

BÜKÜM (BENDING) YÖNTEMİ İLE SİSMİK IŞIN İZLEME

Seismic Ray Tracing by Bending Method

Tolga Bekler^{*}, H. Sadi Küleli^{*}, Cemil Gürbüz^{*}

ÖZET

Sismolojide ortamın modellenmesine yönelik çalışmalarda, gerçek yer yapısının yön bağımsız (izotrop) ve tek düze (homojen) olmaması nedeni ile elastodinamik denklemin analitik çözümleri kullanılamaz (Cerveny, 1986). Bu nedenle bir yüksek frekans yaklaşımı olan ışın izleme yöntemleri, tekdüze olmayan ortamlarda seyahat zamanı ve ışın yolunun hesaplanmasında çok sık başvurulan araçlardan biridir. Işın teorisi kullanılarak yapılan modelleme çalışmalarında, amaç herhangi bir anda ışının seyahat zamanının ve ışın yolunu tanımlayan yer koordinatlarının hesaplanmasıdır. Işın izleme problemleri en genel haliyle, bir başlangıç ve sınır değer problemi olarak ele alınırsa, atış (shooting) yöntemi bir başlangıç değer problemi, bükme (bending) yöntemi de sınır değer problemi olarak düşünülebilir (Cerveny, 1986).

Bükme yönteminde başlangıçta düz veya eğrisel olarak alınan bir ışın yolu Fermat prensibi sağlanana kadar perturbe edilmiştir. Kullanılan algoritma da, ışın denklemlerinin çözümü yerine doğrudan seyahat zamanının minimizasyonunu kullanıldığından, ışının herhangi bir yerdeki hız fonksiyonunu hesaplamak için doğrusal bir ara değer bulma işlemi kullanılabilir (Thurber, 1986). Bu işlem, hesaplamada büyük avantaj sağlar. Çalışmamızda, yöntemin etkinliği ve kullanılan bükme algoritmasının doğruluğunu sınamak için, öncelikle sismik hızın yavaş değiştiği bir ortam öngörülerek, bu modele uygun doğrusal bir hız fonksiyonu için analitik olarak dalga seyahat süresi hesaplanmıştır. İkinci adımda aynı model için, hız fonksiyonu sayısal hale getirilerek, bükme yaklaşımı kullanılmış ve ışının seyahat süresi hesaplanmıştır. Bulunan analitik ve sayısal sonuçlar karşılaştırıldığında hesaplanan seyahat zamanlarının birbirine çok yakın olduğu görülmüştür.

ABSTRACT

In studying velocity structure model of the earth, the analytic solution of the elastodynamic equation can not be used, since the earth is not homogenous and isotropic (Cerveny, 1986). Therefore, the high frequency approximation for the ray tracing methods is a tool to find the travel-time and ray path in nonhomogenous medium. The aim of modelling studies is to seek travel time and ray path at any position in space along the ray path using ray theory. In general, ray tracing problems can be thought of as an initial value problem and boundary value problem in two forms. The shooting methods exploit the standart initial value ray tracing. The bending method does not exploit the standart initial value ray tracing (Cerveny, 1986).

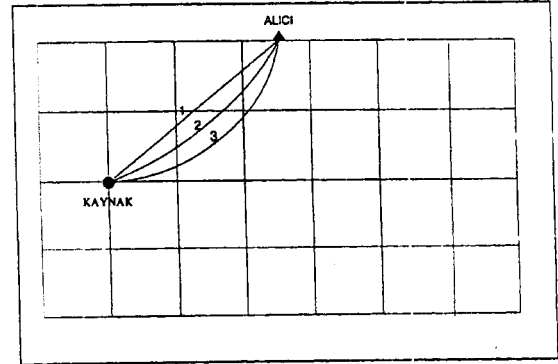
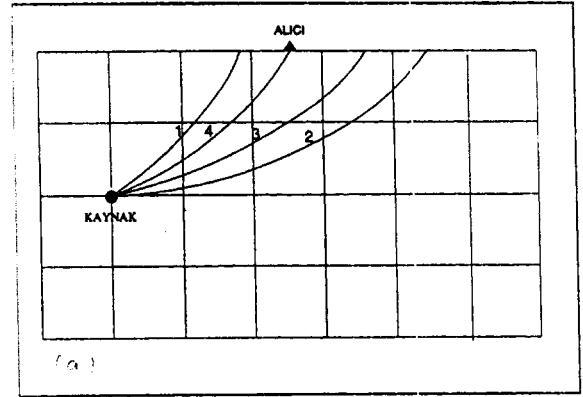
In bending method, initial ray path which is guessed as linear and curved is perturbed until it satisfies the Fermat's principle. Because this algorithm utilizes direct minimization of the travel time instead of solving the ray equations, a simple linear interpolation can be employed to compute velocity as a function of velocity (Thurber, 1986). This process provides great advantage in computing. At our study, to test the accuracy and the reliability of bending algorithm, first, slow variation of velocity is assumed in the medium and travel time can be analytically calculated for an appropriate linear velocity function. Later, for the same model, by using Thurber's algorithm, bending approximation is used and then travel times are calculated numerically. Finally, after the comparison of analytic and numerical results, it can be said that computed travel times are approximately the same.

GİRİŞ

Geometrik ışın teorisi, kullanılabilirliğinin hayli geniş olması nedeni ile, sismolojide doğru seyahat sürelerinin ve ışın yollarının hesaplanmasında önemli bir araçtır. Tek düze olmayan yer yapısının incelenmesinde sismik ışın izlemeye yönelik çeşitli teknikler sismologlar tarafından geliştirilmiştir. Örneğin Jackson (1970), Jacob (1970), Jullian (1969, 1970) ve Wesson (1971) tekdüze olmayan ortamlarda ışın izlemek için geliştirdikleri teknikleri sismolojinin çeşitli problemlerine uygulamışlardır. Jackson, Jullian ve Jacob sismik ışın izlemeyi bir başlangıç değer problemi olarak formüle ederken, Wesson probleme hem başlangıç değer problemi hem de sınır değer problemi olarak yaklaşmıştır. Wesson (1971), özellikle deprem lokasyonunun belirlenmesinde ve yine üç boyutlu (3-D) hız yapısının çıkarılmasında sismik ışınların iki nokta arasında izlenmesi üzerine çalışmıştır. Öte yandan Jullian ve Gubbins (1977) başlangıç değer ve sınır değer problemlerini karşılaştırmışlar ve sınır değer problemi yaklaşımının hesaplama zamanı açısından daha hızlı olduğunu görmüşlerdir. Hem Wesson(1970) hemde Jullian ve Gubbins (1977) iki noktalı ışın izleme problemini çözerken ikinci mertebeden diferansiyel denklemlerde sonlu farklar yaklaşımları kullanmışlardır. Chander (1975) orijinali L. Euler'e ait olan, seyahat süresinin hesaplanmasında integral yaklaşımları kullanmış ve minimum sürede alınacak ışın yolunu doğrudan çözmüştür. Yang ve Lee (1976) bu formülasyonun Wesson(1971) tarafından kullanılan merkezi farklar yaklaşımı ile aynı olduğunu göstermişlerdir. İki noktalı sismik ışın izleme probleminin çözümüne farklı bir yaklaşım Yang ve Lee (1976) tarafından getirilmiştir. Yaptıkları yaklaşımda, ikinci mertebeden ışın denklemlerini birinci mertebeden denklem takımlarına düşürmüşler ve Lentini ve Pereyra (1975) tarafından yazılan uyarlanabilir sonlu farklar programını kullanarak bu denklemleri çözmüşlerdir.

En basit haliyle, yeraltının hız modellemesini yaparken, kaynaktan alıcıya seyahat eden ışının varış süresi ve karakterize edildiği yolun tanımlanması ile ilgili olarak iki noktalı sismik ışın izleme yaklaşımı (two-point ray tracing) yapılır. İki noktalı ışın izleme ile yaklaşım, bir başlangıç değer problemi (initial value problem) ve sınır değer problemi (boundary value problem) olarak ele alınırsa; atış (shooting) yöntemi standart bir başlangıç değer problemi olarak düşünülürken, büküm (bending) yöntemi ise standart bir başlangıç değer problemi değildir (Cerveny,1986). Atış yöntemi yaklaşımında (Şekil-1a) bir kaynak alıcı ortamında, başlangıç noktasına sahip bir deneme ışını alıcıya doğru, ışın denklemleri kullanarak yayılır. Eğer deneme ışını alıcıyı vuramazsa, başlangıç ışın yönü tekrar düzenlenir ve yeni deneme ışınları alıcıya ulaşmaya kadar izlenir. Büküm yönteminde (Şekil-1b) bir başlangıç ışın yolu yaklaşık olarak diferansiyel denklemi veya doğrudan

Fermat prensibini sağlayana kadar bükülür (perturbated ray). Atış metodu, yüzey boyunca düzenli veya düzensiz olarak konumlanmış alıcılara, kaynaktan çıkarak ulaşan ışınların bulunması ile ilgili iki boyutlu (2-D) çalışmalarda başarıyla kullanılırlar. Öte yandan 3-D uzayda düzensiz olarak alıcı noktaları ile kaynak noktası arasındaki ışınları atış yöntemi ile tanımlamak beraberinde bazı dezavantajları getirebilir (Cerveny,1986). Bu yüzden büküm yöntemi 3-D hız yapılarının çıkarılmasında ve atış yöntemine göre daha etkin ve seyahat süresi hesaplama zamanı daha düşüktür.



Şekil 1: Atış yöntemi (a) ve büküm (b) yönteminde ışın yollarının gösterimi.

Figure 1: Illustration of ray paths in shooting (a) and bending (b) methods.

BÜKÜM YÖNTEMİ

Yeriçinde pozisyonun bir fonksiyonu olarak P dalgası hızı $V(x,y,z)$ fonksiyonu ile verilmiş olsun. P_1 ve P_2 gibi iki nokta arası minimum seyahat süresi yolunu tanımlayan $P_1(x,y,z)$ ve $P_2(x,y,z)$ verilsin. Matematik olarak bu, iki noktalı sınır değer problemi olarak bilinir. Bu problemi çözmek için, tek düze olmayan bir ortamda elastik bir dalganın yayılımı ile ilgili denklemler ile başlamak gerekir. Ortamın doğası ile ilgili uygun kabullenmeler ile ışın denklemleri çıkarılabilir. Böyle bir denklem vektör formunda şu şekilde verilebilir.

$$\frac{d}{ds} \left(\frac{1}{V(\mathbf{r})} \frac{d\mathbf{r}}{ds} \right) - \nabla \left(\frac{1}{V(\mathbf{r})} \right) = 0 \quad (1)$$

s : ışın boyunca yay uzunluğu

V : yer pozisyonu \mathbf{r} 'nin fonksiyonu olarak hız

(1) denklemini tekrar yazılırsa

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= V(\mathbf{r}) \left(-G(\mathbf{r}) \dot{x} + \frac{\partial u}{\partial x} \right) \\ \ddot{y} &= V(\mathbf{r}) \left(-G(\mathbf{r}) \dot{y} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) \\ \ddot{z} &= V(\mathbf{r}) \left(-G(\mathbf{r}) \dot{z} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (2) \quad (3) \quad (4)$$

burada;

$$\ddot{x} = \frac{d^2 x}{ds^2} \quad \ddot{y} = \frac{d^2 y}{ds^2} \quad \ddot{z} = \frac{d^2 z}{ds^2}$$

$\mathbf{r} = (x, y, z)$, u : yavaşlık

$$G(\mathbf{r}) = \frac{\partial u}{\partial x} \dot{x} + \frac{\partial u}{\partial y} \dot{y} + \frac{\partial u}{\partial z} \dot{z}$$

Pereyra ve diğ. (1980), (2, 3 ve 4) denklemlerinde belirtilen denklem takımlarının uygun sınır koşullarına bağlı olarak, ikinci mertebeden bu diferansiyel denklem takımını daha büyük bir birinci mertebeden denklem takımlarına dönüştürmek suretiyle çözdüler. Birinci mertebeden sistem daha sonra Lentini ve Pereyra (1975) tarafından geliştirilen bilgisayar programı sayesinde bir sonlu farklar kullanarak çözüldü.

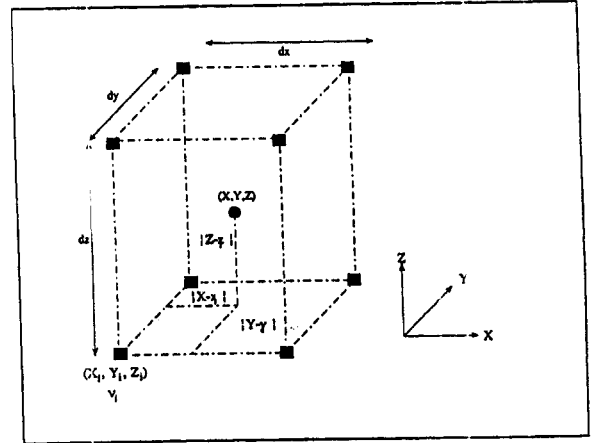
Büküm yönteminde başlangıçta düz veya eğrisel olarak alınan ışın yolu Fermat prensibi sağlanana kadar pertürbe edilir. Kullanılan algoritmada, ışın denklemlerinin çözümü yerine doğrudan seyahat zamanının minimizasyonu kullanıldığından, ışının herhangi bir yerdeki hız fonksiyonunu hesaplamak için doğrusal enterpolasyon kullanılabilir. Işın yolu eğrisinin özelliği çıkarılarak perturbasyonu hesaplamak için parçalı sürekli (piecewise) minimizasyon denklemi kullanılır. Işın denklemini, büküm yönteminin her zamanki yaklaşımı kullanılarak sonlu farklar formunda çözemeyiz (Jullian ve Gubbins, 1977). Bunun yerine ışın yolu yinelemeli olarak pertürbe edileceğinden, seyahat zamanının doğrudan minimizasyonuna gidilir (Thurber, 1986).

Düz problem çözümü, üç boyutlu bir hız yapısı içinde ışın yollarının ve seyahat sürelerinin hesaplanmasını içerir. Hız yapısı diktörtgensel grid olarak gösterilir ve

grid içindeki her nodtaki hız, bu nodun etrafındaki hız değerlerinin doğrusal bir enterpolasyon ile hesaplanır. Yaklaşık bir iki-noktalı ışın büküm düzeni Um ve Thurber'ın (1987) ışın yollarını ve seyahat süresini hesaplamak için geliştirdikleri metoda dayanır. Üç boyutlu bir hız yapısında kullanılan büküm algoritması, bu metodun hesaplama açısından etkin olması nedeniyle seçilmiştir.

PARÇALI HIZ MODELİ (The Velocity Node Model)

Üç Boyutlu P ve S dalga hızlı yapılarının algoritmasının oluşturulmasında üzere nodlar ile tanımlanmış grid kullanılır. Her X , Y , Z noktasındaki hız, şekil-2 de gösterildiği gibi diktörtgensel bir gridin birbirini çevreleyen nodlarında hızın enterpolasyonu ile bulunur. Bu köşeler dx , dy ve dz birim boyutları ile bir blok (box) tanımlar.



Şekil 2: (X, Y, Z) noktasındaki hız, birbirini çevreleyen 8 adet nodun hız değerlerinin enterpolasyonu ile hesaplanır.

Figure 2: The velocity at the point (X, Y, Z) is computed by a linear interpolation of the velocity values of the 8 surrounding nodes (Block, 1991)

Işın büküm algoritmasını uygulamak için hız gradyanları hesaplanmalıdır. Bu yüzden, (X, Y, Z) noktaları için 8 adet hız köşesi ilk olarak tanımlanır. (X, Y, Z) noktasında hız bilgisi aşağıda verildiği gibi ifade edilir.

$$v(x, y, z) = \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \sum_{l=1}^2 v_{jkl} \left(1 - \frac{|x-x_j|}{dx} \right) \left(1 - \frac{|y-y_j|}{dy} \right) \left(1 - \frac{|z-z_l|}{dz} \right) \quad (5)$$

Böyle bir formdan kısmi türevler kolayca aşağıdaki gibi verilebilir:

$$\frac{\partial V(X, Y, Z)}{\partial x} = \sum_{k=1}^2 \sum_{j=1}^2 \frac{(V_{2jk} - V_{1jk})}{dx} \left(1 - \frac{|Y - y_j|}{dy} \right) \left(1 - \frac{|Z - z_k|}{dz} \right)$$

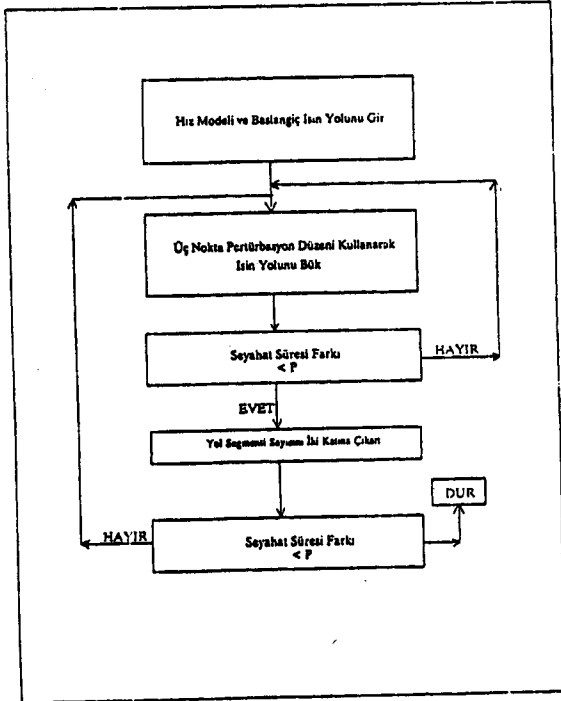
$$\frac{\partial V(X, Y, Z)}{\partial y} = \sum_{k=1}^2 \sum_{i=1}^2 \frac{(V_{i2k} - V_{i1k})}{dy} \left(1 - \frac{|X - x_i|}{dx} \right) \left(1 - \frac{|Z - z_k|}{dz} \right)$$

$$\frac{\partial V(X, Y, Z)}{\partial z} = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \frac{(V_{ij2} - V_{ij1})}{dz} \left(1 - \frac{|X - x_i|}{dx} \right) \left(1 - \frac{|Y - y_j|}{dy} \right)$$

(6) (7) (8)

ALGORİTMA

Kullanılan ışın büküm algoritması Um ve Thurber (1987) tarafından geliştirilen yöntem üzerine kuruludur. İzleyen tanımlarda Um ve Thurber (1987) tarafından hazırlanan orijinal algoritmaları temel alınmıştır.

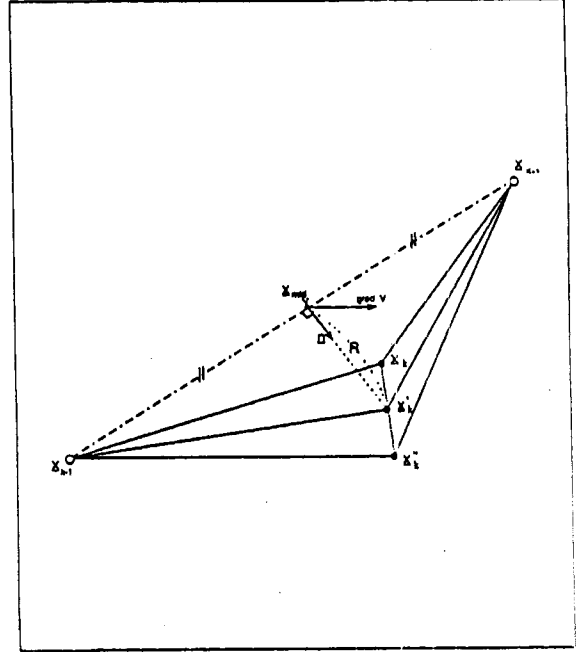


Şekil 3: Bükme algoritmasının genel bir akış diyagramı.

Figure 3: A general flow chart of bending algorithm.

Üç boyutlu, iki nokta ışın büküm düzeninde başlangıçta tahmini olarak alınan bir ışın yolu seyahat süresini minimize etmek için yinelemeli olarak pertürbe edilir. Işın yolu, doğru parçaları ile ayırık noktalar şeklinde gösterilir. İlk olarak birbirine yakın üç nokta, \underline{X}_{k-1} , \underline{X}_k , \underline{X}_{k+1} , ve Şekil-4 de gösterildiği gibi düşünülür. \underline{X}_{k-1} ve \underline{X}_{k+1} noktaları sabit halde; yeni bir \underline{X}'_{k-1} noktası, \underline{X}_{k-1} noktasından \underline{X}_{k+1} noktasına seyahat süresini minimize etmek için bulunur. Yeni \underline{X}'_k noktası \underline{n} doğrultusu ile ve

orta nokta (\underline{X}_{mid})' den olan R uzaklık miktarı ile tanımlanır (\underline{X}_k : noktadaki yer vektörü).



Şekil 4: 3-B üç noktalı pertürbasyon düzenine gösterimi. Bir başlangıç yol segmenti (X_{k-1} , X_k , X_{k+1}) yeni bir orta nokta bulunarak ışın denklemi yaklaşık olarak sağlanıncaya kadar pertürbe edilir.

Figure 4: Illustration of the three-point perturbation scheme in 3-D. An initial path segment is perturbed to approximate satisfy the ray equation by finding a new mid-point (Thurber, 1986)

Işın denklemleri, ışın büküm doğrultusuna paralel ışın büküm vektörüne normal olan hız gradyenti bileşenini ifade eder. \underline{n} uzaklığının (offset) doğrultusu bu özellik kullanılarak hesap edilir. Yerel (local) ışın doğrultusu yaklaşık olarak, \underline{X}_{k-1} ve \underline{X}_{k+1} , ile verildiğinden bu doğrultuya normal olan hız gradyentinin bileşeni \underline{X}'_k noktası için offset doğrultusunu verir.

$$\underline{n}' = (\text{grad}v) - \frac{[(\text{grad}v)(\underline{X}_{k+1} - \underline{X}_{k-1})]}{|\underline{X}_{k+1} - \underline{X}_{k-1}|}$$

$$\underline{n} = \frac{\underline{n}'}{|\underline{n}'|} \quad (9) \quad (10)$$

Hız gradyenti birbirini çevreleyen her noktadaki hızlar ve (6), (7) ve (8) eşitlikleri kullanılarak, \underline{X}_{mid} noktasında hesaplanır. R mesafesinin miktarı için \underline{X}_{k-1} noktasından \underline{X}_{k+1} noktasına kadar seyahat süresinin minimizasyonuna gidilir. V_{k-1} , V'_k ve V_{k+1} sırasıyla, \underline{X}_{k-1} , \underline{X}'_k ve \underline{X}_{k+1} noktalarındaki hızlar olsun. Bu durumda seyahat süresi:

$$T = \sqrt{|X_{k+1} - X_{mid}|^2 + R^2} \left(\frac{1}{2} \frac{1}{V_{k-1}} + \frac{1}{2} \frac{1}{V_{k+1}} + \frac{1}{2} \frac{1}{V_k} \right) \quad (11)$$

Daha sonra seyahat süresi için ifade aşağıdaki şeklini alır.

$$T = \sqrt{L^2 + R^2} \left(c - \frac{1}{V_k} \right) \quad (12)$$

burada;

$$L = |X_{k+1} - X_{mid}| \quad (13) \quad (14)$$

$$c = \left(\frac{1}{V_{k+1}} + \frac{1}{V_{k-1}} \right)$$

R değerini bulmak için R'ye göre seyahat süresinin türevi alınır ve sıfıra eşitlenir.

$$\frac{\partial T}{\partial R} = \sqrt{L^2 + R^2} \left(-\frac{1}{V_k} \right) \frac{\partial V_k}{\partial R} + \left(1 + \frac{1}{V_k} \right) \frac{R}{\sqrt{L^2 + R^2}} = 0 \quad (15)$$

Bundan sonra V'_k değerinin ifade edilmesi gerekmektedir. Bu hız ortadaki V_{mid} hızının Taylor serisinin birinci mertebeden terimleri ile yaklaşık olarak hesap edilir.

$$V'_k = V_{mid} + \left[\frac{n}{n} (\text{grad} V)_{mid} \right] R. \quad (16)$$

İfade (15) denkleminin çözümünde yerine konduktan sonra yaklaşık R değeri:

$$R = -\frac{cV_{mid} + 1}{4cn(\text{grad}V)_{mid}} + \sqrt{\frac{(cV_{mid} + 1)^2}{4cn(\text{grad}V)_{mid}} + \frac{L^2}{2cV_{mid}}} \quad (17)$$

Bu üç nokta perturbasyon düzeni, bir uç noktadan diğer bir uç noktaya ya da her iki uç noktadan orta noktaya, ışın yolu boyunca tüm noktalara sırasıyla uygulanır. Um ve Thurber (1987) her iki uç noktadan orta noktaya olan perturbasyon yaklaşımının iki noktalı ışın büküm problemi için daha uygun olduğunu belirtmişlerdir. Tüm bu işlem seyahat süresi yakınsayana kadar yinelenmeli olarak pertürbe edilir. Gerçekte seyahat zamanını hesaplanmasında ışın yolu boyunca segmentleri boyunca sayısal bir toplama yapılacağından "trapezoidal kuralı" kullanılarak seyahat zamanı tekrar yazılacak olursa:

$$T = \sum_{n=2}^n |X_k - X_{k-1}| \left(\frac{1}{V_k} + \frac{1}{V_{k-1}} \right) / 2 \quad (18)$$

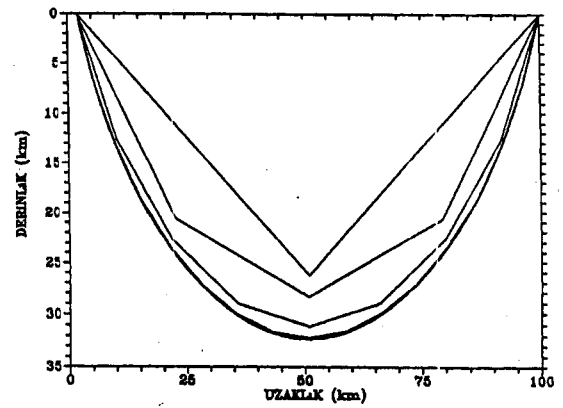
n : ışın yolunu tanımlayan noktaların sayısı

Pertürbasyon miktarının tahminin altında olmasından dolayı, fazla sayıda ışın noktaları kullanılması durumunda yakınsama yavaştır, ancak en son bulunan seyahat süresinin doğruluğu da kullanılan nokta sayısına bağlıdır. Um ve Thurber (1987) tarafından kullanılan algoritma Şekil-3 'de özetlenmiştir.

Bu işlemlere genelde az bir nokta sayısı, düz olarak alınan bir ışın yolu, iki uç noktası ve bir orta nokta ile başlanır. Başlangıç yolu belirli bir limit içinde, seyahat zamanı azalana veya artana kadar pertürbe edilir. Bu limit Um ve Thurber (1987) tarafından seyahat süresi geliştirme değişkeni P (travel time improvent parameter) olarak tanımlanmıştır. Yol segmentlerinin sayısı daha sonra iki katına çıkarılır ve yeni seyahat süresi hesaplanır. Seyahat süresindeki değişme P değerinden küçük ise algoritma durdurulur, değilse perturbasyona devam edilir. Yakınsamanın iyileştirilmesi için F gibi bir değer artım faktörü (enhancement factor) kullanılır. Yapılan perturbasyonlar tahminin altında (underestimated) olduğunda, yakınsamanın kalitesi, pertürbasyonun daha da genişletilmesiyle artırılabilir:

$$X''_k = F (X'_k - X_k) + X_k \quad (19)$$

Bu adım Şekil- 5' de geometrik olarak sunulmaktadır. F değerinin uygun seçilmesi, seyahat süresinin ve en son adımda bulunacak ışın yolunun doğruluğu açısından önemlidir.



Şekil 5: İki tabakalı basit hız modelinde üç noktalı başlangıç yolundan pertürbe edilerek elde edilen ışın yolları sırasının gösterimi.

Figure 5: Illustration of the sequence of the ray paths as they are perturbed from a three-point initial path in a simple two layered velocity model.

ALGORİTMANIN DOĞRULUK KONTROLÜ

İşin sisteminin en basit ve hızlı olanı analitik olan çözümdür. Basit hız modellerinde bunu uygulamak kolay olduğu halde, daha karmaşık 3-D hız

modellemelerinde, tüm ortamı analitik olarak çözmek büyük zaman kayıplarına neden olur. Bunun yerine model ortamını uygun hücelere bölmek ve her hücre için sayısal çözümlere gitmek daha uygundur.

Algoritmanın doğruluğunu kontrol etmek için ilk olarak tek boyutlu sabit hız gradyentli iki tabakalı bir model seçilir. Çünkü böyle bir modelde ışın yolu ve seyahat süresi için analitik çözümler bilinmektedir. Bütün modellerde P dalgası için yaklaşım yapılmıştır.

Basit hız modeli

Doğrusal bir hız fonksiyonu $V=4.0+0.2z$ (Lee ve Yang,1976) ve seçilen iki uç noktadan kaynak noktasının koordinatı (2,0,35) ve alıcı noktasının koordinatı (100,0,35) alınmıştır. Tabaka kalınlığı $z=35\text{km}$ ve sırasıyla hızlar $V_0=4\text{ km/s}$ ve $V_1=11\text{ km/s}$ dir. Bu model için üç noktalı başlangıç yolundan pertürbe edilerek elde edilen ışın yollarının sırası Şekil-6'da verilmektedir.

$$t = \left(\frac{2}{a} \right) \sinh^{-1} \left(\frac{ax}{2V_0} \right)$$

ifadesini seyahat süresini analitik olarak çözmek için kullanırsak

$t = 16.4722\text{ s.}$ analitik yolla hesaplanan seyahat süresini

$t = 16.0838\text{ s.}$ bilgisayar programı ile sayısal olarak hesaplanan seyahat süresini buluruz.

$$\Delta t = 0.3884\text{ s.}$$

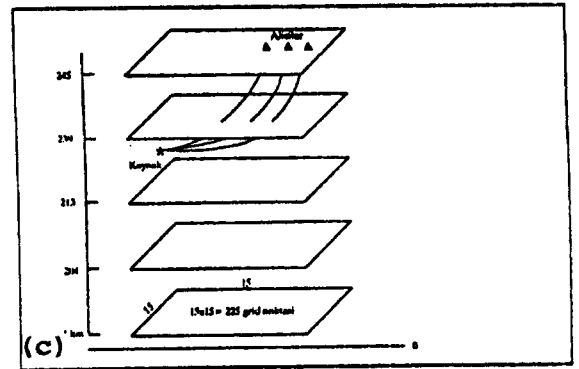
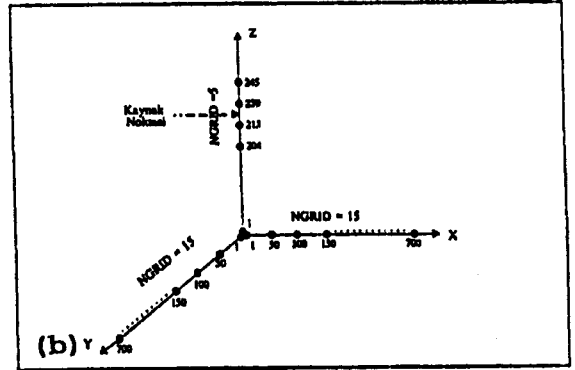
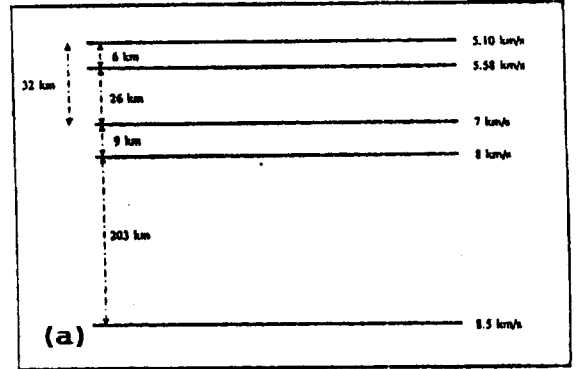
yine maximum derinliği analitik olarak aşağıdaki eşitlik ile elde edebiliriz.

$$h_{max} = \frac{V_0}{a} \left\{ \left[1 + \left(\frac{a \cdot x}{2 \cdot V_0} \right)^2 \right] - 1 \right\}$$

$$h_{max} = 32.92\text{ km analitik sonuç}$$

$$h_{max} = 31.28\text{ km sayısal sonuç}$$

$$\Delta h = 1.64\text{ km}$$



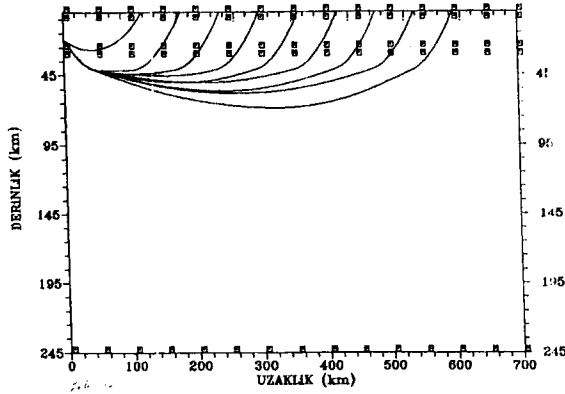
Şekil 6: Çok tabakalı yer modeli (a) için gridleme düzeni (b) ve üç boyutlu gösterimi (c).

Figure 6: For multi-layered earth model (a), illustration of gridding scheme (b) at 3-D (c).

Çok tabakalı model

Algoritma basit hız modeli için belli Δt hatası ile gerçek modele yaklaştırılmıştır. Altı tabakalı hız gradyentinin sıfır olduğu ve hızın yerine doğru arttığı bir model alınmıştır (Şekil-7). $15 \times 15 = 225$ grid noktasında hızlar tanımlanarak doğrudan bilgisayar ile sayısal çözüm elde edilmiştir. Algoritmanın doğası gereği kaynak noktası koordinatı (2, 10,225) ve alıcı noktaları kordinatı (120, 10, 245) olarak alınmıştır ve alıcılar arası uzaklık x

doğrultusu boyunca 60 km olup son alıcı 600 km de konumlandırılmıştır. Sismik hızlar sırasıyla; 5.10 km/s, 5.58 km/s, 7 km/s, 8 km/s ve 8.5 km/s alınmıştır. Yeryüzü boyunca alıcı uzaklıkları 120 km ile 600 km arasında 60 km aralıklarla sabitleştirilip, büküm programı için ışın yollarına (Şekil-8) bağlı P dalgasının doğrudan geliş zamanları bulunmuştur. Bulunan seyahat süreleri sırasıyla; 19.787 s, 27.442 s, 34.953 s, 42.454 s, 49.996 s, 57.460 s, 65.005 s, 72.478 s ve 80.115 s dir.



Şekil 7: Çok tabakalı hız modelinde ışın yolları.

Figure 7: Ray paths in multi-layered velocity model.

SONUÇLAR

Kullanılan ışın izleme algoritması uygun ışın yollarının perturbasyonlarının hesabı üzerine kurulmasıyla beraber, farklı hız modellerinde doğru seyahat sürelerinin ve ışın yollarının bulunduğu görülmüştür. Üç nokta perturbasyon düzeni kullanılarak sismik hızla doğrusal bir yaklaşım yapılır. Method hızın sürekli arttığı hız yapılarının modellenmesi ve seyahat sürelerinin bulunmasında etkin olmakla beraber daha az hesaplama zamanı gerektirir. Genelde metodun yalınlığı, hızlı hesaplama zamanı, algoritmayı kullanılabilir hale getiren seyahat süresi sonuçları, tek düze olmayan hız yapısı bilgisi ve gerçek modelde yüksek hız anomalilerinin olacağı göz önünde bulundurularak yapılan çözüm yaklaşımları ve ters çözüm problemlerinde özellikle sismik tomografi çalışmalarında kaynaktan istasyona seyahat sürelerinin hesaplanmasını beraberinde getirmektedir.

KATKI BELİRTME

Çalışmalarım esnasında her türlü desteğini gördüğüm sayın Prof. Dr. Ahmet Mete Işıkaraya, yüksek sabrından ve bilgisayar programlarından yararlandığım çalışma arkadaşım Araş. Gör. Ekrem Zor'a Jeofizik Anabilim Dalı'nda çalışan elemanları, Araş. Görevlileri Vuslat Tatar, Hakan Alçık, Rengin Gök ve Gonca Örgülü'ye yakın ilgileri için sonsuz teşekkürler.

KAYNAKLAR

- Block, V.L.,1991.** Joint Hypocenter-Velocity Inversion of Local Earthquake Arrival Data In Two Geothermal Regions. P.h.D. Thesis, Massachusetts Institute of Technology, 448s
- Cervený, V.,1986.** Seismic Ray Theory, Autumn Course on Seismology, International Center for Theoretical Physics, Italy.
- Chander, R.,1975.** On Tracing Seismic Rays with Specified End Points. J. Geophys., 41,173-177
- Chapman, C. H ve Coates, R. T.1990.** Ray Perturbation Theory and the Born Approximation, Geophys J. Int.100, s379-392.
- Jackson, P.L.,1970.** Digital simulation of Seismic Waves, Ph. D. Thesis. Univ. Michigan, 84s
- Jacob, K. H.,1970, Three-Dimensional Seismic Ray Tracing in a Laterally Heterogeneous Spherical Earth, J. Geophys. Res., 75, 6675-6689.**
- Jullian, B. R.,1969.** Regional Variations in Upper Mantle Structure Beneath North America, Ph. D. Thesis, Calif. Inst. of Technology.
- Jullian, B. R., ve D. Gubbins,1977.** Three-Dimensional Seismic Ray Tracing, J. Geophys.,43, 95-114
- Keller. H. B.,1968.** Numerical Methods for Two-Point Boundary Value Problems, Blaisdell, London,184s
- Kennett, L. N., ve Sambridge, M. S.,1990.** Boundary Value Ray Tracing in a Heterogeneous Medium: a Simple and Versatile Algorithm, Geophys. J. Int. 101, s157-168.
- Lentini, M, ve V. Pereyra, (1975).** An Adaptive Finite Differences Solver for Nonlinear Two Point Boundary Problems with Mild Boundary Layers, Rept. STAN-CS-275-530, Comp. Sci. Dept., Stanford University, 40s
- Pereyra, V. W. H. K. Lee, ve H. B. Keller,1980.** Solving Two-Point Ray Tracing Problems in a Heterogeneous Medium Part I. A general Adaptive Finite Difference Method, Bull. Seis. Soc. Am. 70, 79-99.
- Sun, Y.,1992.** Ray Tracing in 3-D Media by Parameterized Shooting, Geophys. J. Int, s145-155
- Thurber, H. C.,1981.**Earth Structure and Earthquake Locations In The Coyote Lake, Central California,Ph.D. Thesis, Massachusetts Institute of Technology, 332s.
- Thurber, C. H., ve W. L. Ellsworth, 1980.** Rapid Solution of Ray Tracing Problems in Heterogeneous Media, Bull. Seism. Soc. Am 70,137-1148.
- Thurber, C. H.,1986.** Analysis Methods For Kinematic Data From Local Earthquakes, Rev. Geophys. 24, 793-805.
- Yang, J. P., ve Lee, W. H.,1976.** Preliminary Investigations On Computational Method for Solving The Two-Point Ray Tracing Problem in a Heterogeneous and Isotropic Medium, U.S. Geological Survey, Open File Report, 66s.
- Wesson, R. L.,1971.** Travel Time Inversion for Laterally Inhomogeneous Crustal Velocity Models, Bull. Seism. Soc. Am., 61, 729-746.