sunulmuştur.

Tablo 3. Parabol denklemini yazma etkinliğine ilişkin öğrenci yanıtlarının dağılımı

Soru No:	**1** 	**2** 	**3** 
Doğru	20	20	20
Kısmen Doğru	-	-	-
Yanlış	-	-	-
Yanıtlanmayan	-	-	-
Soru No:	**3** 	**4** 	**5** 
Doğru	20	16	11
Kısmen Doğru	-	3	7
Yanlış	-	-	-
Yanıtlanmayan	-	1	2

Tablo 3'den görüldüğü gibi pekiştirelim etkinliğinde öğrencilere yöneltilen ilk dört soruya öğrencilerin tamamı doğru yanıt vermişlerdir. Öğrenci cevapları, verilen parabollerin denklemini yazmak için tepe noktası ile fonksiyon bilgilerini tanıyıp kullanarak $f(x) = a(x-r)^2 + k$ şeklindeki parabol denklemini oluşturduklarını göstermektedir. Bu durum öğrencilerin tepe noktası bilgilerini pekiştirdiğinin göstergesidir. Son iki soru da ise tepe noktasının değerinin belli olmaması nedeniyle, eksenleri kesen noktalardan yola çıkarak grafiği verilen parabolün denklemini oluşturmaları beklenmektedir. Beşinci soruda 16 öğrenci soruyu doğru yanıtlarken 3 öğrenci kısmen doğru yanıtlamış (işlem hatası) 1 öğrenci ise cevap vermekten kaçınmıştır. Altıncı soruya verilen yanıtların ise 11'i doğru, 7'si kısmen doğrudur. Bu durum öğrencilerin eksenleri kesen noktalardan yola çıkarak parabol denklemini yazabildiklerini göstermektedir.

"Etkinlik 6: Yunusun Dansı" Etkinliğinden Elde Edilen Bulgular

Bu etkinlik ile zamana bağlı yunusun yüksekliği veren fonksiyon ile yunusun ulaştığı a. metre ($f(x) = a$), ulaşabileceği maksimum yükseklik (tepe noktası), suyun dışında kaldığı süreyi ($f(x) = 0$) muhakeme ederek ulaşmaları beklenmektedir. Yunusun Dansı Etkinliğini öğrencilerine dağıttıktan sonra öğretmen ve E2 kodlu öğrenci arasında geçen diyalog aşağıda yer almaktadır:

> Ö-1: Yunusun denizden yüksekliği zamana bağlı $f(x) = -x^2 + 5x$ fonksiyonu ile modelleniyor. Yunus denizden 4 metre yüksekliğe hangi saniyede ulaşır?
> E2-1: (Buradaki) y metre o halde $f(x) = 4$ olmalı. $-x^2 + 5x = 4$
> Ö-2: Ulaştığın denklemin köklerini nasıl bulabiliriz?
> E2-2: Tüm değerleri aynı tarafta toplayıp çarpanlarına ayırabiliriz.
> .....
> E2-3: $(x-1)(x-4) = 0$ (o halde) denklemin kökleri $x_1 = 1$ ve $x_2 = 4$. Yani yunus denizden çıktıktan 1. ve 4. saniyelerde denizin 4m üstündedir.

E2 kodlu öğrenci ve öğretmen arasında geçen diyalog, öğrencinin soruyu doğru bir şekilde yorumlayabildiğini göstermektedir. Öğrenci fonksiyon ve çarpanlara ayırma bilgilerini tanıyıp kullanarak soruyu cevaplayabilmiştir. Sınıf içerisinde bir tartışma ve öğretmenin doğru cevaba ulaştırıcı ipuçları olmasa da öğrenci ön bilgileri yardımıyla soruyu doğru cevaplamıştır.

"Bu yunus su üzerinden maksimum kaç metre yükselmektedir?" sorusuna ilişkin öğrenciler ile öğretmen arasında geçen diyalog aşağıda yer almaktadır:

> K1-1: Maksimum yüksekliği soruyor. O halde tepe noktasını bulmalıyım. Fonksiyonun x eksenini kestiği noktaları bulayım. $x_1 = 0$ ve $x_2 = 5$.
> ....
> Ö-2: Kökleri niçin buldun?
> K1-2: Tepe noktası köklerin tam ortasında yer alıyor. O halde $\frac{5}{2}$. (Yani) Yunus 2,5 saniyede maksimum yüksekliğe ulaşmıştır.
> Ö-3: Bu yükseklik nedir?
> K1-3: Fonksiyonda yerine yazarım. $f(\frac{5}{2}) = \frac{25}{4}$ m
> (Öğretmen soruyu E5'e yöneltiyor)
> Ö-4: Sen ne düşünüyorsun?
> E5-1: Bende aynı sonuca ulaştım ama tepe noktasını $-\frac{b}{2a}$ 'dan buldum. Bulduğum değeri fonksiyonda yerine yazdım.

Yukarıdaki diyalog, öğrencilerin sorunun çözümüne ulaşmak için tepe noktasını doğru bir şekilde yorumlayabildiklerini göstermektedir. K1 kodlu öğrenci tepe noktasını bulurken bir doğru parçasında orta nokta bulma (K1-2) ve fonksiyon (K1-3) bilgilerini, E5 kodlu öğrenci ise ikinci dereceden denklemlerin kökler toplamı bilgisini ve fonksiyon (E5-1) bilgilerini tanıyıp kullanmıştır. Bu durum bireylerin bilgiye doğru bir şekilde ulaşsa da stratejilerinin farklı olabileceğini, bu stratejinin ise bireylerin ön bilgileriyle ilgili olduğunu yani bireye özgü olabileceğini göstermektedir. Öğrenme öğretme ortamlarında her bireyin bilgiyi nasıl oluşturduğunu ortaya çıkarmada öğrencilere açık uçlu sorular yöneltmek ve öğrencilerin sorulara ilişkin çözümlerini açıklamalarını istemek önem taşımaktadır.

Öğretmen etkinliğin son sorusu olan "Yunus suyun dışında kaç saniye kalır?" sorusunu öğrencilere yöneltiyor:

> E8-1: Az önce bulduğumuz denklemin kökleri fonksiyonun x ekseni kestiği noktalar.
> Ö-5: x eksenin kesen noktalar bu soruda ne anlam ifade ediyor?
> E8-2: Ekseni kesen noktalar $(0,0)$ ve $(5,0)$ noktaları x değerleri 0 ve 5 yani 0. ve 5. saniye ama y değerleri sıfır bu da yüksekliğin sıfır olduğu değerler. Yükseklik yunusun denizden ilk çıktığı ve deniz düştüğü anda sıfırdır. O halde 5 saniye dışarıda kalmış.

Öğrenci (E8) soruya ilişkin $f(x) = 0$ olmalı şeklinde bir formalizasyon yapmasa da ikinci dereceden denklemlerin kökleri, x eksenini kesen noktalar (E8-1) ve sıralı ikililer (E8-2) bilgisini tanıyıp kullanarak çözüme ulaşmıştır. Öğrencilerin bilgiyi ulaşmaları için matematik bilgisine ihtiyaç vardır. Ancak formulize edilmiş matematiği kullanmaktan ziyade akıl yürüterek istenileni ve ön bilgileri yorumlayabilmek ve yeni oluşturulacak bilgi veya problem çözmek için bu bilgileri kullanmak önemlidir. Yukarıdaki diyalog matematiğin sayılar, formül ve teoremlerden ibaret olmadığını göstermektedir.

"Pekiştirme Etkinliği: Denizlerin Dibini Keşfedelim" öğrencilere ödev olarak verilmiştir. Öğrenciler yanıtlarının değerlendirilmesinde aşağıdaki dereceli puanlama anahtarı kullanılmıştır. Pekiştirelim etkinliğine ilişkin öğrenci yanıtlarının dağılımı aşağıdaki Tablo 4'de sunulmuştur.

Tablo 4. Denizlerin dibini keşfedelim etkinliğine ilişkin öğrenci yanıtlarının dağılımı

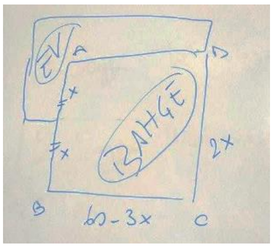
Soru:	Öğrenci Yanıtları			
 Bir dalgıcın su altındaki hareketi zamana bağlı olarak $f(x)=\frac{1}{25}x^2-x$ fonksiyonu ile modellenebilmektedir. (x saniye) Buna göre;	Doğru yanıtlayan kişi sayısı	Kısmen doğru yanıtlayan kişi sayısı	Yanlış yanıtlayan kişi sayısı	Yanıtlamayan kişi sayısı
a) Dalgıç hangi saniyelerde suyun 4 metre altındadır?	8	12	-	-
b) Dalgıcın dalabileceği maksimum derinlik suyun kaç metre altındadır?	17	3	-	-
c) Dalgıç suda kaç saniye kalır?	20	-	-	-

Tablo 4 öğrencilerin dalgıcın suyun 4m altında hangi saniyelerde olacağı sorusuna 8 öğrenci doğru yanıt verirken, 12 öğrencinin kısmen doğru yanıtladığını göstermektedir. Yunusun Dansı etkinliğinin a seçeneğinin pekiştirilmesi amaçlı bu soruda öğrencilerin $f(x)=4$ ifadesine ulaşarak çarpanlarına ayırma bilgisini kullanması beklenmektedir. $f(x)=4$ olması gerektiğini fark eden ancak denklemi çarpanlarına ayıramayan öğrencilerin yanıtları kısmen doğru olarak kabul edilmiştir. Denklemin köklerinin köklü ifade çıkması, öğrencilerin çarpanlara ayırmada zorluk yaşamalarına sebep olmuştur. b seçeneğindeki tepe noktası bilgisini pekiştirmek amaçlı soruya ilişkin 17 öğrenci doğru yanıt verirken, 3 öğrenci kısmen doğu yanıt vermiştir. Bu durum öğrencilerin tepe noktası bilgilerini pekiştirdiğini göstermektedir. Ayrıca $f(x)=0$ denkleminin çözülmesiyle elde edilecek olan köklerin dalgıcın suda kaldığı süre olduğu bilgisi öğrencilerin tamamı tarafından oluşturulmuş ve pekiştirilmiştir.

"Etkinlik 7: Evimizin Alanını Bulalım" Etkinliğinden Elde Edilen Bulgular

Bu etkinlik ile bahçenin maksimum alanı ve bu alanın maksimum olması için bahçenin boyutlarının ne olacağının, tepe noktası bilgisini kullanarak ulaşmaları beklenmektedir. Etkinlik öğrencilere dağıtıldıktan sonra öğretmen ve öğrenciler arasında geçen diyalog aşağıda yer almaktadır:

> Ö-1: Resimde size verilen bahçenin alanını nedir?
> (Öğrenci K1 tahtaya aşağıdaki şekli çiziyor ve dikdörtgen şeklindeki bahçenin kenarlarına değişken atıyor)



K1-1: AB kenarı 2x ise CD de 2x olacak. Bahçe dikdörtgen olduğu için karşı kenarlar birbirine eşit. Bahçenin etrafına çekilen tel 60 m olduğuna göre BC kenarına $60 - 3x$ olmalı.
Ö-2: Alanı nedir bahçenin?
K1-2: Alan=2x(60-3x)=120x-6x^2
Ö-3: Alanın maksimum olması için bahçenin kenar uzunlukları ne olmalıdır?
K1-3: Alanın en büyük olması için kenar uzunluğu da en büyük olmalı. En büyük kenar uzunluğunu tepe noktasını bulursam elde ederim.
Ö-4: Bu fonksiyon için tepe noktası nedir?
K1-4: $-\frac{b}{2a} = \frac{-120}{-12} = 10$ bahçenin alanının maksimum olması için x=10 olmalıdır.
Ö-5: Maksimum alan nedir?
K1-5: Bu değeri A=120x-6x^2 fonksiyonunda yerine yazarsak bahçenin maksimum alanını elde ederim. A=600 m^2
Ö-6: Elde ettiğin değer aslında tepe noktası değil mi? T(10,600) o halde tepe noktasının apsisi 10, ordinatı 600.

K1 kodlu öğrenci ile öğretmen arasında geçen diyalogdan görülebileceği gibi öğrenci dikdörtgenin alanı bilgisini tanıyıp kullanarak $A = 120x - 6x^2$ fonksiyonuna ulaşmıştır (K1-1, K1-2). Alanının maksimum olabilmesi için kenar uzunluğunun en büyük olması gerektiğinin farkına varan öğrenci, en büyük kenar uzunluğunun, tepe noktası ile bulunduğunda elde edildiğini ifade etmiştir (K1-3). Öğrenci tepe noktasının apsisi bilgisini tanıyıp kullanarak en uzun kenar (K1-4) ve fonksiyon bilisini tanıyıp kullanarak maksimum alanı elde etmiştir (K1-5). Etkinliğin sonunda öğretmen tepe noktası $T(r, k)$'nın noktasının apsisi (r) alanın maksimum olması için x'in alabileceği değeri, ordinatı (k) bahçenin alanını gösterdiğini kendisi açıklamıştır.

Tartışma ve Sonuç

Teknoloji destekli öğrenme ortamlarında lise öğrencilerinin parabol bilgisini soyutlama süreçlerinin incelendiği bu çalışmada elde edilen sonuçlar, yapılandırmacı öğrenme kuramına uygun teknoloji destekli öğrenme ortamlarının öğrencilerin bilgiyi oluşturmalarını ve pekiştirmelerini kolaylaştırdığını göstermektedir. Yapılandırmacı yaklaşıma uygun hazırlanan teknoloji destekli öğretimin, öğrenmeye olumlu etkisi olduğuna dair elde edilen bu bulgu, literatürdeki diğer çalışmaların sonuçlarını destekler niteliktedir (Buran, 2005; Çekbaş, Yakar, Yıldırım ve Savran, 2003; Kutzler, 2000;

Olkun ve Altun, 2003; Özdemir vd., 2002). Teknoloji sadece bilgiyi oluşturma sürecine değil, aynı zamanda öğrencilerin parabolün farklı temsil biçimleri arasındaki farka kendilerinin ulaşmasına da imkan sağlamıştır. Çoklu temsiller üzerine yapılan çalışmalar, temsiller arasındaki geçişlerle temsiller arası bağların kuvvetlendiğini ve dolayısıyla fonksiyonların kavramsal olarak öğrenilmesine önemli katkılarda bulunduğunu ifade etmektedirler (Confrey, 1994; Brenner vd., 1997; Kaput, 1992; Leinhardt, Stein ve Zaslavsky, 1990; Keller ve Hirsch, 1998; Özgün-Koca, 2004). Ancak bu geçişin yapılabilmesi farklı temsil biçimlerinin eş zamanlı ilişkilendirilip kavranması ile ilgilidir (Gürbüz ve Birgin, 2008). Bu nedenle parabolün analitik incelenmesinin 12. sınıfta ele alınması nedeniyle farklı temsillerin ihmal edilmesi kavramsal ve işlemsel bilgi arasındaki dengeyi olumsuz etkilemektedir.

Öğretim programında fonksiyonların temsil biçimlerinin farklı düzeylerde verilmesinin yanı sıra, formül ve ilişkilerin olduğu gibi verildiği geleneksel öğrenme yaklaşımının da benimsenmesi çoklu temsiller arasında geçiş yapılmasını olumsuz etkilemektedir (Gürbüz ve Birgin, 2008). Nitekim Kabaca vd. (2011) çalışması da matematiğin doğal gelişim sürecinde geometrik yapısı ile tanıştığımız parabol kavramının matematiğin teorik bir görünüm kazanmasıyla cebirsel olarak temsil edilmeye başlandığını ve geometrik temsili ile cebirsel temsili arasındaki ilişkinin ihmal edildiğini göstermektedir. Teknoloji destekli öğrenme ortamlarında öğrencilerin parabolün geometrik yeri bilgisini de oluşturması, teknolojinin çoklu temsillerin algılanmasındaki yararını gözler önüne sermektedir. Bu bulgu Özgün-Koca (2004) çalışmasının sonuçlarını destekler niteliktedir. Özellikle teknolojik materyaller ile hem teknolojinin içinde doğmuş olan öğrencilerin ilgisini çekmekte hem de farklı örnekler üzerinden genellemeye vararak bilgiye ulaşmalarını kolaylaştırmaktadır. Buran (2005) çalışması da teknoloji destekli öğretimin derse katılımı artırdığı sonucuna ulaşmıştır. Teknoloji destekli öğrenme ortamları, öğrencilerin parabolün cebirsel ve geometrik temsili arasında ilişkiyi fark etmelerini, parabolün tepe noktası-en büyük/en küçük değer bilgilerini, denklemi verilen parabolü çizme ve grafiği verilen parabolün denklemini yazma bilgilerini kendilerinin keşfetmeleri yoluyla oluşturmalarını kolaylaştırdığını göstermektedir. Öğrencilerin farklı örnekler üzerinden genellemeye varmalarına imkân tanıyan buluş yoluyla öğrenme öğrencilerin bilgiyi oluşturma süreçlerini olumlu yönde etkilemektedir (Bkz. Farklılık Ne Etkinliği, Ö7, E1-3, Ö8, E4-2, Ö9, E4-3, Ö10, K1-3, Ö11, K1-4, Ö12, K1-5 diyalogları). Kılıç (2001) de öğrencilerin bilgiyi yapılandırmasında buluş yoluyla öğrenmenin etkili olduğunu ifade etmektedir.

Yapılandırmacı yaklaşım ışığında hazırlanan teknoloji destekli dersin uygulanması sırasında öğrenci grubunun öncelikle küçük gruplar halinde tartışmaları daha sonra tüm sınıf tartışmalarıyla bulduklarını tartışmaları sağlanmaya çalışılmıştır (Bknz: Fıskiye Etkinliği). Köse Tunalı (2010) ve Ayanoğlu (2012) çalışmaları bilginin oluşturulması sürecinde grup çalışmalarının etkili olduğunu vurgulamaktadır. Monroy (2013) bilginin oluşturulmasını kolaylaştırdığı ve küçük gruplarda ön görülemeyen durumların, tüm sınıf etkileşimi sırasında fark edilebilmesi gibi yararları için önerdiği bu küçük grup ve büyük grup tartışması tekniğinin birlikte kullanımı, bu araştırmada etkinlikler ilerledikçe büyük sınıf tartışmaları ve öğretmen-öğrenci arasındaki soru cevap tekniğine dönüşmüştür. Açıkgöz (2011) grup çalışmalarında bireylerin üstüne düşen görevleri aldıktan sonra bireysel çalışmaya döndüğünü ifade etmekte, bu durumun en önemli sebebinin ise her grupla çalışmanın işbirlikli öğrenme sanıldığı, ancak grup çalışmaları doğru yapılandırılmadığında işbirlikli öğrenmeye dönüşmediği bu nedenle işbirlikli öğrenmenin avantajlarından yararlanılamadığı olarak belirtmektedir. Açıkgöz (2011) çalışması, işbirlikli öğrenmenin etkili bir şekilde kullanılamadığı, uygulamalarda grup çalışmasıyla sınırlı kalınması nedeniyle öğrencilerin bireyselliğe dönüşmesinin nedenini açıklamaktadır. En etkili yöntemler bile onu iyi kullanmayan bir öğretmenin uygulamaları sonucu olumsuz sonuçlar doğurabilir. Çünkü öğretim yönteminin etkililiği öğretmenin onu kullanma becerisine bağlıdır (Taşpınar, 2007). Teknoloji destekli öğrenme ortamlarının uygulanmasında öğretmen, küçük grup tartışmalarında her öğrencinin katılımını sağlamak amacıyla her öğrencinin kendisini ifade etmesini istemesine rağmen öğrenciler katılma konusunda istekli davranmamışlardır. Bu durum sınıf içerisinde öğrenme ortamının düzenlenmesinde öğretmene önemli görevler düşse de sınıf içerisinde istenilen yaklaşım/strateji/yöntem/tekniğin verimli bir şekilde kullanılmasında öğrencilerin bu konudaki isteğinin de etkili olduğunun göstergesidir. Taşpınar (2007) iki farklı sınıfta aynı derse giren bir öğretmenin kullandığı yöntemde bir sınıfta sorun yaşamazken diğerinde yaşayabileceğini bu nedenle, öğretim yöntemlerinin seçiminde öğrencilerin kişiliğini de etkili olduğunu ortaya koymaktadır.

Hazırlanan öğrenme ortamlarında her etkinliğin ardından pekiştirme etkinliklerine yer verilmiştir. Pekiştirme etkinlikleri, öğrencilerin yeni oluşturdukları bilginin kalıcılığını artırmış, oluşturdukları bilgileri yeni durumlara transfer etmelerini kolaylaştırmıştır. Yeni yapıların oluşumu sırasında daha önceden oluşturulan ön yapıların kullanılması, bu yapıların pekişmesine imkân sağlamaktadır. Bu nedenle pekiştirme eylemini, bilgiyi oluşturma sürecinin diğer epistemik eylemlerden ayırmak güçtür (Altun ve Yılmaz, 2010). Oluşturulan yeni yapıların kırılgan oluşu (Dreyfus, 2007), edinilmiş yapının onu da kapsayan başka bir yapı oluşturma sırasında kullanılması, yapıların üzerinde yoğun bir şekilde düşünme ve yapıya, başka bir problemin çözümünde ihtiyaç duyma ve başka bir yapının oluşturulması sırasında kullanma (Dreyfus vd., 2006) ile pekiştirileceği düşünülerek, öğrenmede pekiştirme etkinliklerine yer verilmesi gerektiği söylenebilir. Monaghan ve Özmantar (2006)'ya göre oluşturulan yeni yapılar ancak pekiştirilirse birey için yeni bir bilgi olarak nitelendirilmektedir.

Teknoloji destekli öğrenme ortamları öğrencilere yöneltilen akıl yürütme, modelleme ve problem çözme becerileri gerektiren problemler, öğrencileri düşünmeye sevk etmektedir. Öğrenciler bu düşünme süreçlerinde öğretmenin ön bilgileri hatırlatıcı ipuçları, ön bilgilerinden hareketle yeni bilgileri oluşturacak şekilde etkinlikler düzenlemesi sayesinde bilgiyi oluşturmuşlarıdır. Dreyfus vd. (2001) ve Dreyfus (2007) çalışmaları bilginin oluşturulması aşamasında tanıdık yapıların kullanıldığı kullanma epistemik eyleminin problem çözmeyle karşı karşıya olduklarında ortaya çıktığını ifade etmektedir. Ön bilgilerden hareket edilmesi yada ön bilgileri hatırlatıcı ipuçları tanıma eylemindeki eski bilgi ve yeni bilginin ilişkilendirmesini (Dreyfus, 2007; Hershkowitz vd., 2001) diğer bir deyişle öğrencilerin bilgiyi oluşturma sürecini tetikleyecektir.

Öğrenciler problem çözme süreçlerinde formülüze etmeden önce önceden oluşturduğu bilgileri tanıyıp kullanarak, bu bilgiler ve yeni bilgi arasında ilişki kurmaya çalışmaktadır (Bkz. Yunusun Dansı etkinliği, E8-1, Ö5, E8-2 diyalogları). Hershkowitz vd. (2001)'e göre soyutlama önceden edinilmiş matematiksel bilgilerin yeni bir yapı olmak oluşturmak üzere dikey olarak yeniden organize etme, yani dikey matematikleştirme gerektirmektedir. Ancak dikey matematikleştirmeden önce kavramlar altında yatan anlamların sayılar, formüller ve teoremlerden bağımsız olarak yorumlanabilmesi gerekmektedir. Bu gereklilik öğrencilerin ön bilgileri ile yeni bilgiler arasındaki ilişkilerin kurulması ihtiyacını da beraberinde getirmektedir. Bu nedenle bilginin oluşturulması sürecinde öğrenci öncelikte ön şart konumundaki kavramlara hâkim olmalıdır. Nitekim tanıma eylemi, bilinen yapıların ilgilenilen problemle ilişkisi fark edildiğinde ortaya çıkmaktadır (Dreyfus, 2007; Hershkowitz vd., 2001). Öğrencilerin hazırbulunuşluğu yeterli olmadığında dışarıdan desteği de (öğretmen ya da akran desteği) bilgiyi oluşturmak için yetersiz kalmaktadır.

Uygulamalar süresince diyaloglara katılan öğrenciler E1, E2, E3, E4, E5, E6, E7, E8, K1, K2, K3 ile kodlanan öğrencilerdir. Diğer dokuz öğrenci ise sınıf içerisindeki etkinliklerde diyaloglara katılmamıştır. Bu durum bilgiyi oluşturma süreçlerinin gözlenmesini zorlaştırmaktadır. Kobak-Demir ve Gür (2019)'ün çalışması elde edilen sonuçları destekler niteliktedir. Araştırmacılar sınıf içerisindeki diyaloglar olmadığında öğrencilerin bilgiyi oluşturma süreçlerinin gözlenemediği sonucuna ulaşmışlardır. Benzer şekilde Dooley (2012) çalışması, uygulamalara katılan öğrencilerden sadece beş öğrenicinin bilgiyi oluşturma ve pekiştirme süreçlerinin analiz edilebildiğini göstermektedir. Bilgiyi oluşturma doğrudan gözlenebilen bir süreç olmadığından (Dreyfus, 2007) sınıf içi diyaloglar, öğrencinin bilgiyi oluşturma süreçleri hakkında bilgi sahibi olmak ve öğretmenin bu sürece nasıl rehberlik ettiğinin incelenebilmesi (Schwarz, Dreyfus, Hadas ve Hershkowitz, 2004) açısından önem taşımaktadır. Ancak diyaloglara katılmaya öğrencilerin derse katılmadıkları söylenemez. Nitekim pekiştirme etkinliklerinin sonuçları, aktif olarak diyaloglara katılmasalar da bilgiyi oluşturduklarını düşündürmektedir. Öğrencilerin dışarıdan gözlenemeden de derse katılabileceğini ifade eden Güvenç (2015) örtük katılım olarak ifade ettiği bu katılım türünde, öğrencilerin dinlemesini ve öğretmenin sorduğu sorularda düşünmesini de öğrencinin etkin katılımı içerisinde değerlendirmektedir. Diyaloglara katılmayan öğrencilerin bilgiyi oluşturma süreçlerinin RBC+C modeli çerçevesinde kısmen incelenebilmesi çalışma ve referans alınan model açısından bir sınırlılık olarak ele alınabilir.

Bu çalışmada teknoloji destekli yapılandırmacı yaklaşım ışığında hazırlan öğrenme ortamlarında öğrencilerin parabol bilgisini oluşturabildikleri ve pekiştirebildikleri görülmüştür. Ders modelini uygulamak isteyen uygulayıcılar, öğrencilerinin seviyelerine göre etkinliklerden seçerek uygulayabilirler. Araştırmalarda belirli bir odak grup üzerinde (özellikle akademik başarısı yüksek) odaklanılarak yapılmaktadır. Oysa akademik başarı klasik testlerle ölçülmekte başarısız olarak nitelendirilen öğrencilerin kısmen oluşturduğu bilgiler göz önüne alınmamaktadır. Yapılacak çalışmalarda her bireyin bilgiyi oluşturma süreçlerinin izlenmesi literatüre önemli katkılar sağlayacaktır. Bu çalışma parabol kavramının oluşturulması süreçlerinin izlenmesi ile ilgilidir. Bilgiyi oluşturma süreçleri ile ilgili RBC+C modeli her ne kadar ilgili literatürde matematik konularına uygulanmış olsa da diğer disiplinlerde de kullanarak öğrencilerin bu derslerdeki bilgiyi oluşturma süreçleri izlenebilir.

Not

Bu çalışma birinci yazarın doktora tezinden üretilmiştir. Çalışmada etik ilkeler çercevesinde çalışmanın ilgili okulda öğrenim gören öğrenciler ve öğretmeni ile yürütülebilmesi için gerekli izinler Balıkesir Valiliği İl Milli Eğitim Müdürlüğü'nden Sayı: 99191664-605.01-E.94924 numarası ile alınmıştır. Öğrencilerin ve katılan öğretmenin gönüllü katılımı esas alınmış olup, kişilik hakları ve öznel bilgileri korunmuştur. Çalışmada katılımcıların fiziksel ve ruhsal sağlığını tehdit edici herhangi bir uygulama gerçekleştirilmemiştir.

Kaynaklar

Açıkgöz, K. Ü. (2009). *Etkili öğrenme ve öğretme* (8. baskı). İzmir: Biliş Yayıncılık.

Açıkgöz, K. Ü. (2011). *Aktif öğrenme*. İzmir: Biliş Yayıncılık.

Altun, M. ve Yılmaz, A. (2010). Lise öğrencilerinin parçalı fonksiyon bilgisini oluşturma ve pekiştirme süreci. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 23*(1), 311-337.

Altun, M. (2014). *Liselerde matematik öğretimi* (6. Baskı). Bursa: Aktüel Yayınevi.

Ayanoğlu, P. (2012). *7. sınıf öğrencilerinin birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem ve eşitsizlik grafiği bilgisi oluşturma süreçleri* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Kastamonu Üniversitesi, Kastamonu.

Ayvacı, H. Ş. ve Er-Nas, S. (2009). Öğretmen kılavuz kitaplarının yapılandırmacı kurama göre öğretmen görüşlerine dayalı olarak değerlendirilmesi, *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi, 3*(2), 212-225.

Baki A. (2006). *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi* (3. baskı). Trabzon: Derya Kitabevi.

Bayazıt, İ. (2008). Fonksiyonlar konusunun öğreniminde karşılaşılan zorluklar ve çözüm önerileri. M. F. Özmantar, E. Bingölbali ve H. Akkoç (Haz.), *Matematiksel kavram yanılgıları ve çözüm önerileri* (s. 91-116). Ankara: Pegem Akademi Yayınları.

Bikner-Ahsbahs, A. (2004). Towards the emergence of constructing mathematical meanings. M. J. Hoines ve A. B. Fuglestad (Haz.), *Proceedings of the 28th conference of the international group for the pychology of mathematics education* (Cilt. 2, s. 119-126). Bergen, Norway: International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME).

Brenner, M. E., Mayer, R. E., Moseley, B., Brar, T., Duran, R., Reed, B. S. ve Webb, D. (1997). Learning by understanding: The role of multiple representations in learning algebra. *American Educational Research Journal, 34*(4), 663-689.

Buran, E. (2005). *İkinci dereceden denklemler ve fonksiyonların grafiklerinin problem durumları ile öğretilmesinde teknoloji destekli ve geleneksel yöntemlerin etkililiği* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Bolu.

Confrey, J. (1994). Six approaches to transformation of function using multirepresentational software. *Proceedings of the 18th conference of the international group for the psychology of mathematics education*. University of Lisbon, Portugal.

Çekbaş, Y., Yakar, H., Yıldırım B. ve Savran, A. (2003). Bilgisayar destekli eğitimin öğrenciler üzerine etkileri, *The Turkish Online Journal of Educational Technology – TOJET, 2*(4), 76-78.

Dooley, T. (2012). Constructing and consolidating mathematical entities in the context of whole-class discussion. J. Dindyal, L. P. Cheng ve S. F. Ng (Haz.), *Mathematics education: Expanding horizons*, Proceedings of the 35th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia (s. 234- 241). Singapore: MERGA.

Dreyfus, T. (2007). Processes of abstraction in context the nested epistemic actions model. 12 Kasım 2014 tarihinde http://cresmet.asu.edu/news/i2/dreyfus.pdf adresinden alınmıştır.

Dreyfus, T., Hershkowitz, R., ve Schwarz, B. (2001). Abstraction in context II: The case of peer interaction. *Cognitive Science Quarterly, 1*(3), 307-368.

Dreyfus, T., Hadas, N., Hershkowitz R. ve Schwarz B. B. (2006). Mechanisms for consolidating knowledge constructs. J. Novotná, H. Moraová, M. Krátká, ve N. Stehliková (Haz.), *Proceedings of the 30th conference of the international group for psychology of mathematics education* (Cilt 2, s. 465-472). Prague, Czech Republic: Charles University Faculty of Education.

Eisenberg, T. ve Dreyfus, T. (1994). On understanding how students learn to visualize functions and transformations. E. Dubinsky, A. Schoenfeld ve J. Kaput (Haz.), *Research in collegiate mathematics* I (s. 45 - 68). Providence, RI: American Mathematical Society.

Ekiz, D. (2009). *Eğitimde araştırma yöntem ve metodlarına giriş: Nitel, nicel ve eleştirel kuram metodolojileri* (2. Baskı). Ankara: Anı Yayıncılık.

Ersoy, A. (2011). Öykünüzü keşfetmek: Veri analizi. A. Ersoy ve P. Yalçınoğlu (Çev. Haz.) *Nitel Araştırmaya Giriş (2. Baskı,* s. 255-300). Ankara: Anı Yayıncılık. (Glesne, C., Becoming Qualitative Researchers).

Gürbüz, R. ve Birgin, O. (2008). Farklı öğrenim seviyesindeki öğrencilerin rasyonel sayıların farklı gösterim şekilleriyle işlem yapma becerilerinin karşılaştırılması, *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 1*(2), 85-94.

Güvenç, H. (2015). Etkin katılım ölçeği geliştirme ve uyarlama çalışması. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi (KEFAD), 16* (1), 255-267.

Hershkowitz, R., Schwarz, B. ve Dreyfus, T. (2001). Abstraction in contexts: Epistemic actions, *Journal for Research in Mathematics Education, 32*(2), 195-222.

Johnson, B. ve Christensen, B. (2014). *Eğitim araştırmaları nicel, nitel ve karma yaklaşımlar*. S. B. Demir (Çev. Haz.) Ankara: Eğiten Kitap.

Kabaca, T. (2016). Matematik eğitiminde teknoloji kullanımına dair teorik yaklaşımlar. E. Bingölbali, S. Arslan ve İ. Ö. Zembat (Haz.), *Matematik eğitiminde teoriler* (s. 819,838). Ankara: Pegem Akademi.

Kabaca, T., Çontay, E. G. ve İymen, E. (2011). Dinamik matematik yazılımı ile geometrik temsilden cebirsel temsile: Parabol kavramı. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 30,* 101-110.

Kaput, J. J. (1992). *Technology and mathematics education*. D. A. Grouws (Haz.), *NCTM handbook of research on mathematics teaching and learning*, 515-556.

Keller, B. A. ve Hirsch, C. R. (1998). Student preferences for representations of functions. *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology, 29*(1), 1-17.

Kılıç, G. B. (2001). Oluşturmacı fen öğretimi. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri, 1,* 8-22.

Kobak Demir, M. (2017). *Matematik öğretmenlerinin öğrencilerin bilgiyi yapılandırma sürecindeki rolünün incelenmesi* (Yayınlanmamış doktora tezi). Balıkesir Üniversitesi, Balıkesir.

Kobak-Demir M. ve Gür, H. (2019). Lise öğrencilerinin parabol bilgisini oluşturma süreçlerinde öğretmen etkisi. *Kuramsal Eğitim Bilim Dergisi, 12*(1), 151-184.

Köse Tunalı, Ö. (2010). *Açı kavramının gerçekçi matematik öğretimi ve yapılandırmacı kurama göre öğretiminin karşılaştırılması* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Uludağ Üniversitesi, Bursa.

Kutluca, T. ve Baki, A. (2013) İkinci dereceden fonksiyonlar konusunda geliştirilen çalışma yaprakları hakkında öğrenci görüşlerinin değerlendirilmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 28*(3), 319-331.

Kutzler, B. (2000). *The algebraic calculator as a pedagogical tool for teaching mathematics*. *International Journal for Computer Algebra in Mathematics Education, 7*, 5–24.

Leinhardt, G., Stein, M. K. ve Zaslavsky, O. (1990). Functions, graphs, and graphing: Tasks, learning and teaching. *Review of Educational Research, 60*(1), 1-64.

MEB (2013). *Ortaöğretim matematik (9, 10, 11 ve 12. sınıflar) dersi öğretim programı ve kılavuzu*. Ankara: MEB Yayınları.

Monaghan, J. ve Özmantar, M. F. (2006). Abstraction and consolidation. *Educational Studies in Mathematics, 62,* 233–258.

Monroy, A. A. (2013). *Interactive reconstruction of a definition.* 7 Kasım 2014 tarihinde http://cerme8.metu.edu.tr/wgpapers/WG14/WG14_Gonzales_Astudillo.pdf adresinden alınmıştır.

Olkun, S. ve Altun, A. (2003). İlköğretim öğrencilerinin bilgisayar deneyimleri ile uzamsal düşünme ve geometri başarıları arasındaki ilişki. *The Turkish Online Journal of Educational Technology – TOJET, 2*(4), 86-91.

Olkun, S. ve Toluk Uçar, Z. (2014). *İlköğretimde etkinlik temelli matematik öğretimi.* Ankara: Eğiten Kitap Yayıncılık.

Öksüz, C. ve Ak, Ş. (2010). İlköğretim okullarında matematik derslerinde teknoloji kullanım düzeyini belirleme ölçeği geçerlik ve güvenirlik çalışması. *Elektronik Sosyal Bilimler Dergisi, 9*(32), 372-383.

Özdemir, Ö., Ülker, M., Uyguç, M., Huyugüzel, P., Çavaş, B. ve Kesercioğlu, T. (2002). Fen eğitiminde inşacı yaklaşım ve kavram haritalarının kullanımının öğrenci başarılarına olan etkileri. *V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi*, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Ankara.

Özgün-Koca, S. A. (2004). Bilgisayar ortamındaki çoğul bağlantılı gösterimlerin öğrencilerin doğrusal ilişkileri öğrenmeleri üzerindeki etkileri. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 26*, 82-90.

Sajka, M. (2003). A secondary school student's understanding of the concept of function-a case study. *Educational Studies in Mathematics*, *53*, 229-254.

Schwarz, B., Dreyfus, T., Hadas, N. ve Hershkowitz, R. (2004). Teacher guidance of knowledge construction. *Proceedings of the 28th conference of the international group for the psychology of mathematics education*, *4*, 169-176.

Schwarz, B., Dreyfus, T. ve Hershkowitz, R. (2009). The nested epistemic actions model for abstraction in context. Schwarz B., Dreyfus, T. ve Hershkowitz, R. (Haz.), *Transformation of knowledge through classroom interaction*. Taylor & Francis e-Library: New York.

Sezgin Memnun, D. (2011). *İlköğretim altıncı sınıf öğrencilerinin analitik geometrinin koordinat sistemi ve doğru denklemi kavramlarını oluşturması süreçlerinin incelenmesi* (Yayınlanmamış doktora tezi). Uludağ Üniversitesi, Bursa.

Taşpınar, M. (2007). *Kuramdan uygulamaya öğretim ilke ve yöntemler*. Ankara: Üniversite Kitabevi.

Türkdoğan, A. (2006). *BDMÖ yoluyla sınıf öğretmeni adaylarının denklemler ve grafikleri konusundaki öğrenme ürünlerinin incelenmesi* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.

Türkdoğan, A., Mandacı Şahin, S. ve Baki, A. (2011). Süreç değerlendirmesinde elde edilen kavram yanılgılarının test geliştirme çalışmasında kullanılması. *Elektronik Sosyal Bilimler Dergisi*, *10*(37), 78-92.

Yeşildere İmre, S. ve Türnüklü, E. (2016). RBC soyutlama teorisi. E. Bingölbali, S. Arslan ve İ. Ö. Zembat (Haz.) *Matematik eğitiminde teoriler* (s. 459-473). Ankara: Pegem Akademi.

Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2008). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (7. baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Yin, R. K. (2008). *Case study research*. California: Sage Publications, Inc.

Yurdakul, B. (2004). *Yapılandırmacı öğrenme yaklaşımının öğrenenlerin problem çözme becerilerine, bilişötesi farkındalık ve derse yönelik tutum düzeylerine etkisi ile öğrenme sürecine katkıları* (Yayınlanmamış doktora tezi). Hacettepe Üniversitesi, Ankara.

Zaslavsky, O. (1997). Conceptual obstacles in the learning of quadratic functions. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, *19*(1), 20-45.

Zazkis, R., Liljedahl, P. ve Gadowsky, K. (2003). Conceptions of function translation: Obstacles, intuitions and rerouting. *Journal of Mathematical Behavior, 22*(4), 437-450.

Investigating of the Process of Abstracting the Parabola Concept on Technology-Supported Learning Environments

Abstract
This study aims to investigate the processes of constructing and consolidating parabola knowledge of high school students in technology supported learning environments , designed in the light of the constructivist approach. The RBC + C model has been taken as a reference in reviewing the processes. The study adopted the case study method from the qualitative research methods. The participants were one teacher and 20 students selected through the convenience sampling method. The data were collected through unstructured observations, student products and clinical interviews. The data were analyzed descriptively. The results show that technology-supported learning environments that are designed in line with the constructivist approach facilitate the students' constructing and consolidating of knowledge. Technology makes it possible for the students to attain the difference between different forms of representation of parabola. The activities requiring reasoning, modeling, and problem-solving skills lead students to think. In this process, the teacher's tips to activate prior knowledge and the design of activities based on the preliminary information that generate new information facilitate the construction of new knowledge structures. However, external support (teacher or peer support) is inadequate to construct knowledge if the readiness of the students is not sufficient.

Keywords: RBC+C model, abstracting process, technology-supported learning, constructivist approach