

YUKARI ANALİTİK UZANIM YÖNTEMİ İLE ALÇAK GEÇİŞLİ SÜZGEÇLERİN EŞLEMESİ

Combination of Upward Analytical Continuation Method and Low-pass Filters

Rahmi PINAR*, Zafer AKÇİĞ* ve H. Ahmet ÖZEREN*

ÖZET

Günümüze değin yerel ve bölgesel anomalilerin ayrılmasında kullanılan alçak geçişli süzgeçlerin, yukarı analitik uzanımlara oranla özellikle kesme frekansları nedeniyle, belirgin bir üstünlüğü bulunmaktadır. Öte yandan, analitik uzanımlar ise, gerek işleçlerinin gerekse uygulama sonucunda elde edilen verilerin kuramsal verilerle karşılaştırılabilmesi açısından daha üstündür.

Bu çalışmada, analitik uzanım tepki işlevi belirli bir frekansta kesilerek, kesilmiş tepki işlevi elde edilmiş ve kuramsal analitik uzanım verileriyle karşılaştırılmıştır. Karşılaştırma sonucu, belli bir frekansta kesmenin büyük bir yanığa neden olmadığı görülmüştür. Bu çalışmada, önerilen şekilde yapılan yukarı analitik uzanımın kuramsal değerlere uyumunun alçak geçişli süzgeçlerinkinden daha iyi olduğu belirlenmiştir.

Deneme-yanılma yoluyla, verilerin % 80'ini söndürmek koşuluyla, $h=1$ düzlemi için kesme frekansı 0.26 devir/veri aralığı, $h=2$ düzlemi için 0.13 devir/veri aralığı olarak hesaplanmıştır. Yöntemin gürültülü sinyallerdeki başarısı, uygulama sonuçlarında da açıkça görülmüştür.

ABSTRACT

The low-pass filters have been traditionally used for the separation of regional and local anomalies and they are believed to be superior to the upward continuation because of the controlling possibility of cut-off frequency. On the other hand, the superiority of upward analytical continuation over low-pass filters is that the results of upward analytical continuation operators can be compared better with theoretical models.

The frequency response function of upward analytical continuation has been truncated at a certain frequency to shorten upward analytical continuation frequency response function and it has been compared with the theoretical analytical continuation data. It was proved that the frequency cut-off level does not cause too much error. The comparison tests prove that the results obtained from upward continuation is more comparable with the theoretical data than that of low-pass filters.

In order to attenuate 80 % of data, the cut-off frequencies of 0.26 and 0.13 cycles/data interval have been used for $h=1$ and $h=2$ continuation levels by the trial-and-error method, respectively. The proposed method has also successfully been applied to noisy data.

GİRİŞ

Bilindiği üzere, tüm potansiyel alan verileri (gravite, manyetik ve doğal potansiyel) dalgaboyunun bir işlevidir. Gravite ve manyetikte, kısa ve uzun dalgaboylu (yerel ve bölgesel) etkileri birbirinden ayırmak için diğer yöntemlerin yanısıra aşağı ve yukarı analitik uzanımlar da uzun zamandan beri kullanılmaktadır.

Yukarı analitik uzanım (YAU) ve alçak geçişli süz-

geçlerin (AGS) birbirlerine görecel üstünlükleri vardır. YAU üstünlüklerinden önemlisi, gerek zaman gerekse frekans ortamında analitik bağıntısının bilinmesidir. Bu nedenle frekans ortamında bağıntısı bilinen YAU işlevinin hem ayırık hem de analitik Ters Fourier Dönüşümü (TFD) alınarak, uzay ortamında elde edilen sayısal işleç ve analitik bağıntı karşılaştırılabilir.

YAU'nun bir diğer üstünlüğü de, analitik bağıntısı bili-

* Dokuz Eylül Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Jeofizik Mühendisliği Bölümü, Bornova, İzmir.

nen modeller üzerinde yapılan uygulamalarda karşılaştırma olanağı vermesidir. Örneğin; kürenin $h=0$ düzlemindeki analitik bağıntısı bilinmektedir. Söz konusu denklem kullanılarak, $h=Dx$ kadar yukarıdaki bir düzlemde oluşacak anomali bulunabilir. Daha sonra, frekans ortamında düzenlenen süzgeç, $h=0$ düzlemindeki gravite verilerine frekans ortamında uygulanarak, $h=Dx$ kadar yukarıdaki bir düzlemde anomali bulunabilir. $h=Dx$ kadar yukarıda, frekans ortamında gerçekleştirilen uygulama sonuçları; kuramsal anomali ile karşılaştırılarak, düzenlenen süzgecin başarısı araştırılabilir.

Eğer, düzenlenen süzgecin çıktısı kuramsal değerlere yakınsa, frekans ortamı süzgeç düzenleme yöntemleri, aynen YAU'da da kullanılabilir. Uyumsuzluk varsa da (pencereleme, normalleştirme gibi yöntemler kullanılarak) giderilmeye çalışılır. Ancak bu yanığı gidermeleri Fourier dönüşümü (FD) özellikleri nedeniyle belirli bir düzeye kadar indirilebilir. Ancak tam ideal bir süzgeç düzenlenmesi (Pınar 1983) olası değildir. AGS de, kesme frekansının olması oldukça büyük bir avandajdır. Çünkü, süzülen ve geçirilen dalgaboyları hesaplanabilir.

Ancak AGS çıktısının kuramsal bir işlev ile karşılaştırılmaması, bu süzgeçlerin başarı veya başarısızlığını araştırma olanağını ortadan kaldırır. Başka bir deyişle, analitik bağıntısı bilinen bir denkleme AGS uygulandığında elde edilecek analitik denklemin, sağlıklı bir şekilde hesaplanamaması, bu süzgeçlerin gerçekte ne yaptığının araştırılmasına olanak tanımamaktadır.

Günümüze değin birçok araştırmacı, analitik uzanım yöntemleri üzerinde çalışmışlardır. Bu araştırmacılardan; Peters (1949), Henderson ve Zietz (1949), Elkins (1951), Peter ve Elkins (1953), Henderson (1968) sinyal kuramının gelişmemesine bağlı olarak çalışmalarında ilk hareket noktası olarak potansiyel kuramını almışlar ve bu çerçevede düşünmüşlerdir.

İlk kez Dean (1958) bilgisayarların yaygınlaşması ile uygulanan tüm işlemlerin bir doğrusal dizge olduğunu potansiyel alanlarda kuramsal olarak gösteren araştırmacıdır. Bundan böyle çözümlenmesi gereken tek sorun, yöntemlerin özelliklerini taşıyan, onlara en uygun katsayı düzeyinin belirlenmesini sağlamaktır. Örneğin, AU (aşağı uzanım) yapılması gerektiğinde AU yöntemlerinden saptanan ağırlık katsayı düzeyi ile verilerin evriştirilmesi sayesinde AU gerçekleştirilir.

Dean'den (1958) sonra frekans tepki işlevlerinden yararlanılarak yapılan çalışmalar, değişik araştırmacılar tarafından temel alınarak geliştirilmeye çalışılmıştır. Bunların arasında ilkler olarak Byerly (1965), Mesko (1965, 1966), Fuller (1967), Robinson (1970), Irshad (1972) ve Tsay (1975) sayılabilir.

Fuller (1967), potansiyel alanlarda kullanılan tüm işlevlerin frekans tepki işlevlerini hesaplayarak, bu işlevlerin frekans ortamına düzenlenebilen bir süzgeçleme işlemi olduğunu göstermiştir.

Pınar (1984), araştırmasında Fuller katsayılarıyla yapılan uzanımın, karesel simetri nedeniyle sakıncalar içerdiğini, özellikle merkezde Fuller katsayılarının uygulanması sonucu elde edilen mutlak yanılının büyük olduğunu saptamıştır. Ayrıca, pencereleme ve normalleştirme işlemleri de kullanarak, Fuller'in kullandığı işlemleri yaklaşık % 40 oranında iyileştirerek yeni AU işlemleri elde etmiştir.

YÖNTEMLER

Yukarı Analitik Uzanım

Potansiyel kuramından hareketle, $z=0$ düzleminden h kadar yukarıdaki düzlemde bir noktadaki potansiyel;

$$G'(x,h) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{h \cdot G(a,0)}{2\pi [(x+a)^2+h^2]^{3/2}} da \quad (1)$$

bağıntısı ile tanımlanır (Henderson ve Zietz 1949).

(1) bağıntısının bir evrişim tümlüvi (Şekil 1) olduğu bilinmektedir (Pınar 1984).

$$G'(x,h) = G(a,0) * f(x,h) \quad (2)$$

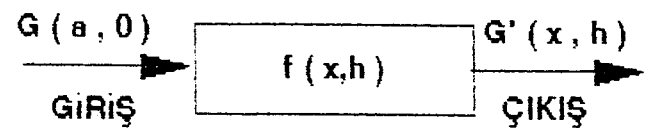
Bu bağıntıda; $G(a,0)$; sıfır düzlemi potansiyel verileri, $f(x,h)$; yukarı analitik uzanım katsayıları, $G'(x,h)$; h düzlemine yukarı analitik uzanım ile hesaplanacak verilerdir.

(2) denklemindeki evrişimde

$$f(x,h) = \frac{h}{2\pi (x^2+h^2)^{3/2}} \quad (3)$$

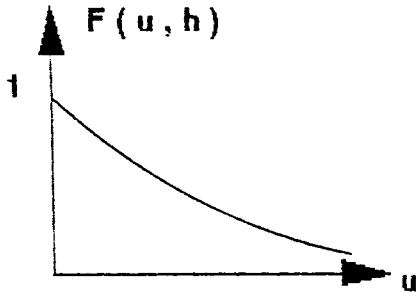
sıfır kaymadaki YAU işleç katsayılarıdır. $f(x,h)$ in FD alınarak, frekans tepki işlevi

$$F(u,h) = \exp(-2\pi \cdot h \cdot u) \quad (4)$$

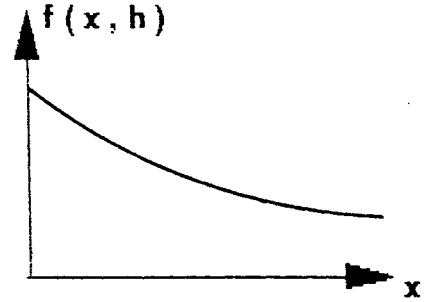


Şekil 1. Süzgeç kuramı açısından yukarı analitik uzanım.

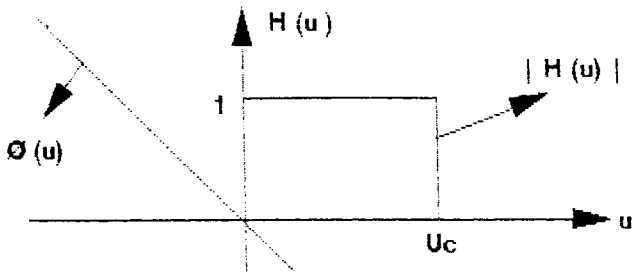
Fig. 1. Upward analytical continuation in view of the filtering theory.



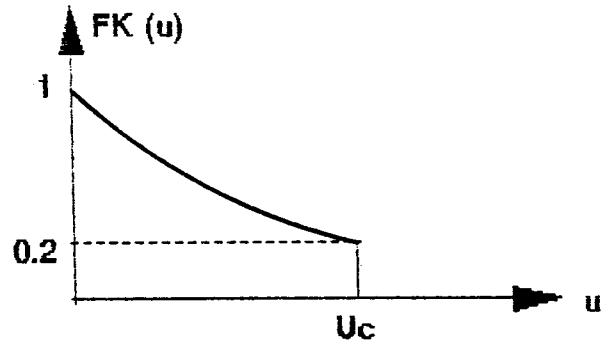
Şekil 2. Frekans ortamı yukarı analitik uzanım tepki işlevi.
Fig. 2. Response function of upward analytical continuation in frequency domain.



Şekil 3. Uzay ortamı yukarı analitik uzanım işlevi.
Fig. 3. Function of upward analytical continuation in space domain.



Şekil 4. İdeal alçak geçişli süzgeç (U_c ; kesme frekansı, $|H(u)|$; AGS işlevinin genliği, $Q(u)$; evre açısı).
Fig. 4. Ideal lowpass filter (U_c ; cut-off frequency, $|H(u)|$; amplitude of LPF function, $Q(u)$; phase angle).



Şekil 5. Kesilmiş yukarı analitik uzanım işlevi ($F_k(u)$; U_c ; kesme frekansı).
Fig. 5. Truncated upward analytical continuation function ($F_k(u)$; U_c ; cut-off frequency).

olarak tanımlanır (Fuller 1967). Sözkonusu frekans tepki ve uzay ortamı görünüşleri ise Şekil 2 ve 3 de verilmektedir.

Alçak Geçişli Süzgeç

Frekans ortamında bir kesme frekansı saptanarak, AGS (alçak geçişli süzgeç) oluşturulur. Kesme frekansı geçirilmesi istenen dalgaboyuna göre saptanır.

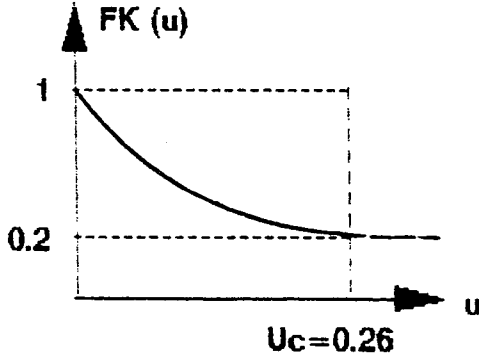
(4) denkleminde de görüleceği gibi, YAU işlevi üstel olarak azalmaktadır (Şekil 2 ve 3). Yani bir " U_c " frekansına kadar tüm frekans genlikleri üstel bir şekilde azalarak sönmektedir. Sözkonusu " U_c " frekansından sonra ise, işlev aşırı derecede sifıra yaklaştığı için " U_c "den sonraki frekansların genlikleri neredeyse hiç geçirilmez. Oysa bir AGS'de (Şekil 4) ise " U_c "den sonra da tüm frekanslar söndürülmeye çalışılır.

Gerek AU daki " U_c " kesme frekansından sonraki fre-

kans bileşenlerinin sifıra çok yakın olması ve gerekse de ASG'deki " U_c " frekansından sonraki genliklerin sıfırlanması; sözkonusu iki süzgecin benzeşiminin kurulabileceği izlenimini vermektedir. Şekil 5 te bu tür bir kesilmiş YAU işlevinin genel görünümü verilmektedir.

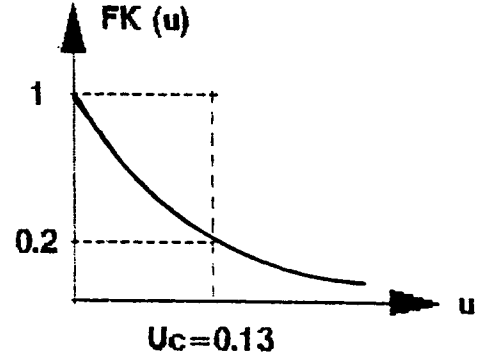
Bu aşamadan sonra AU'lara ait kesme frekansının nasıl belirleneceğinin saptanması önem taşımaktadır. Bu çalışmada kesme frekansı, verilerin genliklerini % 80 süzüp % 20 oranında geçirebileceği frekans olarak saptanmıştır. Sözkonusu frekansı belirlemede deneme-yanılma yöntemi kullanılmıştır. Böylece $h=1$ düzlemi için $U_c = 0.26$ ve $h=2$ düzlemi için $U_c = 0.13$ olarak saptanmıştır (Şekil 6 ve 7).

Uygulamada örnekleme aralığı $\Delta x = 10$ m olarak alınmıştır. Buna göre 40 m den büyük dalgaboyları geçirilmiş ve daha küçük dalgaboyları süzülmüştür.



Şekil 6. h=1 düzlemi için kesilmiş yukarı analitik uzanım işlevi.

Fig. 6. Truncated upward analytical continuation function for h=1 level.



Şekil 7. h=2 düzlemi için kesilmiş yukarı analitik uzanım işlevi.

Fig. 7. Truncated upward analytical continuation function for h=2 level.

UYGULAMA

Bu çalışmada amaçlanan eşleme yöntemi gürültüsüz ve gürültülü sinyallere ayrı ayrı uygulanmıştır.

Gürültüsüz Sinyal Uygulamaları

Konumları ve boyutları farklı olan üç adet kürenin oluşturacağı anomali üzerinde (Şekil 8) aşağıdaki izlençe uygulanmıştır.

A) Kuramsal AU (h=1 ve h=2 düzlemleri için);

$$g_k(x) = \frac{2.G.m. (z+n.Dx)}{[x^2 + (z+n.Dx)^2]^{3/2}} \quad (5)$$

bağıntısından yararlanılarak çeşitli n seviyelerinde (n=1, n=2) hesaplanmıştır (Şekil 9, 10).

B) h=0 düzlemi gravite verilerine frekans ortamında normal (Nyquist frekansına kadar uzanan) YAU tepki işlevi uygulanarak AU yapılmıştır (Şekil 9, 10).

C) 0.26 ve 0.13 (devir/veri aralığı) kesme frekansları kullanılarak elde edilen kesilmiş YAU (Şekil 6 ve 7), işlevi uygulanarak h=1 ve h=2 düzlemlerine AU yapılmıştır (Şekil 11 ve 12).

D) Aynı frekanslı AGS çıktısı ise, Şekil 13 ve 14 de verilmektedir. Bu uygulamada küçük kütleler gürültü olarak alınarak, bunların süzülmesindeki başarı araştırılmıştır.

Her bir süzgeçleme sonucunun kuramsal sonuçlar ile karşılaştırılması aşağıda verilen iki aşamada yapılmıştır.

1. Kürelerin doruk noktalarındaki saçılmaların hesaplanması

$$D_i = \frac{|g_i^k - g_i^u|}{g_i^k} \quad (6)$$

denklemleri ile yapılır. Bu denklemlerde, D_i saçılımlar, g_i^k kuramsal denklemlerden yararlanılarak gerçekleştirilmiş YAU, g_i^u ; uygulama sonucu ulaşılan YAU değerleridir. (6) bağıntısı kullanılarak kürelerin doruk değerlerinde elde edilen saçılmalar Çizelge 1 de verilmiştir. Çizelgede birinci sütun uzanım değerlerinin kullanıldığı "h" düzlemlerini, ikinci sütun kullanılan küreleri (A, B, C) ve üçüncü sütun üç kürenin kuramsal olarak aldığı en büyük değerleri göstermektedir. Dört, beş ve altıncı sütunlarda verilen yanılğı 1, yanılğı 2 ve yanılğı 3 ise denklemleri çizelgenin altında verilen (veya 6 no lu denklem) hesaplanmış saçılım değerleridir. Çizelge 1 de, yanılğı 1 ve 2 sütunları önemlidir. Yanılğı 1 sütunu, 1 ve 2 düzlemlerinde, 3 küreye ait kuramsal uzanım ile geleneksel yollarla elde edilen uzanımların, doruk noktalarındaki yanılğıyı içermektedir. Yanılğı 2 sütunu ise, geleneksel YAU dönüşüm işlevlerinin belirli frekanslarda kesilerek elde edilen kesilmiş dönüşüm işlevleri ile gerçekleştirilmiş YAU'lar ile kuramsal YAU'lar arasındaki yanılğıları göstermektedir. Yanılğı 1 ve yanılğı 2 sütunları birlikte incelendiğinde, doruk noktadaki yanılğıların aynı olduğu görülmektedir. Öyleyse YAU'larda kesilmiş dönüşüm işlevlerinin kullanılması önemli bir yanılğı içermemektedir. Yanılğı 3 sütunu ise YAU düzlemleri için saptanan kesme frekansları, AGS'lerde kullanılarak elde edilen değerlerin, kuramsal YAU'lar arasındaki doruklardaki yanılğıları göstermektedir.

2. Süzgeç çıktılarının kuramsal sonuçlar ile karşılaştırılması her noktadaki saçılım değerleri kullanılarak yapılmıştır. Bunun için saçılım eğrisi önce,

$$E_i = |g_i^k - g_i^u| \quad (7)$$

denklemlerinden hesaplanmıştır. Bu bağıntıda, E_i ; saçılım de-

Çizelge 1- Maksimumlardaki yanılıklar (gürültüsüz ortam).

Table 1- Errors on maxima (without noise).

h	Kuramsal	Yanılığ 1	Yanılığ 2	Yanılığ 3	Yanılığ 4	Yanılığ 5
1	3.135	0.242	0.242	0.337	0.193	0.099
	8.330	0.075	0.075	0.149	0.171	0.081
	4.104	0.055	0.055	0.017	0.173	0.079
2	2.606	0.466	0.469	0.606	0.533	0.346
	7.060	0.166	0.166	0.001	0.510	0.323
	3.493	0.091	0.093	0.195	0.498	0.324

Yanılığ 1 = $ABS(G \text{ kuramsal} - G \text{ fr.ort.an.uz.}) / G \text{ kuramsal}$

Yanılığ 2 = $ABS(G \text{ kuramsal} - G \text{ fr.ort.kes.an.uz.}) / G \text{ kuramsal}$

Yanılığ 3 = $ABS(G \text{ kuramsal} - G \text{ fr.ort.al.geç.süz.}) / G \text{ kuramsal}$

Yanılığ 4, 5 = $ABS(G \text{ kuramsal} - G \text{ uzay.ort.an.uz.}) / G \text{ kuramsal}$

ğerleri, g_i^k ; kuramsal denklemden yararlanılarak elde edilen uzanımlar, g_i^p ; çeşitli uygulamalar sonucu elde edilen değerlerdir.

Elde edilen E_i işlevinin standart sapması ise

$$\delta_n = \frac{n \sum x^2 - (\sum x)^2}{n^2} \quad (8)$$

denklemden elde edilir. Burada, n ; veri sayısı, x ; saçılım değerlerinden oluşan işlevdir. E_i işlevinin standart sapma değerlerinin küçük olması, uygulama çıktıları ile kuramsal AU çıktıları arasındaki uyumu gösterir. Standart sapma sıfır olduğunda çıktıları arasında fark yoktur. $h=1$ ve $h=2$ düzlemlerindeki kuramsal uzanım ile kesilmemiş dönüşüm işlevi yapılarak elde edilmiş uzanımların, saçılım eğrisi ve standart sapmaları Şekil 15 ve 16 da verilmektedir. Şekil 17 ve 18 de, bu kez kesilmiş AU dönüşüm işlevi ile kuramsal uzanım sonuçları arasındaki saçılım eğrisi ve standart sapmaları gösterilmiştir.

$h=1$ ve $h=2$ düzlemlerine ait $U_c = 0.26$ ve $U_c = 0.13$ devir/veri aralığı kesme frekanslı YAU ve AGS çıktılarına ait saçılım eğrileri ve standart sapmalar Şekil 19 ve 20 de verilmektedir. Ayrıca, $h=1$ ve $h=2$ düzlemindeki kuramsal AU ile AGS çıktıları arasındaki saçılım eğrisi ve standart sapma Şekil 21 ve 22 de sunulmaktadır.

Gürültü Sinyal Uygulamaları

Bu aşamada ise yerel ve bölgesel olarak kabul edilen kürelerin toplam anomalisi üzerine $1.5 * \sin(2\pi n f)$ sinüsoidal gürültüsü (Şekil 23) bindirilerek aşırı gürültülü veri elde edilmiştir (Şekil 24).

Gürültülü sinyal uygulamaları da aşağıdaki sıra ile gerçekleştirilmiştir.

A) $h=1$ ve $h=2$ düzlemleri için kesilmemiş ve belirli frekanslarda kesilmiş dönüşüm işlevi uygulanarak YAU lar hesaplanmıştır (Şekil 25 ve 26).

B) $h=1$ ve $h=2$ düzlemleri için kesilmiş YAU ile, aynı frekanslı AGS dönüşüm işlevleri kullanılarak sonuçlar elde edilmiştir (Şekil 27 ve 28).

Şekil 25 ve 26 incelendiğinde hem normal dönüşüm işlevinin ve hem de kesilmiş dönüşüm işlevlerinin kullanılmasının, fazla bir farklılık getirmeyeceği açıkça anlaşılmaktadır. Ayrıca, Şekil 27 ve 28 in karşılaştırılmasından elde edilen AGS ve kesilmiş YAU çıktılarının belirgin özelliklerinin değişmemesi YAU larda belirli bir kesme frekansının kullanılabilmesinin kabul edilebilir düzeyde olduğunu gösterir.

Gürültü içeren sinyallerin doruk noktalarındaki yanılıklar, Çizelge 2 de verilmektedir. Çizelge 2 de, birinci sütun uzanım yapılan "h" düzlemlerini, ikinci sütun kullanılan küreler, üçüncü sütun 1 ve 2 düzlemlerinde, kesilmemiş dönüşüm işlevi kullanılarak yapılmış YAU'a ait en büyük değerleri içermektedir. Dördüncü ve beşinci sütunlar ise, çizelgenin altında verilen denklemlerden hesaplanan, doruk değerlerindeki yanılıkları göstermektedir.

TARTIŞMA

Günümüze kadar AGS'lerin, AU'lara üstün olduğu dalgaboyu hesaplanamaması nedeniyle kabul edilirdi. Ayrıca AU'ların başarı veya başarısızlığının araştırılabilmesine karşın, AGS çıktıları için böyle bir olanak yoktu.

Bu aşamada AU'ların en büyük eksikliği, kesme frekanslarının olmamasıdır. Dolayısıyla sonsuza uzanan AU tepki işlevi $h=1$ düzlemi için 0.26 frekansında, $h=2$ düzlemi için 0.13 frekansında kesilmiştir.

Çizelge 2- Maksimumlardaki farklar (gürültülü ortam).

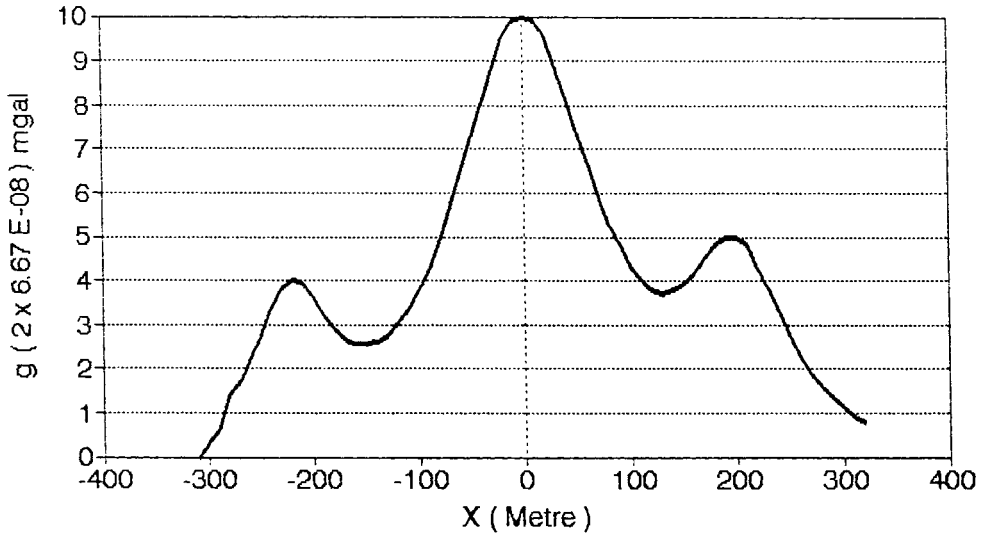
Table 2- Differences on maxima (without noise).

h	Frek. Ort. An. Uzanım	Fark 1	Fark 2	Fark 3	Fark 4
1	3.721	0.000	0.163	0.108	0.032
	9.411	0.000	0.186	0.075	0.003
	4.257	0.000	0.096	0.239	0.152
2	3.960	0.030	0.060	0.045	0.088
	8.392	0.011	0.147	0.285	0.127
	3.960	0.030	0.060	0.372	0.211

Fark 1 = $ABS (G \text{ fr.or.an.uz.} - G \text{ fr.or.kes.an.uz.}) / G \text{ fr.or.an.uz.}$

Fark 2 = $ABS (G \text{ fr.or.an.uz.} - G \text{ fr.or.AGS}) / G \text{ fr.or.an.uz.}$

Fark 3, 4 = $ABS (G \text{ fr.or.an.uz.} - G \text{ uzay.or.an.uz.}) / G \text{ fr.or.an.uz.}$



$m = 10000 \text{ kg.}$
 $z = 55 \text{ m.}$

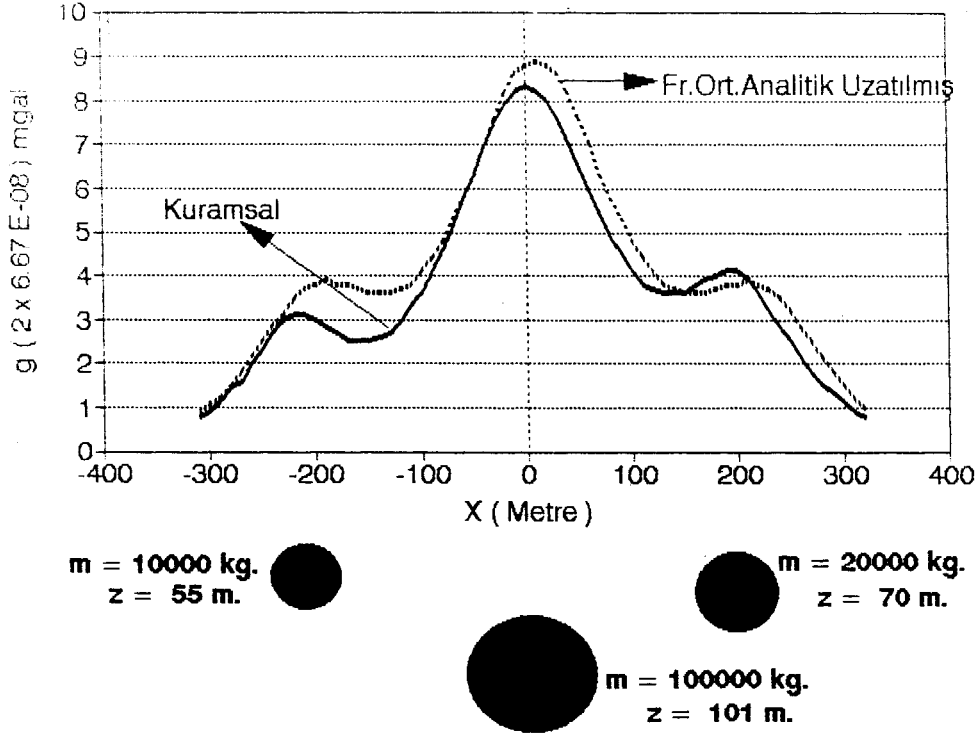


$m = 20000 \text{ kg.}$
 $z = 70 \text{ m.}$



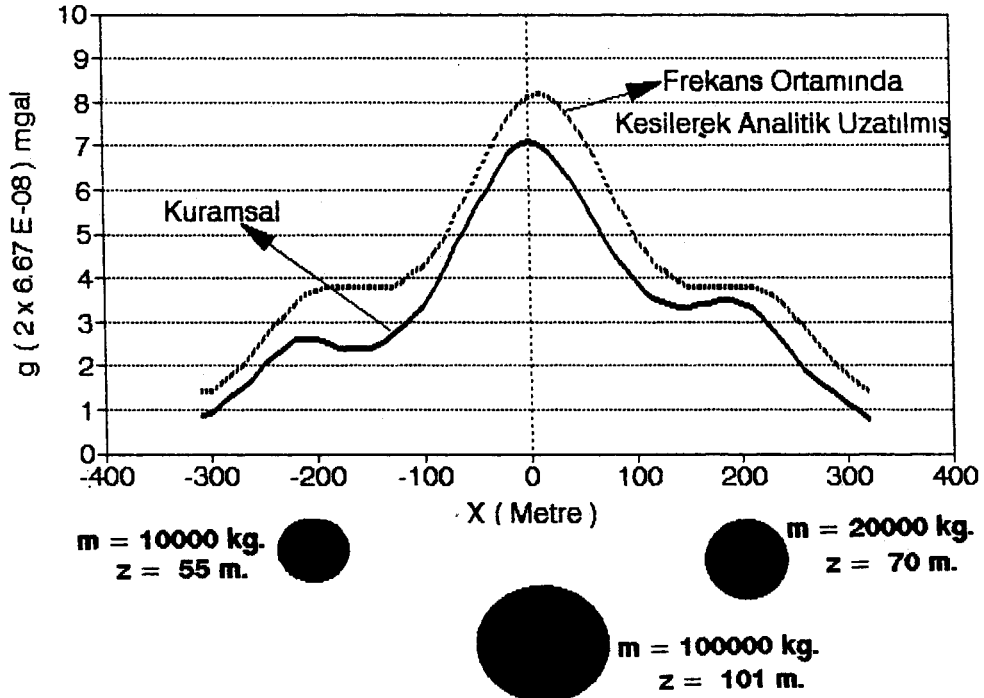
$m = 100000 \text{ kg.}$
 $z = 101 \text{ m.}$

Şekil 8. Üç kürenin $h=0$ düzlemindeki kuramsal gravite anomalisi ve kürelerin konumu.Fig. 8. Theoretical gravity anomaly of three spheres on $h=0$ level and positions of spheres.



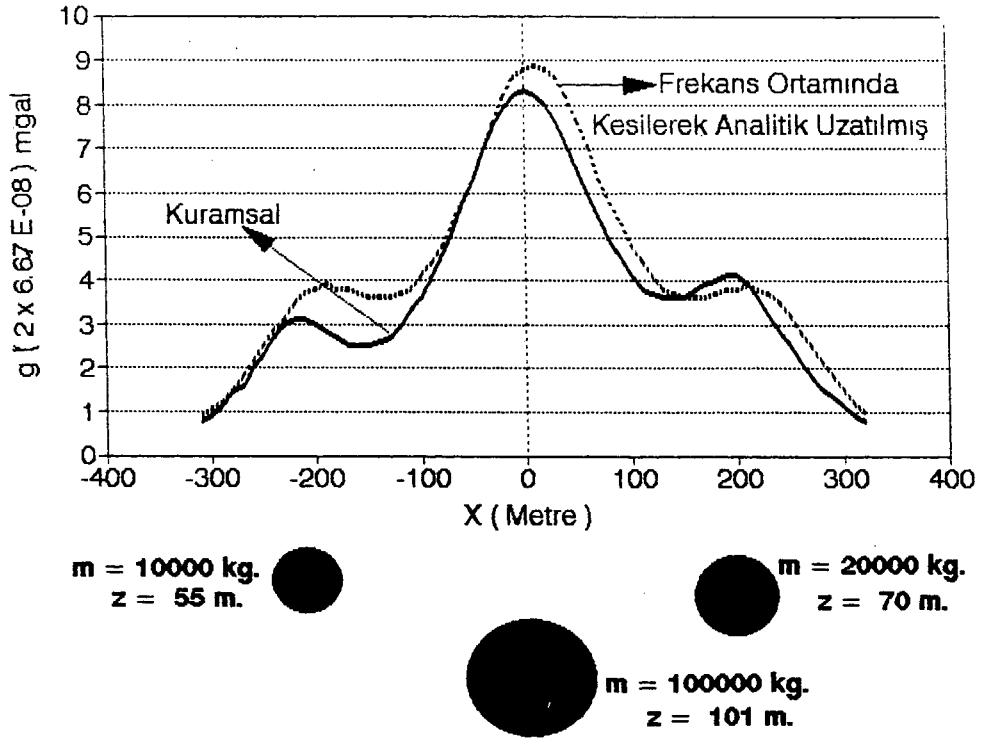
Şekil 9. $h=1$ düzleminde yukarı analitik uzanımı frekans ortamında yapılmış (kesilmemiş tepki işlevi) ve kuramsal hesaplanmış küre verileri.

Fig. 9. On $h=1$ level upward analytical continuation of the theoretical sphere data in the frequency domain (not truncated response function).



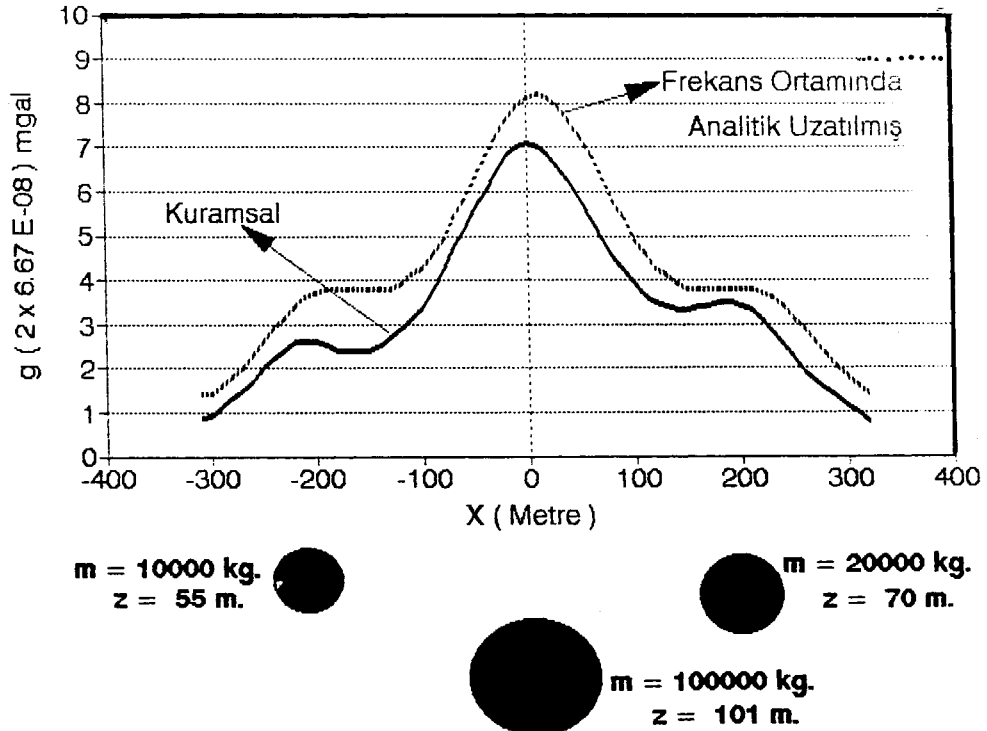
Şekil 10. $h=2$ düzleminde yukarı analitik uzanımı frekans ortamında yapılmış (kesilmemiş tepki işlevi) ve kuramsal hesaplanmış küre verileri.

Fig. 10. On $h=2$ level upward analytical continuation of the theoretical sphere data in the frequency domain (not truncated response function).



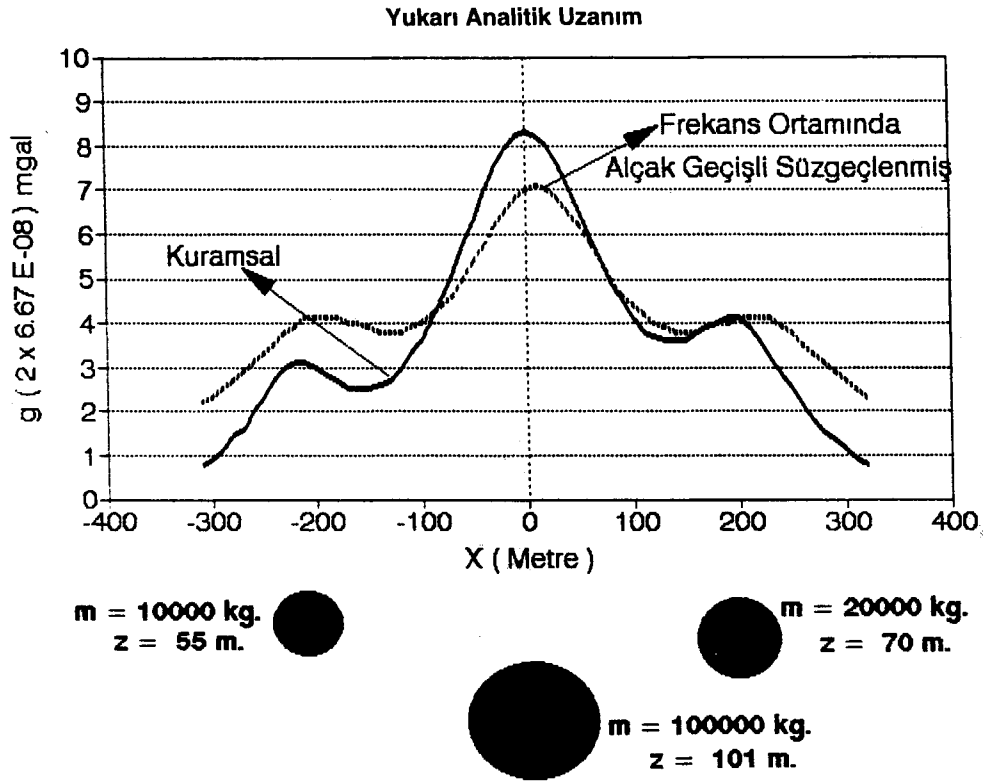
Şekil 11. $h=1$ düzleminde yukarı analitik uzanımı frekans ortamında yapılmış (kesilmiş tepki işlevi, $U_c=0.26$) ve kuramsal hesaplanmış küre verileri.

Fig. 11. On $h=1$ level, upward analytical continuation of the theoretical sphere data in the frequency domain (the cut-off frequency is $U_c=0.26$).



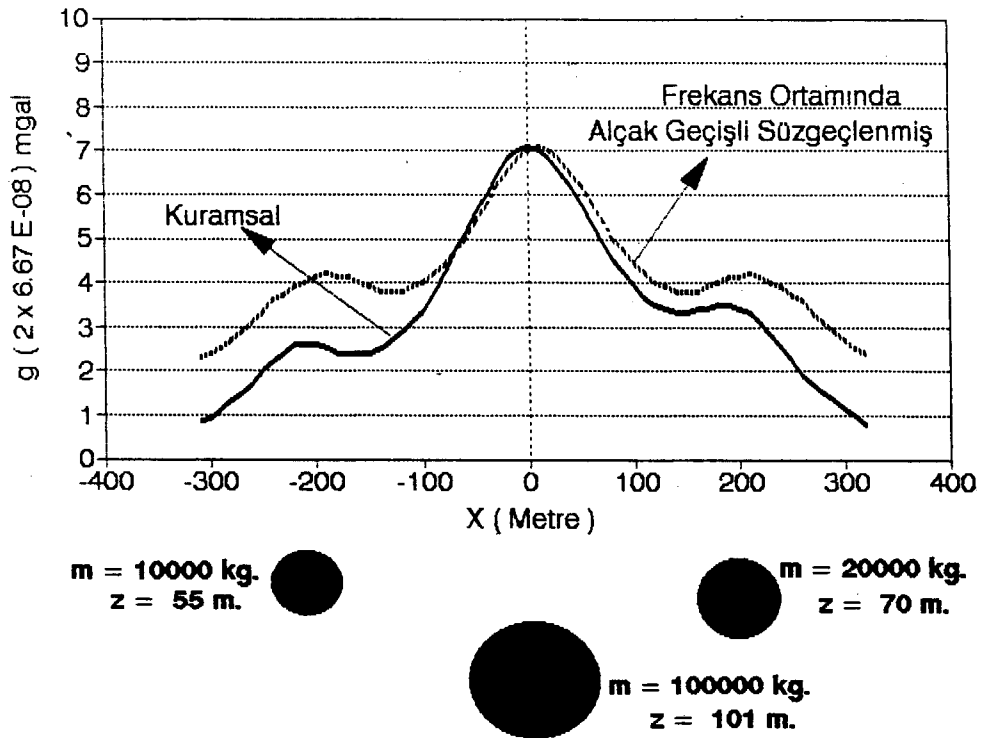
Şekil 12. $h=2$ düzleminde yukarı analitik uzanımı frekans ortamında yapılmış (kesilmiş tepki işlevi, $U_c=0.13$) ve kuramsal hesaplanmış küre verileri.

Fig. 12. On $h=2$ level, upward analytical continuation of the theoretical sphere data in the frequency domain (the cut-off frequency is $U_c=0.13$).



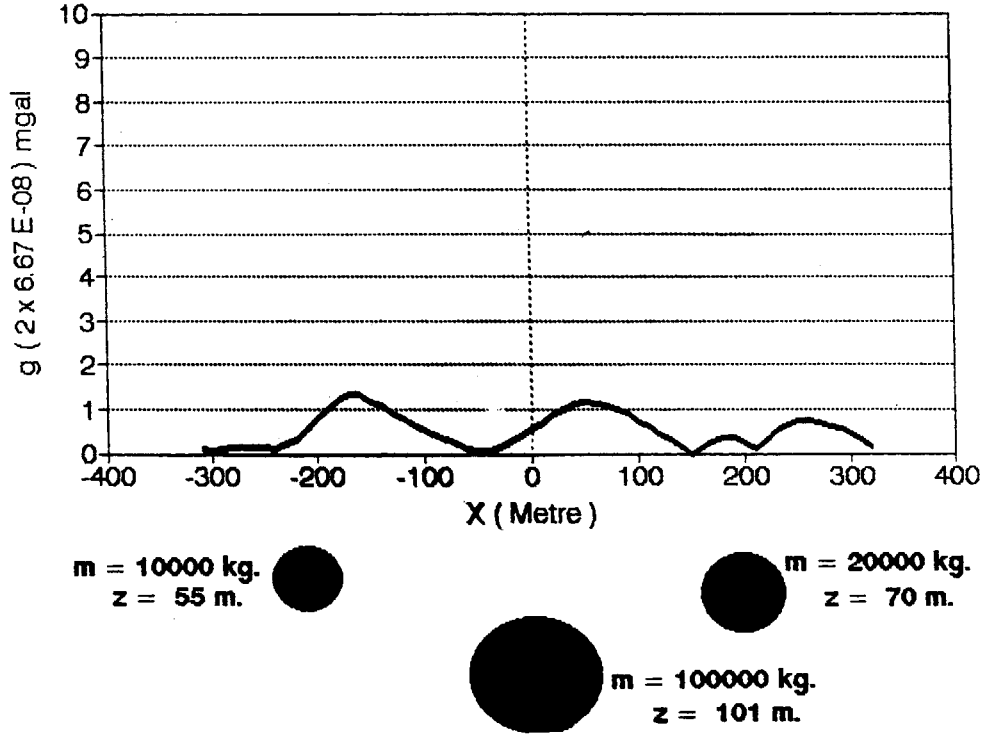
Şekil 13. $U_c=0.26$ kesme frekanslı alçak geçişli süzgeç ve $h=1$ düzlemi kuramsal yukarı analitik uzanım çıktıları.

Fig. 13. LPF with $U_c=0.26$ cut-off frequency and theoretical upward analytical continuation outputs on $h=1$ level.



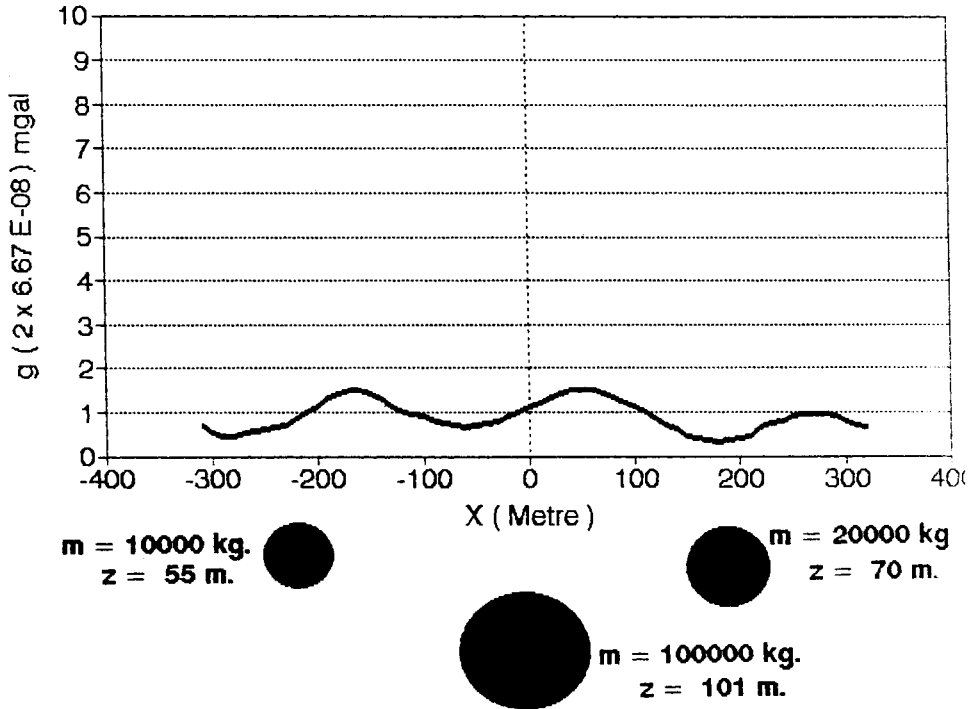
Şekil 14. $U_c=0.13$ kesme frekanslı alçak geçişli süzgeç ve $h=2$ düzlemi kuramsal yukarı analitik uzanım çıktıları.

Fig. 14. LPF with $U_c=0.13$ cut-off frequency and theoretical upward analytical continuation outputs on $h=2$ level.



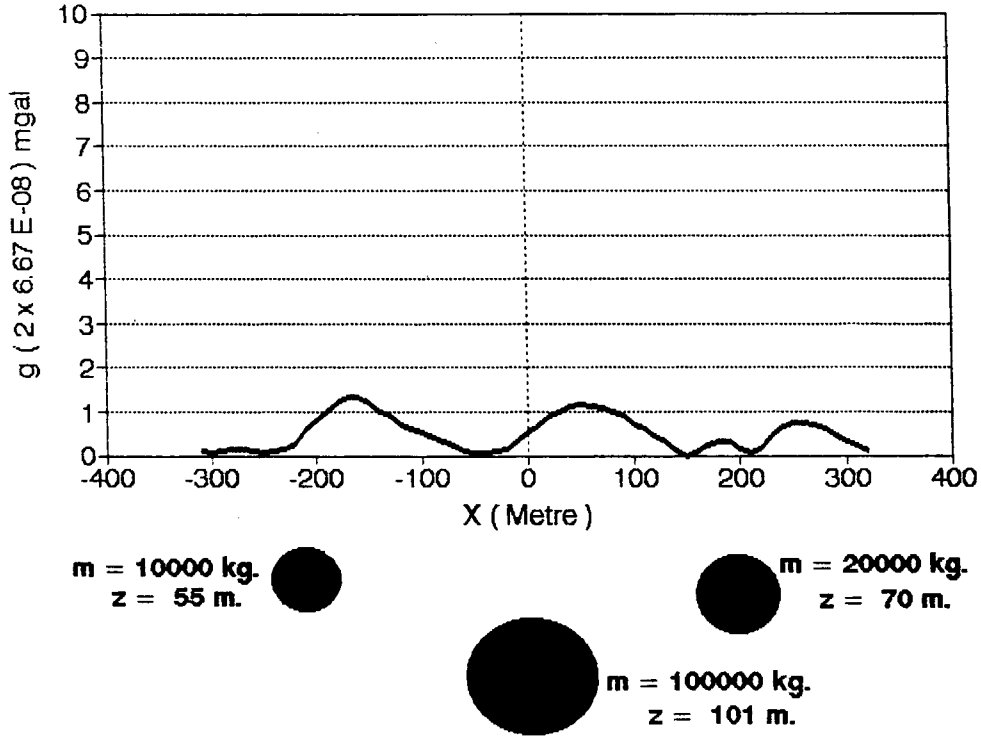
Şekil 15. $h=1$ düzleminde frekans ortamında kesilmemiş tepki işlevi kullanılarak yapılan yukarı analitik uzanım ile kuramsal yukarı analitik uzanım arasındaki saçılım (standart sapma: 0.369).

Fig. 15. The deviation on $h=1$ level, between theoretically upward analytical continued and upward analytical continued with response function that hasn't been truncated in frequency domain (standard deviation: 0.369).



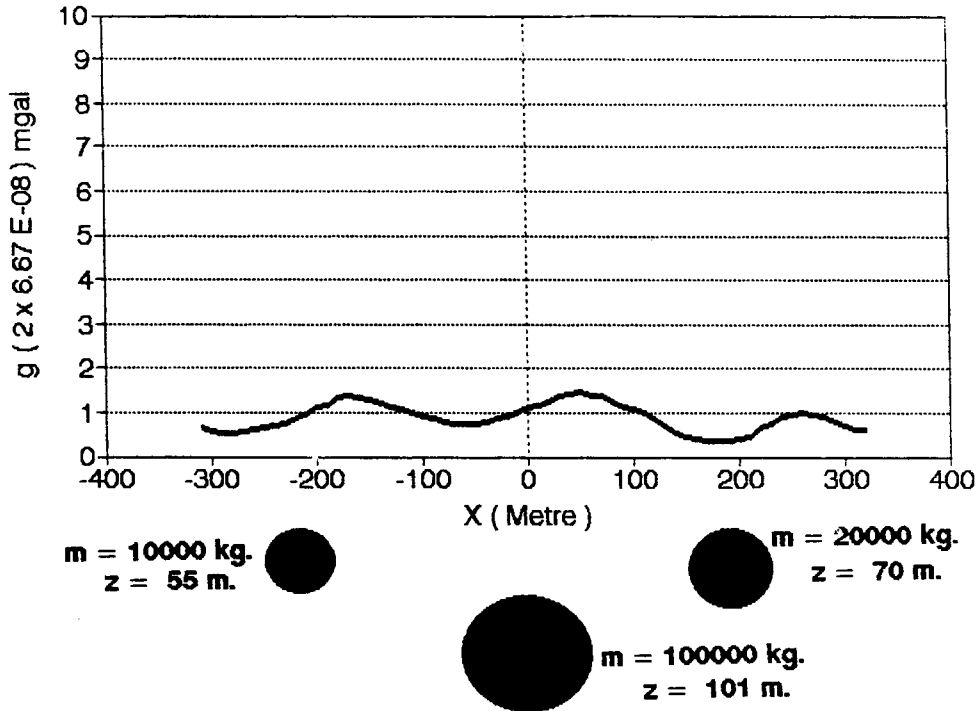
Şekil 16. $h=2$ düzleminde frekans ortamında kesilmemiş tepki işlevi kullanılarak yapılan yukarı analitik uzanım ile kuramsal yukarı analitik uzanım arasındaki saçılım (standart sapma: 0.329).

Fig. 16. The deviation on $h=2$ level, between theoretically upward analytical continued and upward analytical continued with response function that hasn't been truncated in frequency domain (standard deviation: 0.329).



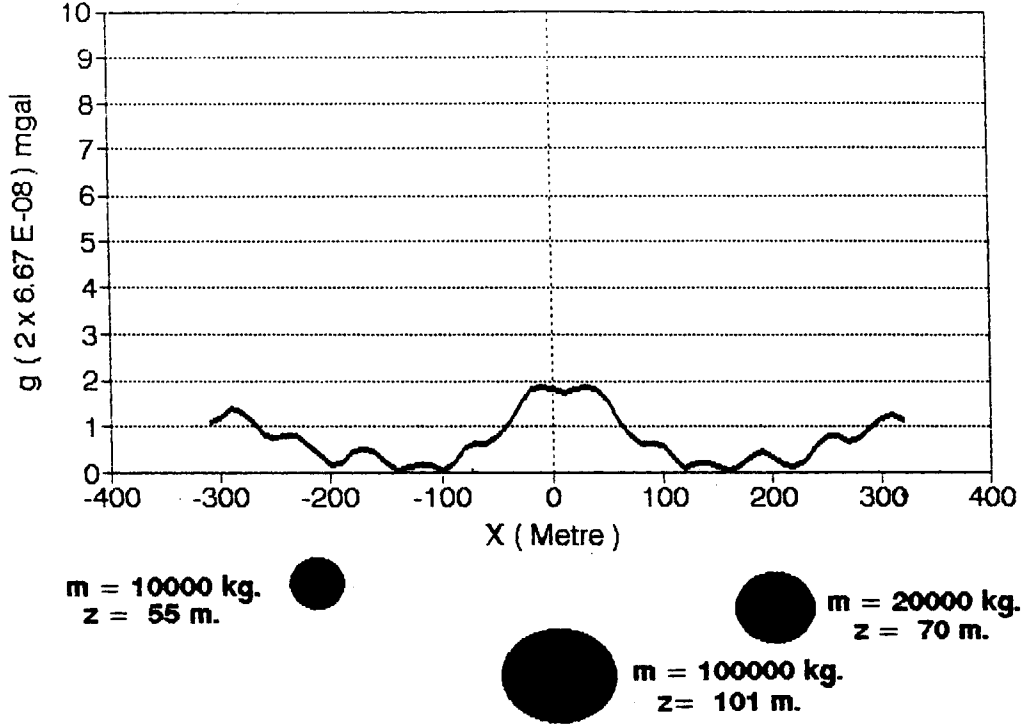
Şekil 17. $h=1$ düzleminde frekans ortamında kesilmiş tepki işlevi kullanılarak yapılan yukarı analitik uzanım ile kuramsal yukarı analitik uzanım arasındaki saçılım (standart sapma: 0.369).

Fig. 17. The deviation on $h=1$ level, between theoretical upward analytical continued and upward analytical continued with truncated response function in frequency domain (standard deviation: 0.369).



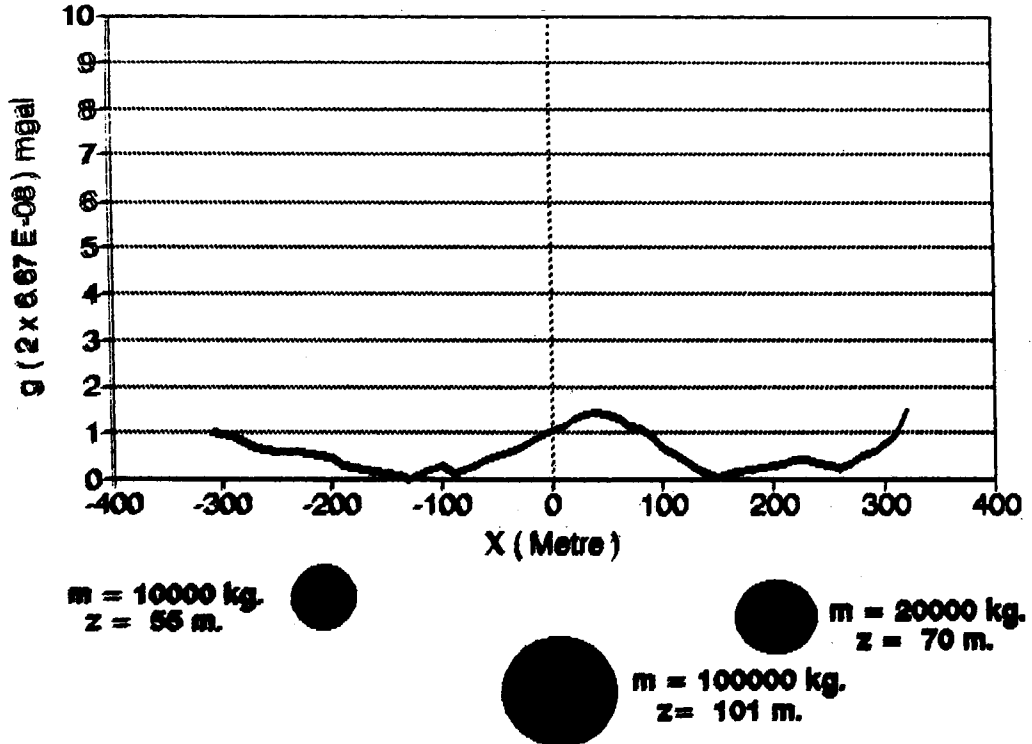
Şekil 18. $h=2$ düzleminde frekans ortamında kesilmiş tepki işlevi kullanılarak yapılan yukarı analitik uzanım ile kuramsal yukarı analitik uzanım arasındaki saçılım (standart sapma: 0.329).

Fig. 18. The deviation on $h=2$ level, between theoretical upward analytical continued and upward analytical continued with truncated response function in frequency domain (standard deviation: 0.329).



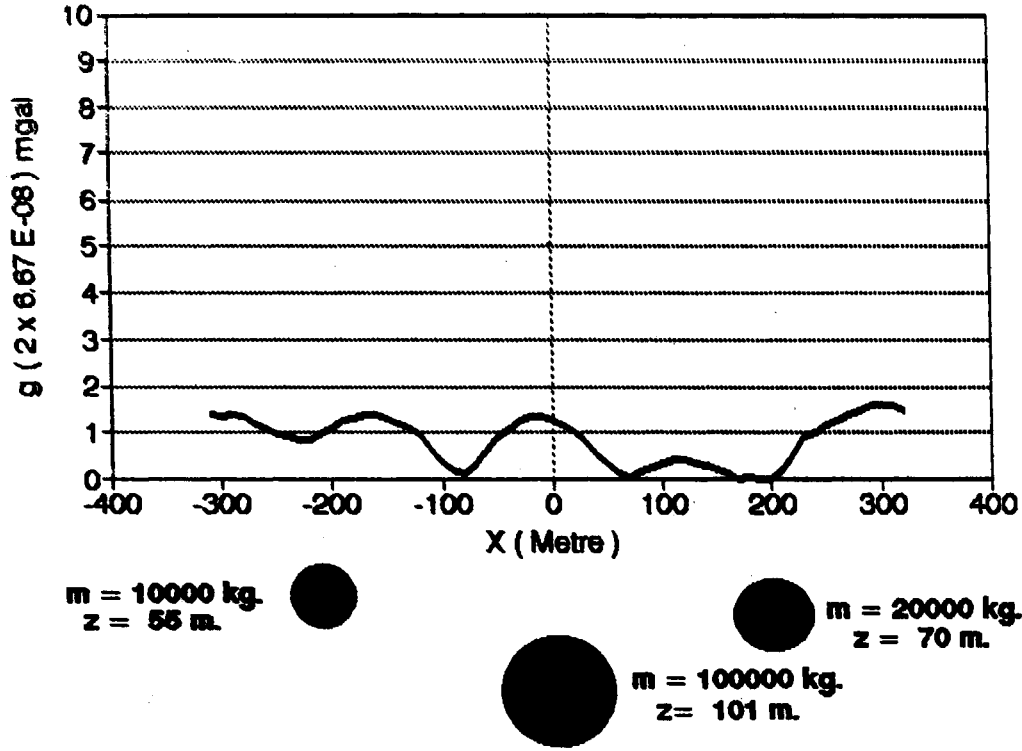
Şekil 19. Yukarı analitik uzatımı frekans ortamında yapılmış (tepki işlevi kesilmiş $U_c=0.26$) veriler ile aynı frekanslı alçak geçişli süzgeç çıktıklarına ait saçılım (standard sapma: 0.546).

Fig. 19. The deviation between outputs of the upward analytical continued data in frequency domain (truncated response function on $U_c=0.26$) and LPF outputs with same frequency (standard deviation: 0.546).



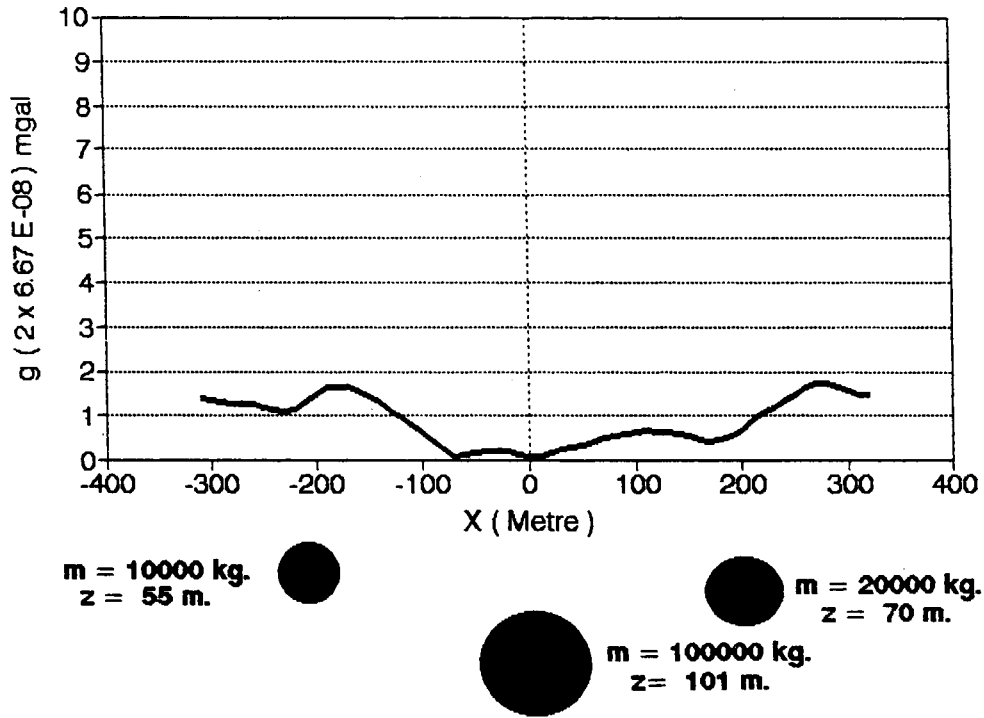
Şekil 20. Yukarı analitik uzatımı frekans ortamında yapılmış (tepki işlevi kesilmiş $U_c=0.13$) veriler ile aynı frekanslı alçak geçişli süzgeç çıktıklarına ait saçılım (standard sapma: 0.404).

Fig. 20. The deviation between outputs of the upward analytical continued data in frequency domain (truncated response function on $U_c=0.13$) and LPF outputs with same frequency (standard deviation: 0.404).



Şekil 21. $h=1$ düzleminde frekans ortamında yapılan alçak geçişli süzgeç ile kuramsal yukarı analitik uzanım arasındaki saçılım (standand sapma: 0.527).

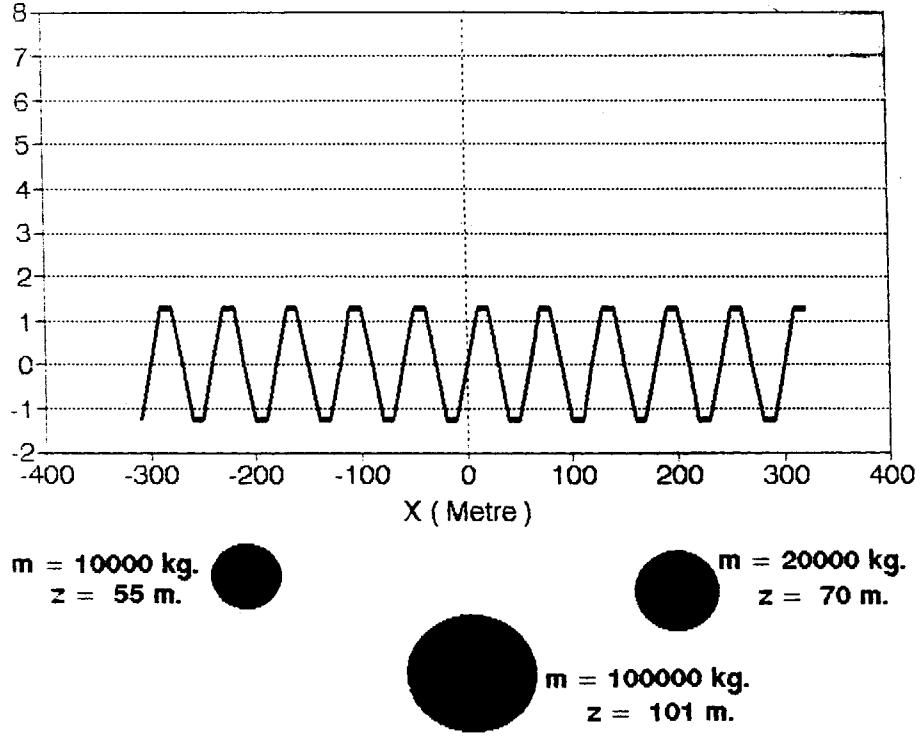
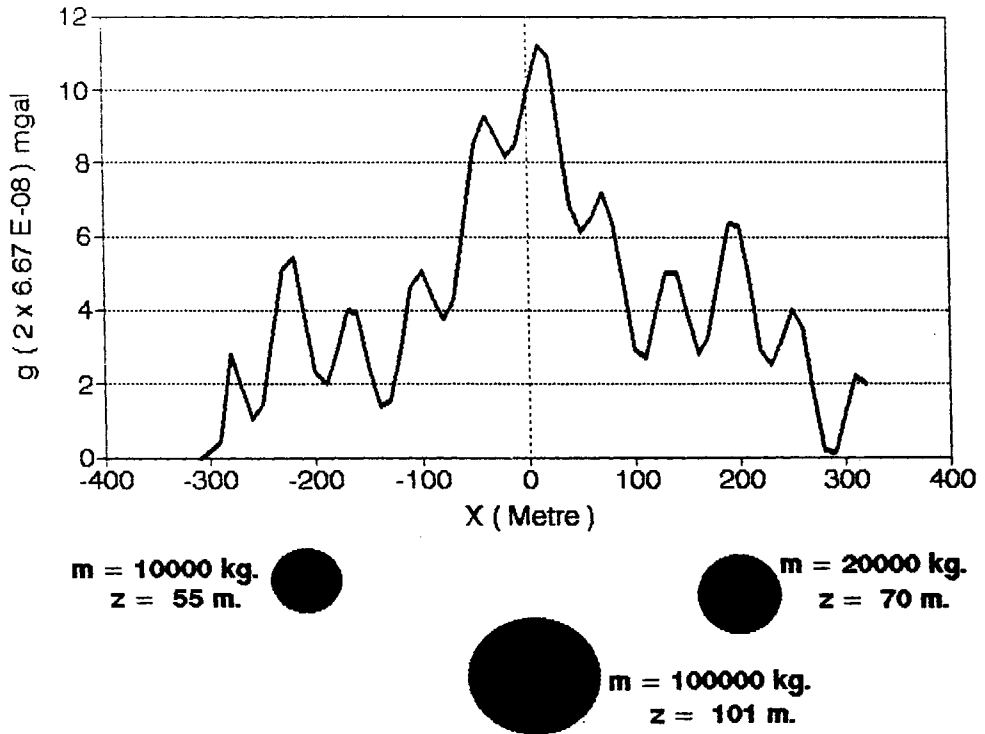
Fig. 21. The deviation on $h=1$ plane between low-pass filter in frequency domain and theoretical upward analytical continuation (standard deviation: 0.527).



Şekil 22. $h=2$ düzleminde frekans ortamında yapılan alçak geçişli süzgeç ile kuramsal yukarı analitik uzanım arasındaki saçılım (standand sapma: 0.555).

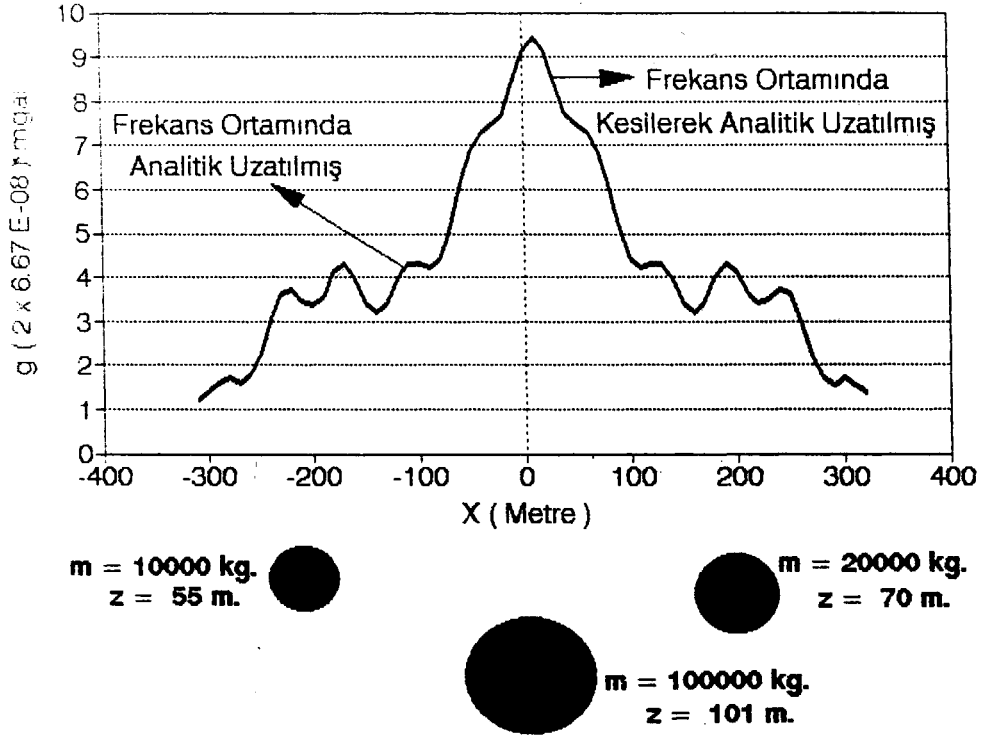
Fig. 22. The deviation on $h=2$ plane between low-pass filter in frequency domain and theoretical upward analytical continuation (standard deviation: 0.555).

Pınar, Akçığ ve Özeren

Şekil 23. Zaman ortamında eklenen sinüzoidal yapay gürültü ($A \sin 2\pi n t$).Fig. 23. Sinusoidal artificial noise that added in time domain ($A \sin 2\pi n t$).

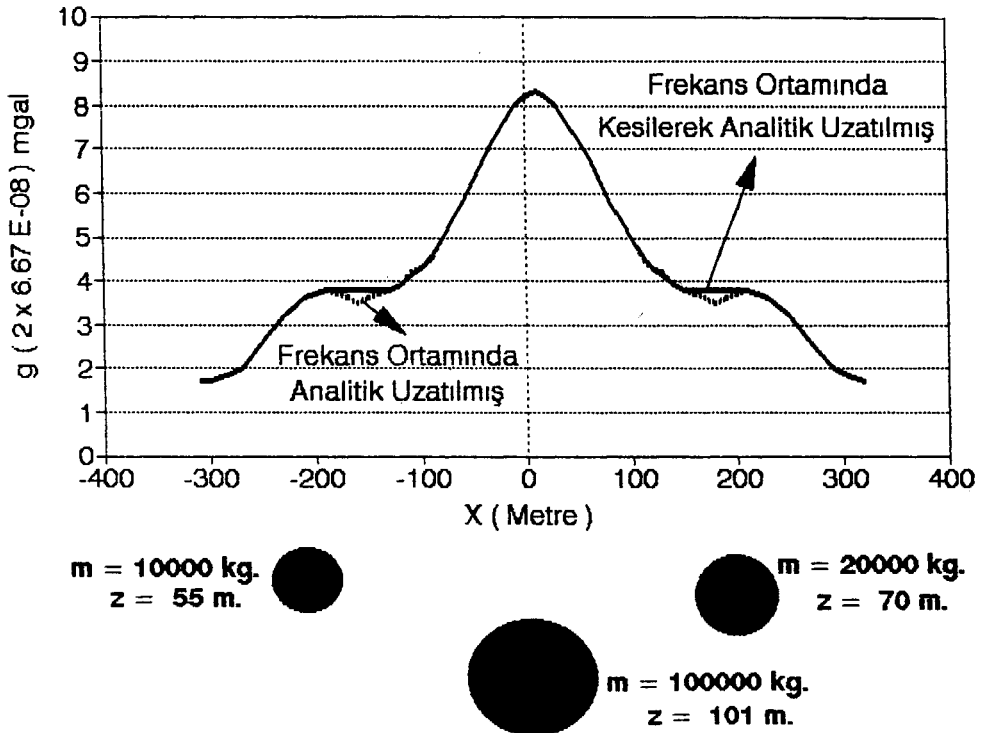
Şekil 24. Sinüzoidal gürültü eklenmiş üç kürenin anomalisi.

Fig. 24. Anomaly of three spheres with sinusoidal noise.



Şekil 25. $h=1$ düzleminde frekans ortamında tepki işlevi kesilmiş ($U_c=0.26$) ve kesilmemiş analitik uzanımlar.

Fig. 25. On $h=1$ level in frequency domain, response function of analytical continuations has been truncated ($U_c=0.26$) and hasn't been truncated.



Şekil 26. $h=2$ düzleminde frekans ortamında tepki işlevi kesilmiş ($U_c=0.13$) ve kesilmemiş analitik uzanımlar.

Fig. 26. On $h=2$ level in frequency domain, response function of analytical continuations has been truncated ($U_c=0.13$) and hasn't been truncated.

Çizelge 1 de, ilgili yanılıklar, yanılığ 1 ve yanılığ 2 sütunlarında verilmektedir. Bu sütunlara bakıldığında, doruklarda (yöntemin içeriği nedeniyle doruk noktalarında en büyük yanılıklara rastlanır) yanılıkların birbirine eşit olduğu görülmektedir. Bu nedenle geleneksel yollardan yapılan analitik uzanım, kesilmiş AU'dan doruk noktasındaki farklılığı % 1 veya % 2 dir.

Bu nedenlerle, belirli kesme frekanslı AU'ın (kesilmiş analitik uzanım), geleneksel AU yerine kullanılması büyük bir yanılığ getirmemektedir. Gerçekten de saçılım eğrilerinin standart sapmaları, her ikisinde de $h=1$ düzleminde 0.369, $h=2$ düzleminde 0.329 dur. Saçılım eğrileri (Şekil 15, 16, 17, 18) incelendiğinde her iki düzlemdeki en büyük ve küçük saçılımlar aynı noktalara denk gelmektedir. Bu nedenle saçılımların bile aynı olduğu görülmektedir.

Gürültülü verilerde ise, kuramsal değerlerle karşılaştırma yapılamamıştır. Çünkü D_x kadar yukarıda kürenin anomalisi hesap edilirken, yüksekliğin sinüzoidal gürültü üzerinde hiçbir etkisi yoktur. Bu nedenle, kuramsal analitik denklemin kullanılması yanlış olur. Bunun yerine kuramsal uzanım uyumlu olduğu daha önceden kanıtlanmış kesilmiş YAU ideal varsayılarak saçılım eğrileri ve standart sapmaları hesaplanmıştır. Şekil 19 ve 20 den de görüldüğü gibi, AGS çıktısının, kesilmiş AU ile farkları büyüktür. Saçılım eğrisinin standart sapması $h=1$ düzleminde 0.546, $h=2$ düzleminde ise 0.404 tür.

Yanılıkların bu derece büyük olması ürkütücüdür. Dolayısı ile AGS'ler kullanılırken daha dikkatli olunmalıdır. Gürültü içeren sinyallerde kürelerin üzerindeki yanılıklar Çizelge 2 de verilmektedir. Çizelge 2'de fark ile gösterilenler, (kürelerin üzerine gelen yerlerde) çizelge altlarında verilen denklemlerle hesap edilmiş değerlerdir.

Birinci sütunda kürelerin üzerindeki normal AU'la elde edilmiş yanılıklar, Fark 1 de ise aynı yerlerde, kesilmiş AU'la elde edilen yanılıklar görülmektedir. Bu yanılıkların $h=1$ düzleminde sıfır olması, kesilmiş AU ile frekans ortamı AU'ı arasında bir fark olmadığını, $h=2$ düzleminde ise ancak % 3'lük bir yanılığ gelebileceğini göstermiştir.

Fark 2 ile gösterilen üçüncü sütunda ise, frekans ortamında normal YAU ile AGS'in yanılıkları kürelerin üstlerinde araştırılmıştır. Genelde bu yanılıklar, kesilmiş AU'ın yanılıklarına oranla daha büyüktür. Dolayısıyla da gürültülü sinyallerde de kesilmiş YAU'nın, AGS lere oranla daha iyi sonuç verdiği, bir kez daha görülmektedir.

SONUÇLAR

Bu çalışmada elde edilen sonuçlar, aşağıdaki şekilde özetlenebilir.

1) YAU tepki işlevinin belli bir frekansta kesilmesiyle elde edilen kesilmiş YAU'larla yapılan uzanımların, kesilmemiş YAU'larla hemen hemen aynı değerleri verdiği

saptanmıştır. Dolayısıyla, Nyquist frekansına kadar uzanan bir analitik uzanım tepki işlevi kullanılmıyorsa belli bir frekansta kesilmiş analitik uzanım tepki işlevini kullanmak büyük bir yanılığ getirmez.

2) AGS'in çok kullanılması'nın nedeni; kesme frekansının seçilebilmesidir. Analitik uzanımların az kullanılması da aynı nedenden ötürüdür.

Bu çalışmada frekans ortamında YAU'lar, AGS ile eşlenerek süzgeçleme yapılmıştır. Bu durumda $h=1$ düzlemi için $U_c = 0.26$, $h=2$ düzlemi için $U_c = 0.13$ seçilmelidir (verilerin % 80'inin söndürülmesi koşuluyla).

3) Yapılan kuramsal çalışmalar sonucunda frekans ortamı kesilmiş YAU'nun, AGS e oranla doğruya daha yakın değerler verdiği gözlenmiştir.

KAYNAKLAR

- Byerly, P.E. 1965, Convolution filtering of gravity and magnetic maps, *Geophysics* 30, 281-283.
- Dean, W.C. 1958, Frequency analysis for gravity and magnetic interpretation, *Geophysics* 16, 29-50.
- Elkins, T.A. 1951, The second derivative method of gravity interpretation, *Geophysics* 16, 29-50.
- Fuller, B.D. 1967, Two-dimensional frequency analysis and design of grid operators, in *mining geophysics*, Society of Exploration Geophysicists 2, 658-708.
- Henderson, R.G. and Zietz, I. 1949, The computation of second vertical derivatives of geomagnetic fields, *Geophysics* 14, 508-516.
- Henderson, R.G. 1968, Field continuation and the step model in aeromagnetic interpretation, *Geophysical Prospecting* 14, 528-546.
- Irshad, R.M. 1972, Design of small operators for the continuation of potential field data, *Geophysics* 37, 485-506.
- Mesko, A. 1965, Some notes concerning the frequency analysis for gravity interpretation, *Geophysical Prospecting* 13, 475-488.
- Mesko, A. 1966, Two-dimensional filtering and the second derivative method, *Geophysics* 31, 606-617.
- Peters, L.J. 1949, The direct approach to magnetic interpretation and its practical application, *Geophysics* 14, 290-319.
- Peters, L.J., and Elkins, T.A. 1953, Discussion of "A contribution to the computation of the 'Second Derivative' from gravity data", *Geophysics* 18, 894-912.
- Pınar, R. 1984, Potansiyel alanlarda yukarı ve aşağı analitik uzanım, *Madencilik Dergisi* 23, 5-18.
- Robinson, E.S. 1970, Upward continuation of total intensity magnetic fields, *Geophysics* 35, 920-926.
- Tsay, L.J. 1975, The use of Fourier series method in upward continuation with new improvements, *Geophysics* 23, 28-41.