JEOFİZİK 9,10;291-296

MELEZ (HYBRİD) YÖNTEM İLE İKİ BOYUTLU AKUSTİK DALGA ALANI HESABI VE TEKRARLI YANSIMALARI İÇEREN DALGA ALANI HESABI DENEMELERİ

2-D Wave Field Calculation By Hybrid Method and Experimentations on Calculating Wave Fields with Multiple Reflections.

Selma KADIOĞLU (COŞKUN)* , Turan KAYIRAN*

ÖZET

Melez Yöntem analitik ve sayısal yöntemlerin birleşimidir. Yöntem,dalga saçılımı ve dalga yayılımı ayrımına ve herbir işlemi uygun yöntemlerle tanımlama esasına dayanır. Aynı modelin herbir yöntem ile dalga alanları elde edilmiş ve sonuçlar karşılaştırılarak Melez Yöntemin duyarlılığı gösterilmiştir.

Yapılan çalışmalar; analitik yöntemlerden Değiştirilmiş Işın Yöntemi (MRS) ile dalga alanı hesabında, uygun Green fonksiyonunun üretimi ile tekrarlı yansımaları içeren dalga alanının hesaplanmasının mümkün olduğunu göstermiştir. Ayrıca, MRS ile tekrarlı yansımaları içeren dalga alanları hesaplanmıştır.

ABSTRACT

Hybrid method is a combination of analytical and numerical methods. the method is based upon the separation of wave propagation and scattering and upon the description of each process by the most suitable method. It has been shown that the stability of method is more effective by the results obtained by applying the each method to the same model and comparing the study results of the Hybrid Method.

Studies dealing with the wave field computation with the Modified Ray Sheme (MRS) from analytical methods, provide means for wave-field computations including multiple reflections with the use of appropriate Green functions. Additionally, using MRS, waves have been computed including multiple reflections.

GİRİŞ

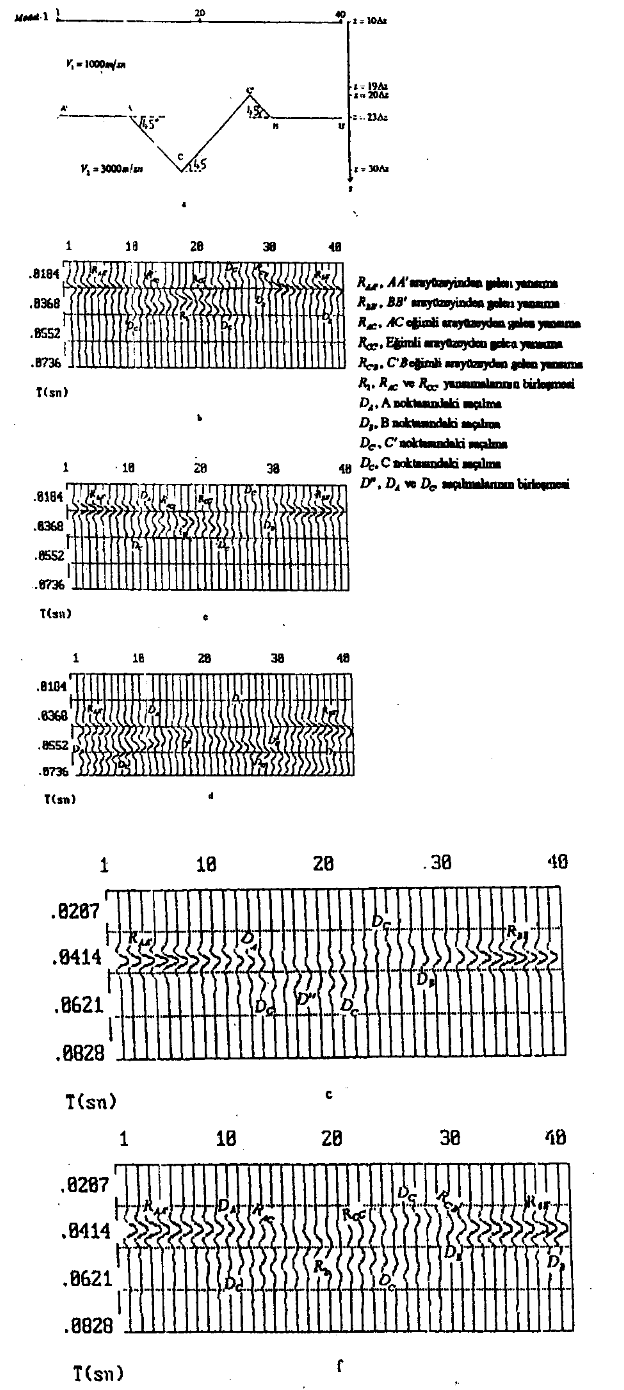
İki boyutlu heterojen ortamlarda dalga akanı hesaplama yöntemleri genel olarak analitik ve sayısal olmak üzere iki grupta sınıflandırılabilir. İlk grup analitik yöntemlerdir. Düzgün arayüzeyli ve zayıf heterojen bölgelerde oldukça duyarlıdır. İkinci grup ise sayısal yöntemlerdir. Sayısal yöntemler kuvvetli heterojen bölgelerde analitik yöntemlere oranla çok daha fazla duyarlıdır. Dalga alanı hesaplanırken modele uygun bir yöntem seçilmelidir. Ancak her zaman modele uygun bir yöntem bulunamamaktadır. Bu durumlar için yöntemlerin en etkin olduğu bölgelerde uygulanması ile birden fazla çözüm yöntemini içeren "Melez (Hybrid) Yöntem" geliştirilmiştir. Bu yöntemin ana özelliği dalga alanı hesaplama işleminin iki ayrı işleme bölünerek elde edilmesidir.

1- Seçilen modele arayüzeyin hemen üzerinde kararlaştırılan z= Z gibi yatay bir düzlem boyunca ikincil dalga alanının elde edilişi: Bu işlem sayısal yöntemlerden Sonlu Farklar Yöntemi (Finite Difference Method = FDM) ile tanımlanmaktadır. Giriş olarak arayüzey üzerindeki kaynak alanın değerleri kullanılır. Sonuç olarak z=Z düzlemi boyunca ikincil dalga alanı ve bu alanın normal türev değerleri elde edilir. İkincil dalga alanı, kaynak alan hariç sadece arayüzeyin etkisiyle oluşan alandır.

2- Yüzeyde ikincil dalga alanını elde edilişi: Bu işlem de analitik yöntemlerden, Kirchoff integralinin asimtotik çözümüne dayanan Değiştirilmiş Işın Yöntemi (Modified Ray Scheme = MRS) ile tanımlanmaktadır. Giriş olarak z=Z yatay düzlemi boyunca FDM'den elde edilen dalga alanının normal türev değerleri kullanılır. Sonuç olarak z<Z bölgesinde istenilen bir düzleminde ikincil dalga alanı değerleri elde edilir.

Bilindiği gibi sismik dalganın herhangi bir arayüzey üzerinde birden fazla yansımayla meydana getirdiği olaylara "tekrarlı yansımalar" adı verilmektedir. Tekrarlı yansımalar birer yansıtıcı yüzeyden gelen yansımalar gibi algılanabilirler. Bunların ortadan kalkması veya zayıflatılması çalışmalarının başarılı bir şekilde yapılabilmesi için öncelikle sismik kesitte tanınması gerekmektedir. Bu amaçla çeşitli modeller için hesaplanan dalga alanlarının istenilen türden tekrarlı yansımaları da içermesi oldukça önemlidir. Ancak günümüze kadar tekrarlı yansımaları içeren dalga alanı hesaplaması üzerinde durulmuştur. Yaptığımız çalışma; analitik yöntemlerden MRS ile dalga alanı hesabında, uygun Green fonksiyonunun üretimi ile tekrarlı yansımaları içeren dalga alanının hesaplanmasının mümkün olduğunu göstermiştir.

* Ankara Üniversitesi Fen Fakültesi Jeofizik Mühendisliği Bölümü, Beşevler, 06100 ANKARA



Şekil 1: *(a) Model 1.Δx=2m, Δz=2m, Δt=0.00046sn. (b) z=19Δz düzleminde FDM ile hesaplanan dalga alanı. (c) z=19Δz düzleminde MRS ile hesaplanan dalga alanı. (d) z=10Δz düzleminde FDM ile hesaplanan dalga alanı. (e) z=10Δz düzleminde MRS ile hesaplanan dalga alanı. (f) z=10Δz düzleminde Melez Yöntem ile hesaplanan dalha alanı.*
Figure 1: *(a) Model 1. Δx=2m, Δz=2m, Δt=0.00046sn. (b) Computation of wave field with the FDM on the plane of z=19Δz. (c) Computation of wave field with the MRS on the plane of z=19Δz. (d) Computation of wave field with the FDM on the plane of z=10Δz. (e) Computation of wave field with the MRS on the plane of z=10Δz. (f) Computation of wave field with the Hybrid Method on the plane of z=10Δz.*

MELEZ YÖNTEM İLE AKUSTİK DALGA ALANI HESABI

x ve z yatay ve düşey eksenler ve z ekseni aşağıya doğru pozitif olmak üzere iki boyutlu model $z \leq Z$ için homojen, $z>Z$ için heterojendir. $z>Z$ bölgesinde bir basınç dalgası (P dalgası) hareketi

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}=\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}-f \qquad (1)$$

diferansiyel denklemi ile verilmektedir. v=v(x,z) dalganın yayılma hızı, u=u(x,z,t) dalganın yerdeğiştirme vektörü, f=f (x,z,t) kaynak fonksiyonudur. m,n sırasıyla x ve z'ye göre uzay gridlerini tanımlamak üzere (1) denklemi FDM'e göre şu şekilde yazılabilir (Boore 1972, Shtivelman 1984).

$$u_{m,n,k+1}=p_{m,n}^2\left(u_{m+1,n,k}+u_{m-1,n,k}+u_{m,n+1,k}+u_{m,n-1,k}\right) + 2\left(1-2p_{m,n}^2\right)u_{m,n,k}-u_{m,n,k-1} \qquad (2)$$

Burada Δx=Δz ve $P_{m,n}$=$V_{m,n}$ $\Delta t/\Delta x$ dir. $\Delta x \neq \Delta z$ durumu Mufti (1985) ve Coşkun (1994) tarafından incelenmiştir. Dalga denkleminde görünen ikinci dereceden türevler sonlu fark operatörlerinden ikinci merkezcil fark operatörü kullanarak elde edilmektedir. (2) ifadesinden görüldüğü gibi hesaplamaya başlamak için t=0 ve t= -Δt zamanlarındaki değerlerin tanımlanması gerekmektedir. t= -Δt'de dalga alanın sıfır olduğu bilinmektedir. t=0'daki dalga alanı değerleri için bütün m,n noktalarında kaynak alanın ilk değerinin verilmesi yeterlidir. Yine fiziksel anlamda sayısal hesaplama bu algoritmanın karalı olmasını gerektirmektedir. Burada da alford ve diğ. (1974)'nın kullandığı kararlılık şartı kullanılmıştır. Ayrıca sınırda uç yansımaları önlemek için "transparent sınır şartı" (Reynolds 1978) oldukça etkilidir. Buradaki amaca göre arayüzeyin hemen üzerindeki z=Z düzlemi üzerinde dalga alanının türevinin hesaplanması gerekmektedir. Bu merkezcil fark operatörü kullanılarak elde edilir.

$$\frac{\partial u_{m,Z,k}}{\partial Z} \cong \frac{u_{m,Z+1,k}-u_{m,Z-1,k}}{2\Delta x} \qquad (3)$$

Bundan sonraki adım MRS ile dalga alanının $z<Z$ bölgesindeki istenilen bir düzleme indirgenmesidir. Bunun için Helmholtz denkleminden yola çıkarak, 2. Green teoreminin iki boyutlu ifadesinden yararlanarak, iki boyutlu durumda "Kirchoff İntegrali" elde edilir. Bu ifade

$$U(x_0,z_0,w)-\int_{z(Z} GF ds-\int_{-\infty}^{\infty}\left[U\frac{\partial G}{\partial Z}-G\frac{\partial U}{\partial Z}\right]dX \qquad (4)$$

ile verilir (Berkhout 1980). Sağdaki ilk integral kaynak alan spektrumdur. U ve G, z=Z düzlemi boyunca sırasıyla dalga sırasıyla dalga alanı spektrumu ve Green fonksiyonu değerlerini, $\partial/\partial Z$ ise $z=Z$ düzlemindeki normal türevi ifade etmektedir. Yine $z=Z$ de $x=X$ olarak ifade edilir. 2. Green teoremine göre U ve G skaler fonksiyonlarından biri seçilebilir durumdadır (Yaramancı 1986). Buna göre U nun çözümü için istenilen sınır şartını sağlayan Green fonksiyonlarından biri kullanılabilir. Her ikisinin çözümü de Helmholtz denkleminin çözümüdür. Amaca göre birinin çözümü ile sonuca ulaşılabilir (Shtivelman 1984, Coşkun 1994). Burada $z=Z$ deki normal türev değerleri kullanılacağı için sadece katı yüzey Green fonksiyonu kullanılarak hesaplanan dalga alanı spektrumunun çözümü ele alınacaktır. Bu spektrumun zaman ortamındaki ifadesi

$$u^{(+)} = \phi' + 2u_R \tag{5}$$

ile verilir. ϕ' kaynağın zaman ortamında ayna imaj alanıdır. Ancak burada ihmal edilecektir. Ayrıca

$$u_R = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left(\frac{\partial u_S}{\partial Z} * g_R\right) dX \tag{6}$$

ile ifade edilir. (6)integraline "Katı Yüzey İntegrali (RSI)" denmektedir. Burada $\partial u_s / \partial Z$, $z=Z$ düzlemi üzerinde dalga alanı türev değerleridir. RSI için $z=Z$ katı yüzeyi üzerinde u_s=0'dır. Bu ifadedeki g_R zaman ortamındaki katı yüzey Green fonksiyonudur (Shtivelman 1984, Coşkun 1994).

u_R integralinin sayısal olarak hesaplanabilmesi için önemli bir husus integrasyon sınırlarının tanımlanması gerekliliğidir. Bu değerler zaman ile doğrudan ilişkilidir. Bunun için $z=Z$ düzleminden $z<Z$ bölgesindeki herhangi bir (x,z) noktasına dalga alanının ilk geliş zamanı t_0 ile, maksimum kayıt zamanı T_{max} ile ve $[x-\Delta X, x+\Delta x]$ integrasyon bölgesi olarak tanımlandığında $X=x+\Delta X$'deki kaydetme zamanının t_0+T_{max}'ı aşmaması gerekmektedir. Yani burada ΔX değeri T_{max} değerine bağlıdır.

Ayrıca T_{max} değeri

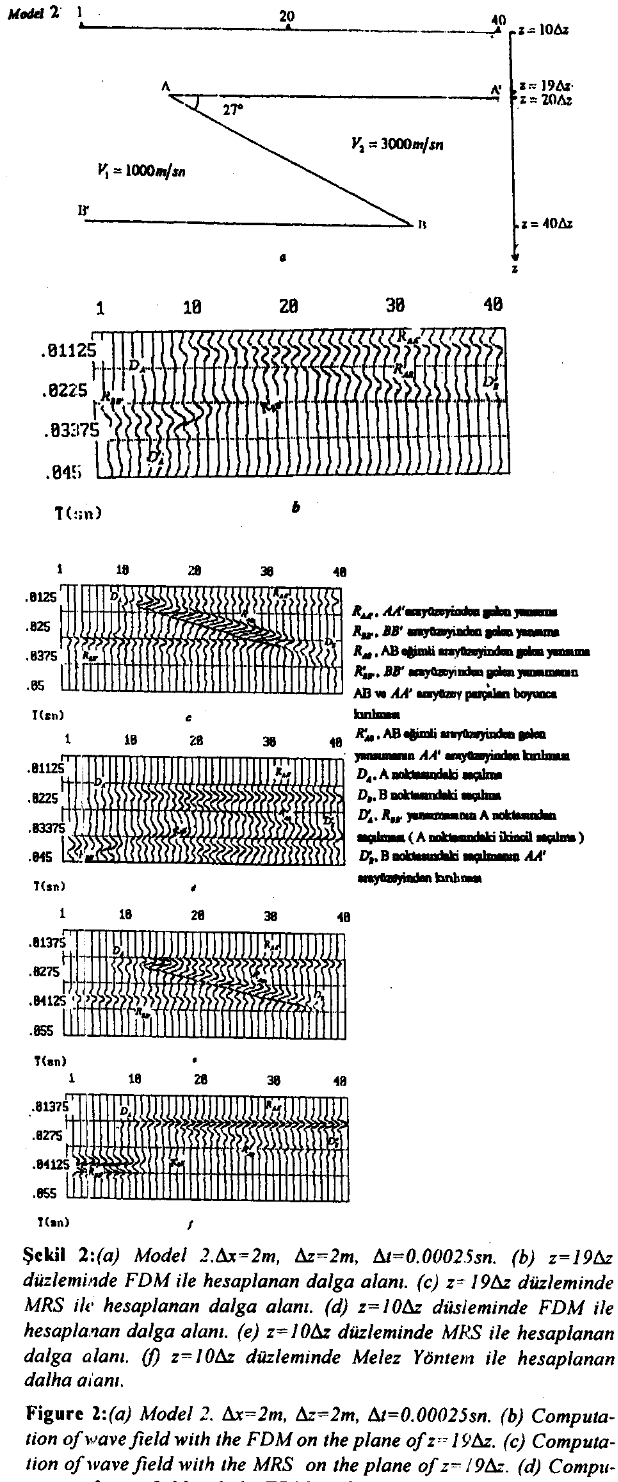
$$T_{max} << 2t_0 \tag{7}$$

olarak seçildiğinde kısa boylu veya asimtotik çözüm elde edilmektedir. Bu çözüm "Değiştirilmiş Işın Metodu (MRS)" olarak adlandırılmaktadır (Shtivelman 1984, 1985).

u_R'nin hesaplanmasında $z=Z$ düzlemi boyunca her x noktası için konvolüsyonun hesaplanması gerektiğinden bunun yerine önce x'e göre integralin hesaplanıp sonra konvolüsyon işleminin yapılması, işlemleri biraz daha basitleştirmektedir. Buna göre

$$w_R = \int_{x-\Delta X}^{x+\Delta X} \frac{1}{\sqrt{2t}} \frac{\partial u_s(T-T_r)}{\partial} dX \tag{8}$$

olur.



Şekil 2:(a) Model 2.Δx=2m, Δz=2m, Δt=0.00025sn. (b) z=19Δz düzleminde FDM ile hesaplanan dalga alanı. (c) z=19Δz düzleminde MRS ile hesaplanan dalga alanı. (d) z=10Δz düsleminde FDM ile hesaplanan dalga alanı. (e) z=10Δz düzleminde MRS ile hesaplanan dalga alanı. (f) z=10Δz düzleminde Melez Yöntem ile hesaplanan dalha alanı.

Figure 2:(a) Model 2. Δx=2m, Δz=2m, Δt=0.00025sn. (b) Computation of wave field with the FDM on the plane of z=19Δz. (c) Computation of wave field with the MRS on the plane of z=19Δz. (d) Computation of wave field with the FDM on the plane of z=10Δz. (e) Computation of wave field with the MRS on the plane of z=10Δz. (f) Computation of wave field with the Hybrid Method on the plane of z=10Δz.

Burada $T = t - t_0$, $T_R = t_r - t_0$ ve t_r $z = Z$ düzleminden $z<Z$ bölgesindeki dalga alanının hesaplanacağı herhangi bir (x, z) noktasına varış zmanıdır. Yani T kayıt zamanı, T_r de gecikme zamanıdır. Bu duruma göre u_R yeniden şu şekildetanımlanabilir (Shtivelman 1984, Coşkun 1994).

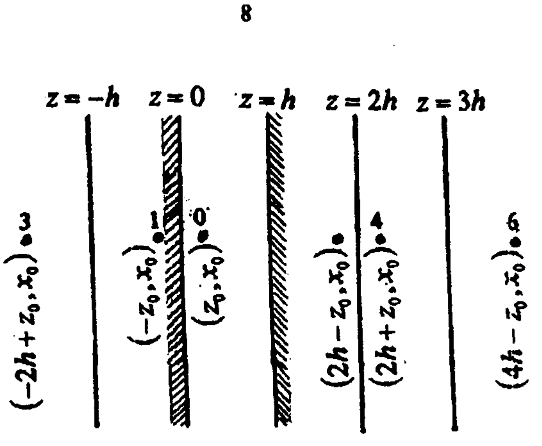
$$u_R \cong \frac{1}{2\pi} \int_{0}^{T_{mix}} w_R(T-\tau)\frac{d\tau}{\sqrt{\tau}} \tag{9}$$

τ konvölüsyon işlemi için zamanda kayma miktarıdır.

Sonuç olarak $z=Z$ düzlemi boyunca $\partial u_s / \partial Z$ değerlerinin bilinmesi durumunda $z<Z$ bölgesinde ikincil dalga alanı, (9) ifadesi ile verilen, sinyalin asimtotik şeklini tanımlayan konvolüsyon integrali kullanılarak u_R hesaplandıktan sonra sonuç (5) ifadesine konularak bulunur.

TEKRARLI YANSIMALAR İÇİN GREEN FONKSİYONLARI SERİLERİ

Aynalama yöntemi Green fonksiyonunu ağırlandırmaktadır. Birinci aynalama işlemi sınır şartlarına bağlı olarak Green fonksiyonlarının elde edilmesini sağlamaktadır (Yaramancı 1986). Morse ve Feshbach (1953)'ın Green fonksiyonları ile ilgili açıklamalarından yararlanarak yaptığımız çalışmamızda ikinci aynalama ile 1. tekrarın elde edildiği ve bu işlemin tekrarlanması ile Green fonksiyonlarının seri ifadeleri elde edilecek kadar tekrarlı yansımanın elde edilebileceği görülmüştür. Bu daha açık olarak şu şekilde ifade edilebilir (Şekil 3).



Şekil 3: *Kaynak İmajları dizisi.*

Figure 3: *Sequence of images of source*

Yöntem imaj yönünde $z=0$ ve $z=h$ sınırları ihmal edilerek uygulanır. Buna göre $z=h$ sınırı ihmal edilerek $z = -z_0$'da bir imaj elde edilir. Sonra $z=0$ sınırı ihmal edilerek $z= 2h-z_0$'da bir imaj elde edilir (Şekil 3.). 1 ve 0 birlikte $z=0$'da Neumann veya Dirichlet sınır şartını sağlamaktadırlar. Ancak 2 imajının da sınır şartlarına göre dengelenmesi gerekmektir. 2'yi dengelemek için $z=0$'a göre 2'nin imajı olan 3, (x_0,z_0-2h)'da bulunur. Benzer şekilde $z=h$'a göre 1'in etkisini dengelemek için $z=2h+z0$'da 4 imajı eklenir. Şimdi de $z=h$'da 3'ün etkisini dengelemek gerekmektedir. Bunun için ise $(x0, 4h-z0)$'da 6 imajını eklemek gerekmektedir. Bu işlem sayısını kontrol ederek sonsuza kadar devam eder. Böylece bir kaynaktan başlamış herhangi bir ışın için sonsuz yansıma sayısı vardır. Herbir imaj bu yansımalardan birine uyar.

Burada kaynaklar (x_0, z_0+2nh) noktalarında ve $(x_0, 2nh-z_0)$ noktalarında bulunmaktadırlar. Yine burada n bir tamsayıdır. Buna göre uygun Green fonksiyonları serileri oluşturulabilinir. Dirichlet sınır şartını sağlayan katı yüzey Green fonksiyonu serisi

$$G = -\frac{i}{4}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\left\{\begin{array}{l} H_0^2\left[k\sqrt{(x-x_0)^2+(z-z_0-2nh)^2}\right] \\ +H_0^2\left[k\sqrt{(x-x_0)^2+(z+z_0-2nh)^2}\right] \end{array}\right\} \tag{10}$$

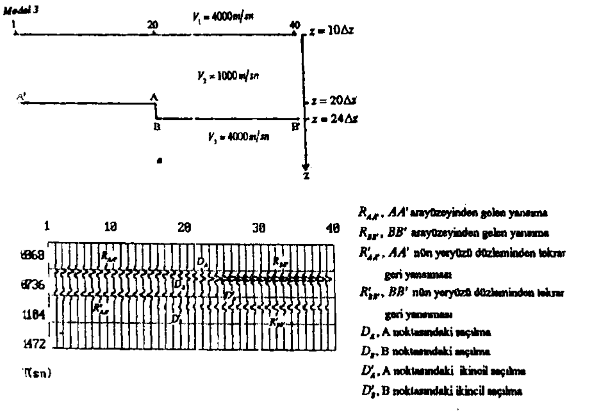
ile verilir. Burada H_0^2 sıfırıncı dereceden ikinci tip Hankel fonksiyonudur. Benzer şekilde Neumann sınır şartını sağlayan serbest yüzey Green fonksiyonu serisi de

$$G = -\frac{i}{4}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\left\{\begin{array}{l} H_0^2\left[k\sqrt{(x-x_0)^2+(z-z_0-2nh)^2}\right] \\ -H_0^2\left[k\sqrt{(x-x_0)^2+(z+z_0-2nh)^2}\right] \end{array}\right\} \tag{11}$$

ile verilir (Morse ve Feshbach, 1953). Örneğin bir tekrarlı yansıma içeren Dirichlet sınır şartını sağlayan Green fonksiyonu şu şekilde ifade edilir.

$$G = -\frac{i}{4}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\left\{\begin{array}{l} H_0^2\left[k\sqrt{(x-x_0)^2+(z-z_0)^2}\right] \\ +H_0^2\left[k\sqrt{(x-x_0)^2+(z+z_0)^2}\right] \\ +H_0^2\left[k\sqrt{(x-x_0)^2+(z-z_0+2h)^2}\right] \\ +H_0^2\left[k\sqrt{(x-x_0)^2+(z+z_0-2h)^2}\right] \end{array}\right\} \tag{12}$$

Bu şekilde istenilen sayıda tekrarlı yansımaları içeren Green fonksiyonları üretilebilir. Ancak seri ifadeler hızlı bir yaklaşım olmadığından fazla tekrar sayısı için elverişsizdir. tekrar sayısı çok fazla istendiğinde $|n| \to \infty$ giderken Hankel fonksiyonunun asimtotik ifadesinin kullanılabileceği Morse ve Feshbach (1953) tarafından belirtilmiştir. Sonuç olarak (10) veya (11) ifadelerinden biri (4) ifadesinde yerine koyularak istenilen sayıda tekrarlı yansımaları içeren dalga alanı spektrumu elde edilir.



Şekil 4: *(a) Model 3. Δx=2m, Δz=2m, Δt=0.00046 sn. (b) z=5Δz düzleminde MRS ile hesaplanan bir tekrarlı yansıma içeren dalga alanı.*

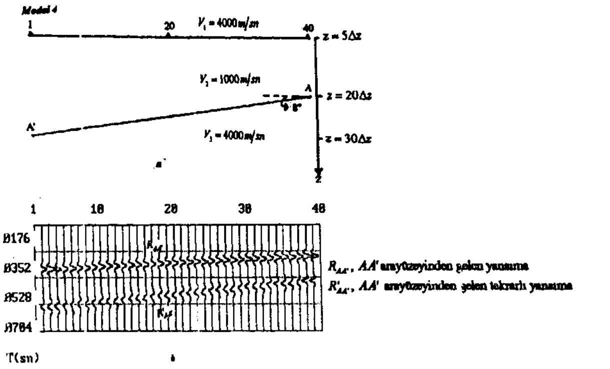
Figure 4: *(a) Model 3. Δx=2m, Δz=2m, Δt=0.00046 sn. (b) Computation of wave field including a multiple reflection with the MRS on the plane of z=5Δz.*

UYGULAMALAR

Öncelikle jeolojik model grid aralıklarına göre ayrıklaştırılmış olarak tanımlanmalıdır. Sonra kaynak ve kaynak alanın tanımlanması gerekir. burada $t=0$ zamanında dalga cephesi arayüzey ile eşleşen düşey yayılan bir düzlem dalga kullanılmıştır. hesaplamaya başlamak için gerekli olan kaynak alan ise;

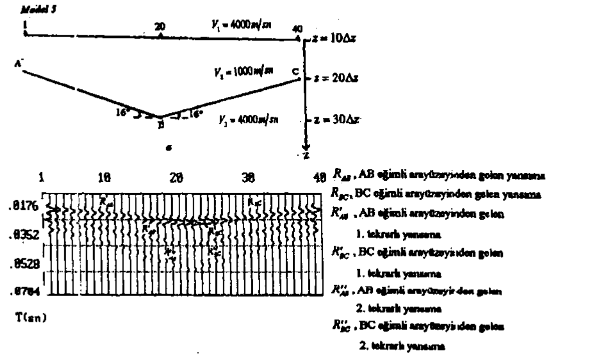
$$u^{(0)}_{m,n,k} = R\phi(t - t_r) \tag{13}$$

ile tanımlanmaktadır. ϕ kaynak fonksiyonu, t_r kaynak dalgacığının, verildiği noktadan kaynak alanın hesaplanacağı noktaya varış zamanıdır. Bu zaman uygun ışın yolu boyunca hesaplanabilmektedir. R ise yansıma katsayısıdır. Kaynak olarak 50 Hz'lik Ricker dalgacığı kullanılmıştır.



Şekil 5: *(a) Model 4. Δx=2m, Δz=1m, Δt=0.00022sn. (b) z=5Δz düzleminde MRS ile hesaplanan bir tekrarlı yansıma içeren dalga alanı.*

Figure 5: *(a) Model 4. Δx=2m, Δz=1m, Δt=0.00022 sn. (b) Computation of wave field including a multiple reflection with the MRS on the plane of z=5Δz.*



Şekil 6: *(a) Model 5. Δx=2m, Δz=1m, Δt=0.00022 sn. (b) z=10Δz düzleminde MRS ile hesaplanan iki tekrarlı yansıma içeren dalga alanı.*

Figure 6: *(a) Model 5. Δx=2m, Δz=1m, Δt=0.00022 sn. (b) Computation of wave field including double multiple reflection with the MRS on the plane of z=10Δz.*

SONUÇLAR

İlk iki model için eğimli yüzeylerden gelen yansımalar FDM kesitlerinde net bir şekilde görülmektedir. Buna karşılık MRS kesitlerinde eğimli yüzeylere ait uç noktalardaki saçılmalar daha etkin olarak görülmekte, yansımalar zayıf olarak izlenebilmekte ve kesitlerde bu bölgelerdeki süreklilik saçılma dalgalarıyla sağlanmaktadır. Süreksizlik yüzeyinden oldukça yukarıdaki bir düzlemde FDM, MRS ve Melez Yöntem ile hesaplanan dalga alanı kesitlerinde ise ; FDM kesitlerinde dispersiyon olayının etkisinden dolayı dalgacık genişlemekte; FDM kesitlerinde dispersiyon olayının etkisinden dolayı dalgacık genişlemekte bu da kesitleri oldukça bozmaktadır. Eğimli yüzeylerden gelen yansımalar Melez Yöntem kesitlerinde MRS kesitlerindekine göre çok daha net olarak görülebilmekte, yine FDM'un tam dalga alanını verdiği, buna karşılık MRS'in sadece arayüzeylerden gelen yansımaları ve saçılmaları verdiği, ayrıca hızı sabit kabul ettiği için çok karmaşık arayüzeyli modellerde yanlış dalga alanı hesapladığı özellikle model2'de açık bir şekilde görülmektedir. Melez Yöntem de FDM'u kullandığından tam dalga alanını vermektedir. Ayrıca bu yöntem hesaplama zamanını bölerek işlem yapma imkanı da sağlamaktadırlar.

Yine yaptığımız çalışma sonucunda; Green fonksiyonlarının seri ifadeleri tekrarlı yansımaların üretilebileceği görülmektedir. Tekrarlı yansımaların tanınması ve ortadan kaldırılması işleminde, tekrarlı yansımaları içeren dalga alanlarından yararlanılması ile daha duyarlı sonuçların ele edilebileceğini oldukça önemlidir.

KAYNAKLAR

ALFORD, R.M., KELLEY, K.R. and BOORE, D.M. 1974. Accuracy of finite,difference modeling of acoustic wave equation. Geophysics, 39, 6, 834-842.

BERKHOUT, A.J. 1980, Seismic migration. Elsevier Science Publishing Co., Amsterdam, Oxford, 109-165, New,York.

BOORE, D.M. 1972. Finite, difference methods for seismic wave propagation in heterogenous materials in Methods in Compuatational Physics, New York Academic Press, 2, 21-22, New York.

COŞKUN, S. 1994a. Hybrid (Melez) Yöntem İle Akustik Dalga Alanı Hesabı. Türkiye 10. Petrol Kongresi ve Sergisi Bildiri Kitapçığı, 25-39, Ankara.

COŞKUN, S. 1994b. Dalga Alanı Hesaplama Yöntemleri (Yüksek Lisans Tezi, yayınlanmamış), Ankara Üniveritesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

KUHN, M.J. and ALHILALI, K.A. 1977. Weighting factors in the construction and reconstruction of acoustic wave fields. Geophysics, 42, 6, 1183-1198.

MORSE, P.M. and FESHBACK, H. 1953. Methods of Therotical Physics. Part 1. McGraw-Hill Company, Inc., 812-814, New-York.

MUFTI, I.R. 1985. Seismic modelling in the implicit mode. Geophysics Prospecting, 33, 619-656.

REYNOLDS, A.C. 1978, Boundary conditions for the numerical solution of wave propagation problems. Geophysics, 43, 1099-1110.

SHTIVELMAN, V. 1984. A hybrid method for wave field computation. Geophysics Prospecting, 32, 236-257.

SHTIVELMAN, V. 1985. Two dimensional acoustic modeling by a hybrid method. Geophysics, 50, 8, 1273-1284.

YARAMANCI, U. 1986. Jeofizikte Potansiyel Teori. İ.T.Ü. Maden Fakültesi Yayını, 24-85, İstanbul.