

L'HOSPITAL KURALININ UYGULAMASINDA İNCELENEN KAVRAM YANILGILARI

VERIFYING MISCONCEPTION IN IMPLEMENTATION OF L'HOSPITAL RULE

Elif Esra ARIKAN*, Erdoğan Mehmet ÖZKAN**, Hasan ÜNAL***

*Yıldız Teknik Üniversitesi, matematik, matematik, arkanee@gmail.com

** Yıldız Teknik Üniversitesi, matematik, matematik, .mozkan@yildiz.edu.tr

*** Yıldız Teknik Üniversitesi, ilköğretim, matematik öğretmenliği.hunal@yildiz.edu.tr

ÖZET

Çalışmanın amacı matematik analiz dersinde mühendislik öğrencilerinin L'hospital kuralını kullanırken sergiledikleri kavram yanlışlarını belirlemektir. Çalışma için sonsuz eksi sonsuz belirsizliğini içeren sorular seçilmiştir. Böylece öğrencilerin belirsizlik kavramı ile alakalı algılarının da açığa çıkarılması amaçlanmıştır. Çalışma nitel araştırma yaklaşımı ile gerçekleştirilmiştir. Veriler içerik analizi (ayıklama, kodlama, sınıflama) kullanılarak sınıflandırılmış ve betimsel istatistik ile sayısal sonuçlar elde edilmiştir. Öğrencilerin kavram yanlışları için dört kategoride toplanmıştır.

Anahtar Sözcükler: kavram yanlışlığı, belirsizlik, L'hospital kuralının uygulaması

ABSTRACT

The purpose of this study was to investigate misconceptions when L'hospital rule was executed in analysis I course of faculty of engineering. Two questions which involve $\infty-\infty$ uncertainty were selected for this study. Therefore, students' perceptions related to uncertainty conception could be determined. The qualitative study was used in nature. Data were analyzed with content analysis such that sorting, coding and classifying were alternated. Moreover, qualitative results were obtained by means of descriptive statistics. Hereby, misconceptions were categorized by four types.

Keywords: misconception, uncertainty, execution of L'hospital rule

1. GİRİŞ

Matematik soyut kavramlar ve işlemler yumağı olarak görüldüğünden birçok öğrenci matematik dersine karşı önyargılıdır. Bu durum, işlemsel bilginin ön plana çıkmasından kaynaklanmaktadır. Kavramsal bilginin özümsememesi, öğrencilerin kavramsal yanlışlarını tetikler ve yeni bilgi öğrenildikçe içinden çıkılmaz hal alır. (Gülçiçek, 2002; Kendal, 2002).

Kavram yanlışlığı en geniş anlamda bilginin direkt olarak yanlış anlaşılması ya da dolaylı yoldan yanlış yorumlanmasıdır. Kavram yanlışlığı kişisel deneyimler sonucu oluşmuş bilimsel gerçeklere aykırı olan ve bilim tarafından gerçekliği kanıtlanmış kavramların öğretilmesini ve öğrenilmesini engelleyici bilgiler olarak tanımlanabilir (Gabel ve Bunce, 1994; Nakhleh, 1994; Wandersee et al., 1994).

Zembat (2008) kavram yanlışlığının tanımı konusunda literatürdeki görüşlerin taramasını yapmış ve bu konudaki değişik görüşleri bildirmiştir. Buna göre, kavram yanlışlığını, açığa çıkan ürün olarak değerlendirmiştir:

“ Kavramyanılığısistemlibirşekildehataüretenalgıbiçimi”(s.3)

“Bir konu da uzmanların üzerinde hem fikir oldukları görüşten uzak kalan algı ya da kavrayış”(s.2)

Kavramyanılığları, tecrübelerden, kişisel önyargılardan, derste kullanılan öğretim yöntemlerinden veya kullanılan dilden kaynaklanabilir (Bilgin et al., 2003). Baki (2008), kitabında kavram yanılığını şu cümlelerle aktarmıştır; “Bazen, bir problemin çözümü veya bir işlemin yürütülmesi öğrencinin mantığına, önceki deneyimlerine uygun düşebilir ve yaptıklarının matematiksel geçerliliğinin olmadığını farkında olmayabilir. İşte bu durumda kavram ve işlem yanılığının gelişmesi söz konusu olabilir” (s.281).

Literatür

Kazak (2008) olasılık konusundaki kavram yanılığını ele almıştır. Bir olayın olasılığını hesaplarken öğrencilerin olasılıktaki bilinen tanım ve teorileri uygulaması yerine bilişsel kestirme yollar kullanarak çeşitli kavram yanılığını ortaya koyduklarını açıklamıştır. Yaptığı araştırmanın sonucunda ortaöğretimde matematik programının olasılık konusu üzerindeki kavram yanılığları ve anlama zorluklarını ortaya çıkartabilecek ve gidermeye çalışacak niteliği taşıyan örnek, etkinlik ve açıklamaların oldukça az olduğunu belirtmiştir.

MEB (2002-2005a,2006) in yaptığı araştırmalardan yola çıkarak ilk ve orta öğretimde sonsuzluk kavramı öğretiminin ne derecede olduğunu tartışmış ve bazı öneriler üretmiştir. Sonsuzluk kavramı işlenirken öğrencilerle konu üzerinde tartışmalar yapılması ve konunun anlaşılmasını kolaylaştıracak bol etkinlikler ortaya konulmasının gerekliliğini net bir şekilde tavsiye etmiştir.

Özmantar ve Yeşildere (2008) limit ve süreklilik konularında kavram yanılığını araştırırken özellikle kavram imajı terimini çok sıklıkla kullanmışlardır. Kavram imajı, bir matematiksel kavramla ilişkili olarak kişinin zihninde oluşan bilişsel yapıların tümü şeklinde ifade edilmektedir (184). Limit ve süreklilik ile ilgili kavram yanılığlarını, limit değerinin asla ulaşamayacağı düşüncesi, öğrencilerin tanımsızlık ve belirsizlik içeren durumlarda ne anlam teşkil ettiğini bilmemesi, fonksiyon limiti ve tanım kümesine dair kavram yanılığları, sürekli fonksiyonlara dair kavram yanılığları başlıkları altında toplamışlardır.

David Tall ve Vinner (1981) tarafından yazılan makalede kavram tanımı ve kavram imajı terimleri açıklanmış ve bu terimlerin açıklanmasında limit ve süreklilik konularını özellikle uygulanmıştır.

Cornu (1991) nun iddia ettiği öğrencilerin kavramları açıklama güçlüklerini ve yanılığlara düşmelerinin üç ana kaynağı olan epistemolojik, psikolojik ve pedagojik boyutlarından sadece epistemolojik boyutunu kullanmış, öğrencilerin türev konusuyla ilgili zorlukları bu boyuttan ele almıştır.

MEB (2005) in yeni müfredatı üzerinde türev kavramının öğrencilerde iki temel problemin, türevin fiziksel ve geometrik yorumu arasındaki esas ilişkiye açık bir dille değinilmemesi, diğeri ise türev kavramının değişim ile olan ilişkisinin sadece hız üzerinden yapılması olduğunu açıklamıştır.

Özsoy ve Kemankaşlı (2004), çemberde açılar konusundaki, hatalar ve kavram yanılığlarını araştırmış ve öğretmenlere bazı önerilerde bulunmuştur. Çalışmalarında öğrencilerin, Van Hielenin 4. seviyesi olan mantıksal çıkarım seviyesinde olup olmadıkları araştırılmış, çemberdeki iç, dış, merkez ve çevre açı kavramları arasında ilişki kuramamakta, çember içindeki üçgensel ve dörtgensel bölgelerdeki açı kavramlarında bazı özellikleri örneklemede zorlanmakta ve soruları iyi analiz edememekte olduklarını göstermişlerdir.

Akkuş (2004), onuncu sınıf öğrencilerinin logaritma konusuna ilişkin kavram yanılığları irdelenmiştir. Araştırmanın sonucuna göre, öğrenciler “negatif sayının logaritması tanımsızdır” ifadesini “logaritma fonksiyonun değeri negatif olamaz” olarak algıladıkları tespit edilmiştir. Öğrenciler, ezberledikleri formülleri sorularda çok güzel kullanırlarken, birkaç bilginin sentezlenerek cevaplanması gereken sorularda öğrencilerin

başarısının düştüğü ifade edilmiştir. Ayrıca logaritma fonksiyonunun sıralanmasında öğrencilerin tabanı gözardı ettikleri belirtilmiştir.

Duru (2006), üniversite öğrencilerinin fonksiyon ile türevi arasındaki ilişki ve fonksiyonun sürekliliği ile türevlenebilirliği arasındaki ilişki ile alakalı yaşadıkları zorluklar incelenmiştir. Öğrencilerin yaşadıkları zorlukların sebebinin önbilgilerinin eksik olması, kısa sürede işlemsel anlamının kolaylarına geldiği gibi sonuçlar elde edilmiştir.

ÜnalveÖzkan (2009), üniversite öğrencilerinin fonksiyonların tanım kümesini bulurken ortaya çıkan kavram yanlışlarını incelemiştir. Öğrencilerin kavram yanlışları beş kategoride olduğunu gözlemiştir. Öğrenciler tanım kümesi ile tanım aralığını karıştırmışlardır, tanım kümesini bulmak için fonksiyonun türevini bulmaya çalışmışlardır, tanım kümelerinin kesişimini almak yerine birleşimlerini almışlardır, limit tanımından delta-epsilon tekniğini kullanmışlardır ve son kategoride irrasyonel fonksiyon yerine rasyonel fonksiyonun tanım kümesini bulmaya çalışmışlardır.

2. YÖNTEM

Çalışmanın amacı bir devlet üniversitesi mühendislik fakültesinde 1. Sınıf öğrencisi olan 197 öğrencinin L'hospital kuralını uygulama esnasında ortaya çıkan kavram yanlışlarını belirleyebilmektir. Bu amaç doğrultusunda iki farklı gruba iki farklı soru yöneltilmiştir. Seçilen sorular $\infty-\infty$ belirsizliğine sahiptir. Böylece belirsizlik kavramına ilişkin varsa kavram yanlışlarının tespit edilmesi de amaçlanmıştır. Sorular aynı üniversitede görev yapan beş öğretim üyesi tarafından seçilmiş ve okunmuştur. Yanıtların içerik analizi araştırmacılar tarafından aynı zaman dilimlerinde bağımsız şekilde yapılmıştır.

Veri Toplama Aracı ve Verilerin Analizi

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{\ln(x+1)} - \frac{x+1}{x} \right) = ? \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} \left(\frac{x}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right) = ?$$

Yukarıdaki iki soru, A ve B grubu soruları olarak mühendislik fakültesi öğrencilerine sorulmuştur. Çalışma nitel araştırma yöntemi ile gerçekleştirilmiştir. Öğrencilere yazılı olarak sorular sorulmuş ve bir ders saati süre tanınmıştır. Toplanan veriler içerik analizine göre sınıflandırılmıştır. Bu süreçte veriler ayıklanmış (boş ve doğru yanıtlanan kağıtlar çıkarılmıştır), kodlanmış (kavram yanlışları verilerin üzerine not edilmiştir) ve ortak özelliklere göre sınıflandırılmıştır. Çalışmada, verilen cevaplardaki kavramsal yanlışlar 4 kategoride toparlanmıştır. $\infty-\infty$ belirsizliğinin giderilmesi için iki fonksiyonun farkının $\frac{0}{0}$ veya $\frac{\infty}{\infty}$ a dönüştürülmesi ve daha sonra çözüme geçilmesi gerekmektedir. Kategorilerin betimsel istatistiğine de çalışmada yer verilmiştir.

3. BULGULAR

İçerik analizi yapıldığında 5 kategoride kavram yanlışları sınıflandırılmıştır. Buna göre kategoriler;

- Düzenleme yapılmadan L'hospital kuralının uygulanması
- Düzenleme yapıldıktan sonra L'hospital kuralının bölümün türevi veya tamamen bağımsız terimlerin türevi olarak uygulanması

- Belirsizliğin giderilip giderilmediğine bakılmaksızın veya yanlış sadeleştirmeler ile limitin alınması
- Düzenleme yapıldıktan sonra yeniden başa dönüp belirsizliğin ortaya çıkması

şeklinde belirlenmiştir.

1. kategori:

En çok rastlanan kavram yanlışlığı kategorisi L'hospital kuralının ne zaman kullanılacağına ilişkindir. $\infty - \infty$ belirsizliğinin $\frac{0}{0}$ veya $\frac{\infty}{\infty}$ a dönüştürülmeden L'hospital kuralının uygulandığı görülmüştür.. Yani

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{\ln(x+1)} - \frac{x+1}{x} \right) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{\ln(x+1)} \right) - \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{x+1}{x} \right)$$

ve

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \left(\frac{x}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \left(\frac{x}{x-1} \right) - \lim_{x \rightarrow 1^+} \left(\frac{1}{\ln x} \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) - \lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = \dots$$

şeklinde belirsizlik giderilmeksizin çözüme ulaşılmaya çalışılmış ancak bir sonucun bulunamadığı tespit edilmiştir.

Bu kategoride öğrencilerin yanlışlığı $\frac{1}{\ln x}$ 'e (veya $\frac{1}{\ln(x+1)}$ ' e) L'hospital uygulamasında ortaya çıkmıştır.

Kategoriye ilişkin betimsel istatistik Tablo 1' de yer almaktadır.

Bu kategoride 3 öğrencinin limitleri ayrı ayrı almasının yanı sıra L'hospital kuralı yerine bölümün türevini aldıkları belirlenmiştir. Çözüme belirsizliği gidermekle başlamadıkları için bu kategoride yer almaları uygun görülmüştür.

4. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{\ln(x+1)} - \frac{x+1}{x} \right)$ limitini hesaplayınız. $f(x) = \frac{1}{\ln(x+1)}$

Cevap:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{\ln(x+1)} - \frac{x+1}{x} \right) \Rightarrow \phi$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x+1}{x} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{1} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{\ln(x+1)} \right) \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\frac{1}{x+1}} = \lim_{x \rightarrow 0^+} x+1 = 1$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^+} \left[\frac{1}{\ln(x+1)} - \frac{x+1}{x} \right] = 1 + 1 = 2$$

Şekil 1. Kategori 1' e örnek

Soruda $\infty - \infty$ belirsizliğinin düzenlenmeden L'hospital kuralının uygulandığı görülmektedir. Dahası, öğrenci bir belirsizliğin söz konusu olduğunu dahi yazmamıştır.

2. kategori:

Bu kategoride öğrenciler $\infty - \infty$ belirsizliğinin olduğunu belirtmişlerdir ancak L'hospital kuralını bölümün türevi şeklinde algıladıkları ortaya çıkmıştır ya da payda ve paydada bulunan terimlerin çarpım halinde olmasına karşın ayrı ayrı türevleri alınmıştır. $\infty - \infty$ belirsizliğinde çözümler temel olarak $\frac{0}{0}$ ve $\frac{\infty}{\infty}$ dan birine geçişi payda eşitleyerek sağlamışlardır.

Bu kategoride A grubu öğrencilerinden biri bölüm diğeri bağımsız türev almıştır. B grubunda her iki öğrenci bölümün türevini almıştır.

4. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{\ln(x+1)} - \frac{x+1}{x} \right)$ limitini hesaplayınız. ???

Cevap:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{\ln(x+1)} - \frac{x+1}{x} \right) = 0 - 0 \text{ belirsizlik}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{\ln(x+1)} - \frac{x+1}{x} \right) = \frac{x - (\ln(x+1) \cdot (x+1))}{\ln(x+1) \cdot x}$$

L'Hospital Uygularsak

$$\frac{(\ln(x+1) \cdot (x+1))' \cdot (\ln(x+1) \cdot x) - [x - (\ln(x+1) \cdot (x+1))] \cdot (\ln(x+1))'}{(\ln(x+1) \cdot x)^2}$$

$$= \frac{\left(\frac{1}{x+1} \cdot \ln(x+1) + \ln(x+1) \cdot 1 \right) \cdot (\ln(x+1) \cdot x) - [x - (\ln(x+1) \cdot (x+1))] \cdot \frac{1}{x+1}}{(\ln(x+1) \cdot x)^2}$$

$$= \frac{(2 \ln(x+1)) \cdot \ln(x+1) \cdot x - \left(\frac{x^2}{x+1} - \ln(x+1) \cdot \ln(x+1) \cdot x \right)}{(\ln(x+1) \cdot x)^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{0}{0} = +\infty$$

Şekil 2. Kategori 2' ye örnek

Örneğe bakıldığında öğrencinin L'hospital kuralın bölümün türevi olarak algıladığı görülmektedir.

3 kategori:

Örneğin $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{\ln(x+1)} - \frac{x+1}{x} \right) = \infty - \infty$ ifadesinde ilk işlem olarak payda eşitlemesi yapılmıştır. Yani belirsiz şekli, L'hospital uygulayacak duruma getirme işlemi uygulanmıştır. Ancak öğrenciler L'hospital kuralını uyguladıktan sonra belirsizliğin giderildiğini zannederek bir kez daha L'hospital uygulamaları gerekirken sonucu bulmaya çalışmışlardır.

4. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{\ln(x+1)} - \frac{x+1}{x} \right)$ limitini hesaplayınız.

Cevap:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{\ln(x+1)} - \frac{x+1}{x} \right) = \infty - \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{\ln(x+1)} - \frac{x+1}{x} \right) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{x - \ln(x+1) \cdot (x+1)}{x \cdot \ln(x+1)} \right) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{x - \ln(x+1)^{(x+1)}}{x \cdot \ln(x+1)^x} \right) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{x}{x \cdot \ln(x+1)^x} - \frac{\ln(x+1)^{(x+1)}}{\ln(x+1)^x} \right) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{x}{x \cdot \ln(x+1)} - \ln(x+1) \right) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\ln(x+1)^{-1} - \ln(x+1) \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0^+} -\ln(x+1) - \ln(x+1) = \lim_{x \rightarrow 0^+} -2\ln(x+1) = 0 //$$

Şekil 3. Kategori 3'e örnek

Örnekte görüldüğü üzere belirsizliğin sadeleştirme işlemiyle giderilmeye çalışılarak limit alınması söz konusudur. Ayrıca öğrenci fonksiyonunun özelliğini kullanmaya çalışırken işlemleri içinden çıkılmaz hale getirmiştir.

4. kategori:

Bu kategoride öğrenciler önce payda eşitlemiş L'hospital kuralını uygulamış ve daha sonra parçalayarak ayrı ayrı limit alma işlemine geri dönerler.

4. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{\ln(x+1)} - \frac{x+1}{x} \right)$ limitini hesaplayınız.

Cevap:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{x - (x+1) \cdot \ln(x+1)}{x \cdot \ln(x+1)} \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{x - \ln(x+1)^{(x+1)}}{\ln(x+1)^x} \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{x}{\ln(x+1)^x} - \ln(x+1)^x \right)$$

$$= -\lim_{x \rightarrow 0^+} x \cdot \ln(x+1) = 0 //$$

Şekil 4. Kategori 4'e örnek

- Örnekte öğrencinin ilk baştaki belirsizliği gidermeye çalıştığı fakat ln fonksiyonunun özelliğinden faydalansın yeniden kesirlere ayırdığı ifadede belirsizliğin devam ettiği görülmektedir. Bir öğrencinin sonucu $\infty - 1 - \infty = -1$ bulması da bu kategori için de yer almıştır.

Tablo 1. Gruplara Göre Frekans ve Yüzde Dağılımı

	Frekans	Yüzde	Frekans	Yüzde	Frekans	Yüzde	Frekans	Yüzde
A grubu	19	28,78	2	3,03	7	10,60	4	6,06
B grubu	19	28,78	2	3,03	7	10,60	1	1,51

Çalışmada kategori dışında kalan dikkat çeken kağıtlar arasında öğrenciler sağdan limit tanımı kullanmaya çalışmışlardır. Yani $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{h \rightarrow 0} f(a+h)$ den faydalanıp çözüme ulaşmak istemişler fakat sonuca ulaşamamışlardır.

Bu kategorilerin dışında çok ilgi çekici kağıtlara da rastlanmıştır. Bunları aşağıda sıralayalım:

Kategori dışı olanlar:

- $0 - \infty$ belirsizliği
- $$\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{\ln(x+1)} - \frac{x+1}{x} \right) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{\ln(x+1)} \right) - \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(1 + \frac{1}{x} \right)^1$$

= $-e^0$
- $\frac{1}{\ln(x+1)} = \log_{x+1} e$

Şekil 5. Kategori dışı örnek

Bu örnekte ise öğrencinin

Hatalar

Formül uygulamada hatalara rastlanmıştır.

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} (f(x) - g(x)) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{g(x)} - \frac{1}{f(x)}$$

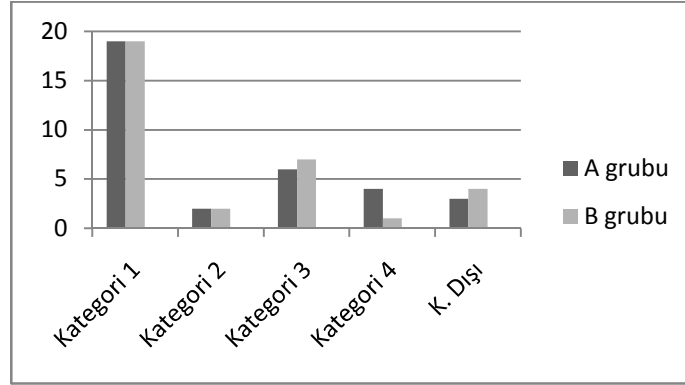
$$\lim_{x \rightarrow 0^+} (f(x) - g(x)) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{f(x)g(x)}$$

Olması gerekirken,

$$f(x) - f(y) = \frac{1}{f(y)} - \frac{1}{f(x)} \text{ şeklinde formülünü uygulandığı saptanmıştır.}$$

Başka bir hata olarak, eşlenik ile çarpıp bölme durumu ile karşılaşmıştır.

$x+1=u$ dönüşümü yapan öğrencilerin de maalesef işlemlerden kurtulup çözüme ulaşamadıkları görülmüştür.



Şekil 6. A ve B grubu öğrencilerinin kategorilere göre dağılımı

4. TARTIŞMA ve SONUÇ

Bu çalışma ile öğrencilerin L'hospital kuralını uygulamada yaşadıkları zorluklar incelenmiştir. Mühendislik fakültelerine okutulan Matematik 1 dersi, Matematik bölümü öğretim üyeleri tarafından ortak müfredata dayanarak okutulan bir derstir. Bu tip çalışmalarla, öğrencilerin geneli üzerinde konu başlıkları altında kavram yanlışları ortaya çıkarılıp çözümler aranılabilir.

Şekil 6'dan da anlaşılacağı üzere, öğrencilerin en büyük kavram yanlışlığı L'hospital kuralının hangi şartlarda uygulanacağını kavramamış olmalarından kaynaklanmaktadır. Ayrıca öğrenci kâğıtlarına bakıldığında, birikimlerini nasıl organize edeceklerini bilmedikleri, bilgi yumağında kayboldukları tespit edilmiştir. Örneğin, Şekil 3 ve 4'te öğrencilerin kullandıkları özellik işlerine yaramamıştır. Dolayısıyla problem çözme tabanlı eğitimin üniversitelerde de uygulanması gerekmektedir.

Blanco (2001), kavram yanlışlarının geleneksel öğretim yöntemleri ile giderilemeyeceğini vurgular. Dolayısıyla belirsizlik, limit kavramları ve L' hospital kuralının ne zaman, ne amaçla ve nasıl uygulanacağı bilgisayar destekli öğretimle desteklenebilir.

Kavram yanlışlığının oluşmasının sebeplerinden biri kavramsal öğrenmenin gerçekleşmemesi ve öğrencilerin ezbere kaçmasından kaynaklanmaktadır. Bâki ve Çekmez (2012) limitin formal tanımı ile alakalı yaptıkları çalışmada, öğrencileri δ gibi limit tanımı içindeki değişkenlere ait yorum yapmakta zorlandıkları, bunun yerine ezberleme yoluna gittikleri sonucuna ulaşmışlardır.

Kaplan, İşleyen ve Öztürk (2011) öğrencilerin oran ile miktarı karıştırdıklarını, oran orantı konusunu kesir konusundaki eksikliklerinden dolayı yapılandıramadıklarını belirtmişlerdir. Dolayısıyla L'hospital kuralının uygulamasında ortaya çıkan kavram yanlışlarını giderebilmek için belirsizlik, sonsuzluk kavramlarının sadece tanımları üzerinde değil kavramsal anlamları üzerinde de durulmalıdır.

Okullardaki öğretmenler ve üniversitelerdeki öğretim üyeleri kavram yanlışlığı ile alakalı seminerlere katılarak, öğrencilerde oluşabilecek yanlışlar ile alakalı bilgilendirilebilirler.

KAYNAKLAR

- Akkuş, M., (2004). *Logaritma Konusunda 10. Sınıf Öğrencilerinin Kavram Yanılgıları Nelerdir?*, Yüksek Lisans Tezi, Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya.
- Alıcı, İ & Kavcar, N. (2006). Ortaöğretim Fizik Dersi "Yeryüzünde Hareket" Ünitesindeki Kavram Yanılgılarının Belirlenmesi ve Ünitenin Öğretim Programının Geliştirilmesi Üzerine Bir Çalışma, *Dokuz Eylül Üniversitesi Buca Eğitim Fakültesi Dergisi*, 20 84-90
- Baki, A. (2008). Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi. Ankara: Harf yayınları
- Baki, M., & Çekmez, E. (2012). İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Limit Kavramının Formal Tanımına Yönelik Anlamalarının İncelenmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 3(2).
- Bilgin, İ., Uzuntiryaki, E., Geban, Ö. (2003). Student's Misconceptions on the Concept of Chemical Equilibrium. *EğitimveBilimDergisi*. 29,(127), 10-17.
- Blanco, L. J. (2001). "Errors in the Teaching/Learning of Basic Concepts of Geometry", *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*. <http://www.cimt.plymouth.ac.uk/journal/default.htm>.
- Duru A., (2006). *Bir Fonksiyon ve Onun Türevi Arasındaki İlişkiyi Anlamada Karşılaşılan Zorluklar*, DoktoraTezi, Atatürk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.
- Gabel, D.L. ve Bunce, D.M. (1994). Research on Problem Solving: Chemistry. In D.L. Gabel (Ed.), *Handbook of research on science teaching and learning*. (301-326), New York: Macmillan.
- Gülçiçek, Ç. (2002). Lise 2. Sınıf Öğrencilerinin Mekanik Enerjinin Korunumu Konusundaki Kavram Yanılgıları. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Gazi Üniversitesi, Ankara.
- Kaplan, A., İşleyen, T., & Öztürk, M.(2011). 6. Sınıf Oran Orantı Konusundaki Kavram Yanılgıları. *Kastamonu Eğitim Dergisi*. 19(3), 953-968.
- Kazak, S.,(2008). Öğrencilerin Olasılık Konularındaki Kavram Yanılgıları ve Öğrenme Zorlukları, M. F.
- Özmantar, E. Bingölbali, ve H.Akkoç (Eds.), *Matematiksel Kavram yanılgıları ve Çözüm önerileri*, (pp. 121-150). Ankara:PegemA. 2008
- Kendal, M. (2002). *Teaching and learning introductory differential calculus*. Unpublished doctoral dissertation, The University of Melbourne, Australia. Available: <http://thesis.lib.unimelb.edu.au/>.
- Miles, M.B, and Huberman, A.M. (1994). *Qualitative Data Analysis*, 2nd Ed., p. 10-12. Newbury Park, CA: Sage.
- Nakhleh, M.B. (1994). Why Some Students Don't Learn Chemistry? *Journal of Chemical Education*, 69, 191-196.
- Özmantar, M. F. ve Yeşildere, S.,(2008). Limit ve Süreklilik Konularında Kavram Yanılgıları ve Çözüm Arayışları, M. F. Özmantar, E. Bingölbali, ve H.Akkoç (Eds.), *Matematiksel Kavram yanılgıları ve Çözüm önerileri*, (pp. 181-221). Ankara:PegemA. 2008
- Özsoy, N., ve Kemankaşlı, N. (2004) Ortaöğretim Öğrencilerinin Çember Konusundaki Temel Hataları Ve Kavram Yanılgıları, *The Turkish Online Journal of Educational Technology - TOJET October 2004 ISSN: 1303-6521 Volume 3, Issue 4, Article 19*

- Özkan, E. M. ve Ünal, H. (2009) Misconception in Calculus-I: Engineering students' misconceptions in the process of finding domain of functions, *Procedia Social and Behavioral Sciences*, 1 (2009), 1792–1796.
- Wandersee, H., Mintzes, J.J. ve Novak, J.D. (1994). *Research on Alternative Conceptions in Science*. In D.L. Gabel (Ed.), *Handbook of research on science teaching and learning*. New York: Macmillan
- Zembat, I. O. (2008). Kavram yanılgısı nedir? , M. F. Özmantar, E. Bingölbali, ve H.Akkoç (Eds.), *Matematiksel Kavram yanılgıları ve Çözüm önerileri*, (pp. 1-8). Ankara:PegemA. 2008

SUMMARY

Misconceptions can be identified as the difference between the scientific meaning of conceptions and students' perception of concepts while errors are due to apply of incorrect formula or make a mistake during calculation. Kazak (2008) has been dealing with the conceptual mistakes concerning the probability. He has described the fact that students have put some conceptual mistakes while calculating the probability of a case with using some cognitive shortcuts instead of using required application of the well-known definition and the theory. He has described at the end of his research that the mathematical programs at the secondary schools have very small amount of examples, activities and explanations in order to discover the conceptual mistakes over probability subject and understanding difficulties. He has discussed the current level of the education of infinity concept on the first and secondary schools by means of his research on MEB (2002-2005a, 2006) and he has presented some suggestions concerning this issue. He has clearly recommended the necessity of making discussion with students on the subject as well as presenting much more activities in order to facilitate the understanding efficiency of the subject itself while dealing with the infinity concept. Ozmantar and Yesildere (2008) have frequently used especially the term of concept image while they have been researching the conceptual mistakes on the subjects of limit and continuousness. The concept image has been defined as the whole part of cognitive structures, which are related with a mathematical concept, formed in the mind of the person himself or herself (p.184). They have gathered all of the information concerning the conceptual mistakes related with limit and continuousness under the various headlines, i.e. the thought that the limit value can never be reached, the undefined and undetermined situations that doesn't make any sense for the students, conceptual mistakes concerning the function limit and the definition heap, conceptual mistakes concerning the continuous functions.

The purpose of this study was to investigate misconceptions when L'hospital rule was executed in analysis I course of faculty of engineering. Two questions which involve $\infty-\infty$ uncertainty were selected for this study. Therefore, students' perceptions related to uncertainty conception could be determined. The qualitative study was used in nature. 5 faculty members who were in the same university chose two questions and examined students' responses for validity and reliability of the study. Then, researchers categorized this responses synchronously and independently. Data were analyzed with content analysis such that sorting, coding and classifying were alternated. Moreover, qualitative results were obtained by means of descriptive statistics. Hereby, misconceptions were categorized by four types. 66 students of 200 students have misconceptions of implementation of L'hospital rule. On the other hand, goal of problem solving is not to use current data irrelevantly. Namely, many of students had get lost in their problem solving process. At this point, it can be stated that problem solving is an important component of all levels of mathematics education. As seen Table 1, more than half of students who had misconception were in first category because of execution of L'hospital rule before they did not make a regulation. Uncertainty can be deliberated in mathematics course to overcome prejudice of students.