

Matematik Öğretmenleri ile Adaylarının Tamsayılarla Dört İşlemi Sayma Pullarıyla Modelleme Başarıları

Burcu Durmaz

DOI:.....

[Makale Bilgileri](#)

Yükleme:25/04/2017 Düzeltme:15/09/2017 Kabul:27/10/2017

Özet

Bu araştırmanın amacı matematik öğretmen adaylarının ve öğretmenlerinin tam sayılarla dört işlemi sayma pulları ile modelleme başarılarını belirlemek ve sayma pullarının öğretimde kullanımına ilişkin görüşlerini incelemektir. Bu amaçla 14 öğretmen ve 49 öğretmen adayı ile çalışılmıştır. Araştırmanın verileri tam sayılarla dört işlemin sayma pullarıyla modellenmesinin istendiği açık uçlu klasik bir test ve görüşleri ortaya koymak üzere kullanılan 2 adet açık uçlu soru vasıtasıyla toplanmıştır. Veriler yüzde ve frekans değerleri ile temsil edildikten sonra modelleme sürecindeki başarılar arasında meydana gelen farkın anlamlılığı Mann Whitney-U ile test edilmiştir. Bulgulara göre hem öğretmenlerin hem de öğretmen adaylarının tam sayılarla toplama işleminin modellenmesinde diğer işlemlere göre daha başarılı oldukları çıkarma, çarpma ve bölme işlemlerini modellemede ise zorluk yaşadıkları görülmüştür. Modellemede yaşanan zorluklarla birlikte, öğretmen adayları ve öğretmenlerin tam sayılarla dört işlemin öğretiminde sayma pullarına alternatif olarak kullanmayı düşündükleri materyaller açısından farklılaştıkları; öğretmenlerin öğretmen adayları ile kıyaslandığında daha fazla alternatif materyal öne sürebildikleri ve sayma pullarını olumlu ve olumsuz yönleri açısından daha iyi irdeleyebildikleri söylenebilir. Ortaya çıkan bu sonucun öğrencilerle ve öğretim materyali ile daha fazla zaman geçirmiş olma ve deneyimden kaynaklandığı düşünülebilir.

Anahtar Kelimeler: Modelleme, Sayma pulu, Tamsayılar

Giriş

Doğal sayıların tam sayılara genişletilmesi matematiğin önemli bir becerisi olan problem çözmede cebirsel yeterliğe erişmenin temelini teşkil etmektedir (Gallardo, 2008). Bu temeli teşkil eden tam sayılarla, öğrenciler ilk kez ilköğretim ikinci kademedeki karşılaşmaktadır (TTKB, 2013). Tamsayılarla yapılan işlemler soyut bir süreç içerisinde gerçekleştiğinden somut materyal ve nesnelere öğretimin daha uygun olduğu belirtilmektedir (Clements ve McMillen, 1996) dolayısıyla bazı model ve bağlamların kullanımı önerilmektedir (Ball, 1993; Javier, 1985; Kilpatrick, Swafford ve Findell, 2001; Peled ve Carraher, 2007; Peterson, 1972; Rabin, Fuller ve Harel, 2013). Bunlar alacak ve borç ilişkisi (Ball, 1993; Gregg ve Gregg, 2007); asansör (Ball, 1993); balon ve kum torbaları (Reeves ve Webb, 2004); bir oyunda takım puanları (Linchevsky ve Williams, 1999); cadı modeli (Javier, 1985); dağılma özelliği (Rabin, Fuller ve Harel, 2013); dans eden çiftler (Dienes, 2000); elektrik yükleri (CCCS: Mathematics, 2013); mutlu ve mutsuz olunan günler (Whitacre, Bishop, Lamb, Philipp, Schappelle ve Lewis, 2012); otobüse binen ve otobüsten inenler (Streefland, 1996); ödül ve ceza (Shore, 2005); renkli çubuklar (Flores, 2008; Lappan, Fey, Fitzgerald, Friel ve Phillips, 2006); sayma pulları (Liebeck, 1990; Lestari, Hartono ve Ilma, 2015); sıcaklık (Altıparmak ve Özdoğan, 2010); postacı, su tankı, yürüyüş, Kartezyen koordinat sisteminde oluşturulan grafikler (Peterson, 1972) ve sihirli fısıklar modelidir (Ball, 1993). Bu tür model ve materyallerin kullanılmasının avantajlarının yanında dezavantajlarına da değinilmektedir. Örneğin matematiğin bazı gizemler barındırdığı imajını yaratan sihirli fısıklar modeli gibi modellerin, tam sayıların gerçekçi durumlara modellenmesi amacıyla kullanımına faydalı olup olmayacağının şüpheli olduğu belirtilmektedir (Peled ve Carraher, 2007). Sayı doğrusu modeli ile alacak ve borç ilişkisinden faydalanarak pozitif bir tam sayının negatif bir tam sayıya bölünmesi işlemi modellemenin zor oluşu ve örüntülerden faydalanarak kuralı keşfetmenin ise kuralın arkasındaki nedeni ortaya koymak açısından zayıf olması nedeniyle eleştirilmektedir (Rousset, 2010). Ele alınan bağlam ve modellerden en sık kullanılanlardan biri olan sayı doğrusunun (Chilvers, 1985) grafik şeklinde sunulması nedeniyle sayma pullarına göre sınırlılıklara sahip olduğu vurgulanmaktadır. Dolayısıyla sayma pulları daha somut olduğu için, onlarla modelleme yapıldığında bağlam daha mantıklı ve anlamlı olmakta (Battista, 1983) sayı doğrusu modeline göre daha avantajlı konuma gelmektedir (Badarudin ve Khalid, 2008). Tüm bu sınırlılıklarına rağmen sayı doğrusu gibi görsel materyaller yardımıyla yapılan öğretimin geleneksel eğitime göre daha etkili olduğunun üzerinde özellikle durulmaktadır (Kobak Demir, Azizoğlu ve Gür, 2017; Şengül ve Körükcü, 2012). Üstelik bu çalışmalar somut materyallerin sanallara göre hem kullanım hem de anlaşılabilirlik açısından daha üstün olduğunu göstermektedir (Hunt, Nipper ve Nash, 2011). Her ne kadar materyal ve modellerin öğretim sürecine katkıları vurgulanıyor olsa da kullanım şekli, öğretmen algısı, tutum ve beceri gibi değişkenler nedeniyle bu bulgularla çelişen araştırma

sonuçlarıyla da karşılaşılmaktadır (Özdemir, 2008). Öğretmenlerin ilgili konunun öğretiminde sayma pulları ile modelleme dışında çok fazla materyalden faydalanmamaları (Bozkurt ve Polat 2011) ve öğretmen adayları ile öğretmenlerin model kullanmaya karşı olumlu bir tutum içerisinde olmalarına rağmen modellemede (Bayazit, Aksoy ve Kırnay, 2011) zorluk çekmeleri bu bulguları desteklemektedir. Bu tür öğretimsel beceriler açısından belirli sıkıntılar yaşayan öğretmenler, öğrencilerin çoğunlukla zorluk yaşadığı ve kavram yanlışlarına sahip olduğu tam sayılarla işlemlerin öğretimini farklı modelleri bir arada kullanarak yapması gerekirken öğrencilerinin sevdiği ya da kendilerinin daha iyi anladığı modelleri tercih edebilmektedir (Van De Walle, Karp ve Bay-Williams, 2012). Nitekim Erdem, Başbüyük, Gökkurt, Şahin ve Soylu (2015) 38 ortaokul matematik öğretmeninden %29'unun öğrencilerin sayma pullarını anlamakta zorluk çektikleri görüşünde oldukları ve çarpma ile bölme işlemi için sayma pullarını tercih etmedikleri sonucuna ulaşmıştır. Dellalbaş ve Soylu (2012) ise öğretmenlerin negatif iki tam sayının çarpımına ilişkin alan bilgilerinin oldukça yetersiz olduğunu bulmuştur. Tuncel, Argon, Kartallıoğlu ve Kaya (2011) öğretmenlerin sayma pullarını ara sıra kullandıkları ve materyal kullanım sıklığını belirleyen faktörlerin okulda bulunma, öğretmenin inanç, bilgi ve becerisi, zaman, kullanım kolaylığı, somutlaştırma ve içeriğe uygunluk vb. olduğunu ortaya koymuşlardır. Charalambos, Hill ve Mitchell (2012) de farklı matematik öğretim bilgisine sahip üç öğretmenle yaptıkları çalışmada tam sayılarla çıkarma işlemini seçmişler ve matematik öğretim bilgisi ile materyal kullanımı ve ders kalitesinin birbiriyle bağlantılı olduğu sonucuna ulaşmıştır. Bu çalışmaya göre daha az eğitimsel özelliğe sahip olan materyaller düşük matematik öğretim bilgisiyle birleşince problemlerle bir öğretim içeriğine neden olmaktadır. Dolayısıyla derslerde materyal kullanmanın öneminin yanında onların doğru ve işlevsel şekilde kullanılması yani öğretmenin öğretme ve materyale dair bilgisinin rolü ön plana çıkmaktadır. Çok fazla hata ve kavram yanlışına neden olan bir başka örnek olan iki negatif sayının çarpımının pozitif olmasının arkasında yatan nedeni öğretmen adaylarının büyük bir çoğunluğunun (%67) açıklayamıyor olması da yine bu durumla örtüşen bir bulgudur (Toluk Uçar, 2011). Sıklıkla zorluk yaşanan ve kavram yanlışlarına neden olan konuların başında gelen tam sayılarla işlemlere ilişkin kavram ve süreçlerin öğretmenler ve öğretmen adayları tarafından doğru anlaşılması; kullanılan modellerden haberdar olmaları ve onları doğru bir şekilde kullanmaları öğretimin amacına ulaşabilmesi için hayati bir rol oynamaktadır. Öğretim programlarına bakıldığı zaman da bu sürece ilişkin kazanım ifadelerinde modelleme ve materyallerin kullanılmasının önerildiği görülmektedir (TTKB, 2013). Literatür incelendiğinde öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının sayma pullarıyla modellemeye ilişkin görüşlerinin alındığı ve tam sayılarla işlemlerin sadece bir kısmı için modelleme becerilerinin incelendiği araştırmalar olduğu (Bozkurt ve Polat, 2011; Dellalbaş ve Soylu, 2012; Toluk Uçar, 2011) görülmektedir. Bu çalışmalarda da toplama ve çıkarma işlemleri üzerine yoğunlaşıldığı

görülmektedir. Bu bağlamda tam sayılarla dört işleme ilişkin sürecin tamamını modelleme becerileri ve öğretimsel süreç içerisinde kullanımına ilişkin görüşler açısından birlikte ve hem öğretmen hem de öğretmen adayı odağından ele alan bir çalışmayla karşılaşılmamaktadır. Ayrıca öğretmenlerin tamsayılarla işlemlerin öğretiminde sayma pulu dışında materyallerden faydalanmadıkları (Bozkurt ve Polat 2011) gerçeği göz önünde bulundurulursa ilgili materyalin tüm işlemlerin öğretiminde ne kadar doğru kullanıldığına tespitinin önemi ortaya çıkmaktadır. Bu nedenle araştırmada sırasıyla şu sorulara yanıt aranmıştır: Ortaokul matematik öğretmenleri ve adaylarının tam sayılarla dört işlemi;

1. Sayma pulları ile modelleme başarıları ne düzeydedir?
2. Öğretirken sayma pullarının kullanımına ilişkin görüşleri nelerdir?

Yöntem

Bu bölümde araştırmanın deseni, katılımcılar, verilerin toplanması ve analizi hakkında bilgi verilmiştir.

Araştırma Deseni

Bu araştırmada karma desen kullanılmıştır. Karma desen araştırmaları aynı olguya dair nicel ve nitel verilerin toplanmasını ve toplanan verilerin uygun analizlerin ardından yorumlanmasını içerir (Leech ve Onwuegbuzie, 2007).

Katılımcılar

Araştırmada ölçüt örnekleme yöntemi kullanıldığından araştırmanın amacıyla alakalı kriterleri karşılayan durumlar ele alınmıştır (Yıldırım ve Şimşek, 2011). Ölçütler öğretmen adayları için Özel Öğretim Yöntemleri I-II , Öğretim Tasarımı ve Materyal Geliştirme, Öğretim İlke ve Yöntemleri ve Okul Deneyimi derslerini almış olmak olup ölçütler bir dönem sonra öğretmenlik yapabilecek donanımına sahip oldukları kabulüne dayanmaktadır. Öğretmenler için ölçütse tam sayılarla işlemlerin öğretildiği sınıf düzeylerinde en az bir yıl derse girmiş olmaktır. Ölçütleri sağlayan 14 öğretmen ve 49 öğretmen adayı ile yürütülen araştırmanın verileri 2015-2016 eğitim öğretim yılının ikinci döneminde toplanmıştır. Katılımcılara ait demografik bilgiler Tablo 1'de verilmiştir. Araştırmaya katılan öğretmenlerin % 78.57'sinin eğitim fakültesi mezunu, % 50'sinin 10 yıldan daha az kıdeme sahip olduğu görülmektedir. Hem öğretmen adayları hem de öğretmenlerin dağılımına bakıldığında ise kadınların çoğunlukta olduğu görülmektedir.

Tablo 1. Katılımcılara ait demografik bilgiler

Katılımcı	Değişken	Alt Grup	Frekans (f)	Yüzde (%)
Öğretmen	Cinsiyet	Erkek	6	42.86
		Kadın	8	57.14
	Kıdem	0-10 yıl	7	50
		11-20 yıl	5	35.71
		21-30 yıl	2	14.29
Öğretmen	Mezun Olunan	Fen-Edb.	3	21.43
		Fakülte	11	78.57
Adayı	Cinsiyet	Erkek	18	36.73
		Kadın	31	63.27

Verilerin Toplanması

Araştırmada araştırmacı tarafından geliştirilen tam sayılarla dört işlemin tamamını modellemeyi gerektiren 16 işlem (toplama, çıkarma, çarpma ve bölmenin her biri için 4'er soru olmak üzere) oluşan klasik bir matematik testi ve sayma pullarıyla modellemeye ilişkin görüşleri ortaya koymak amacıyla 2 adet açık uçlu soru kullanılmıştır. Matematik testi geliştirilirken alanyazın incelenmiş ve matematik eğitimi alanında uzman 3 öğretim üyesi ve 3 ortaokul matematik öğretmeninin görüşü alınarak iç geçerlik sağlanmaya çalışılmıştır. Görüşleri ortaya çıkarmak amacıyla ise "Sizce sayma pullarının tam sayılarla dört işlemin öğretiminde kullanılmasının olumlu ve olumsuz yönleri nelerdir?" ve "Tam sayılarla dört işlemin öğretiminde kullanmayı düşündüğünüz/kullandığınız materyal, model ya da örnekler nelerdir?" şeklinde açık uçlu iki soru yöneltilmiştir.

Verilerin Analizi

Verilerin analizinde içerik analizi yöntemi kullanılmış; benzerlik gösteren veriler belirli başlıklar altında bir araya getirilmiş ve okuyucunun anlayabileceği şekilde düzenlenmiştir (Yıldırım ve Şimşek, 2011). Doğrudan alıntılara yer verilerek araştırmanın dış geçerliği sağlanmaya çalışılmıştır. Modelleme başarılarına ilişkin testten elde edilen verilerin değerlendirmesi sürecinde kullanılan kriterler Battista'nın (1983) sayma pulları ile modelleme üzerine yaptığı açıklamalar göz önünde bulundurularak oluşturulmuştur (Bkz: Tablo 2).

Tablo 2. Puanlama kriterleri

	Boş/Yanlış 0	Kısmen Doğru 1	Doğru 2
+	Sözel olarak ifade edilmiş, herhangi bir modelleme yapılmamıştır. İşlemlerin nasıl ve hangi sırayla yapıldığı açık ve anlaşılır değildir. Terim sıralamasına dikkat edilmemiş, ilk ve ikinci terimin yerleri değiştirilmiştir (modellemenin anlaşılmasını zorlaştıracağı için değişme özelliği göz ardı edilmiştir) Zıt işaretli pulların birbirini götürdüğü gösterilmemiştir. Modelleme kavram yanlışları ve hatalara sebep olacak niteliktedir. Gereken işlemlerde, sıfır çifti eklenmemiştir.	Gereksiz yere sıfır çifti eklenmiştir. Modelleme olması gerekenden daha uzun bir şekilde yapılmıştır.	Gereksiz yere sıfır çifti eklenmemiştir. Modelleme basit, sade ve anlaşılırdır. İşlemlerin nasıl ve hangi sırayla yapıldığı açık ve anlaşılırdır. Terim sıralamasına dikkat edilmiştir. Zıt işaretli pulların birbirini götürdüğü gösterilmiştir. Modelleme kavram yanlışları ve hatalara sebep olacak nitelikte değildir.
-	Sadece eksilen, çıkan ve fark değerleri sayma pullarıyla gösterilmiş fakat işlem modellenmemiştir. İşlemlerin nasıl ve hangi sırayla yapıldığı açık ve anlaşılır değildir. Zıt işaretli pulların birbirini götürdüğü gösterilmemiştir. Modelleme kavram yanlışları ve hatalara sebep olacak niteliktedir. Gereken işlemlerde, sıfır çifti eklenmemiştir.	Gereksiz yere sıfır çifti eklenmiştir. Modelleme olması gerekenden daha uzun bir şekilde yapılmıştır.	Çıkan değeri, açık ve net bir şekilde gösterilmiştir. Gereksiz yere sıfır çifti eklenmemiştir. Modelleme basit, sade ve anlaşılırdır. İşlemlerin nasıl ve hangi sırayla yapıldığı açık ve anlaşılırdır. Zıt işaretli pulların birbirini götürdüğü gösterilmiştir. Modelleme kavram yanlışları ve hatalara sebep olacak nitelikte değildir.
x	Grup sayısı ve eleman sayısı göz ardı edilerek modelleme yapılmıştır. Terim sıralamasına dikkat edilmemiş, ilk ve ikinci terimin yerleri değiştirilmiştir. - modellemenin anlaşılmasını zorlaştıracağı için değişme özelliği göz ardı edilmiştir- İşlemlerin nasıl ve hangi sırayla yapıldığı açık ve anlaşılır değildir. Modelleme kavram yanlışları ve hatalara sebep olacak niteliktedir. Gereken işlemlerde, sıfır çifti eklenmemiştir.	Gereksiz yere sıfır çifti eklenmiştir. Modelleme olması gerekenden daha uzun bir şekilde yapılmıştır.	Gereksiz yere sıfır çifti eklenmemiştir. Modelleme basit, sade ve anlaşılırdır. İşlemlerin nasıl ve hangi sırayla yapıldığı açık ve anlaşılırdır. Modelleme kavram yanlışları ve hatalara sebep olacak nitelikte değildir.
÷	Grup sayısının bölmenin sonucu olduğu işlemlerde grup sayısı belirtilmemiştir. İşlemlerin nasıl ve hangi sırayla yapıldığı açık ve anlaşılır değildir. Modelleme kavram yanlışları ve hatalara sebep olacak niteliktedir. Gereken işlemlerde, sıfır çifti eklenmemiştir.	Gereksiz yere sıfır çifti eklenmiştir. Modelleme olması gerekenden daha uzun bir şekilde yapılmıştır.	Gereksiz yere sıfır çifti eklenmemiştir. Modelleme basit, sade ve anlaşılırdır. İşlemlerin nasıl ve hangi sırayla yapıldığı açık ve anlaşılırdır. Modelleme kavram yanlışları ve hatalara sebep olacak nitelikte değildir.

Uzman görüşleri doğrultusunda yapılan düzeltmelerin ardından puanlama işlemine geçilmiştir. Puanlama işlemi bağımsız iki kişi tarafından yapılmış, görüş birliğinin sağlanamadığı

sorular üzerinde tartışılarak iç güvenilirlik sağlanmaya çalışılmıştır. Veri toplama süreci ve analize ilişkin ayrıntıların tamamı verilerek de dış güvenilirlik sağlanmaya çalışılmıştır.

Bulgular

Bu bölümde ilk olarak öğretmen adayları ve öğretmenlerin modelleme başarılarını karşılaştırmak amacıyla tablolara yer verilmiş, ardından puanlama sürecine dair daha ayrıntılı fikir vermesi için her bir işleme ait modelleme örneklerine yer verilmiştir. Son olarak da açık uçlu sorulara ilişkin görüşlere sunulmuştur. Öğretmen adayları A; öğretmenler ise Ö harfi ile temsil edilmiştir.

Toplamaya İlişkin Modelleme Örnekleri ve Başarı Düzeyleri

Başarı düzeylerine ait frekans ve yüzde dağılımları Tablo 3'te verilmiştir.

Tablo 3. Toplamının sayıma pulları ile modellenmesine ilişkin başarı düzeyleri

İşlem	Boş/Yanlış				Kısmen Doğru				Doğru			
	f	Ö	A	%	f	Ö	A	%	f	Ö	A	%
(+2)+(3)	17	-	34.69	-	-	1	-	7.14	32	13	65.31	92.86
(-1)+(-2)	21	-	42.86	-	-	1	-	7.14	28	13	57.14	92.86
(+1)+(-3)	29	-	59.18	-	2	1	4.08	7.14	18	13	36.73	92.86
(+3)+(-2)	31	-	63.27	-	2	1	4.08	7.14	16	13	32.65	92.86
Genel			50				2.04	7.14			47.96	92.86

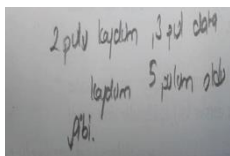
Öğretmen adayları ve öğretmenlerin başarı düzeylerinin sırasıyla % 47.96 ve % 92.86 olduğu görülmektedir. Öğretmen adaylarının toplama işlemi altında verilen tüm sorularda başarı düzeyleri farklılaşırken öğretmenlerin başarı düzeyleri aynıdır. Başarılar arasındaki farkın istatistiksel olarak anlamlı olup olmadığını incelemek için Mann Whitney U testi yapılmıştır.

Tablo 4. Öğretmen adayları ve öğretmenlerin başarılarının karşılaştırılması

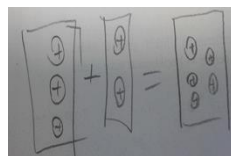
Grup	N	Sıra Ort.	Sıra Toplamı	U	p
Aday	49	28.13	1378.50	153.500	.001
Öğretmen	14	45.54	637.50		

Test sonucuna göre modelleme başarıları arasındaki farkın istatistiksel olarak anlamlı olduğu görülmektedir (U=153.500, p<0.01). Toplama başlığı altında ele alınan işlemlere ait modelleme örneklerinden bazıları şu şekildedir:

[(+2) + (+3) = (+5)] İşlemi için Modelleme Örnekleri



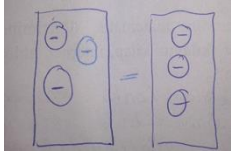
Şekil 1. Doğru



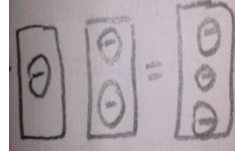
Şekil 2. Yanlış

Şekil 1.'de işlem modellenmemiş, sadece sözel olarak ifade edilmiştir.

[(-1) + (-2) = (-3)] İşlemi için Modelleme Örnekleri



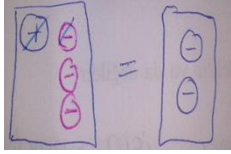
Şekil 3. Yanlış



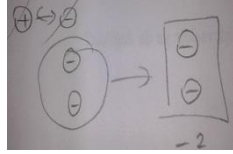
Şekil 4. Doğru

Şekil 3.'te toplamın ilk teriminin -2 olarak alındığı görülmektedir.

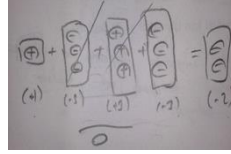
[(+1) + (-3) = (-2)] İşlemi için Modelleme Örnekleri



Şekil 5. Doğru



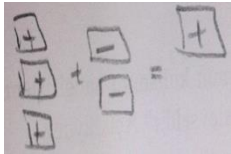
Şekil 6. Doğru



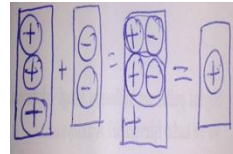
Şekil 7. Kısmen Doğru

Şekil 7.'de gereksiz yere sıfır çiftleri kullanıldığı için kısmen doğru kategorisinde değerlendirilmiştir.

[(+3) + (-2) = (+1)] İşlemi için Modelleme Örnekleri



Şekil 8. Yanlış



Şekil 9. Doğru

Şekil 8.'de negatif ve pozitif pulların birbirini götürdüğü model üzerinde ifade edilmediği için yapılan modelleme yanlış kategorisinde değerlendirilmiştir.

Çıkarmaya İlişkin Modelleme Örnekleri ve Başarı Düzeyleri

Başarı düzeylerine ait frekans ve yüzde dağılımları Tablo 5'te verilmiştir.

Tablo 5. Çıkarmanın sayma pulları ile modellenmesine ilişkin başarı düzeyleri

İşlem	Boş/Yanlış				Kısmen Doğru				Doğru			
	f	Ö	A	Ö	f	Ö	A	Ö	f	Ö	A	Ö
(+4)-(+2)	40	-	81.63	-	4	1	8.16	7.14	5	13	10.20	92.86
(-2)-(-3)	46	1	93.88	7.14	2	2	4.08	14.29	1	11	2.04	78.57
(+3)-(+4)	46	1	93.88	7.14	2	2	4.08	14.29	1	11	2.04	78.57
(-3)-(-1)	43	1	87.76	7.14	1	2	2.04	14.29	5	11	10.20	78.57
Genel			88.78	5.36			5.10	12.50			6.12	82.14

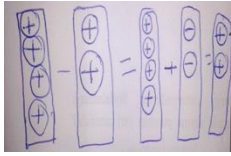
Öğretmen adayları ve öğretmenlerin başarı düzeylerinin sırasıyla %6.12 ve %82.14 olduğu görülmektedir. Başarı düzeyleri arasındaki farkın istatistiksel olarak anlamlı olup olmadığını incelemek için Mann Whitney U testi yapılmıştır.

Tablo 6. Öğretmen adayları ve öğretmenlerin başarılarının karşılaştırılması

Grup	N	Sıra Ort.	Sıra Toplamı	U	p
Aday	49	25.47	1248.0	23.000	.000
Öğretmen	14	54.86	768.0		

Test sonucuna göre modelleme başarıları arasındaki farkın istatistiksel olarak anlamlı olduğu görülmektedir ($U=23.000$, $p<0.01$). Çıkarma başlığı altında ele alınan işlemlere ait modelleme örneklerinden bazıları şu şekildedir:

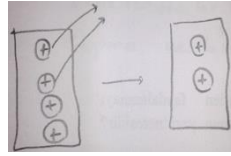
[(+4) - (+2) = (+2)] İşlemi için Modelleme Örnekleri



Şekil 10. Yanlış



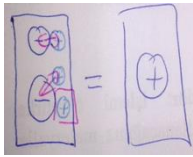
Şekil 11. Doğru



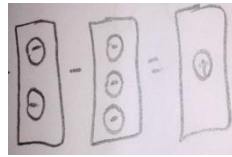
Şekil 12. Doğru

Şekil 10'da çıkarma işleminde "ikinci sayının toplama işaretine göre ters işaretlisi alınıp toplama yapılır" kuralının uygulandığı görülmektedir. Dolayısıyla bu modelleme, öğrencinin kurala ulaşmasını sağlamadığı ve ezbere dayalı olduğu için hatalı kabul edilmiştir.

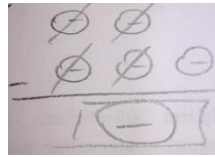
[(-2) - (-3) = (+1)] İşlemi için Modelleme Örnekleri



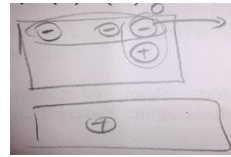
Şekil 13. Yanlış



Şekil 14. Yanlış



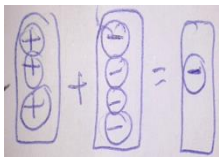
Şekil 15. Yanlış



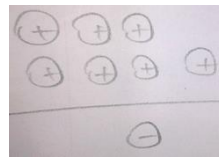
Şekil 16. Doğru

Şekil 13'te, Şekil 10'dakine benzer bir durum söz konusudur. Şekil 15'te işlemin sonucu verilmiş olmasına rağmen hatalı bir sonuca ulaşıldığı görülmektedir.

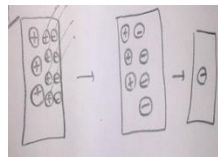
[(+3) - (+4) = (-1)] İşlemi için Modelleme Örnekleri



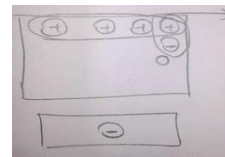
Şekil 17. Yanlış



Şekil 18. Yanlış



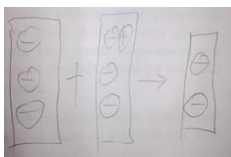
Şekil 19. Kısmen Doğru



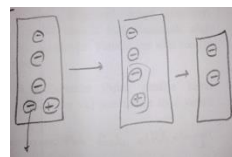
Şekil 16. Doğru

Şekil 17,18 ve 19'a bakıldığında benzer hataların tekrar edildiği görülmektedir.

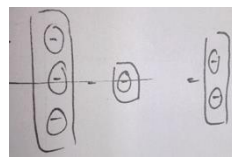
[(-3) - (-1) = (-2)] İşlemi için Modelleme Örnekleri



Şekil 21. Yanlış



Şekil 22. Kısmen Doğru



Şekil 23. Doğru

Şekil 21 ve 22'de gereksiz yere sıfır çiftlerinin eklendiği görülmektedir. Şekil 21'de Şekil 22'den farklı olarak çıkarma işleminin yapıldığı da gösterilmemiştir bu nedenle işlem toplama gibi algılanmaktadır.

Çarpmaya İlişkin Modelleme Örnekleri ve Başarı Düzeyleri

Başarı düzeylerine ait frekans ve yüzde dağılımları Tablo 7'de verilmiştir.

Tablo 7. Çarpmanın sayma pulları ile modellenmesine ilişkin başarı düzeyleri

İşlem	Boş/Yanlış				Kısmen Doğru				Doğru			
	f		%		f		%		f		%	
	A	Ö	A	Ö	A	Ö	A	Ö	A	Ö	A	Ö
(+3)x(+2)	42	3	81.63	21.43	4	0	8.16	0	3	11	6.12	78.57
(-1) x (+2)	49	3	93.88	21.43	-	1	-	7.14	-	9	-	64.29
(-2) x (-3)	49	5	93.88	35.71	-	1	-	7.14	-	8	-	57.14
(-2) x (+1)	49	2	87.76	14.29	-	1	-	7.14	-	11	-	78.57
Genel			88.78	23.22			2.04	5.36			1.53	69.64

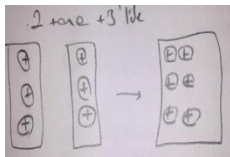
Öğretmen adayları ve öğretmenlerin başarı düzeylerinin sırasıyla %1.53 ve %69.64 olduğu görülmektedir. Başarı düzeyleri arasındaki bu farkın istatistiksel olarak anlamlı olup olmadığını incelemek için Mann Whitney U testi yapılmıştır.

Tablo 8. Öğretmen adayları ve öğretmenlerin başarılarının karşılaştırılması

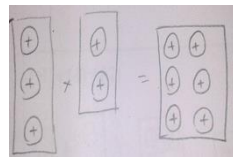
Grup	N	Sıra Ort.	Sıra Toplamı	U	p
Aday	49	25.58	1253.50	28.500	.000
Öğretmen	14	54.46	762.50		

Test sonucuna göre modelleme başarıları arasındaki farkın istatistiksel olarak anlamlı olduğu görülmektedir (U=28.500, p<0.01). Çarpma başlığı altında ele alınan işlemlere ait modelleme örneklerinden bazıları şu şekildedir:

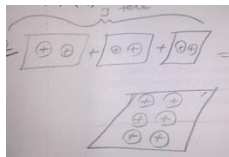
[(+3) x (+2) =(+6)] İşlemi için Modelleme Örnekleri



Şekil 24. Yanlış



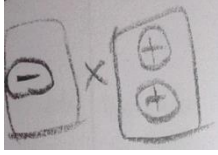
Şekil 25. Yanlış



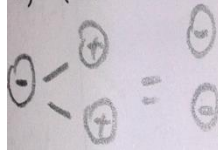
Şekil 26. Doğru

Şekil 24'te aynı sonucu vermesine rağmen, işlemin hatalı modellendiği görülmektedir. Buna benzer modellemeler yapan öğretmen adayları ve öğretmenlerin çarpma işleminin tekrarlı toplama anlamını tam olarak kavrayamadığı düşünülebilir.

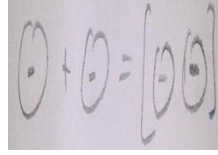
[(-1) x (+2) = (-2)] İşlemi için Modelleme Örnekleri



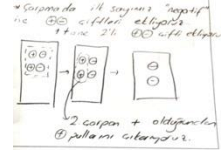
Şekil 27. Yanlış



Şekil 28. Yanlış



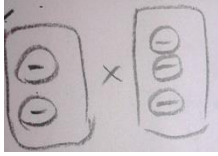
Şekil 29. Yanlış



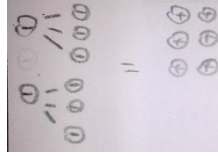
Şekil 30. Doğru

Şekil 27, 28 ve 29'a bakıldığında benzer hataların yapıldığı görülmektedir. Negatif çarpanla başlayan çarpımlarda değişme özelliğinden faydalanılmaya çalışıldığı görülmektedir.

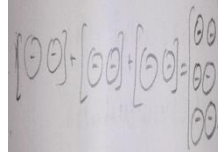
[(-2) x (-3) = (+6)] İşlemi için Modelleme Örnekleri



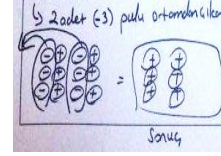
Şekil 31. Yanlış



Şekil 32. Yanlış



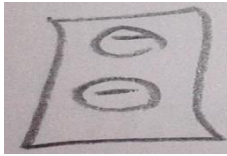
Şekil 33. Yanlış



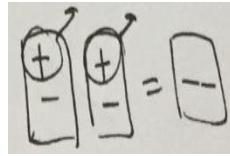
Şekil 34. Doğru

Şekil 33'te çarpma işleminin değişme özelliğinden faydalanılmaya çalışılmış fakat sonuç yanlış bulunmuştur.

[(-2) x (+1) = (-2)] İşlemi için Modelleme Örnekleri



Şekil 35. Yanlış



Şekil 36. Doğru

Şekil 35'te yine çarpma işleminin değişme özelliğinden faydalanılmaya çalışıldığı görülmektedir. Fakat istenen durum +1 sayma pullarından meydana gelen 2 grubun çıkarılması olup buna uygun modelleme Şekil 36'daki gibidir.

Bölmeye İlişkin Modelleme Örnekleri ve Başarı Düzeyleri

Başarı düzeylerine ait frekans ve yüzde dağılımları Tablo 9'da verilmiştir.

Tablo 9. Bölmenin sayma pulları ile modellenmesine ilişkin başarı düzeyleri

İşlem	Boş/Yanlış				Kısmen Doğru				Doğru			
	f	Ö	A	%	f	Ö	A	%	f	Ö	A	%
(+8):(+2)	46	1	93.88	7.14	2	1	4.08	7.14	1	12	2.04	85.71
(-4):(-2)	48	12	97.96	85.71	1	0	2.04	0	0	2	0	14.29
(+6):(-3)	49	12	100	85.71	0	0	0	0	0	2	0	14.29
(-10):(+2)	48	6	97.96	42.86	0	0	0	0	1	8	2.04	57.14

Genel	97.45	55.41	1.53	1.79	1.02	42.80
-------	-------	-------	------	------	------	-------

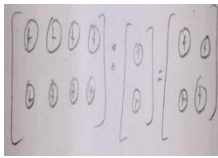
Öğretmen adayları ve öğretmenlerin başarı düzeylerinin sırasıyla %1.02 ve %42.80 olduğu görülmektedir. Başarı düzeyleri arasındaki bu farkın istatistiksel olarak anlamlı olup olmadığını incelemek için Mann Whitney U testi yapılmıştır.

Tablo 10. Öğretmen adayları ve öğretmenlerin başarılarının karşılaştırılması

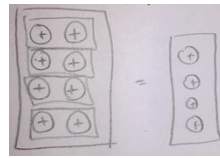
Grup	N	Sıra Ort.	Sıra Toplamı	U	p
Aday	49	27.24	1335.00	110.000	.000
Öğretmen	14	48.64	681.00		

Test sonucuna göre modelleme başarıları arasındaki farkın istatistiksel olarak anlamlı olduğu görülmektedir (U=110.000, p<0.01). Bölme başlığı altında ele alınan işlemlere ait modelleme örneklerinden bazıları şu şekildedir:

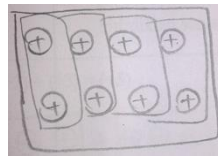
[(+8) : (+2) = (+4)] İşlemi için Modelleme Örnekleri



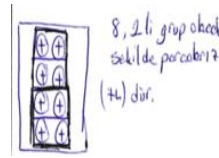
Şekil 37. Yanlış



Şekil 38. Kısmen



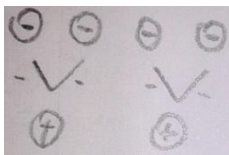
Şekil 39. Kısmen



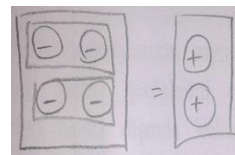
Şekil 40. Doğru

Şekil 37'ye bakıldığında sadece sayıların sayma pullarıyla ifade edildiği; Şekil 38 ve Şekil 39'da ise doğru işlemin yapıldığı fakat sonucun nasıl yorumlanacağı ile ilgili sıkıntı yaşandığı görülmektedir.

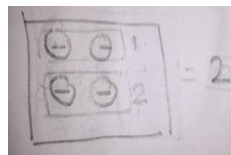
[(-4) : (-2) = (+2)] İşlemi için Modelleme Örnekleri



Şekil 41. Yanlış



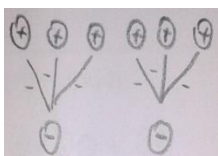
Şekil 42. Kısmen Doğru



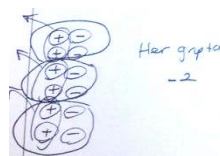
Şekil 43. Doğru

Şekil 42'de de benzer sıkıntının yaşandığı söylenebilir. Meydana gelen grupların sayılması yerine sayma pulları ile modellemeye çalışmanın sonucun yorumlanmasını zorlaştırdığı söylenebilir.

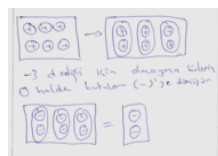
[(+6) : (-3) = (-2)] İşlemi için Modelleme Örnekleri



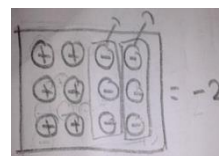
Şekil 44. Yanlış



Şekil 45. Yanlış



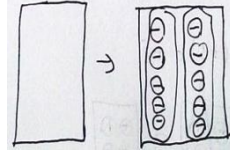
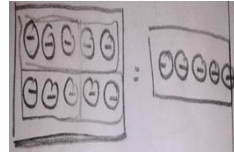
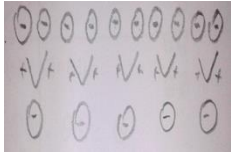
Şekil 46. Yanlış



Şekil 47. Doğru

Şekil 44, 45 ve 46'da modellemelerin, bilinen kuraldan yola çıkılarak yapılmaya çalışıldığı söylenebilir.

[(-10) : (+2) = (-5)] İşlemi için Modelleme Örnekleri



Şekil 48. Yanlış

Şekil 49. Kısmen Doğru

Şekil 50. Doğru

Şekil 49'da sadece gruplamanın yapıldığı fakat işlemin sonucunun ifade edilmediği görülmektedir. Yapılan modellemelere genel olarak bakıldığında hem öğretmen adaylarının hem de öğretmenlerin toplama ve çıkarma işlemini sayma pulları ile modelleme becerilerinin çarpma ve bölme işlemine göre daha yüksek olduğu görülmektedir. Tüm işlemler bazında ise öğretmenlerin, öğretmen adaylarından modelleme konusunda daha başarılı oldukları ve modelleme başarıları arasındaki farkın istatistiksel olarak anlamlı olduğu ortaya çıkmıştır.

Sayma Pullarının Kullanımına İlişkin Görüşler

Öğretmen adaylarının sayma pullarının bir materyal olarak olumlu ve olumsuz yönlerine ilişkin görüşleri Tablo 11'de verilmiştir.

Tablo 11. Öğretmen adaylarının görüşleri

Olumlu Yönleri	f	%	Olumsuz Yönleri	f	%
Soyut işlemleri somutlaştırır.	10	20.41	Büyük sayılarla işlem yapmak zor.	4	8.16
Toplama işlemi için işlevseldir.	6	12.24	Kafa karışıklığına neden olur.	3	6.12
Çıkarma işlemi için işlevseldir.	5	10.20	Vakit alır.	3	6.12
Konuyu basitleştirir.	4	8.16	Çarpma işlemi için işlevsel değildir.	2	4.08
İlgi çeker.	4	8.16	Bölme işlemi için işlevsel değildir.	2	4.08
Öğrenmede kalıcılığı sağlar.	3	6.12	Hazırlaması zor.	1	2.04
Hazırlaması kolay	2	4.08	Her öğrencide olması gerekir.	1	2.04
Ekonomik/ulaşılması kolay	2	4.08	Küçük oldukları için kaybolabilir.	1	2.04
Çarpma işlemi için işlevseldir.	1	2.04	Kullanışsız	1	2.04
Bölme işlemi için işlevseldir.	1	2.04	Kalabalık sınıflarda zor.	1	2.04
Çocuk yaparak yaşayarak öğrenir.	1	2.04	+ ve - pulları yeterince temsil etmiyor.	1	2.04
Eğlenerek öğrenirler.	1	2.04	Öğretmenin materyale ilişkin bilgisi önemli.	1	2.04

Öğretmen adaylarının somutlaştırmayı sağlama (%20.41), toplama (%12.24) ve çıkarma (%10.20) işlemleri için işlevsel olma gibi gerekçeler sundukları görülmektedir. Olumsuz yönlerine ise büyük sayılarla işlem yapmanın zorluğu (%8.16), kafa karışıklığına sebep olması (%6.12) ve vakit alması (%6.12) gerekçe gösterilmiştir. Öğretmen adaylarının görüşlerine ait bazı alıntılar şöyledir:

“Sayma pullarıyla toplama, çıkarma, çarpma, bölme işlemlerini daha somut, gözle görülür olarak yapıldığı için kalıcılık sağlayabilir. Ama öğretmenin bu yöntemi iyi anlatması ve konuya hâkim olması gerekir.”

“Öğrencileri güdüleyebiliriz. Kalabalık sınıflarda uygulanması zor olabilir.”

“Büyük sayılarla olan işlemlerde yetersizdir.”

Öğretmenlerin sayma pullarının bir materyal olarak olumlu ve olumsuz yönlerine ilişkin görüşleri Tablo 12'de verilmiştir.

Tablo 12. Öğretmenlerin görüşleri

Olumlu Yönleri	f	%	Olumsuz Yönleri	f	%
Soyut işlemleri somutlaştırır.	7	50	Konuyu anlamayı zorlaştırıcı.	4	28.57
Görsel	2	14.29	Ezbere itiyor.	2	14.29
Hazırlaması kolay	1	7.14	Öğretmenin materyali iyi kavraması gerekiyor.	1	7.14
Keşfederek öğrenmeyi sağlar.	1	7.14	Zaman alıcı.	1	7.14
Akılda kalıcılığı sağlar.	1	7.14	Büyük sayılarla işlem yapmak zor.	1	7.14
			Korkutucu	1	7.14

Öğretmenlerin sayma pullarının somutlaştırma (%50), görsellik (%14.29); hazırlamanın kolaylığı, keşfederek öğrenme ve kalıcılığı sağlama (%7.14) açısından olumlu olduğunu düşündükleri görülmektedir. Olumsuz yönlerine ise konuyu anlamayı zorlaştırma (%28.57), ezberletme (%14.29), öğretmenin materyali iyi kavramasını gerektirmesi, zaman alıcı, korkutucu ve büyük sayılarla işlem yapmanın zor olması (%7.14) örnek verilmiştir. Öğretmenlerin görüşlerine ilişkin bazı alıntılar aşağıda verilmiştir:

“Dezavantajı şu: Eğer öğretmen öğretme tekniklerini iyi bilmiyorsa çocuklara kavratmak açısından da sıkıntı yaşıyor, iyice çocukların kafası karışıyor.”

“Toplama ve çıkarma işleminde avantajı olduğunu düşünüyorum. İşlemi görselleştiriyor. Özellikle zıt işaretli sayıların toplanmasında, artıların ve eksilerin birbirini götürdüğünü gösterebilmek için açısından yararlı. Çarpma işleminin modellenmesi çok kafa karıştırıcı oluyor. Klasik yöntem daha faydalı.”

“Dezavantaj ezberletme. Dostumun dostu dostumdur daha mantıklı bunun yanında. Ancak pozitif ve negatif toplamada ya da çıkarırken mantığa yatmasını sağlıyor.”

Öğretmenlerin verdikleri cevaplardan biri olan “Dostumun dostu dostumdur” cümlesi dikkat çekicidir. Bu cümleden öğretmenlerin somut materyaller yerine ezberletme biçimsel hilelere başvurdukları söylenebilir. Bu bulgu Toluk Uçar'ın (2011) çalışması ile benzerlik göstermektedir.

Öğretmen adaylarının tam sayılarla dört işlemin öğretiminde kullanmayı düşündükleri materyallere ilişkin görüşleri Tablo 13'te verilmiştir.

Tablo 13. Öğretmen adaylarının görüşleri

Görüşler	f	%	Görüşler	f	%
Fikrim yok.	18	36.73	Zorlanırlarsa kullanırım.	1	2.04
Öncelikle sayma pulu	13	26.53	Merdiven/basamak	1	2.04
İkinci planda sayma pulu	6	12.24	Termometre	1	2.04
Öncelikle sayı doğrusu	3	6.12	Abaküs	1	2.04
Fasulye, çubuk	2	4.08	Top	1	2.04
İleri geri gitme	1	2.04	Eşit kollu terazi	1	2.04
Hayattan örneklerle anlatırdım.	1	2.04	Alacak borç ilişkisi	1	2.04
			Hikayeler	1	2.04

Öğretmen adaylarının % 36.73'ünün herhangi bir fikrinin olmadığı, % 26.53'ünün öncelikle sayma pulu kullanmayı düşündüğü görülmektedir. Eşit kollu terazi, hayattan örnekler, basamak yöntemi, termometre, abaküs ve alacak borç ilişkisini kullanmayı düşünenlerin ise %2.04 oranında olduğu görülmektedir. Öğretmen adaylarının görüşlerine ilişkin bazı alıntılar aşağıda verilmiştir:

“Sayı doğrusu, bence gayet açık ve anlaşılır bir materyal. Sayma pullarını kullanacağımı sanmıyorum. Çünkü ben bile yeterince anlayamıyorken çocuklara anlatmam sıkıntı yaratabilir. Bence toplama ve çıkarmayı sayma pullarıyla öğretebilirim ancak çarpma ve bölme konusunda yeterli değilim.”

“Sayı doğrusu, termometre, toplama çıkarmada sayı pulları olabilir.”

“Merdiven ya da basamak yöntemini kullanabilirim. Sayma pulu eğer vakit olursa hazırlayabilirim.”

“Alacak borç ilişkisinden yararlanabilirim. Görsel olması için de sayma pulu kullanabilirim.”

Öğretmenlerin tam sayılarla dört işlemin öğretiminde kullanmayı düşündükleri materyallere ilişkin görüşleri Tablo 14'te verilmiştir.

Tablo 14. Öğretmenlerin görüşleri

Görüşler	f	%
Sayı doğrusu	3	21.43
Günlük hayat örnekleri	3	21.43
Sayma pulu	2	14.29
Alacak borç ilişkisi	2	14.29
Asansör modeli	1	7.14
Bilgisayar ve akıllı tahta	1	7.14
Mıknatıs, puzzle parçaları	1	7.14
Somut materyal kullanmıyorum.	1	7.14

Öğretmenlerin sayı doğrusu (%21.43), günlük hayat örnekleri (%21.43), sayma pulu (%14.29), alacak borç ilişkisi (%14.29) örnekleri verdikleri görülmektedir. Öğretmenlerin görüşlerine ilişkin bazı alıntılar aşağıda verilmiştir:

“Daha çok sayı doğrusu modelini ve asansör örneğini kullanıyorum. Kendimi sayma pulları konusunda tam yetkin hissedemediğimden birkaç örnekle geçiyorum.”

““+ sayılar cebimdeki para, - sayılar borç olarak ifade edilip son durumda param mı var borcum mu ifadesi ile işlemin sonucunu buldurma yöntemine başvuruyorum.”

“Tam sayılarda dört işlemde sayma pullarından yararlanıyorum. Onun dışında gerçek yaşamdan örnekler vermeye çalışıyorum. Pozitif negatif sayıları somutlaştırmayı kolaylaştıran nesnelere faydalanılmalı.”

“Bilgisayar ve akıllı tahtalar büyük ölçüde kolaylık sağlıyor. Sayma pullarına ayrıca bir materyal hazırlama gereği duymadım.”

“Miknatis, birbirini tamamlayan zıt puzzle parçaları, birbiri üstüne gelen içine giren materyaller. Sayma pulunun yeri yok.”

Öğretmen adayları ve öğretmenlerin ilgili konunun öğretimi için öne sürdükleri materyal türleri açısından farklılaştıkları ve öğretmenlerin, öğretmen adaylarına göre daha fazla seçenek sunabildikleri söylenebilir. Bu durum konunun öğretimine ilişkin deneyim, öğretim programına hâkim olma ve öğrenci ile çalışma imkânı bulmaktan kaynaklanmış olabilir.

Tartışma ve Sonuç

Araştırmanın sonucunda tam sayılarla dört işlemin sayma pulları ile modellenmesinde öğretmenlerin, öğretmen adaylarından daha başarılı oldukları görülmektedir. Bu durum öğretmenlerin öğretim sürecinde ilgili materyale, matematik öğretim programında konuyla ilgili kazanım açıklamalarında sayma yer verilmesi nedeniyle aşına olmalarından; öğrencilerin öğrenme süreçlerini birebir ve uzun süreli gözlemlene şanslarının olması ve bu konunun öğretiminde farklı materyalleri işe koşmuş ve sonuçlarını görmüş olmaları gibi nedenlerden kaynaklanmış olabilir. Araştırmaya katılan öğretmen adaylarının buldukları sınıf düzeyi dolayısıyla ilgili konunun öğretimi ile ilgili tüm dersleri aldıkları göz önüne alındığında, lisans düzeyindeki derslerin ortaokullarda okutulmakta olan ders programlarıyla ilişkilendirilmesi açısından yetersiz kaldığı söylenebilir. Öğretmenler ve öğretmen adayları tarafından yapılan modellemeler incelendiğinde özellikle kavram yanlışlarına neden olabilecek bir işlem olan ilk çarpanın negatif olduğu çarpmalarda; verilen sayılarla yapılan modellemelerden kaçınılarak değişme özelliğinden faydalanılması gibi dikkat çekici eğilimlerin olduğu görülmüştür. Bu durum öğretmen adayları ve öğretmenlerin modelleme yeterlikleri ve zorlandıkları durumlarda biçimsel hilelere başvurmaları gibi bulguları açısından Bozkurt ve Polat (2011), Dellalbaşı ve Soylu (2012) ve Toluk Uçar'ın (2011) araştırmaları ile benzerlik göstermektedir. Yine öğretmen adayları ve öğretmenlerin diğer işlemlere göre daha fazla zorlandıkları halde çarpma ve bölme işlemleri için sayma pullarıyla modellemeyi işlevsel bulmamaları dolayısıyla kendilerine daha kolay gelen yöntemleri tercih etmeleri (Van De Walle, Karp 186

ve Bay-Williams, 2012) alanyazındaki çalışmalarla örtüşmektedir. Öğretmenlerin, öğrencilerin modellemede zorluk yaşadıklarını düşüncesinde olmaları da Erdem ve diğerleri (2015) bulgusu ile örtüşmektedir. Hem öğretmen adayları hem de öğretmenler bu işlemleri tam ve doğru şekilde modelleyemedikleri halde, sayma pullarının ilgili işlemlerde kullanılmasını öğretimsel açıdan yeterli görmemektedir. Oysa bu işlemlerin tamamını doğru olarak modelleyen bir öğretmen "sayma pullarının tek dezavantajının öğretmen tarafından iyi anlaşılması gerektiği" şeklinde bir cümle sarf etmiştir. Bu noktada materyalden ziyade onun kullanım şeklinin, materyalin işlevselliğinde kilit rol oynadığı düşünülebilir. Bunun yanı sıra işlevsel olmadığı düşünülen bu materyale çok fazla alternatif materyal ve bağlamın üretilmemiştir. Buradan yola çıkılarak bir materyale ilişkin öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının sadece görüşlerini almanın ne kadar doğru ve sağlıklı sonuçlar vereceği merak konusudur. Çünkü bu araştırmada olduğu gibi, modellemeye ilişkin başarıları istenen düzeyde olmadığı halde öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının kendilerini bu açıdan yetersiz bulduklarına dair açıklamalarına daha az rastlanmakta; büyük bir çoğunluğun ise ilgili materyalin öğretimsel açıdan işlevselliği hakkında görüşlerinin olumsuz olduğu görülmektedir. Yine bazı öğretmen adaylarının ve öğretmenlerin ilgili materyalin programda da belirtildiği şekilde kullanım amacı olan kurala ulaşmayı sağlamadan ziyade "Çıkarma işleminde çıkanın işareti değiştirilip sayılar toplanır" şeklinde ezberci bir yaklaşım sergiledikleri görülmektedir. Bu tür açıklamaların kullanımı da ilgili materyalin, işlemlerin tamamen öğretilmesinden sonra öğretmenlerin bazılarının da dile getirdiği gibi programda yer aldığı için zorunluluktan anlatıldığını akla getirmektedir. Araştırmanın bulguları doğrultusunda matematik öğretmenleri ve öğretmen adaylarının matematik dersinde kullanılan materyalleri sınıf içerisinde nasıl kullandıkları gözlemlenebilir bu gözlemlerin ardından gerektiğinde uygulamaya dönük çalıştaylar yapılabilir. Benzer şekilde bu çalışma diğer matematik konularındaki modelleme süreçleri için de gerçekleştirilebilir. Başvuru kaynağı olan ders kitaplarında materyallerin tam ve doğru kullanımına ilişkin açıklamalar yardımcı olması amacıyla verilebilir. Son olarak öğretmen adayları ve öğretmenlerden görüş alınan çalışmalarda; öğretim becerileri göz önünde bulundurulurken değerlendirme yapılıp öğretme bilgisi yüksek olanların görüşleri doğrultusunda daha sağlıklı adımlar atılmasının önü açılabilir.

Kaynakça

- Altıparmak, K., ve Özdoğan, E. (2010). A study on the teaching of the concept of negative numbers. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 41(1), 31-47.
- Avcu, T. ve Durmaz, B. (2011). Tamsayılarla ilgili işlemlerde ilköğretim düzeyinde yapılan hatalar ve karşılaşılan zorluklar, 2nd ICONTE, Antalya.
- Ball, D. L. (1993). With an eye on the mathematical horizon: Dilemmas of teaching elementary school mathematics. *The Elementary School Journal*, 93(4), 373-397.

- Badarudin, B. R., and Khalid, M. (2008). Using the jar model to improve students' understanding of operations on integers, The 11th ICME, Mexico, 6-13 July.
- Battista, M. T. (1983). A complete model for operations on integers. *The Arithmetic Teacher*, 30(9), 26-31.
- Bayazit, İ., Aksoy, Y., ve Kırnar, M. (2011). Öğretmenlerin matematiksel modelleri anlama ve model oluşturma yeterlilikleri. *NWSA:Education Sciences*, 6(4), 2495-2516.
- Bozkurt, A., ve Polat, M. (2011). Sayma pullarıyla modellemenin tam sayılar konusunu öğrenmeye etkisi üzerine öğretmen görüşleri, *Gaziantep Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 10 (2), 787 - 801.
- California Department of Education (2013). *Common core state standards: Mathematics*. Sacramento, CA.
- Chilvers, P. (1985). A consistent model for operations on directed numbers. *Mathematics in School*, 14 (1), 26-28.
- Clements, D. H., and McMillen, S. (1996). Rethinking concrete manipulatives. *Teaching Children Mathematics*, 2(85), 270-279.
- Dellalbaş, O., ve Soylu, Y. (2012). Matematik öğretmenlerinin matematiksel alan bilgileri ile pedagojik alan bilgileri arasındaki ilişkinin incelenmesi, *The Journal of Academic Social Science Studies*, 5 (8), 997-1012.
- Dienes, Z. P. (2000). The theory of the six stages of learning with integers. *Mathematics in School*, 29 (1), 27-33.
- Erdem, E., Başbüyük, K., Gökkurt, B., Şahin, Ö., ve Soylu, Y. (2015). Difficulties in teaching whole numbers and suggested solutions. *Journal of Education Faculty*, 17(1), 97-117.
- Flores, A. (2008). Subtraction of positive and negative numbers: The difference and completion approaches with chips. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 14(1), 21-23.
- Gallardo, A. (2008). Historical epistemological analysis in mathematical education: Negative numbers and the nothingness. In *Proceedings of the joint meeting of PME* (Vol. 32, 17-29).
- Gregg, J., and Gregg, D. U. (2007). A context for integer computation. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 13(1), 46-50.
- Hunt, A. W., Nipper, K. L., and Nash, L. E. (2011). Virtual vs. concrete manipulatives in mathematics teacher education: Is one type more effective than the other? *Current Issues in Middle Level Education*, 16(2), 1-6.
- Kilpatrick, J., Swafford, J., and Findell, B. (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. National Academies Press, Washington DC.

- Kobak Demir, M., Azizoğlu, N., and Gür, H. (2017). Using analogies to overcome difficulties in teaching of the integers in the middle schools. *European Journal of Education Studies*, 3(1).
- Kumar, R. S., Subramaniam, K., and Naik, S. S. (2015). Teachers' construction of meanings of signed quantities and integer operation. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 1-34.
- Lappan, G., Fey, J. T., Fitzgerald, W. M., Friel, S. N., and Phillips, E. D. (2006). *Accentuate the negative: integers and rational numbers*. Boston, MA.
- Lestari, U. P., Hartono, Y., and Ilma, R. (2015). Supporting students' understanding of addition of integers using set model. The 3rd South East Asia Design/Development Research International Conference, 18-19 April.
- Liebeck, P. (1990). Scores and foreits: An intuitive model for integer arithmetic. *Educational Studies in Mathematics*, 21(3), 221-239.
- Terbiye Kurulu Başkanlığı [TTKB] (2013). *Ortaokul Matematik Dersi (5,6,7 ve 8. Sınıflar) Öğretim Programı*, Ankara.
- Özdemir, İ. E. Y. (2008). Sınıf öğretmeni adaylarının matematik öğretiminde materyal kullanımına ilişkin bilişsel becerileri, *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 35, 362-373.
- Peled, I., and Carraher, D. W. (2007). Signed numbers and algebraic thinking. In Kaput, J., Carraher, D. and Blanton, M. (Eds.), *Algebra in The Early Grades*, (pp. 303-327). Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Peterson, J. C. (1972). Fourteen different strategies for multiplication of integers or why $(-1)(-1)=+1$. *The Arithmetic Teacher*, 19(5), 396-403.
- Pettis, C., and Glancy, A. W. Characterizing contexts that support understanding of integer subtraction. 10.05.2016 tarihinde nctm.confex.com adresinden erişilmiştir.
- Pişkin Tunç, M., Durmuş, S., ve Akkaya, R.(2012). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının matematik öğretiminde somut materyalleri ve sanal öğrenme nesnelelerini kullanma yeterlikleri, *MAT-DER Matematik Eğitimi Dergisi*, 1(0), 13-20.
- Rabin, J. M., Fuller, E., and Harel, G. (2013). Double negative: the necessity principle, commognitive conflict, and negative number operations. *The Journal of Mathematical Behavior*, 32(3), 649-659.
- Reeves, C. A., and Webb, D. (2004). Balloons on the rise: A problem solving introduction to integers. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 9(9), 476-482.
- Rousset, M. (2010). Epistemic fidelity of didactical models for the teaching of negative numbers. 10.05.2016 tarihinde <http://studylib.net/doc/7971524/epistemic-fidelity-of-didactical-models-for-the-teaching-of-negative-numbers> adresinden erişilmiştir.

- Streefland, L. (1996). Negative numbers: Reflections of a learning researcher. *Journal of Mathematical Behavior*, 15, 57-77.
- Şengül, S., ve Körükcü, E. (2012). Effect of teaching integers using visual materials on the sixth grade students' mathematics achievement and retention levels, *International Online Journal of Educational Sciences*, 4(2), 489-508.
- Tuncel, M., Argon, T., Kartalioğlu, S., ve Kaya, S. (2011). İlköğretim matematik öğretmenlerinin derslerinde araç gereçleri kullanma sıklığı ve bu sıklığı etkileyen faktörler, 2nd International Conference on New Trends in Education and Their Implications, 1048-1060, Antalya.
- Toluk Uçar, Z. (2011). Öğretmen adaylarının pedagojik içerik bilgisi: Öğretimsel açıklamalar. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 2(2), 87-102.
- Van De Walle, J. A., Karp, K. S., and Bay-Williams, J. M. (2012). *İlkokul ve ortaokul matematiği gelişimsel yaklaşımla öğretim*. (S. Durmuş, Çev.) Ankara: Nobel Akademik Yayıncılık.
- Whitacre, I., Bishop, J. P., Lamb, L. L., Philipp, R. A., Schappelle, B. P., and Lewis, M. L. (2012). Happy and sad thoughts: An exploration of children's integer reasoning. *The Journal of Mathematical Behavior*, 31(3), 356-365.
- Yıldırım, A., ve Şimşek, H. (2011). *Sosyal bilimlerde araştırma yöntemleri*, (8. Basım). Ankara: Seçkin Yayıncılık.

The Success of Service and Preservice Mathematics Teachers' on Modeling Integer Operations

Beginning from the first grade of secondary school (5-8 grades), the concepts and operations regarding integer numbers are important in mathematics teaching. For this age group where it is more appropriate to teach concrete materials and objects (Clements and McMillen, 1996) operations with integers have difficult concepts and processes. For this reason, many models and contexts are suggested to help teaching about integers in the literature (Ball, 1993; Javier, 1985; Kilpatrick, Swafford and Findell, 2001; Peled and Carraher, 2007; Peterson, 1972; Rabin, Fuller and Harel, 2013). Some of them are income and debt (Ball, 1993; Gregg and Gregg, 2007); elevator model (Ball, 1993); balloons and sand bags (Reeves and Webb, 2004); team scores in game (Linchevsky and Williams, 1999); witch model (Javier, 1985); distributive property (Rabin, Fuller and Harel, 2013); dancing couples (Dienes, 2000); electric charge (California Common Core Standards: Mathematics, 2013); happy and sad days (Whitacre, Bishop, Lamb, Philipp, Schappelle and Lewis, 2012); the people who get on and get off the bus (Streefland, 1996); reward and punishment (Shore, 2005); colored sticks (Flores, 2008; Lappan, Fey, Fitzgerald, Friel and Phillips, 2006); counter parts (counters, charge model) (Liebeck, 1990; Lestari, Hartono and Ilma, 2015); temperature (Altıparmak and Özdoğan, 2010); postman, water tank, walking, the graphs which are drawn on the Cartesian coordinate system (Peterson, 1972) and magic peanut model can be ordered (Ball, 1993). There are disadvantages as well as advantages of using these models and materials in teaching. For example, it is doubtful that models such as the magic peanut model would be useful for future use of modeling integers in realistic situations because it can create the image that mathematics contains some mysteries (Peled and Carraher, 2007). The number line which is one of the most frequently model used for teaching integers (Chilvers, 1985) is presented in a graphical form and has some limitations with respect to counters. As counters are more concrete they become more sensible and meaningful in context (Battista, 1983). Counters are also one of the materials recommended in the elementary mathematics curriculum for teaching four operations with integers, which is a subject perceived as difficult to learn by students. Proper and correct understanding of counters by the elementary mathematics teachers and pre-service teachers is of high importance for preventing many potential teaching problems. Therefore, this study aims to examine the opinions of service and pre-service elementary mathematics teachers about the functionality of the use of counters in modeling four operations with integers as well as revealing their skills in modeling.

This study was conducted with 14 mathematics teachers working in different provinces in the spring term of the 2015-2016 academic year and 49 final grade students studying in the department of elementary mathematics education at a state university. The data were collected using a mathematics test and two interview questions asking to model all four operations with integers. This study is a

phenomenological research and the data obtained were analyzed using frequencies and percentages. Some of the responses to the questions during the interview were given as direct quotations.

The findings showed that both elementary mathematics teachers and pre-service teachers were most successful at addition in terms of modeling the operations by using counters. Subtraction, multiplication and division was followed this, respectively. Most of the participants among both teachers and pre-service teachers believed that counters were effective in addition and subtraction operations, but were not so in multiplication and division. The participants stated that the use of counters in teaching the operations with integers was advantageous in ensuring permanent learning, being easy to prepare and facilitating abstract operations, but was not useful as their use made it difficult and time-consuming to perform operations on large numbers. Some of the teachers indicated that they used counters after they finished teaching just because their use was an official requirement by the curriculum.

At the end of the study, we observed that both elementary mathematics teachers and pre-service teachers were not successful enough on the whole at modeling the operations with integers and did not believe the functionality of counters in teaching. This indicates that teachers prefer using the methods they could understand more easily, and they avoid from using certain materials while teaching the subjects they have trouble with. To prevent this and ensure diversity in teaching, workshops can be organized regarding the subjects that both teachers and pre-service teachers need. Moreover, further studies can be conducted with teachers with more experience and knowledge of mathematics teaching in order to obtain more healthy results as well as making relevant adjustment for making arrangements for mathematics teaching.