

SONSUZ BİRİM TEPKİLİ SAYISAL ELİPTİK SÜZGEÇLER

Infinite Impuls Response Digital Elliptic Filters

A. Güngör TAKTAK*

ÖZET

Bir sayısal süzgecin sinyal-gürültü (S/G) ayırımındaki gücü, sistem veya transfer fonksiyonunun düzenlenmesinde kullanılan fonksiyon türüne bağlıdır. İdeal süzgece yaklaşmak için sonsuz tepkili süzgeçlerde (örneğin Butterworth Chebyshev, Jacobi Eliptik) analitik fonksiyonlar kullanılmaktadır.

Bu yazı Jacobi eliptik fonksiyonları kullanılarak geliştirilen Eliptik Süzgeçler üzerinedir. Bu süzgeçlerin süzme bantları geniş ve geçiş bantları ise daha dardır. Bu nedenle optimal süzmeye en iyi yaklaşablenlerdir. Bunların düzenlenmesinde bilinear z-dönüşümü ve çok hızlı yineleme algoritması kullanılmıştır. Ayrıca adı geçen süzgeçler, sıfır fazlı eliptik süzgeçlere dönüştürülerek faz kayması önlenmiş ve süzme bandının veya bantlarının dikleşmesi sağlanmıştır.

Alçak, Yüksek, Band geçişli ve Band durdurucu olmak üzere dört tip Sıfır Fazlı Eliptik Süzgeç geliştirilmiştir. Çeşitli sentetik ve gerçek arazi verilerine (6 profil x 500 sayısal noktalık sismik yansım profili) uygulanarak çözüm yetenekleri saptanmıştır.

Yapılan çeşitli denemeler sonunda adı geçen süzgeçlerin çok alçak frekanslarda çalışma olanağı sağladığı ve duyarlılığı iyice arttırdığı ortaya konmuştur.

ABSTRACT

The power of a digital filter in seperating signals from noise is dependent upon function type used in arrangement of the system or transfer function.

Analytical functions such as Butterworth, Chebyshev, Jacobi elliptic are used in the Infinite Impulse Response filters in order to approach to the Ideal Filters.

This paper is about elliptic filters developed using Jacobi elliptic functions. These filters have been widely used to achieve restrictive frequency domain requirements. They can simultaneously provide large stopband attenuation and small transition bandwidths. Thus, this is an optimum filtering functions. In arrangement of these filters, bilinear z-transformation and very a fast recursion algorithm is used. Additionally, by converting these filters to the zero phased elliptic filters, phase shift is prevented and the filtering band is steepened.

Four most common types of zero phased elliptic filters: lowpass, highpass, bandpass and bandstop are developed. Their applicability is investigated by applying these filters to the various synthetic and field data (6 profile x 500 point, seismic reflection data).

Trials have shown that the filters which mentioned above have saved time, enabled working conditions at low frequencies and increased the sensivity.

GİRİŞ

Çeşitli jeofiziksel verilere göre, yer kabuğu, yer küresi toplam kütesinin yüzde 1 hacminin ise yaklaşık 1.5'ni teşkil eder. Fakat bu çok ince kısım, yer küresinin dinamiği ve jeolojik gelişimini tanımamız yönünden çok büyük önem taşır. Yeryüzünden itibaren Mohorovicic süreksizliğine (yer kabuğu ile üst manto arası) kadar olan kısım "yer kabuğu" olarak tanımlanır.

Ekonomik yönden büyük önem taşıyan ve çeşitli büyük olayların sürekli olduğu (örneğin depremler), yer küresinin bu bölümünü incelemek için çok değişik yön-

temler geliştirilmiştir. Dünyanın birçok ülkesinde devam eden çalışmalar; depremler ve yapay patlamalarla elde edilen kırılan ve yansıyan hacim dalgaları, gravimetrik ve manyetik analizler, doğal ve yapay elektrik alanlarının incelenmesi gibi konuları içerirler. Özellikle son zamanlarda teknolojik gelişmeye paralel olarak geliştirilen sismik yansım tekniği de çok önem kazanmıştır.

Son yirmi yıldan beri elektronik ve bilgisayar teknolojisi başdöndürücü bir hızla gelişmektedir. Jeofizikte alınan ölçülerin çok ve çeşitli olması ayrıca kullanılan karmaşık hesapların çok zaman alması araştırmacıları bu

* Dokuz Eylül Üniversitesi, Mühendislik-Mimarlık Fakültesi, Jeol. Müh. Böl., Bornova/İZMİR

teknolojiden yararlanmaya zorlamıştır. Böylece geliştirilen, arazide doğrudan doğruya sayısal veya analog olarak alınan kayıtların istenilen duyarlıkta sayısal hale dönüştürülebilmesi jeofizik mühendisine yeni ufuklar açmıştır. Alınan ölçülerdeki istenmeyen olayların temizlenerek gerçek olayın ortaya çıkarılması bu teknik sayesinde gerçekleşmiştir. Günümüzde manyetik bantlarda kolayca saklanabilen sayısal verilere en karmaşık ve çeşitli hesaplar, büyük bellekli bilgisayarlar yardımıyla kolayca uygulanabilmektedir.

Sorunları gerçeğe en yakın bir şekilde çözmek için kullanılan modelleme yöntemleri böylece büyük bir hız ve etkinlik kazanmıştır. Bu sayede, çok karmaşık jeolojik sorunlara daha duyarlı ve emin bir şekilde yaklaşmak olanağı doğmuştur.

Çalışmalarımızın birinci kısmında ideal bir süzgece en iyi bir şekilde yaklaşan optimal sıfır fazlı sayısal eliptik süzgeçler anlatılmıştır. Yineleme (recursion) bağıntısı kullanılan geliştirilen bu süzgeçler oldukça hızlıdır. Sıfır fazlı olduğundan çıkış verilerinde bozulma söz konusu değildir. Bu süzgeçler kullanıldığında çizim olanakları varsa süzgecin tüm özelliklerini çok kısa zamanda kontrol etmek olanaklıdır. Böylece kullanıcıya, isteğine en uygun süzgeç modelini seçme olanağı verilmiş olur.

İkinci kısım sıfır fazlı sayısal eliptik süzgeçlerin yapay verilere ve gerçek arazi verilerine uygulamasını kapsar. Süzgece giren ve çıkan sismogramların Fourier dönüşümleri yapıldıktan sonra, genlik spektrumları hesaplanır. Bu da kullanılan süzgecin etkinliğinin kontrolü bakımından önemlidir.

Yukarıda anlatılan yararlarından dolayı, dünyanın çeşitli ülkelerinde yer kabuğu inceleme çalışmaları yapılmaktadır. Gerçek arazi verileri, Fransa'da 1970-1974 yılları arasında, Rhône vadisinde (Güney Fransa) yapılan bu tür bir çalışmadan alınmıştır. Analog olarak hazırlanmış bu sinyaller BENDIX-Datagrid Digitizer iye 0.01 saniye (10 msn) aralıklı (40 mm = 1 sn) sayısal hale dönüştürülmüştür.

Amacımız basit fakat çok etkin yineleme bağıntısı kullanarak geliştirilen optimal sıfır Fazlı Sayısal Eliptik Süzgeçlerin (Alçak Geçişli, Yüksek Geçişli, Band Geçişli ve Band Durdurucu) yetenek ve kullanım sınırlarını göstermektedir.

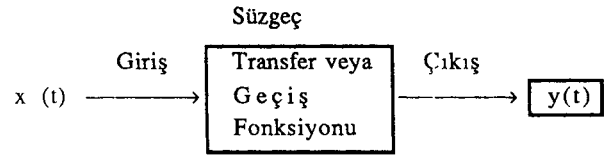
SAYISAL SÜZGEÇLERE GİRİŞ

Basit ve karmaşık bir düzenek ile alınan kayıtlar, istenen olaylar yanında istenmeyen olayları da içerirler. Esas sinyali az ya da çok bozan bu olaylar (gürültü) birlikte kaydedilirler. Düzeneğe eklenen özel elektrik süzgeçlerle, bu gelişigüzel bazen de düzenli olan gürültüler kayıt esnasında giderilmeye çalışılır. Birlikte kaydedilen gürültü ile esas sinyal aynı frekansta değilse, bunları doğrusal frekans seçici süzgeçlerle birbirinden ayırmak kolaydır. Tersine ise oldukça güç, bazen de olanaksızdır. Bu nedenle, gerçek sinyali olanaklar elverdiğince bozmadan gürültüden arındırmak için çeşitli matematiksel yöntemler geliştirilmiştir.

Bir seri ardışık sayıdan ibaret olan sayısal süzgeçler, ayrık şekildeki sinyali bir sistem fonksiyonu, transfer fonksiyonu, yardımıyla istenilen özelliklere sahip çıkış

sinyaline dönüştüren sistemlerdir. Sayısal bir süzgeç çıkışı ayrık veya sayısal verilerle ağırlıklı süzgeç katsayılarının evrişiminden ibarettir. Çeşitli yan verilerden yararlanılarak, amaca uygun çözüme en iyi şekilde yaklaşan tek bir sistem fonksiyonu bulunabilir. Sayısal olarak bilgisayar belleğinde saklanabilen bu fonksiyon ve veriler istenildiği anda çeşitli amaçlar için birçok kez kullanılabilir. Sayısal süzgeçlerin bu özellikleri analog süzgeçlere olan en büyük üstünlüklerinden birisidir. Ayrıca, çok alçak frekans (0.01 - 1 Hz) bandlarında çok ekonomik ve hızlıdır (Gold ve Rader 1969). Gerçeğe en uygun veriyi elde etmek için süzülen veriler aynı anda tekrar süzgeçten geçirilebilir. Örneğin band geçişli bir süzgeç çıkışı, band durdurucu süzgeçle yeniden süzülebilir.

Basit bir süzgeç sembolik olarak bir giriş $x(t)$ ve bir de çıkış sinyali $y(t)$ olarak,



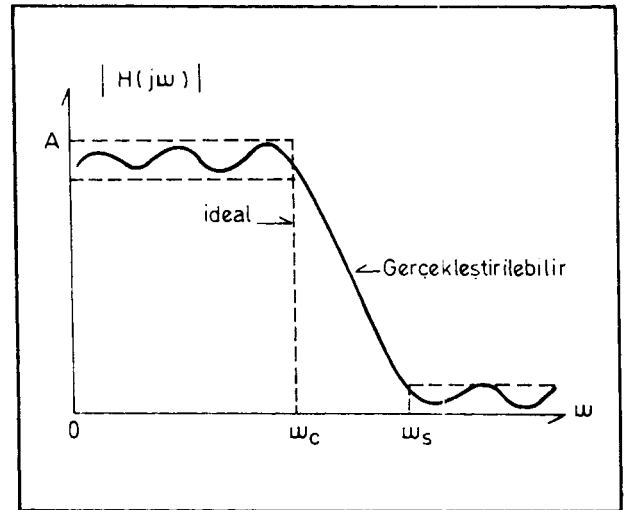
şeklinde gösterilebilir. Sırasıyla $x(t)$ ve $y(t)$ 'nin Laplace dönüşümleri $X(s)$ ve $Y(s)$ olsun. Sistem fonksiyonu, çıkışın, girişe oranına $H(s) = Y(s)/X(s)$ eşittir. Sistem fonksiyonu, kutupsal koordinatlarda, $s = j\omega$ olmak üzere

$$H(j\omega) = |H(j\omega)| e^{j\theta(\omega)} \quad (1)$$

ile verilir. Burada faz $\theta(\omega)$ ve genlik $|H(j\omega)|$, süzgeci temsil eden iki önemli büyüklüktür. Sistemin gecikmesi ise aşağıdaki şekilde verilir:

$$\tau_g = -d\theta(\omega) / d\omega \quad (2)$$

Pratikte kullanılan pekçok sistem fonksiyonu $H(s)$ rasyonel (kesirli) fonksiyonlardır. Şekil 1'de görülen ideal süzgeç fonksiyonunu elde etmek olanaksızdır.



Şekil 1. İdeal ve gerçekleştirilebilir bir süzgeç genlik tepkisi. Fig. 1. A filter amplitude response of an ideal and rational function approximation.

Fakat amaca uygun olarak seçilen bir sistem fonksiyonu ile ideal süzgece yaklaşılabilmektedir.

Frekans seçici sayısal süzgeçler, istenilen bandlardaki frekansları geçiren ve diğer frekansları durduran süzgeçlerdir. Frekansın geçtiği bölgeye süzme bandı w_c , frekansın durdurulduğu bölgeye durdurma bandı w_s , ve bu ikisi arasındaki, seçilen sistem fonksiyonuna göre değişebilen dar bölgeye de geçiş bandı ($w_s - w_c$) adı verilir.

Genlik fonksiyonunun $|H(jw)|$ özelliğine, başka bir deyimle süzme ve durdurma bandlarının konumlarına göre süzgeçler sınıflandırılır. İdeal bir süzgeçte, süzme bandındaki tüm değerler 1 ile $|H(jw)| = 1$ ve durdurma bandında ise sıfır ile $|H(jw)| = 0$ çarpılır. Genlik tepkilerine göre frekans seçici süzgeçler dört bölüme ayrılır: Alçak Geçişli, Yüksek Geçişli, Band Geçişli ve Band Durdurucu süzgeçler.

KULLANILAN MATEMATİKSEL YÖNTEMLER

Sonsuz impuls tepkili (IIR) süzgeçlerde transfer fonksiyonunun modülünün karesi,

$$\begin{array}{ll} w > 1 & \text{için} \quad f(w^2) \gg 1 \\ 0 \leq w < 1 & \text{için} \quad 0 \leq f(w^2) < 1 \end{array} \quad (3)$$

olmak üzere;

$$|H(jw)|^2 = 1 / [1 + f(w^2)] \quad (4)$$

bağıntısı ile verilir. Sistem fonksiyonu, süzme bandı, $0 \leq w < 1$, içinde $|H(jw)|^2 = 1$ ve durdurma bandı, $w > 1$, içinde ise $|H(jw)|^2 = 0$ 'dır.

Yukarıdaki koşulları sağlayan ideal bir süzgece yaklaşmak için çeşitli analitik fonksiyonlar kullanılır. Örneğin n'nci dereceden Butterworth polinomu kullanarak elde edilen süzgeçlere Butterworth süzgeçleri (Gold ve Rader 1969) adı verilir:

$$[H(jw)]^2 B = 1 / [1 - (w/w_c)^{2n}] \quad (5)$$

Chebyshev polinomları kullanılarak elde edilen süzgeçler aynı adla adlandırılır. Chebyshev-I ve Chebyshev-II (ters Chebyshev) süzgeçlerinin genlik fonksiyonlarının karesi,

$$f(w^2) = \epsilon^2 \cdot C_n^2(w) \text{ ve}$$

$$\begin{array}{l} f(w^2) = 1 / [\epsilon^2 \cdot n C_n^2(1/w)] \text{ olmak üzere,} \\ \text{tip I / } |H(jw)|^2 = 1 / [1 + \epsilon^2 \cdot C_n^2(w)] \end{array} \quad (6)$$

$$\text{tip II / } |H(jw)|^2 = \epsilon^2 \cdot C_n^2(1/w) / [1 + \epsilon^2 \cdot C_n^2(1/w)] \quad (7)$$

ϵ -dalgacıkların genliği ile ilgili sabit olmak üzere, bağıntıları ile verilir. Burada $C_n(w) = \cos(ncos^{-1}w)$ n'nci dereceden I. tür Chebyshev polinomudur.

Çalışmalarımızda ideal süzgeçlere (Şekil 1) en iyi yaklaşan diğer bir deyimle geçiş bandı ($w_s - w_c$) en küçük olan analitik ve çift periodik Jacobi eliptik fonksiyonları kullanılmıştır. Eliptik fonksiyonlar kullanarak elde edilen süzgeçlere Eliptik Süzgeç adı verilir ve karakteristik fonksiyonlarının karesi $f(w^2) = \epsilon^2 \cdot R_n^2(w, L)$

(Rabiner ve Gold, 1975) ve $f(w^2) = \epsilon^2 \cdot U_n^2(w)$ (Schafer ve Oppenheim, 1975 ve Gold ve Rader, 1969) ile tarif edilir. Burada $R_n(w, L)$ 'ye Chebyshev rasyonel fraksiyonu (çözümü eliptik sine fonksiyonu ile yapılır) ve $U_n(w)$ 'ya ise Jacobi eliptik sine fonksiyonu adı verilir.

Teta Fonksiyonları

Jacobi eliptik fonksiyonları ve eliptik integrallerin sayısal değerlerini hesaplamak için kullanılan özel fonksiyonlara Teta Fonksiyonları adı verilir. Bunlar sifıra çok hızlı yaklaşan özel fonksiyonlardır. Basit periodik $\theta(z + \pi, q) = \theta(z, q)$ ve analitik olan bu fonksiyonlar çok hızlı serilerle tanımlanırlar. Bu özellikleri büyük bilgisayar zamanı kazandırır.

Tüm sonlu $z \neq 0$ ve $|q| < 1$ için yakınsama vardır. $q = \exp(-\pi K/K')$ yakınsama faktörüdür. Yakınsamaları trigonometri fonksiyonlara bağlı değildir, sonsuz serilerle aşağıdaki şekilde gösterilirler:

$$\theta_1(z) = 2q^{1/4} (\sin z - q^2 \sin 3z + q^6 \sin 5z - \dots) \quad (8)$$

$$\theta_2(z) = 2q^{1/4} (\cos z + q^2 \cos 3z + q^6 \cos 5z + \dots) \quad (9)$$

$$\theta_3(z) = 1 + 2q \cos 2z + 2q^4 \cos 4z + 2q^9 \cos 6z + \dots \quad (10)$$

$$\theta_4(z) = 1 - 2q \cos 2z + 2q^4 \cos 4z - 2q^9 \cos 6z + \dots \quad (11)$$

Teta fonksiyonları yardımıyla Jacobi Eliptik fonksiyonlarının modülleri (k, k'), çeyrek gerçel periodları (K, K') ve sn, cn, dn , eliptik fonksiyonları sayısal olarak hesaplanır:

$$(k)^{1/2} = \theta_2(0) / \theta_3(0) \quad (12)$$

$$(k')^{1/2} = \theta_4(0) / \theta_3(0) \quad (13)$$

$$(2K / \pi)^{1/2} = \theta_3(0) = 1 + 2q^4 - 2q^9 + \dots \quad (14)$$

$$(2k' K / \pi)^{1/2} = \theta_4(0) = 1 - 2q + 2q^4 - 2q^9 + \dots \quad (15)$$

$$(2k K / \pi)^{1/2} = \theta_2(0) = 2q^{1/4} (1 + q^2 + q^6 + q^{12} + \dots) \quad (16)$$

$$K = \frac{1}{\pi} \cdot K \cdot \log(1/q) \quad (17)$$

Teta fonksiyonları Aritmetik-Geometrik Ortalama (A.G.O.) yöntemiyle kolayca hesaplanır:

$$a_0 = 1, \quad b_0 = k', \quad c_0 = k \quad (18)$$

olmak üzere

$$\theta_n = 2^n \cdot u \cdot 180^\circ \cdot a_n / \pi \quad (19)$$

dir.

Jacobi Eliptik Fonksiyonları

Karmaşık değişkenli çift periodik eliptik fonksiyonlar mekanik ve elektroninin çeşitli dallarında sorunların doğrudan çözümlerinde kullanılır. Eliptik Süzgeç transfer fonksiyonunun elde edilmesinde bu tür fonksiyonlardan yararlanılmıştır. Bu nedenle, tüm matematiksel ayrıntılara girmeden eliptik fonksiyonların uygulamaları hakkında genel bilgi verilecektir. Daha ayrıntılı bilgiler Modern Analiz kitaplarında bulunabilir: Neville

(1951), Milne-Thompson (1956), Jahnke ve Emde (1960), -Whittaker ve Watson (1962), Erdelyi ve diğ. (1963), Abramowitz ve Stegun (1972).

Ters fonksiyon özelliği taşıyan eliptik fonksiyonları, Jacobi eliptik integrali ters çevirerek elde etti.

Eğer $|k| < 1$ ayrıca $|w| < 1$ gerçel ise, I. tür eliptik integral aşağıdaki şekildedir:

$$u = \int_0^w \left[(1-t^2)(1-k^2t^2) \right]^{-1/2} dt \quad (20)$$

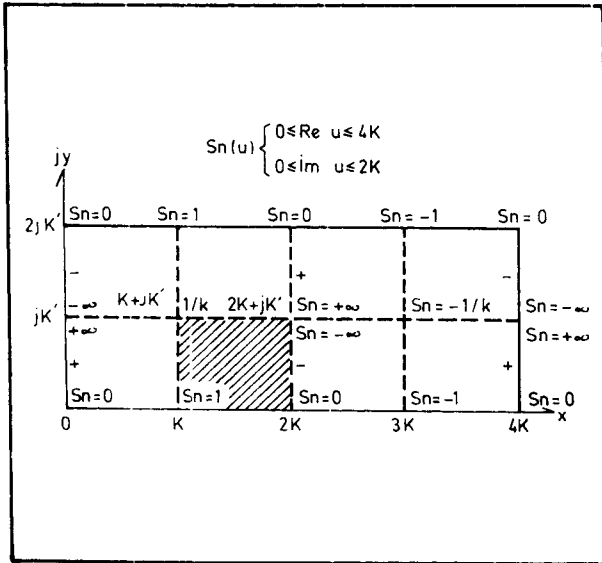
Analitik uzanım w 'nın tüm değerleri hesaplanabilir. Bu integral, $t = \sin \varnothing$ ve $w = \sin \varnothing$ (\varnothing , modül açısı) olduğunda;

$$u(\varnothing, k) = \int_0^{\varnothing} (1 - k^2 \sin^2 \varnothing)^{-1/2} d\varnothing \quad (21)$$

eşittir. Burada \varnothing = amp (u)'ya amplitüd ve k 'ya modül adı verilir ve $0 < k < 1$ arasında değişir. Eğer $k = 0$ ise bu integral (21) $u = \sin^{-1}(w)$ veya $w = \sin(u)$ 'ya, $k \neq 0$ ise $w = \text{sn}(u)$ veya $\text{sn}(u) = \sin \varnothing = \text{sn}(u, k)$ 'ya eşittir. $\text{sn}(u)$ fonksiyonuna Jacobi eliptik sine fonksiyonu adı verilir. Gerçel periodu $4K$ ve sanal periodu $2jK'$ olan bu çift periyodik

$$\text{sn}(u + 4K) = \text{sn}(u) \text{ ve } \text{sn}(u + 2jK') = \text{sn}(u) \quad (22)$$

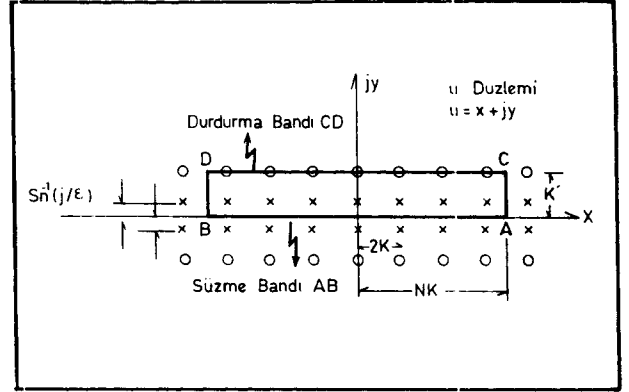
fonksiyonlar, Şekil 2'de görüldüğü gibi kutuplar (jK' , $2K + jK'$) hariç düzlemin her noktasında analitikler.



Şekil 2. Jacobian Eliptik sn fonksiyonunun karmaşık ve u-düzleminin kafes noktalarındaki değeri.

Fig. 2. Periodic rectangle for the Jacobian elliptic sn function.

Ayrıca çift periyodik özelliklerinden dolayı, her kafesteki iki sıfır (0) ve iki kutup (X) gerçel ve sanal eksenler boyunca sonsuz defa tekrar ederler (Şekil 3).



Şekil 3. Eliptik süzgecin sıfır (0) ve kutuplarının (x) u-düzlemindeki konumları.

Fig. 3. Zeros (0) and poles (x) of the elliptic filter in u-plane.

Oniki çeşit Jacobi eliptik fonksiyonundan konumuzla ilgili olanlar şunlardır:

$$\text{Eliptik Sine} \quad \text{sn}(u, k) = \text{sn}(u) = \sin \varnothing \quad (23)$$

$$\text{Eliptik Cosine} \quad \text{cn}(u, k) = \text{cn}(u) = \cos \varnothing \quad (24)$$

$$\text{Fark Fonksiyonu} \quad \text{dn}(u, k) = [1 - k^2 \text{sn}^2(u)]^{1/2} \quad (25)$$

Bu fonksiyonlar, çeşitli özellikleri bakımından normal trigonometrik fonksiyonlara benzerler:

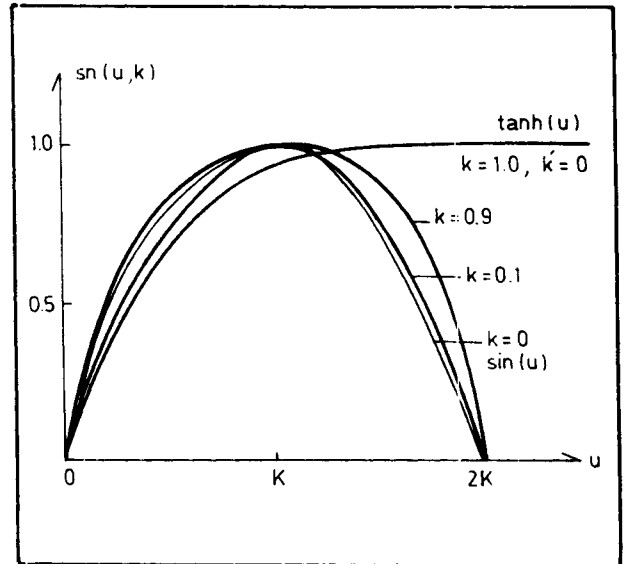
$$\text{sn}^2(u) + \text{cn}^2(u) = 1$$

$$\text{sn}(u) = -\text{sn}(-u) \text{ tek fonksiyon}$$

$$\text{cn}(u) = \text{cn}(-u) \text{ çift fonksiyon}$$

$$\text{sn}(0, k) = 0 \text{ ve } \text{cn}(0, k) = 1 \quad (26)$$

$k = 0$ için $u(\varnothing, 0) = \varnothing$, $\text{sn}(u, 0) = \sin(u)$ özelliği ve k' parametresinin çeşitli değerleri için eliptik $\text{sn}(u)$ fonksiyonunun değişimi Şekil 4'te gösterilmiştir.



Şekil 4. Farklı k parametreleri için sn(u) fonksiyonunun değişimi.

Fig. 4. Variations of the sn(u) function against k.

Bundan başka, eliptik fonksiyonlar sayısal olarak Landen dönüşüm formülleri yardımıyla kolayca hesaplanabilir (Whittaker ve Watson 1962).

Jacobi eliptik fonksiyonları da $sn(u)$, $cn(u)$... sayısal olarak aritmetik-geometrik ortalama yöntemiyle hesaplanır. Başlangıç değerleri olarak (a_0, b_0, c_0) üçlüsü alınarak diğerleri (a_1, b_1, c_1) , (a_2, b_2, c_2) , (a_n, b_n, c_n) aşağıdaki şekilde belirlenir:

$$\begin{array}{ccc} a_0 & b_0 & c_0 \\ a_1 = 0.5(a_0 + b_0) & b_1 = (a_0 b_0)^{1/2} & c_1 = 0.5(a_0 - b_0) \\ a_2 = 0.5(a_1 + b_1) & b_2 = (a_1 b_1)^{1/2} & c_2 = 0.5(a_1 - b_1) \\ \dots\dots\dots & \dots\dots\dots & \dots\dots\dots \\ a_n = 0.5(a_{n-1} + b_{n-1}) & b_n = 0.5(a_{n-1} b_{n-1}) & c_n = 0.5(a_{n-1} - b_{n-1}) \end{array} \quad (27)$$

Hesaplar $a_n = b_n$ olduğunda, yani $c_n = 0$ 'da durdurulur.

Eliptik fonksiyonlar için başlangıç değerleri olarak; $a_0 = 1$, $b_0 = k'$ ve $c_0 = k$ alınır ve (27)'deki c_n istenilen duyarlılığa ulaştığında hesaplamalar durdurulur. Daha sonra,

$$\varnothing_n = 2^n \cdot a_n \cdot u \cdot 180^\circ / \pi \quad (\text{derece olarak}) \quad (28)$$

$$\sin(2\varnothing_{n-1} + \varnothing_n) = c_n \sin \varnothing_n / a_n \quad (29)$$

yineleme bağıntısı yardımıyla $\varnothing_{n-1}, \varnothing_{n-2}, \dots, \varnothing_1, \varnothing_0$ hesaplanır. Sonuç olarak aşağıdaki bağıntılar bulunur:

$$\begin{array}{l} s_n(u, k) = \sin \varnothing_0 = sn(u) \\ c_n(u, k) = \cos \varnothing_0 = cn(u) \\ d_n(u, k) = \cos \varnothing_0 / \cos(\varnothing_1 - \varnothing_0) \end{array} \quad (30)$$

Gerçek argümanlar dışında s-düzlemindeki eliptik fonksiyonların sıfır ve kutuplarının konumları sanal argümanları kullanarak saptanır. Eliptik $sn(ju, k)$ fonksiyonunun bazı özellikleri şunlardır:

$$\begin{array}{ll} sn(ju, k) = -sn(ju, k) & sn(jK', k) = \text{sonsuz} \\ sn(u + 2jK', k) = sn(u) & sn(ju, 1) = \tan(u) \end{array} \quad (31)$$

Eliptik İntegraller

Eliptik süzgeç teorisinde, üç tür eliptik integralden sadece birincisi kullanılır. İki değişkene bağlı (\varnothing, k) olarak değişken I. tür eliptik integral

$0 < k < 1$ ve $k = \sin \alpha$ olmak üzere

$$u(\varnothing, k) = \int_0^\varnothing (1 - k^2 \sin^2 \phi)^{-1/2} d\phi \quad (32)$$

şeklinde tanımlanır. Burada $\varnothing = \text{amp}(u)$ değişkenine integralin amplitüdü denir ve gerçek değerleri için $u(\varnothing - k)$ 'da geçerlidir. Integralin modülü $k = (1 - k')^{1/2}$ olup, buradaki k' 'ye tamamlayıcı modül adı verilir.

Birinci Tür Tam Eliptik İntegral

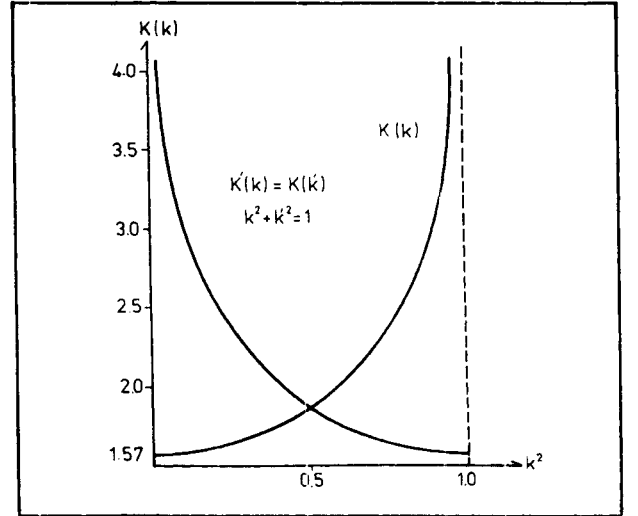
Yukarıda tanımlanan (32) integralin amplitüdü $\varnothing = \pi/2$ olduğunda, buna I. tür tam eliptik integral adı verilir. Genel olarak,

$$K = u(\pi/2, k) = K(k) = \int_0^{\pi/2} (1 - k^2 \sin^2 \theta)^{-1/2} d\theta \quad (33)$$

şeklinde gösterilir. Aynı şekilde I. tür tamlayıcı tam eliptik integral ise aşağıdaki şekildedir.

$$K' = K(k) = \int_0^{\pi/2} (1 - k'^2 \sin^2 \theta)^{-1/2} d\theta \quad (34)$$

K ve jK' , Jacobi eliptik fonksiyonlarının gerçek ve sanal çeyrek periodlarıdır (Şekil 5).



Şekil 5. I. Tür Tam Eliptik integral $K(k)$ ve Tamamlayıcı Eliptik İntegral $K'(k)$

Fig. 5. First kinds of complete Elliptic integral $K(k)$ and Incomplete elliptic integral $K'(k)$.

1. tür tam ve tamamlayıcı eliptik integralin hesabı için özel olarak hazırlanmış çizelgeler vardır (Milne-Thomson 1956, Abramowitz ve Stegun 1972). Aynı integrali sayısal olarak hesaplamak için, Landen dönüşüm formülleri veya aritmetik-geometrik ortalama yöntemi kullanılır. Başlangıç değerleri olarak, $a_0 = 1$, $b_0 = \cos \alpha$ ve $c_0 = \sin \alpha$, ($\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$) alındığında I. tür tam eliptik integral aşağıdaki formülle hesaplanır:

$$K(\alpha) = \pi / (2a_n) \quad (35)$$

Tamamlayıcı tam eliptik integral ise farklı başlangıç değerleri, $a'_0 = 1$, $b'_0 = \sin \alpha$ ve $c'_0 = \cos \alpha$ olmak üzere,

$$K'(\alpha) = \pi / (2a'_n) \quad (36)$$

yardımlarıyla hesaplanır.

Sıfır Fazlı Yinelemeli Sayısal Eliptik Süzgeçler

Sayısal geçişli süzgeçler jeofiziğin çok çeşitli dallarında kullanılır. Özellikle son on, onbeş yılda başta sismoloji olmak üzere uygulama alanları gitgide artmaktadır. Maden jeofiziği, gravite ve manyetik araştırmalar, deprem sismolojisi, uygulamalı prospeksiyon sismolojisi, kuyu logları örnek verilebilir. Jeofiziksel sinyallerin genellikle geniş bir frekans spektrumları vardır ve gürültü ekseriya sinyali bozar. Eğer, sinyal ile gürültü spektrumu üst üste gelmemişlerse (veya çok az karışım varsa), sadece sinyali geçirmek (süzmek) için düzenlenmiş "seçici süzgeçlerle" veri kuvvetlendirilir.

Sinyal-gürültü ayırımında kullanılan en etkili süzgeçler "sıfır fazlı" süzgeçlerdir. Sinyal-gürültü spektrumu iyi ayrılan verilerde, geçiş süzgeçleri (alçak, yüksek, band geçişli) en iyi sonucu verir.

Alınan kayıtların geçmiş ve gelecek şekilleri bilgisayara yerleştirilir, böylece amaca uygun olarak düzenlenen transfer fonksiyonu(ları) yardımıyla faz tesiri olmadan sonuca kolayca ulaşılır. Bu olanak ancak sayısal süzgeçlerle sağlanır. Bu da sayısal süzgeçlerin analog süzgeçlere en büyük üstünlüklerinden biridir.

Sayısal ortamda birim impuls fonksiyonu;

$$\delta(t) = \begin{cases} 1 & t = 0 \\ 0 & t \neq 0 \end{cases} \quad (37)$$

şeklinde DIRAC delta fonksiyonu ile verilir.

Sayısal süzgeçleme işlemi, ayrık zaman serisiyle, ağırlıklı sürgeç veya impuls tepki fonksiyonunun

$$y_t = \sum_{i=0}^n h_i x_{t-i} \quad t = 0, 1, 2, 3 \dots \quad (38)$$

evrişiminden ibarettir. Burada

$$x_0, x_1, x_2, x_3, \dots, x_m$$

giriş serisinin m+1 değeri,

$$h_0, h_1, h_2, h_3, \dots, h_n$$

ağırlıklı süzgeç fonksiyonunun n+1 değeri,

$$y_0, y_1, y_2, y_3, \dots, y_{n+m}$$

çıkış serisinin n+m+1 değeridir.

Bu tür süzgecin gerçekleştirilebilir ve duraylı olması için impuls tepki fonksiyonunun, gerekli ve yeterli koşullarını gerçekleştirilmesi gerekir:

$$t < 0 \text{ için} \quad h_t = 0$$

$$\sum_{t=0}^{\infty} |h_t| < \infty \text{ veya } \sum_{t=0}^{\infty} |h_t|^2 < \infty \quad (39)$$

Sayısal bir süzgecin analiz ve hesabı için, z-dönüşümü kullanılır. Evrişim işlemi, z-ortamında çarpım işlemine dönüşür:

$$Y(z) = H(z) \cdot X(z) \quad (40)$$

Fiziksel bir değişim gösteren x(t) sürekli fonksiyonunu bilgisayarda kullanabilmek için sayısal duruma dönüştürülür. Sürekli bir x(t) fonksiyonunun z-dönüşümü, Δt-örnekleme aralığı,

$$X(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n \Delta t) z^n \quad n = 0, 1, 2, 3 \dots \text{ dir.} \quad (41)$$

İmpuls tepki fonksiyonu h(t) olan bir süzgecin z-dönüşümü ise aşağıdaki şekilde verilir:

$$H(z) = \sum_{t=0}^{\infty} h(t) \cdot z^t \quad (42)$$

z-dönüşümü, Laplace ve Fourier dönüşümlerinde, sırasıyla

$$z = \exp(-s \cdot \Delta t) \text{ ve } z = \exp(-j\omega \cdot \Delta t) \quad (43)$$

konularak elde edilir. Karmaşık z-düzlemindeki birim daire üzerinde Δt=1 alındığında z = exp(-jω) değeri (42)'de yerine konularak

$$H(\omega) = \sum_{t=0}^{\infty} h(t) \cdot e^{-j\omega t} \quad -\pi \leq \omega \leq \pi \quad (44)$$

sonucuna varılır. Bu fonksiyona transfer fonksiyonu adı verilir.

Bilineer z-Dönüşümü

Standard z-dönüşümü esnasında genellikle s-düzlemindeki jΩ eksenini, z-düzleminde birim daire üzerine düşmez ve sabit analog bir süzgeç her zaman sabit sayısal süzgece dönüştürülemez (Rabiner ve Gold 1975). Bu istenmeyen olaya engel olmak ve transfer fonksiyonunun cebirsel şeklini korumak için Kaiser (1972) cebirsel bir dönüşüm kullanmıştır. Bilineer z-dönüşümü,

$$s = \frac{2}{\Delta t} \cdot \tanh(s \cdot \Delta t/2) \quad (45)$$

şeklinde tanımlanır. z⁻¹ = exp(-s Δt) kullanarak,

$$s = \frac{2}{\Delta t} \frac{(z-1)/(z+1)}{1} = \frac{2}{\Delta t} \frac{(1-z^{-1})/(1+z^{-1})}{1} \quad (46)$$

$$\tanh x = (e^x - e^{-x}) / (e^x + e^{-x})$$

olduğundan veya

$$z = \left[\frac{2}{\Delta t} + s \right] / \left[\frac{2}{\Delta t} + s \right]$$

sonucuna varılır.

Bilineer z-dönüşümü aşağıdaki şekilde cebirsel olarak transfer fonksiyonuna, $H(s)$, uygulanır:

$$H(z) = H(s) \quad s = \frac{2}{\Delta t} \left\{ \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}} \right\} \quad (47)$$

Analog frekans Ω ile sayısal frekans ω arasındaki bağıntı, formül (46)'da $s = j\Omega$ ve $z = \exp(-j\omega \cdot \Delta t)$ konularak:

$$\Omega = \frac{2}{\Delta t} \tan(\omega \Delta t / 2) \quad (48)$$

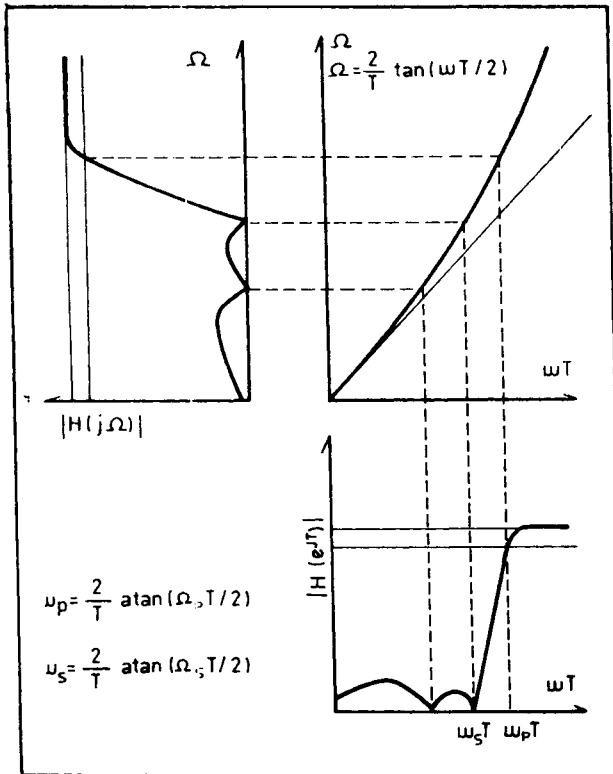
sonucuna varılır. Buradan, s-düzleminde z-düzlemine geçiş kolayca görülebilir. Yukarıdaki (46) bağıntısındaki z değeri s'e bağlı olarak çözüldüğünde:

$$z = \left[\frac{2}{\Delta t} + j\Omega \right] / \left[\frac{2}{\Delta t} - j\Omega \right]$$

bulunur.

Burada $\Omega = 0$ için $z = 1$ yani $1.0 + j0.0$ sıfır frekansı $\Omega = \infty$ için $z = -1$ yani $-1.0 + j0.0$ Nyquist frekansıdır.

Sayısal ve analog süzgeçler arasındaki düzgün olmayan bu bağıntı Şekil 6'da görüldüğü gibi giderilebilir.



Şekil 6. Bilineer z-dönüşümünün yüksek geçişli bir süzgeç uygulanması.

Fig. 6. Application of the bilinear z-transformation to a highpass filter.

İstenilen kesme frekansına sahip sayısal süzgeç, analog süzgece doğrudan bilinear dönüşüm uygulanarak bulunur. Geçiş bandlı dik keskin kesme frekanslı sürekli süzgeçler aynı şekilde sayısal süzgeçlere dönüştürüldüğünde aliasing olayı meydana gelmez (Rabiner ve Gold 1975).

SAYISAL YİNELEME SÜZGEÇLERİ

Sayısal süzgeçler veya frekans seçici ayrık sistemlerin sentezi için çok çeşitli algoritmalar geliştirilmiştir. Bunlar üç ana grupta toplanabilir: Evrişim, Lineer Yineleme ve "F.F.T" Hızlı Fourier dönüşümü (Gold ve Rader, 1969). Sayısal süzgeçlerin düzenlenmesi için kullanılan matematiksel yöntemler, amaca göre hazırlanan süzgeç impuls tepki fonksiyonuna bağlıdır. Bu yöntemler sonlu impuls tepkili (FIR) ve sonsuz impuls tepkili (IIR) olmak üzere ikiye ayrılır. Eğer süzgeç impuls tepki fonksiyonu polinom şeklinde ise (sadece sıfırlar mevcut olup, kutuplar yoktur) bunlara Sonlu İmpuls tepkili ve Yinelemeli olmayan süzgeçler denir. Şayet süzgeç tepki fonksiyonunun hem sıfırları hem de kutupları varsa (kesirli bir fonksiyon şeklinde) bu tip süzgeçlere sonsuz impuls tepkili veya yinelemeli süzgeçler adı verilir.

Süzgeç işlemi, z-ortamında, evrişim denkleminin (38) her iki tarafının z-dönüşümü ve impuls tepki fonksiyonu ile ayrı ayrı çarpımına eşittir.

$$Y(z) = H(z) \cdot X(z) \quad (49)$$

$$X(z) = x_0 + x_1 z + x_2 z^2 + \dots + x_n z^n \text{ giriş}$$

$$H(z) = h_0 + h_1 z + h_2 z^2 + \dots + h_m z^m \text{ sistem fonksiyonu}$$

$$Y(z) = y_0 + y_1 z + y_2 z^2 + \dots + y_{m+n} z^{m+n} \text{ çıkış.}$$

İki polinomun bölümü şeklinde olan impuls tepki fonksiyonunun z-dönüşümü genel olarak,

$$H(z) = \frac{a_0 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}}{1 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}} = \frac{A(z)}{B(z)} \quad (50)$$

şeklinde gösterilir. Yineleme işleminin uygulanması için $b_0 = 1$ olması gerekir. Sayısal çıkış verilerinin z-dönüşümü ise aşağıdaki şekildedir:

$$Y(z) = \frac{a_0 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}}{1 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}} \cdot X(z) \quad (51)$$

Bu denklemde, eşitliğin her iki tarafı da sistem fonksiyonunun paydası ile çarpılarak,

$$Y(z) \cdot (1 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}) = (a_0 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}) \cdot X(z) \quad (52)$$

bulunur; katsayılar gerekli şekilde düzenlenerek,

$$Y(z) = (a_0 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}) \cdot X(z) - Y(z) \cdot z^{-1} (b_1 - b_2 z^{-1}) \quad (53)$$

sonucuna varılır. Yineleme denklemleri (53) aşağıdaki şekilde yazılarak kolayca bilgisayarda hesaplanır:

$$Y(I) = X(I) + a_1 X(I-1) + a_2 X(I-2) - b_1 Y(I-1) - b_2 Y(I-2) \quad (54)$$

Y_0, Y_1, Y_2, Y_3 olarak hesaplanan çıkış serisinde tüm $I < 0$ için $Y(I) = 0$ 'dır. Fiziksel olarak da düzenlenebilen yineleme süzgeçleri sinyal oluşmadan yanıt vermez, başka bir deyimle tepkileri sıfırdır.

Yinelemeli süzgeçler için genel yineleme denklemi, daima $b_0 = 1$ olmak üzere,

$$y_n = \sum_{i=0}^N a_i x_{n-i} - \sum_{j=1}^N b_j y_{n-j} \quad (55)$$

olarak bulunur.

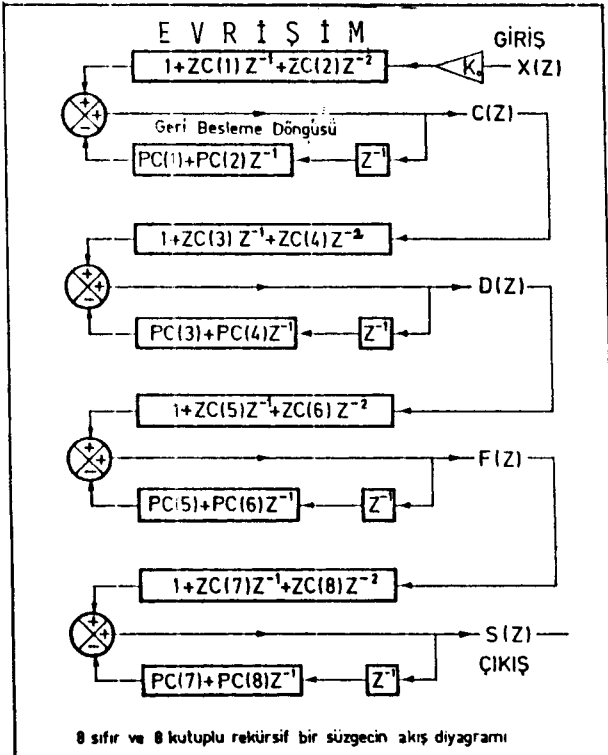
Çalışmanın temelini oluşturan sayısal yineleme süzgeç sistem fonksiyonunun pay ve paydasında 8'inci dereceden polinomlar kullanılmıştır.

Kullanılan süzgeç transfer fonksiyonunun 8 adet sıfır ve 8 adet kutbu vardır. Sistem fonksiyonu, $k_0 =$ statik gain faktörü,

$$H(z) = k_0 \frac{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}}{1 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}} \dots \frac{1 + a_7 z^{-1} + a_8 z^{-2}}{1 + b_7 z^{-1} + b_8 z^{-2}} \quad (56)$$

şeklinde verilmiştir.

Pay ve paydası 8'inci dereceden polinomlardan ibaret olan yinelemeli eliptik süzgecin akış şeması aşağıda verilmiştir:

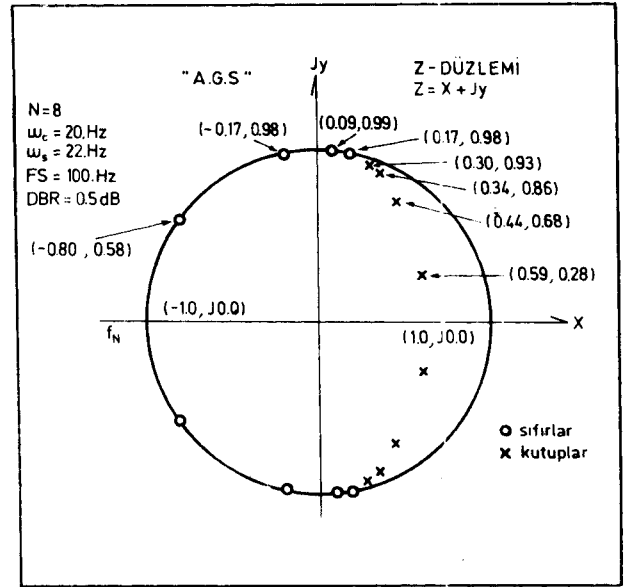


ELİPTİK SÜZGECİN AKIŞ ŞEMASI

Bu şekilde yüksek dereceli yinelemeli süzgeçler uygulandığında yuvarlatılan katsayılar duraysızlığa neden olabilir (Kaiser 1972). Alçak dereceli süzgeçlerde bu tür bir olay söz konusu değildir. Bu nedenle, formül (56) da görüldüğü gibi sistem fonksiyonunun pay ve paydaları kuadratik şekilde programlanır. Ayrıca pay (sıfırlar) ve paydadaki (kutuplar) katsayılar 10^{-16} mertebesinde hesaplanmıştır. Bu iki önemli konu, tüm süzgeç sistem fonksiyonlarının hesaplanmasında göz önünde tutulmuştur.

Pay ve paydasının z-dönüşümü yapılan z-dönüşümü yapılan kesirli sayısal süzgeçler kullanılmadan önce, analiz edilerek duraylı olup olmadıkları saptanır. Bu işlem, pay ve paydayı oluşturan polinomiaların köklerinin z-düzleminde $z = -1$ birim dairesi üzerindeki konumları incelenerek yapılır. Söz konusu kökler, süzgeç türünü tanımlamada kullanılır.

Şekil 7'de kesme frekansı $\omega_c = 20$ Hz olan alçak geçişli eliptik süzgecin (8.nci derece) sıfır ve kutuplarının $z = \pm 1$ birim dairesi üzerindeki konumları görülmektedir. Süzgeç operatörü kolayca kontrol edilebilir. Şekildeki süzgeç duraylıdır, çünkü sistemin kutupları birim dairenin üst yarısının içindedir. Sıfır ve kutupların simetriklikleri ise dairenin alt yarısındadırlar.



Şekil 7. z-birim dairesi üzerinde Alçak Geçişli Eliptik bir süzgecin sıfır (O) ve kutuplarının (x) konumu.

Fig. 7. Zeros (O) and poles (x) of a digital lowpass elliptic filter in the z-plane.

Aynı şekildeki x eksenini, z-düzleminin gerçel ve jy eksenini ise, z'nin sanal eksenidir. Sayısal süzgecin genlik ve faz tepkileri, sistem fonksiyonu $H(z)$ 'nin birim daire $|z| = 1.0$ üzerinde incelenmesiyle bulunur. $z = e^{-j\omega\Delta t}$ denkleminde ω 'nın gerçel değerleri $z = 1.0$ 'nın değerlerine, şekilde görülen $z = 1.0 + j0.0$ noktası sıfır frekansına ve $z = -1.0 + j0.0$ noktası ise $f_N = \omega_N / 2\pi = 1/2 \cdot \Delta t$ katlama veya Nyquist frekansına karşılık gelir. Diğer frekanslar

lineer olarak 0 ile Nyquist frekansı arasında ($0 \leq \omega \leq \pi$) dağılırlar. Sıfır ve kutupları bilinen bir süzgecin genlik ve faz tepkileri z-düzlemi kullanarak grafiksel analizle kolayca saptanabilir.

Sonsuz impuls tepkili süzgeçlerin genel olarak z-dönüşümü

$$H(z) = \sum_{t=0}^{\infty} h(t) z^{-t} = \sum_{t=0}^M a_t z^{-t} / (1 + \sum_{j=1}^N b_j z^{-j}) \quad (57)$$

şeklinde verilir. Bu süzgecin sonlu sayıda (M, N) sıfır ve kutbu vardır. Süzgecin duraylı olması için H(z)'nin sıfırları z-düzleminin herhangi bir yerinde olabilir, fakat kutuplarının mutlaka birim daire içinde olması gereklidir (Rabiner ve Gold 1975).

ELİPTİK SÜZGEÇLER

Görüldüğü gibi dikdörtgen şeklinde süzme bandına sahip ideal (Şekil 1) süzgeçleri elde etmek olası değildir. Bunlara çeşitli amaçlar için geliştirilmiş matematiksel yöntemlerle yaklaşılabılır. Bu da ancak sistem ve transfer fonksiyonunun $|H(j\omega)|^2 = 1 / [1 + f(\omega^2)]$ paydasında bulunan $f(\omega^2)$ karakteristik fonksiyonun yerinde seçimine bağlıdır. Genel olarak $f(\omega^2)$, sıfır ve kutupları sonlu kesirli bir fonksiyondur. Ayrıca $f(\omega^2)$ 'nin sıfırlarında sistem fonksiyonu $|H(j\omega)| = 1$ en büyük ve kutuplarında ise $|H(j\omega)| = 0$ değerini alır.

Eliptik süzgeçlerin diğer sonsuz impuls tepkili süzgeçlere göre (örneğin Butterworth, Chebyshev I-II) iki önemli üstünlüğü vardır. Birincisi aynı sayıda sıfır ve kutupları olan bu süzgeçlere göre eliptik süzgeçlerde süzme sınırı daha diktir (geçiş bandı = $\omega_s - \omega_c$ en küçük). İkincisi ise, N dereceli bir Butterworth veya Chebyshev polinomu kullanarak geliştirilen bir sistem fonksiyonu daha alçak dereceli bir eliptik fonksiyonla gerçekleştirilebilir. Bu da işlem ve zaman kazanma yönünden çok önemlidir.

Sistem fonksiyonunun sıfır ve kutupları süzme ve durdurma bandlarına dağıtılmasından dolayı Şekil 8'de görüldüğü gibi her iki bantta da dalgacıklar (ripple) görülür. Süzme bandındaki dalgacığın genliği

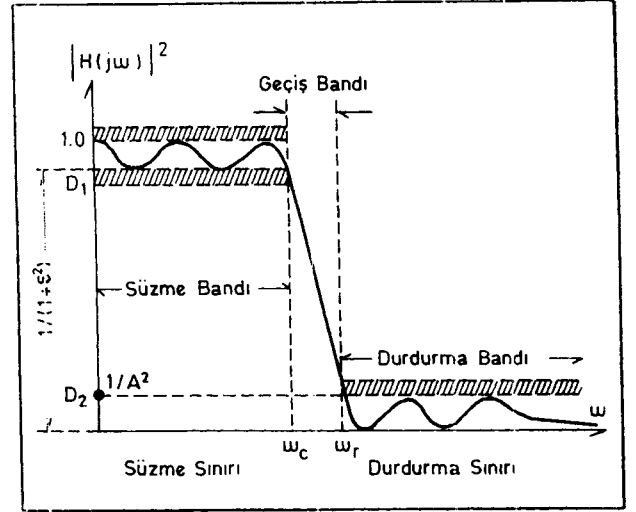
$$\rho^2 = 1 - D_1 = 1 - \frac{1}{1 - \epsilon^2}$$

ve durdurma bandında ise D_2 dir. Her iki banttaki dalgacıkların genlikleri aynı olduğundan bunlara eşdalgacıklı (equiripple) süzgeçler de denir. Dalgacığın genliği, dB olarak,

$$DBR = 20 \log_{10} (1 / \sqrt{1 - \epsilon^2}) = 10 \log_{10} (1 + \epsilon^2) \quad (58)$$

formülü ile verilir. Örneğin, genliği 0.5 dB olan dalgacık denklemindeki $\epsilon = 0.3493114$ 'tür.

Çift periyodik eliptik $sn(u)$ kullanarak geliştirilen sistem fonksiyonu,



Şekil 8. Eliptik bir süzgecin frekans tepkisi.

Fig. 8. Frequency response of an elliptic filter.

$$k_1 = \epsilon / \sqrt{A_2 - 1}$$

olmak üzere;

$$T^2(u) = \frac{1}{1 + \epsilon^2 \operatorname{sn}^2(u, k_1)} \quad (59)$$

şeklinde yazılabilir. Konumları kesin olarak s-düzleminde belirlenen sıfır ve kutuplar, daha sonra süzgeç türüne uygun bir bilineer dönüşümle geçilir.

Transfer fonksiyonu H(z) genel olarak iki şekilde gösterilir:

I) n'nci dereceden polinomların toplamı, $a_1 = 1$ olmak üzere,

$$H(z) = \frac{p_1 + p_2 z^{-1} + p_3 z^{-2} + \dots}{1 + a_2 z^{-1} + a_3 z^{-2} + \dots} = \frac{\sum_{j=1}^{N+1} p_j z^{1-j}}{\sum_{j=1}^{N+1} a_j z^{1-j}} \quad (60)$$

II) İkinci dereceden polinomların çarpımı, $k_0 =$ statik büyültme faktörü olmak üzere,

$$T(z) = k_0 \prod_{j=1}^N \frac{1 + a_j z^{-1} + b_j z^{-2}}{1 + c_j z^{-1} + d_j z^{-2}} \quad (61)$$

Pay ve paydadaki katsayıları kuadratik faktörler adı verilir.

Alçak Geçişli Eliptik Süzgeç

Alçak geçişli eliptik süzgecin transfer fonksiyonunun bilgisayarda hesaplanabilmesi için aşağıdaki değişkenler kullanılır:

F1 (Hz): 0.0 Alçak geçişli süzgecin simgesi

F2 (Hz): Kesme frekansı veya süzme sınırı

F3 (Hz) : Durdurma frekansı. Eğer negatif olarak verilirse sönüm dB olarak alınır.

FS (Hz) : Örnekleme frekansı $F_N = FS/2$

N : s-düzlemindeki süzgecin derecesi. Alçak ve yüksek geçişli süzgeçler için N, z-düzleminde aynı, fakat band geçişli ve band durdurucu süzgeçlerde ise süzgecin derecesi 2N'ye eşittir. Eğer $k = 1$ ve $k' = 0$ ise,

$$w_r = \tan(\pi F3/FS) / \tan(\pi F2/FS), \quad (62)$$

$$N = \frac{2}{\pi} \text{Ln}(4A/\epsilon) \text{Ln}\{8/(w_r - 1)\}$$

formülü ile verilir (Gold ve Rader 1969).

DBR : Süzme bandındaki dalgacıklar dB cinsindedir.

Alçak geçişli sayısal eliptik bir süzgeç için kullanılan lineer z-dönüşümü, $C = \tan(F2/FS)$ olmak üzere,

$$s = \frac{1}{C} \cdot \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}} \quad \text{ile verilir.} \quad (63)$$

Giriş parametreleri $N = 8$, $DBR = 0.5$ dB, $F1 = 0.0$ Hz, $F2 = 20$ Hz, $F3 = 22$ Hz, (-62 dB) ve $FS = 100$ Hz olan alçak geçişli eliptik süzgecin gerçel ve sanal bileşenleri Şekil 9'da, genlik tepkisi (TRANSF) Şekil 10, Logaritmik gen-

liği $T(z)$ dB = $20 \log/T(z)$ Şekil 11 ve faz tepkisi ise Şekil 12'de verilmiştir.

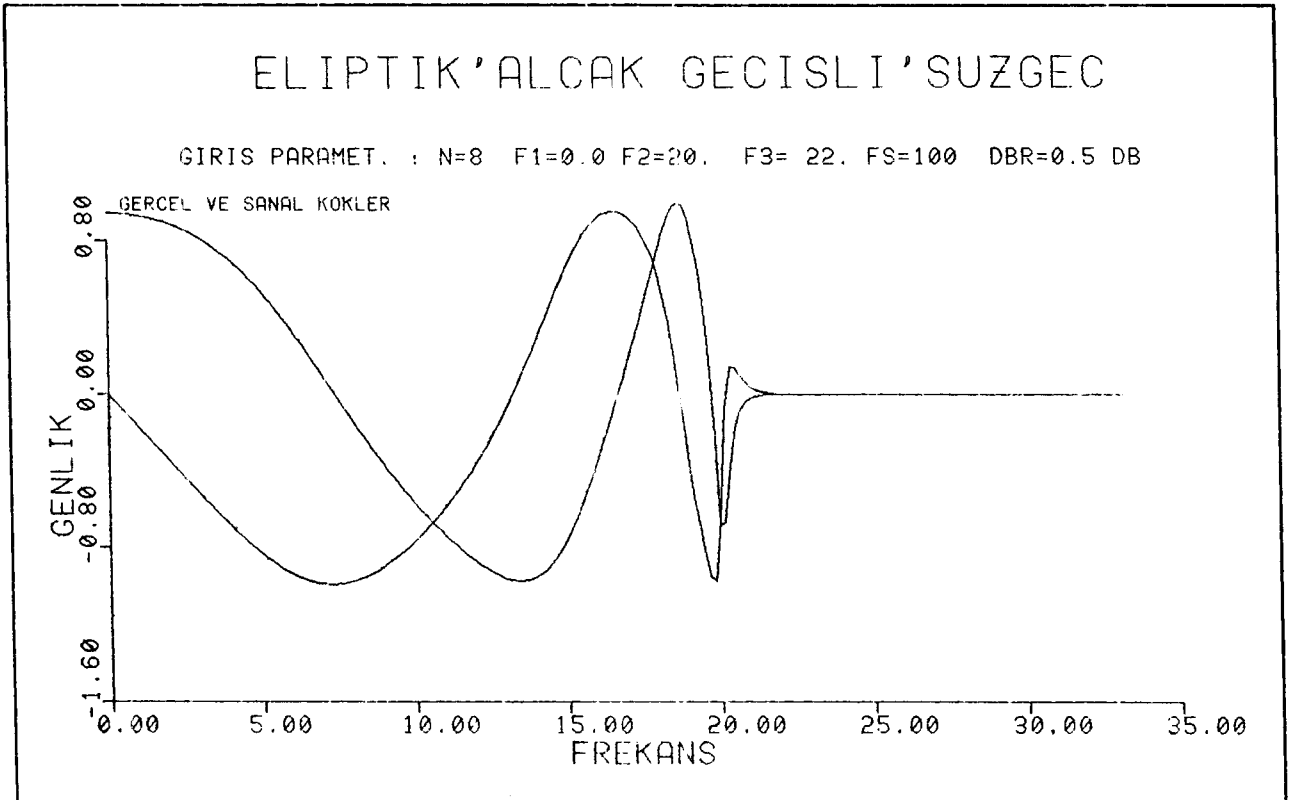
Yukarıdaki giriş verileri kullanılarak elde edilen sıfır fazlı sayısal alçak geçişli eliptik süzgecin impuls tepkisi Şekil 13'de görülmektedir. Süzgeç transfer fonksiyonu duraylı olduğundan, impuls tepkisi simetriktir. NOKSAY = 512 sayısal nokta kullanarak, yani 5.12 saniye uzunluğunda, hesaplanan impuls tepki fonksiyonu, 2.56 saniye (256.ncı nokta) merkez noktasına göre simetriktir. Bu noktadan itibaren 60 ncı sayısal noktadan sonra tüm değerler sıfıra ulaşır (Şekil 13).

Yüksek Geçişli Eliptik Süzgeç

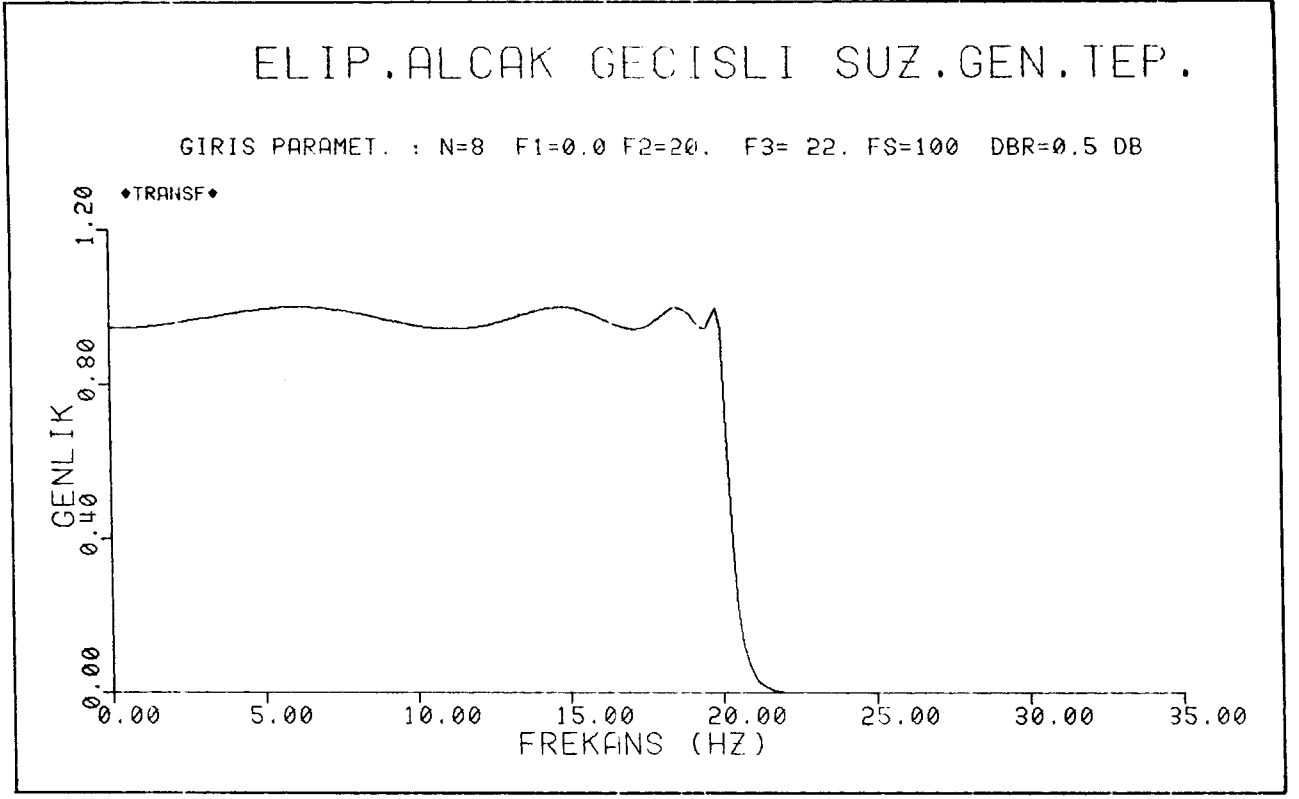
Yüksek geçişli eliptik süzgeçlerde $F1$: kesme frekansı ve $F2 > FS/2$ veya $F2 \geq FN$ olarak tanımlanır. Diğer parametreler alçak geçişli süzgeçlerde olduğu gibidir. Bilinear dönüşüm ise, alçak geçişli süzgeçlerdeki s yerine $1/s$ konularak saptanır, başka bir deyimle $s = C(z + 1)/(z - 1)$ denklemi kullanılır.

Band Geçişli Eliptik Süzgeç

İki durdurma bandı olan band geçişli süzgeç, $F1 = w_A$ ve $F2 = w_B$ olmak üzere $0 < F1 < F2 < FS/2$ (F_N) şeklinde tanımlanır. z-düzlemindeki kutuplar $z = (1 + s)/(1 - s)$ kullanarak s-düzlemindeki kutuplardan itibaren saptanır. s-düzlemindeki sanal eksenli birim daire üzerine dönüştürmek için $s = (z - 1)/(z + 1)$ 'den başka yöntemler de vardır. Örneğin, band geçişli sayısal eliptik bir süzgeç bikuadratik dönüşüm (Gold ve Rader 1969) kullanarak şu

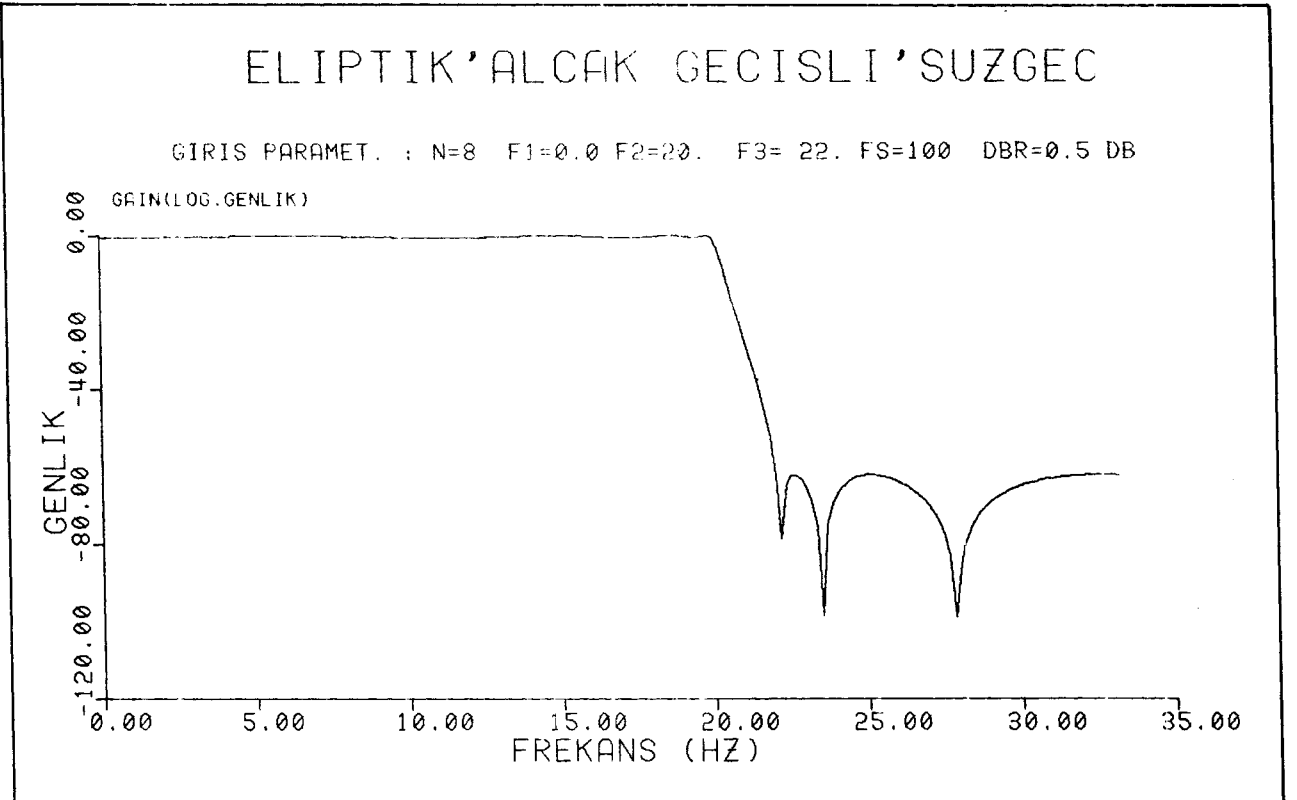


Şekil 9. Eliptik Alçak geçişli süzgeç (gerçek ve sanal kökler).
Şekil 9. Elliptic Lowpass filter (real and imaginary roots).



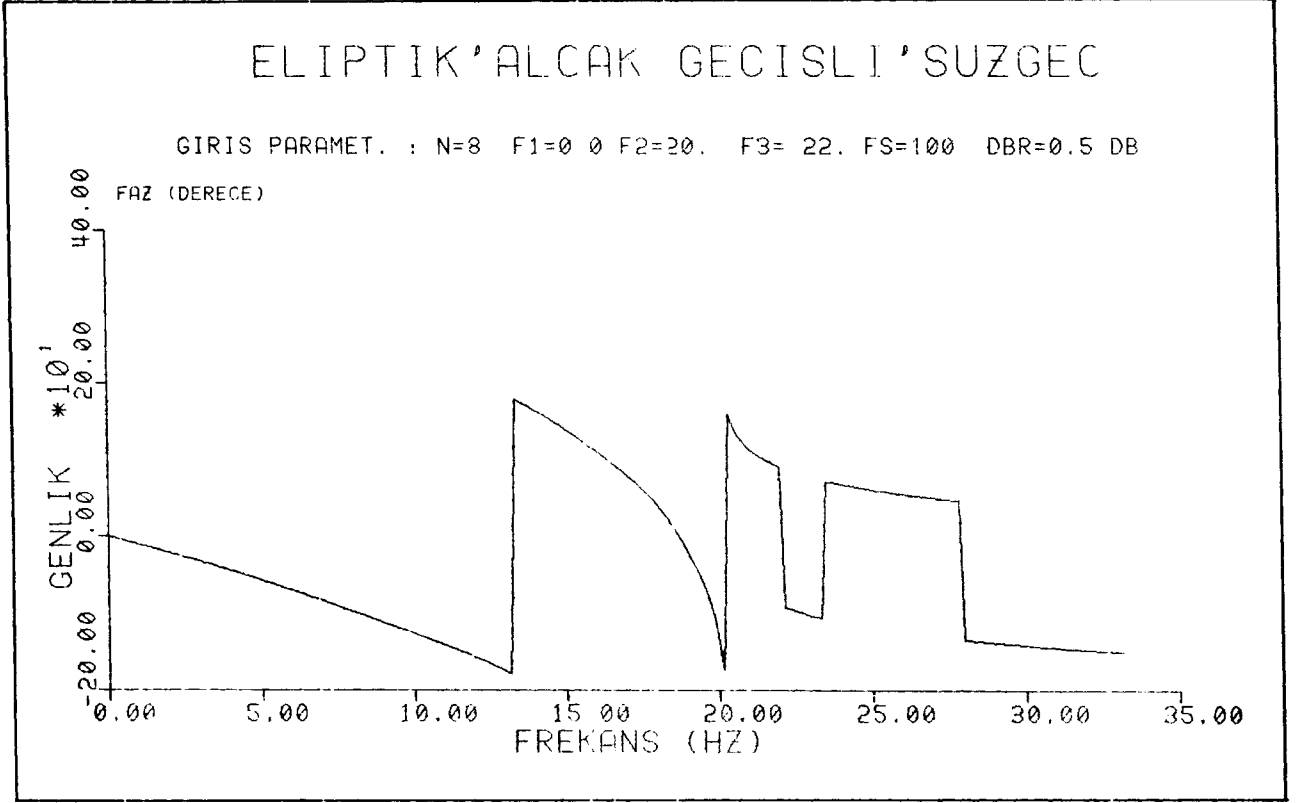
Şekil 10. 8'nci mertebeden bir eliptik alçak geçişli süzgeç genlik tepkisi.

Fig. 10. Amplitude response of elliptic lowpass filter for the 8th order.

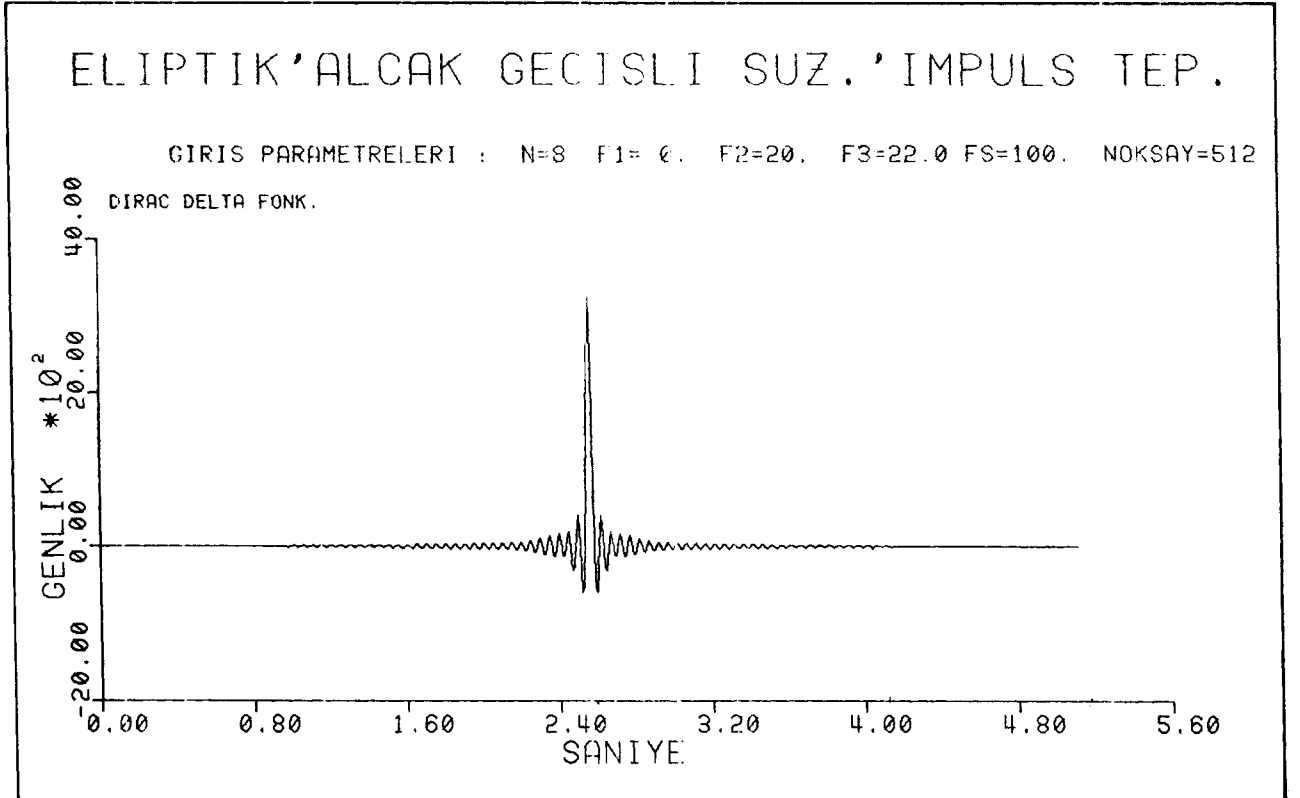


Şekil 11. Eliptik Alçak Geçişli Süzgeç (Logaritmik genlik).

Fig. 11. Logarithmic magnitude response of an elliptic lowpass filter.



Şekil 12. Eliptik Alçak Geçişli Süzgeç Faz tepkisi.
Fig. 12. Phase response of an elliptical lowpass filter.



Şekil 13. Eliptik Alçak Geçişli Süzgeç Birim tepkisi.
Fig. 13. İmpuls response of an elliptic lowpass filter.

şekilde elde edilir.

$$C = \tan(\Delta\theta/2)$$

$$\cos(\gamma) = \cos(\theta) / \cos(\Delta\theta/2)$$

Normalize edilmiş geçiş bandı genişliği

$$\Delta\theta = 2\pi(F1 - F2) / FS$$

$$\theta = (F1 + F2) \pi / FS$$

normalize edilmiş merkez frekansı olmak üzere,

$$s = \frac{1}{C} \cdot \frac{z^2 - 2z \cos(\gamma) + 1}{z^2 - 1} \quad (64)$$

dir.

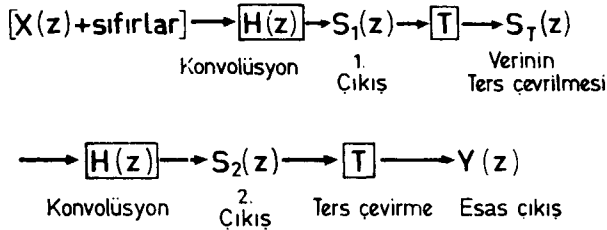
Band Durdurucu Eliptik Süzgeç

Band durdurucu sayısal eliptik süzgeç (64) denkleminde s yerine 1/s konularak elde edilir. Bu süzgeçler $0 < F2 < F1 < FS/2$ (F_N) olarak tanımlanır. z-düzlemindeki band durdurucu süzgecin derecesi 2N'dir (band geçişli süzgeçte olduğu gibi).

SIFIR FAZLI SAYISAL SÜZGEÇLER

Buraya kadar hesaplanan eliptik süzgeçlerin faz spektrumları lineer değildir. Veriler sayısal olduğundan, bu hatayı gidermek için sıfır fazlı süzgeçler geliştirilmiştir. Bu yöntem, çeşitli frekansların farklı gecikmelere uğramasını önler. Verilen zaman serileri sonlu olduğundan sıfır faz tepkili kesirli süzgeçler iki ayrı yöntemle elde edilir:

a) İlk önce giriş verileri normal olarak yinelemeli süzgeçten geçirilerek ilk çıkış verileri elde edilir. Bu çıkış verileri zaman ortamında ters çevrilerek tekrar aynı süzgeç operatörü ile çarpılarak ikinci çıkış verisi bulunur. İkinci çıkış verileri tekrar ters çevrilerek, istenilen sıfır fazlı veri elde edilmiş olur. İşlem daha açık olarak aşağıdaki şekilde simgelenabilir:



Sıfır fazlı sayısal süzgeç düzenlemesi

Bu süzgeçler kullanıldığında, giriş verilerinin sonuna yeteri kadar sıfır eklemek gerekir. Böylece hesaplama sona ermeden birinci çıkış yeterince küçük genliğe ulaşır.

Bu yöntemden yararlanarak çeşitli eliptik süzgeçlerin impuls tepki fonksiyonları (Şekil 13) hesaplanmıştır. Faz kayması olmadığından tümünde de tam bir simetri görülmektedir. İstenilen koşulların yerine gelip gelmediğini saptamak için süzgecin impuls tepkisi sürekli kontrol edilmelidir. Bu süzgeç işleminin faz tepki-

si sıfır, buna karşın genlik spektrumu sistem fonksiyonunun H(z) spektrumunun karesine eşittir. Bu nedenle genlik spektrumu kare kökü alınarak hesaplanır.

Giriş verileri iki defa süzgeçten geçtiği için sıfır fazlı süzgecin genlik spektrumu daha da diktir. Başka bir deyimle, genlik karakteristiği tek bir eleptik süzgeç spektrumunun karesidir. Bu genellikle istenilen bir durumdur, çünkü kesme bandı (veya bandları) çok dikleşir, yani geçiş bandı daha küçülür.

b) İkinci yöntem ise (Shanks 1967) şöyledir: İlk önce duraylı pozitif ve negatif iki süzgeç hesaplanır. Negatif süzgeç, z yerine 1/z konularak bulunur. Böylece ters süzgeci elde etmek için veriyi ters çevirmeye gerek yoktur. Pozitif süzgeç ve negatif süzgeçten çıkan veriler toplanarak sıfır fazlı süzgeç çıkış verileri elde edilir. 1/z zaman ilerlemesini gösterdiğinden yineleme bağıntısı (55):

$$y_n = \sum_{i=1}^N a_i x_{n+i} - \sum_{j=1}^M b_j y_{n-j} \quad n = k, k-1, k-2, \dots \quad (65)$$

$$H(z) = \sum_{i=0}^M a_i z^i / (1 + \sum_{j=1}^M b_j z^j) \quad (66)$$

bağıntıları ile tanımlanır. Genlik ve faz spektrumları hızlı Fourier dönüşümü (FFT) ile saptanır. Bu yöntemde faz sıfır olmakla birlikte, genlik spektrumu arzu edilmeden bir şekilde bozulur.

Sıfır fazlı süzgeç aşağıdaki şekilde hesaplanır:

g(t) giriş verisi, s(t) çıkış verisi, h(t) impuls karakteristiği olmak üzere

$$s_1(t) = g(t) \times h(t) \text{ pozitif süzgeç} \quad (67)$$

$$s_2(t) = g(t) \times h(-t) \text{ negatif süzgeç} \quad (68)$$

$$s_3(t) = g(t) \times \{h(t) + h(-t)\} \text{ sonuç}$$

olarak verilir. $s_3(t)$ 'nin Fourier dönüşümü alındığında

$$S_3(f) = I(f) \cdot \{H(f) + H(f)\} \quad (69)$$

sonucuna varılır.

H(f)'nin gerçel ve sanal kısımları $H_R(f)$ ve $H_I(f)$ ise,

$$S_3(f) = I(f) \cdot \{2H_R\}$$

bulunur. Oysa sıfır fazlı süzgecin genlik karakteristiği,

$$H(f) = (H_R^2 - H_I^2)^{1/2} \quad (70)$$

şeklinde olması gerekir. H(f) transfer fonksiyonunun karmaşık simetridir. H_I^2 den dolayı meydana gelen bozulma önceden kestirilmediğinden bu yöntem sonsuz impuls tepkili süzgeçlerde kullanılmaz.

SENTETİK VERİLER ÜZERİNE UYGULAMA

Geliştirdiğimiz sıfır fazlı yinelemeli sayısal eliptik süzgeçler (alçak, yüksek, band geçişli ve band durdurucu)

sentetik ve arazi olmak üzere iki tip veri üzerine uygulanmıştır. İlk önce farklı frekanslarda sinüs eğrileri bilgisayarda hesaplanarak sentetik giriş verileri elde edilir. Daha sonra, amaca uygun olarak hazırlanan çeşitli eliptik süzgeçler, bu veriler üzerine uygulanarak çıkan sonuçlar çizilir. Bu şekilde kullanılan süzgecin amaca uygun olup olmadığı kontrol edilir. Bu tür süzgeçlerin etkinliğini göstermek için sadece bir örnek verilmiştir.

Kesme frekansı ($F2 = 20$ Hz) veya süzme sınırının içinde ($FRK = 1.7$ Hz) ve dışında ($FRK = 23$ Hz) olmak üzere iki ayrı frekanslı sinüs eğrisi (Şekil 14 ve 15) toplanarak Şekil 16'da görülen sentetik giriş verisi elde edilir. Daha sonra bu veriler örnekleme aralığı $\Delta t = 0.01$ saniye olarak sayısal hale dönüştürülür. Giriş parametreleri:

$N = 8$	$F1 = 0.0$ Hz (AGS)
$DBR = 0.5$ dB	$F2 = 20$ Hz
$FS = 100$ Hz	$F3 = 22$ Hz

olan sıfır fazlı sayısal alçak geçişli eliptik süzgeç ile süzülen veriler Şekil 17'de verilmiştir. Alçak geçişli süzgeç kullanıldığından kesme frekansından (20 Hz) küçük frekansları (1.7 Hz) aynen geçmiş ve büyük frekanslar ise (23 Hz) tümüyle süzülmüştür. Sayısal verinin sonuna yaklaşık 10-20 kadar sıfır ilave edildiğinde Şekil 17'nin başında ve sonundaki ufak bozukluklar giderilebilir. Bu tür bozuklukları önlemek için arazi verilerinin sonuna yeterli sayıda sıfır eklemek gerekir.

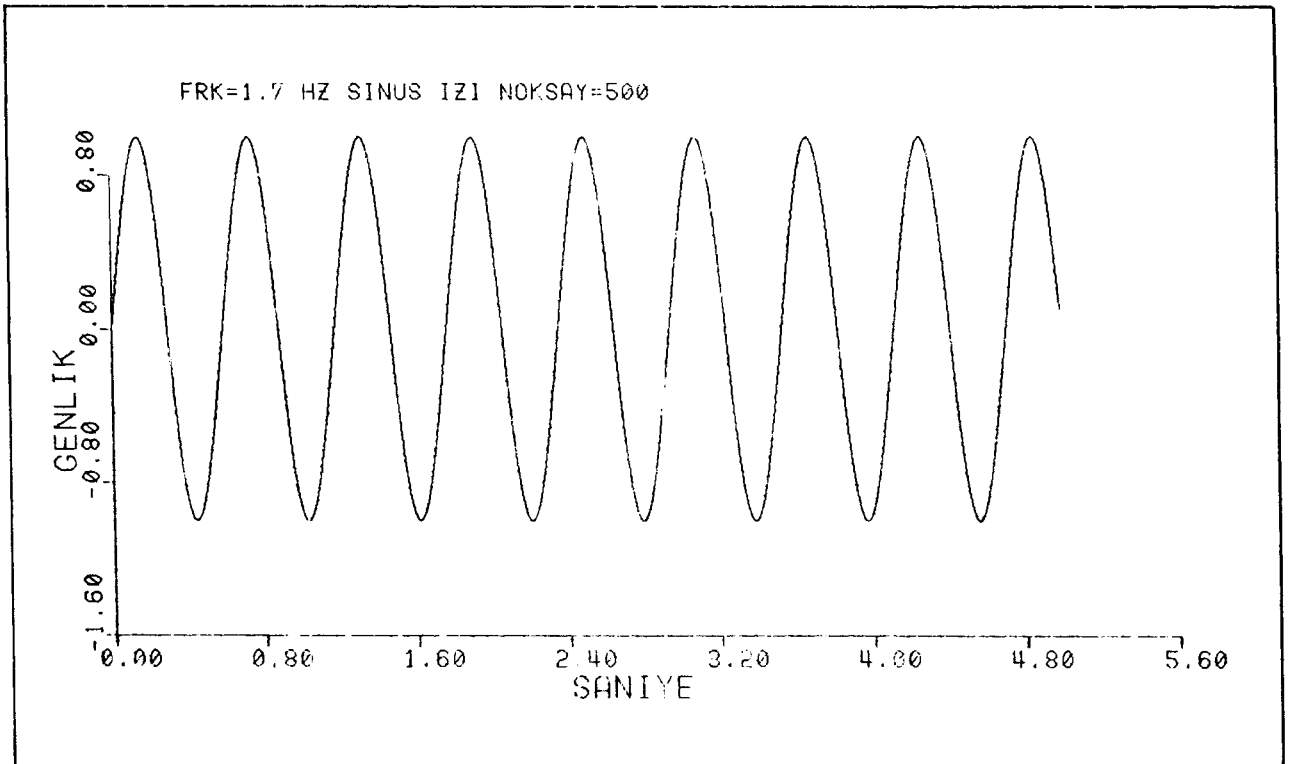
Bu süzgeçler çok daha küçük frekanslar için de aynı derecede etkindir. Hesaplanan kuadratik faktörleri kullanırken çok dikkatli olmak gerekir. Eğer yüksek dereceli,

$N > 5$, süzgeç kullanmak isteniyorsa, katsayıları yedinci basamaktan sonrakileri yuvarlatmak gerekir. Çünkü katsayılar, bazı durumlarda, yedinci basamaktan itibaren önem kazanırlar. Yuvarlatılan bu sayılar önemli olup, süzgeci duraysız kılabilirler. Bu nedenle, çalışmalarımızda kullanılan tüm transfer fonksiyonları için gerekli katsayılar "double precision" olarak hesaplanmıştır.

Alçak dereceli süzgeç, $N < 5$, kullanılmak isteniyorsa, kuadratik faktörleri beşinci basamağa kadar almak yeterlidir. Rakamlar altıncı basamaktan itibaren yuvarlatılabilir.

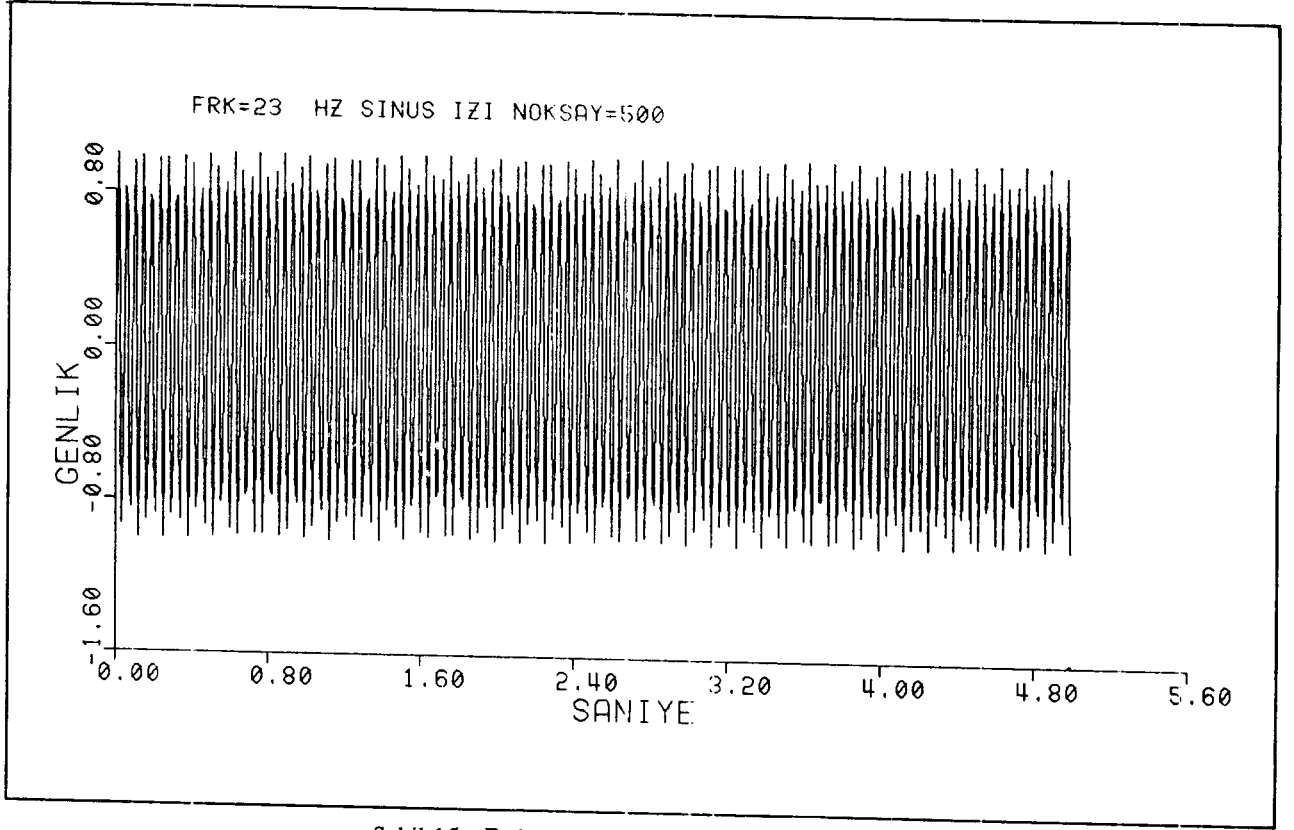
ARAZİ VERİLERİNE UYGULAMALAR

Sıfır fazlı ayrıık süzgeçleri uygulamak için sayısal sismogramlar gereklidir. Uygulamalar için Grignan-06 W sismik profili kullanılmıştır. Adı geçen profil, Fransa'nın güneyinde Rhône vadisindeki yerkabuğunu incelemek için yapılan sismik yansıma çalışmalarını kapsar. Araştırmalar Fransız-Alman-İsviçre Bilimsel Araştırma merkezlerince desteklenmiş ve Paris-Strasbourg (Groupe Grands Profils Sismiques), Berlin-Karlsruhe (Research Group For Explosion Seismology) ve Zürih Üniversitelerince gerçekleştirilmiştir. Patlama noktası Grignan ve ters atış noktası Florac -06 E olup, profil boyu yaklaşık 170 km'dir. Grignan-06 W olarak tanımlanan profildeki istasyonlar arası yaklaşık 5 km (Şekil 18 alttaki izler) ve kullanılan patlayıcı madde 800 kg TNT'dir. Kayıtlarda indirgeme zamanı için $T_R = T - \Delta/6$ ($V_R = 6.0$ km/s) formülü ve kesme frekansı 20 Hz olan alçak geçişli süzgeç kullanılmıştır.



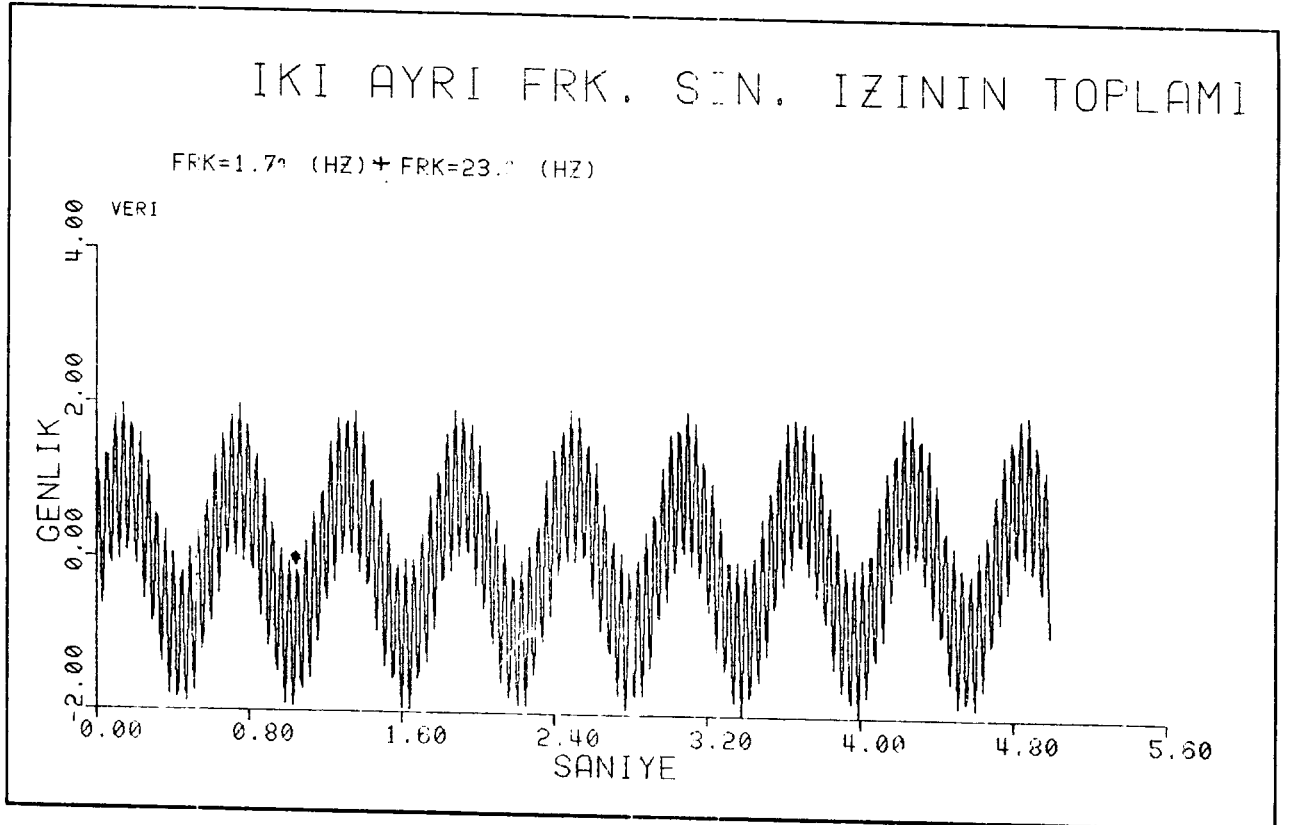
Şekil 14. Frekansı 1.7 Hz olan sin fonksiyonu.

Fig. 14. Sin function for the frequency of 1.7 Hz.



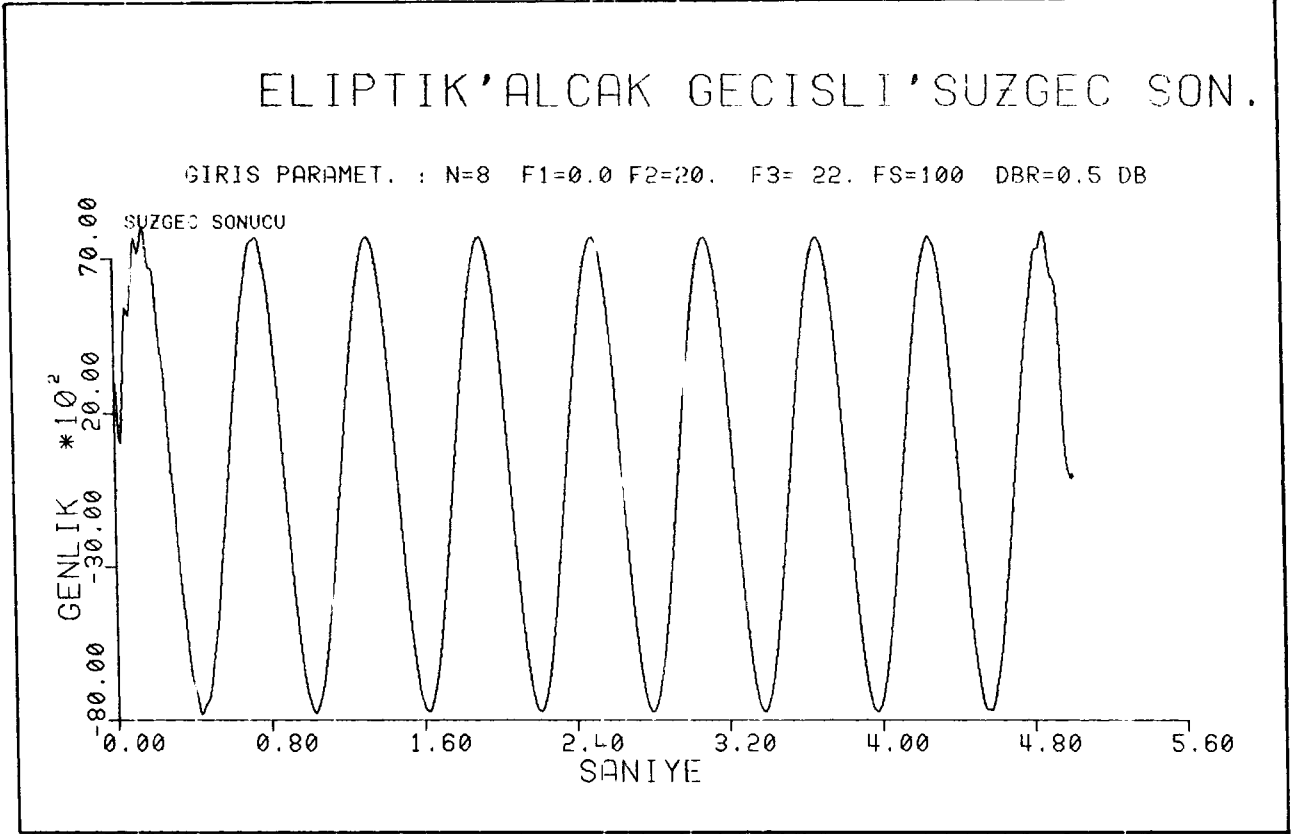
Şekil 15. Frekansı 23 Hz olan sin fonksiyonu.

Fig. 15. Sin function for the frequency of 23 Hz.



Şekil 16. İki ayrı frekanslı sin fonksiyonunun toplamı (1.7 Hz - 23 Hz).

Fig. 16. Summation of two different frequency sin functions (1.7 Hz - 23 Hz).



Şekil 17. Şekil 16'daki ize uygulanan Eliptik Alçak Geçişli Süzgeç Sonucu.

Fig. 17. Result of application of Elliptic Lowpass Filter to the signal given in Figure 16.

Toplam olarak 22 kayıt istasyonu bulunan profilde, yüksek enerjili sismik yansıma kayıtlarının en iyi görüldüğü 75.8 ile 98.2 km'ler arası 6 istasyondaki sismik izler seçilmiştir. Bu 6 sismik iz (iz no: 623-628) Datagrid Digitizer-Bendix yardımıyla 10 msn aralıkla sayısal hale dönüştürülmüştür. Böylece elde edilen 6x500 noktalık veriler çizilmiştir (Şekil 19, alttaki izler). Yeniden çizilen bu izler özgün izlerle karşılaştırıldığında kayıp hemen hemen yok gibidir. Bu, örnekleme aralığının (40 mm = 1 saniye) uygun seçildiğini gösterir. Daha sık aralıklı sayısal veriler elde edilebilir, fakat bu zaman kaybına neden olur.

Profilin 84.2 kilometresindeki 625 nolu bozuk iz, üç bileşenli (2 yatay ve 1 düşey) sismometrenin yanlış yönlendirilmesinden ileri gelmektedir. Bu profilin tersi Florac 06 E'de aynı bozuk iz aynı noktada görülmektedir (Sapin ve Hirn 1974; Şekil 20, Sayfa 193).

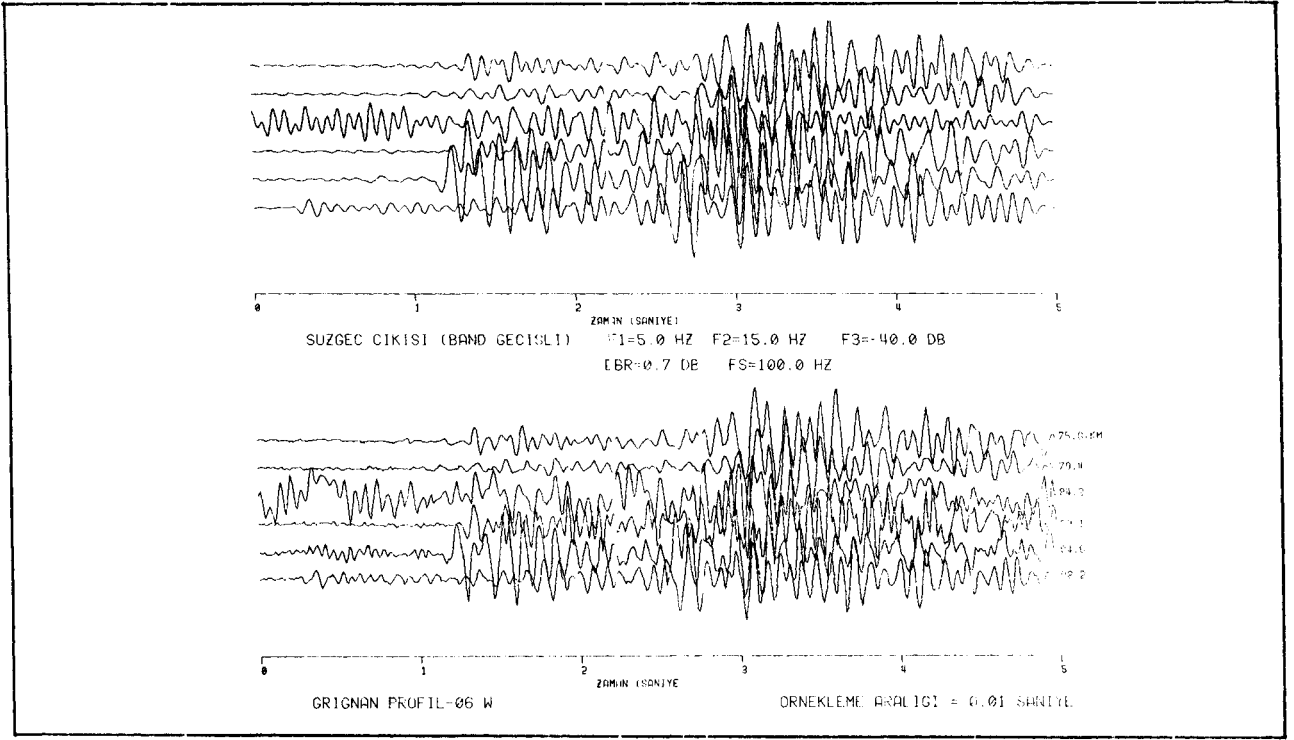
Yukarıdaki sismik kayıtlardaki sinyal ve gürültü frekans değişimleri her izin ayrı ayrı Fourier dönüşümleri alınarak saptanır. Hesaplanan gerekli spektrumları Şekil 21'den 26'ya verilmiştir. Gürültüye oranla çok yüksek enerjili yansıma dalgaları yaklaşık olarak 5 ile 15 Hz arasında bulunurlar. Sadece 625 nolu profil üzerindeki frekans dağılımı, yukarıda değinilen nedenle diğerlerinden oldukça farklıdır.

Genlik spektrumlarında görüldüğü gibi, genellikle yansıma enerjisi dar ve dik bir frekans bandı ile sınırlanır. Bu nedenle sismik sinyali en iyi şekilde ortaya çıkarabilmek için, Sayısal Band Geçişli süzgeç tipi kul-

lanılmıştır (Şekil 18 ve 19).

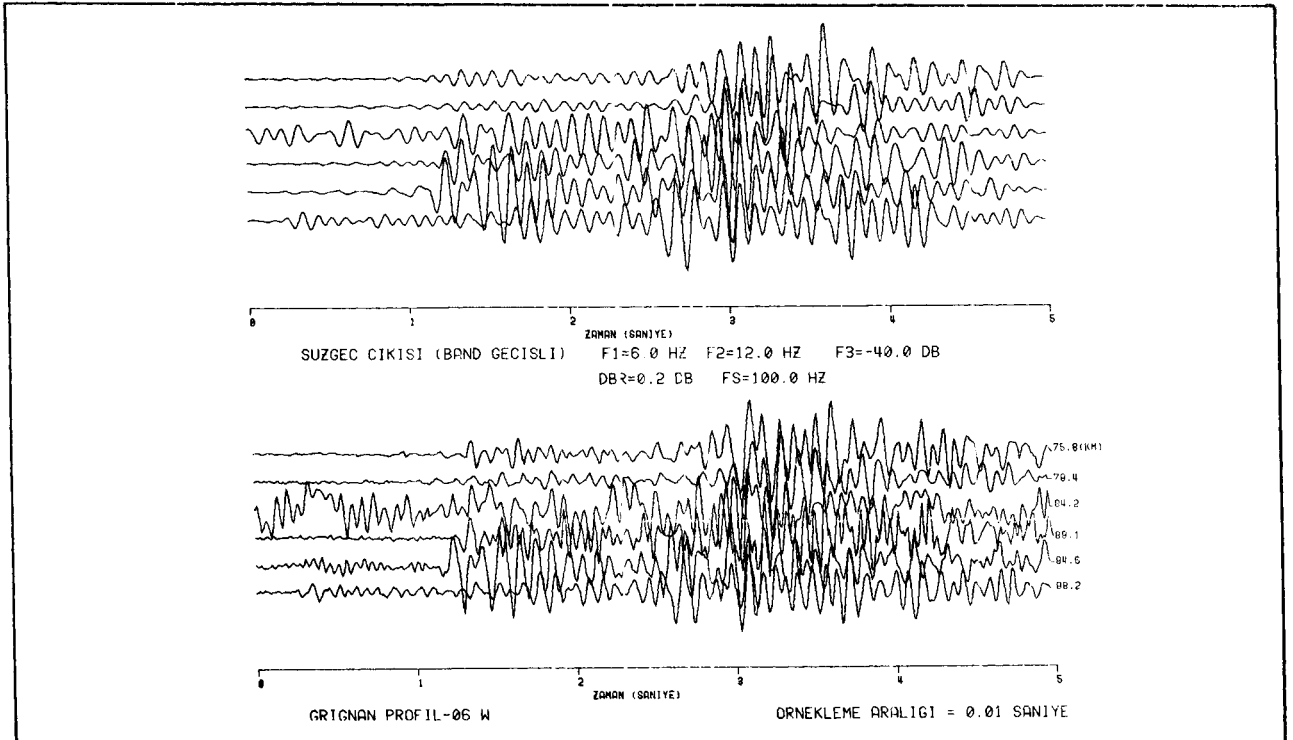
Genlik spektrumlarından yararlanarak, gerçek arazi verileri kesme frekansları birbirinden farklı iki ayrı sıfır fazlı Sayısal Band Geçişli süzgeçle süzölmüştür. Şekil 18'de altta 6x500 noktalı gerçek arazi verileri ve üstte ise kesme frekansları 5-15 Hz olan sıfır fazla sayısal Band Geçişli eliptik süzgeçle süzölen veriler görölmektedir. Aynı arazi verileri kesme frekansları 6-12 Hz olan band geçişli bir süzgeçle süzölmüştür (Şekil 19). Bu şekilde düzenlenen çıkış verilerinin değeriendirilmesi çok daha duyarlı ve kolaydır. Her iki tür süzgeç çıkışında göröldüğü gibi iki grup enerji vardır: birincisi yaklaşık 1.3 saniyede diğeri ise 2.50-3.05 saniye arasındadır. Birincisi yerkabuğunda bulunan bir ara tabakadan, ikincisi ise yansımcı Mohorovicic süreksizliğinden yansımaktadır (Sapin ve Hirn 1974).

Sonsuz birim tepkili bir süzgeçle verileri süzmeden önce, kesme frekanslarının yerinde seçilip seçilmediği kontrol edilir. Genlik spektrumlarında (Şekil 21-26) göröldüğü gibi, yansıma enerjisi dar bir frekans bandı ile sınırlanmıştır. Bu nedenle uygulamalarda band geçişli süzgeç kullanıldığında, süzme frekansların (W_A , W_Y) yukarıdaki özelliklere bağlı olarak seçilmesi gerekir. Eğer Şekil 20'de göröldüğü gibi, frekans bandı (8 -12 Hz) dar seçilirse çıkış sismogramlarında yapay bir dalgalanma meydana gelir. Bu dalgalanmalar esas sinyalleri bozabilir. Kesme frekansları 8 -12 Hz olan band geçişli süzgeç çıkışı diğeri (5 -15 Hz ve 6 -12 Hz) ile karşılaştırıldı-



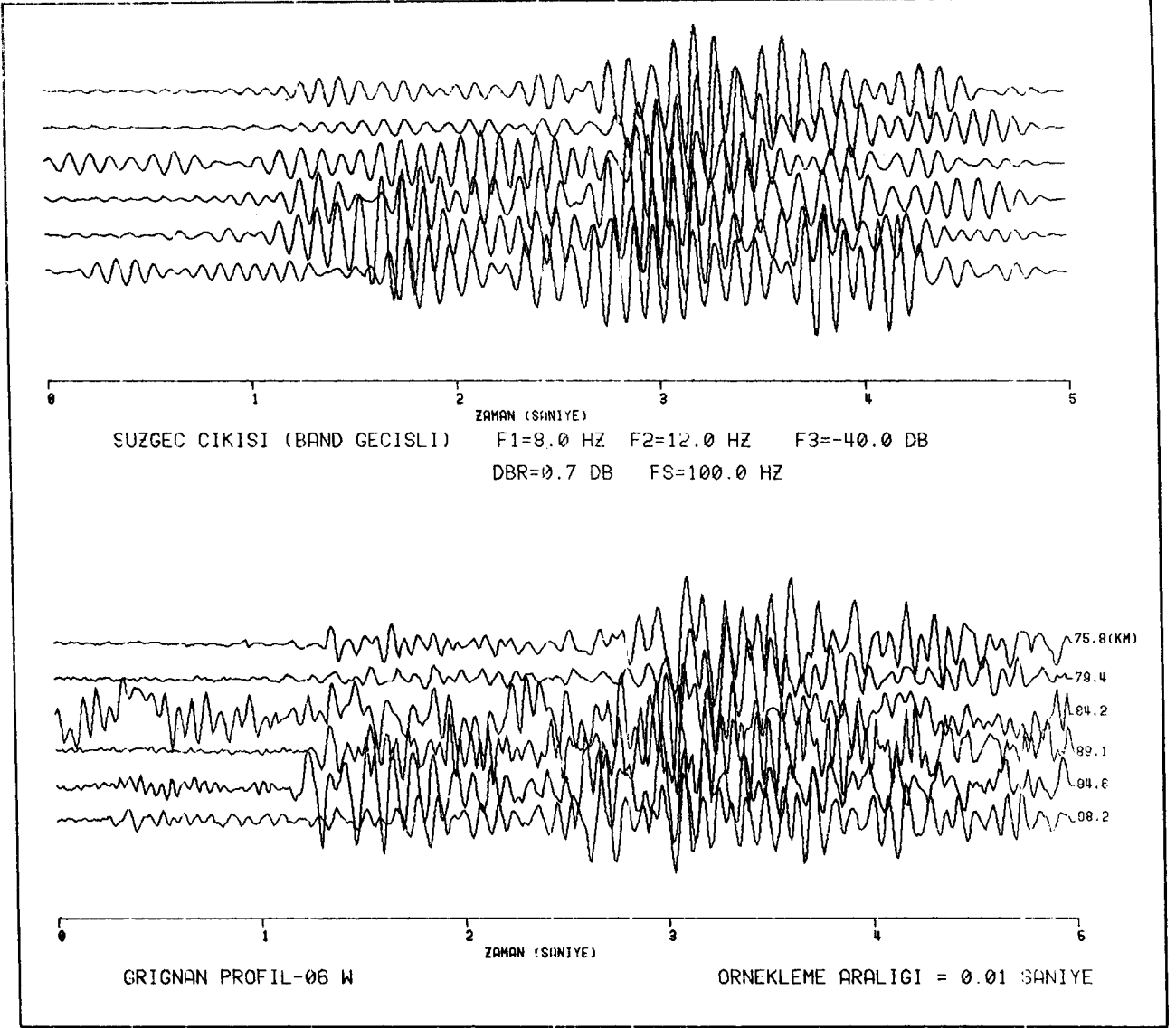
Şekil 18. (Altta) Grignan Profil-06W yeniden çizilmiş arazi verisi. (Üstte) Aynı profilin Band Geçişli Süzgeç (5 Hz - 15 Hz) çıkışı.

Fig. 18. (Bottom) Redrawn version of observed data of Grignan Profil-06W (Top) Bandpass (5 Hz - 15 Hz) filtered version of the same profile.



Şekil 19. (Altta) Grignan Profil-06W yeniden çizilmiş arazi verisi. (Üstte) Aynı profilin Band Geçişli Süzgeç (6 Hz - 12 Hz) çıkışı.

Fig. 19. (Bottom) Redrawn version of observed data of Grignan Profil-06W (Top) Bandpass (6 Hz - 12 Hz) filtered version of the same profile.



Şekil 20. (Alta) Grignan Profil-06W yeniden çizilmiş arazi verisi. (Üstte) Aynı profilin Band Geçişli Süzgeç (8 Hz - 12 Hz) çıkışı.

Fig. 20. (Bottom) Redrawn version of observed data of Grignan Profil-06W (Top) Bandpass (8 Hz - 12 Hz) filtered version of the same profile.

ğında, yukarıdaki gibi iki grup enerjinin aynı bölgelerde toplandığı görülür. Buna rağmen birincide giriş sismogramlarının bozulduğu ve dalgalanmanın meydana geldiği açıktır. Kayıtları değerlendirirken bu özellikleri göz önüne almak gereklidir.

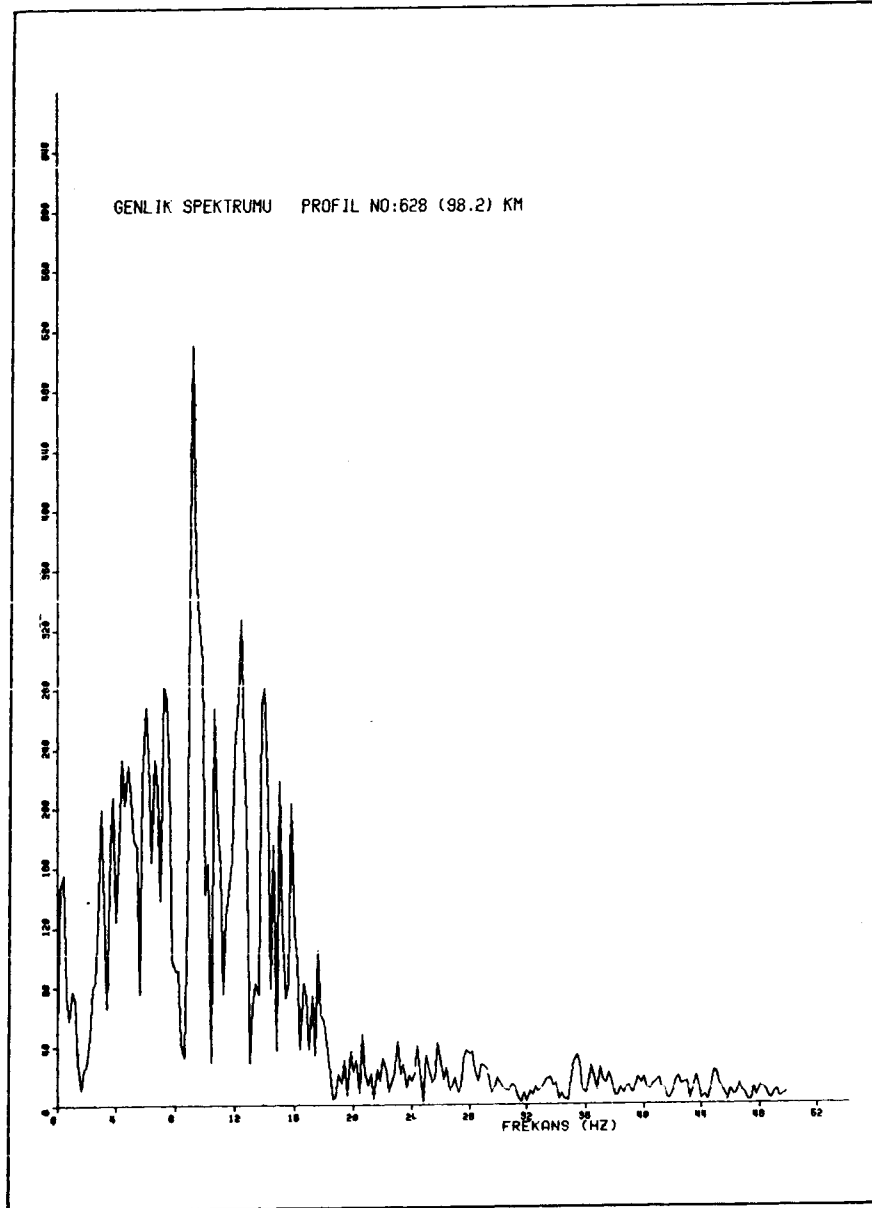
Genlik spektrumlarının hemen hepsinde 10 Hz civarında görülen çok dar frekans bandlı keskin sinyal, kolaylıkla kesme frekansları 9-11 Hz olan band durdurucu bir süzgeçle süzülebilir. Bu tür çıkış verilerini zenginleştirme işlemleri çoğaltılarak, yorum için, veriler gerçeğe en yakın ve doğru şekilde hazırlanır.

SONUÇ

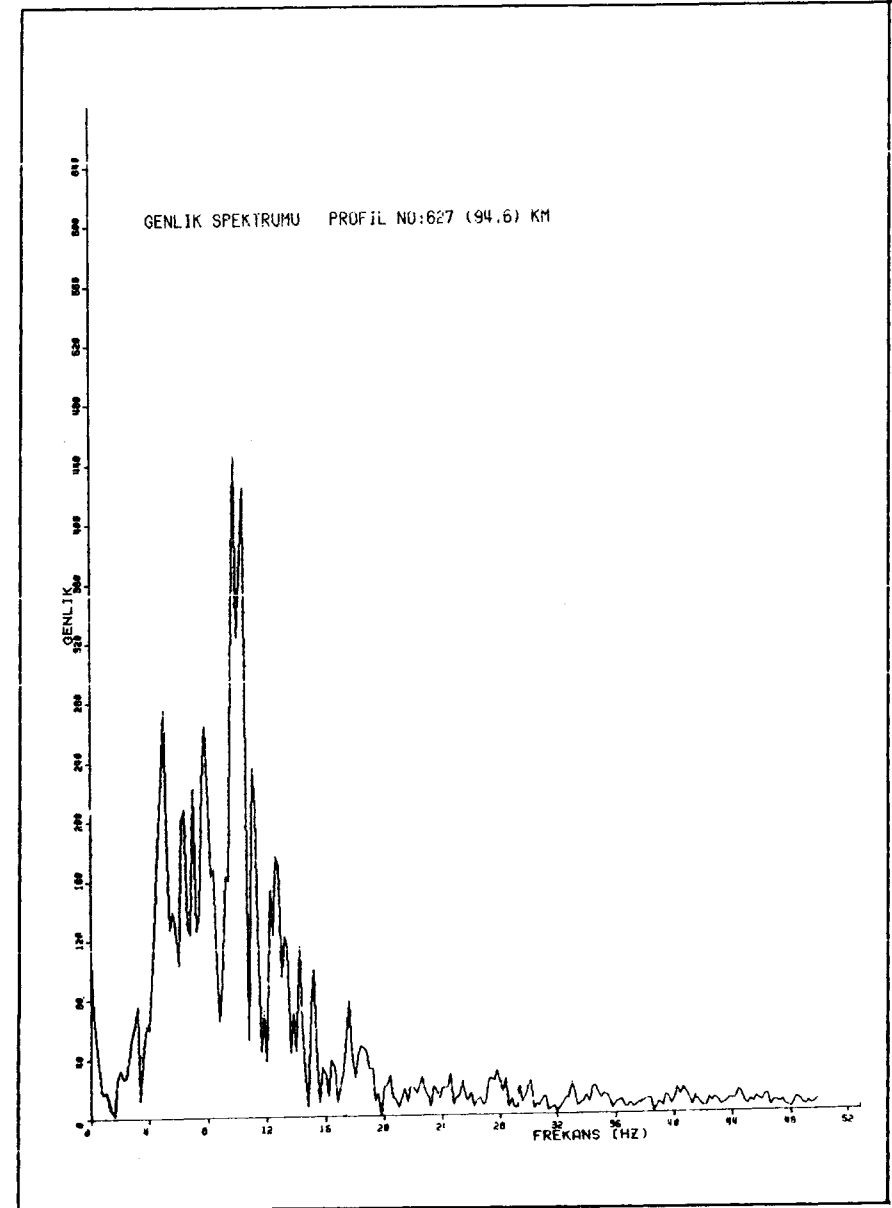
Son yıllarda jeofiziğin çeşitli dallarında özellikle sismolojide, geliştirilen sayısal veri alma tekniği, verilerin gerçeğe en yakın ve kolay bir şekilde değerlendirme

işlevinde büyük aşamalar sağlamıştır. Bu gelişmeler, araştırmaları alınan kayıtlardaki esas sinyalleri bozmadan, istenmeyen olayları (gürültü) yok edebilmek için çeşitli matematiksel yöntemler geliştirmeye yöneltilmiştir.

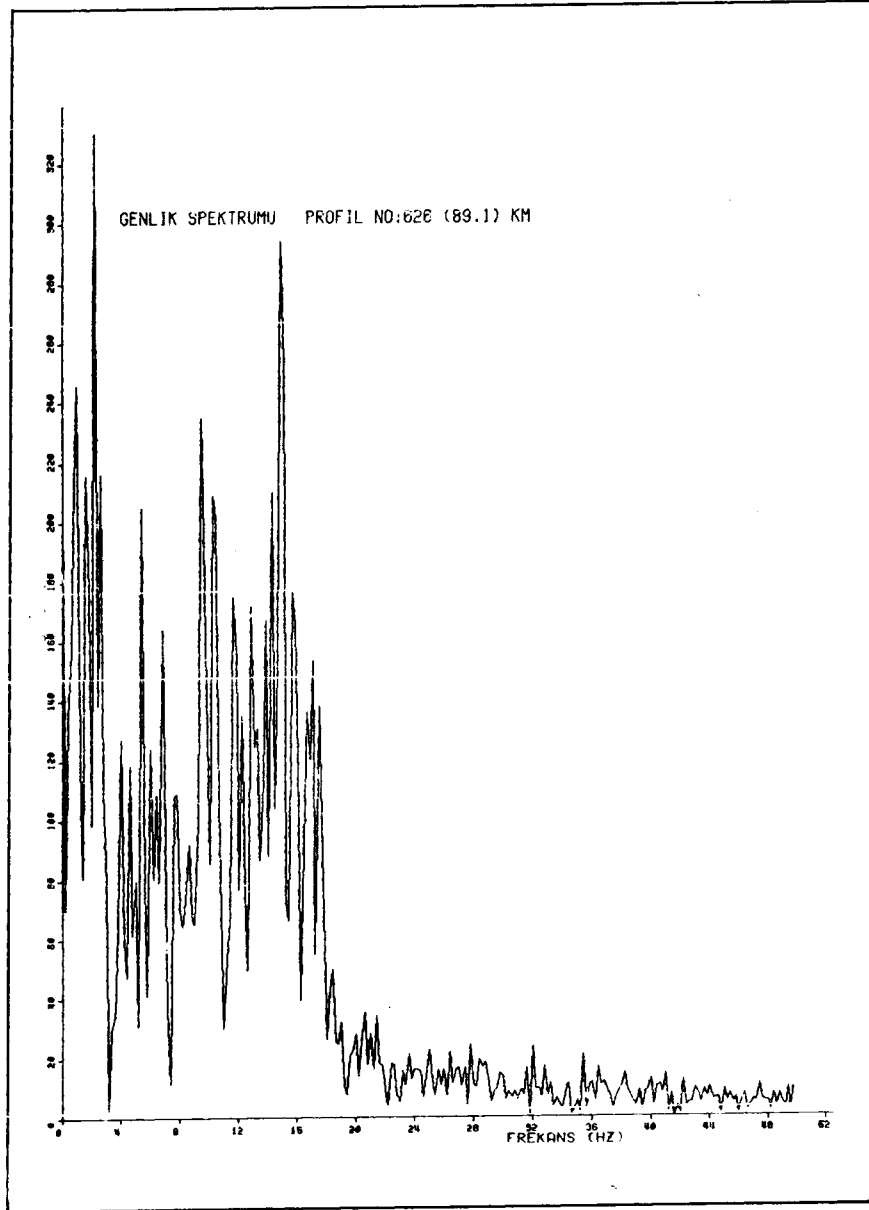
Önceki bölümlerde değinildiği gibi, sayısal bir süzgecin gücü, sistem veya transfer fonksiyonunda kullanılan polinomunun cinsine bağlıdır. Çalışmalarımızda Butterworth, Chebyshev gibi polinomlar yerine, özellikle alçak frekanslardaki etkinliği ve süzme sınırının aynı dereceli diğer süzgeçlere göre, ideal süzgece en iyi yaklaşması nedeni ile Jacobi Eliptik fonksiyonlarından yararlanarak hazırlanan Optimal Eliptik Süzgeç'ler kullanılmıştır. Ayrıca uygulanan yineleme tekniğinin sağladığı büyük bilgisayar zamanı kazancı, bu tür süzgeçlerin kullanım alanındaki diğer bir yararını oluşturmaktadır.



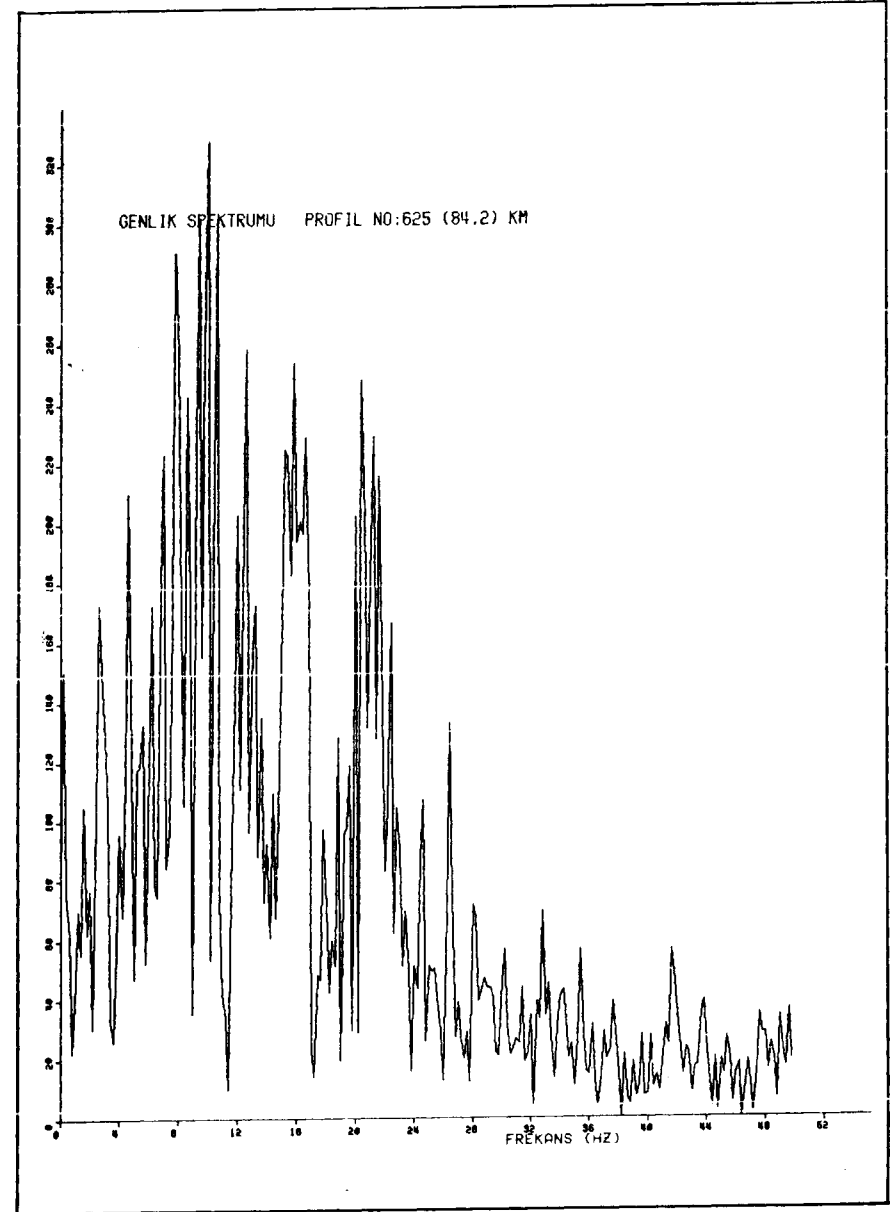
Şekil 21. Gerçek arazi verilerinin genlik spektrumu.
Fig. 21. Amplitude spectrum of the field data.



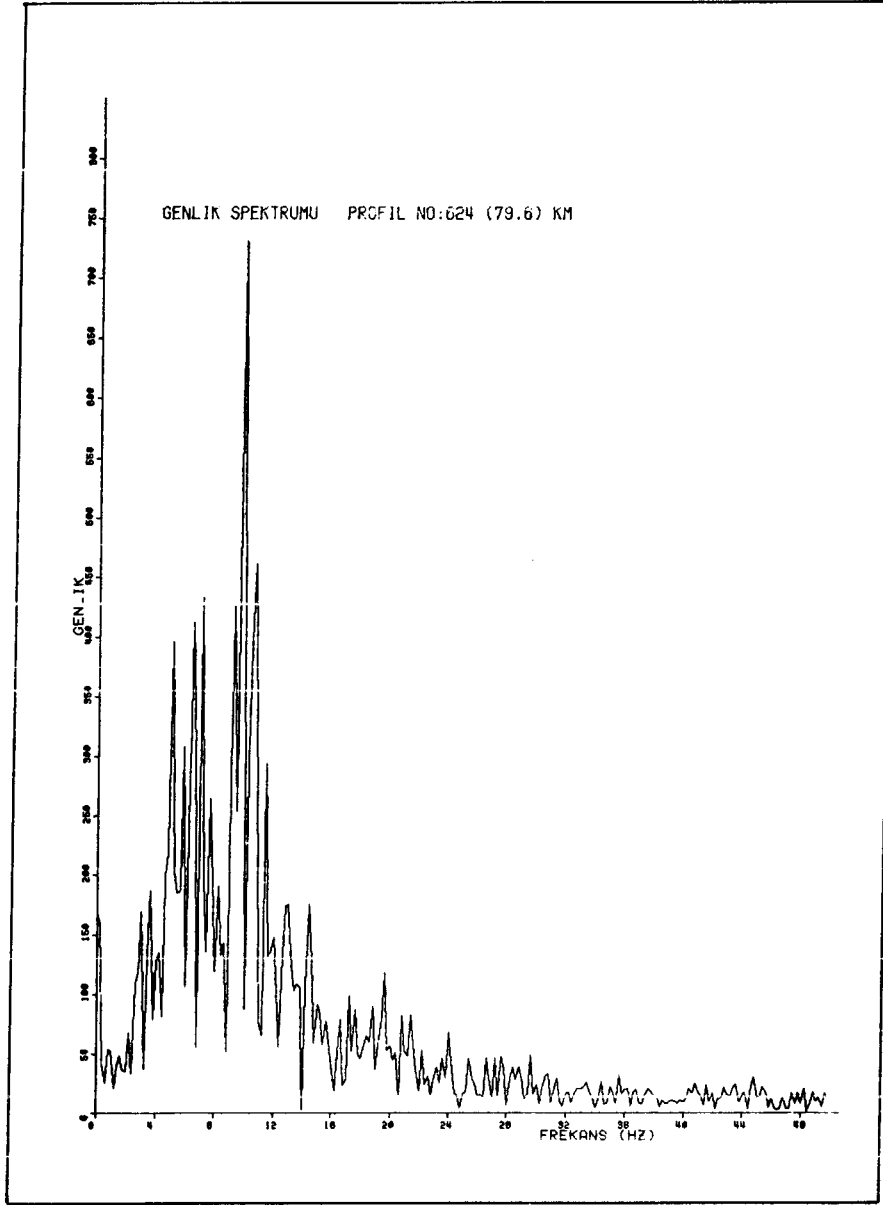
Şekil 22. Gerçek arazi verilerinin genlik spektrumu.
Fig. 22. Amplitude spectrum of the field data.



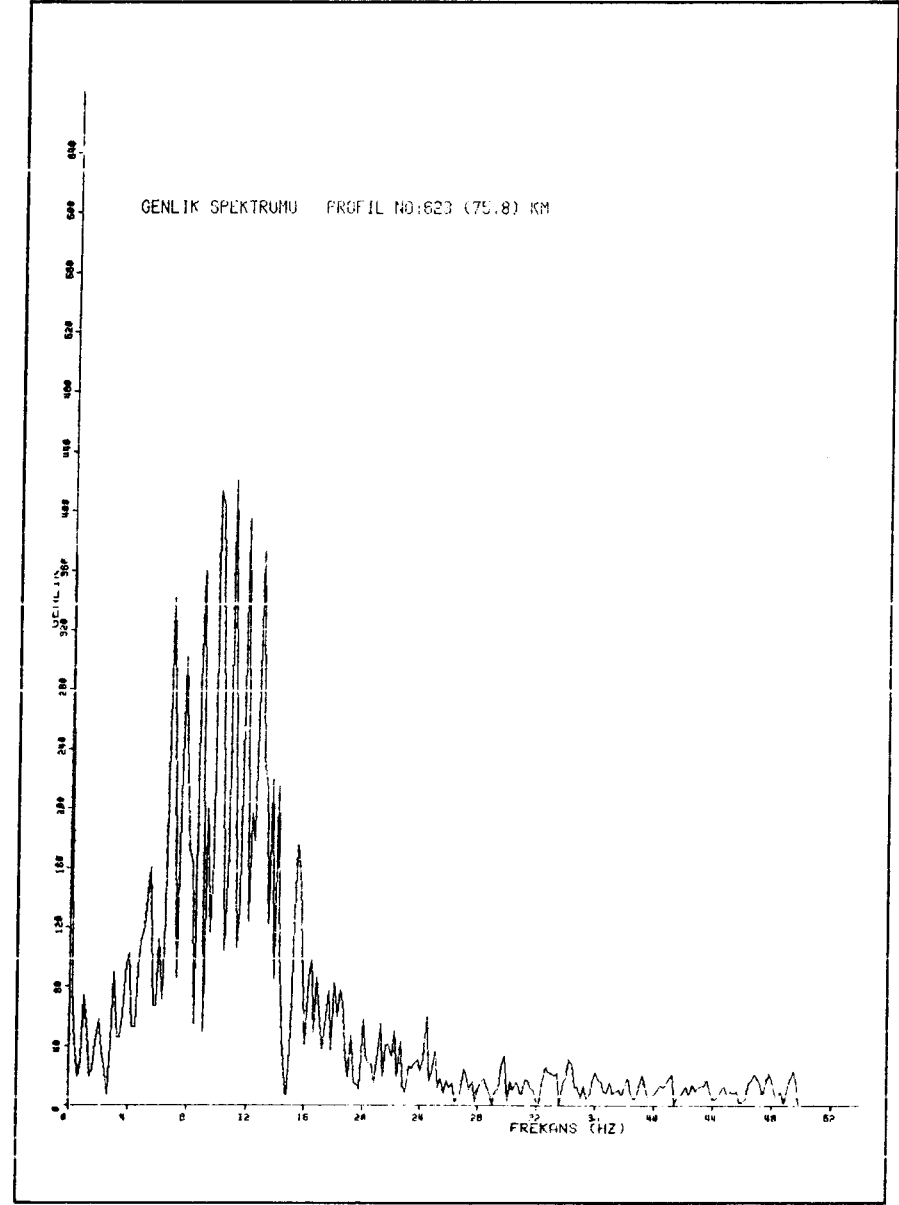
Şekil 23. Gerçek arazi verilerinin genlik spektrumu.
Fig. 23. Amplitude spectrum of the field data.



Şekil 24. Gerçek arazi verilerinin genlik spektrumu.
Fig. 24. Amplitude spectrum of the field data.



Şekil 25. Gerçek arazi verilerinin genlik spektrumu.
Fig. 25. Amplitude spectrum of the field data.



Şekil 26. Gerçek arazi verilerinin genlik spektrumu.
Fig. 26. Amplitude spectrum of the field data.

Örneğin, 500 sayısal noktalık bir giriş verisi (Şekil 16) IBM-370/138 yardımıyla 3 dakika 16 saniyede süzölmüştür. Bu zaman 500'er sayısal noktalık iki ayrı frekanslı (1,7 Hz ve 23,0 Hz) sinüs eğrisinin hesaplanarak toplamları (Şekil 16) ve bu şekilde elde edilen sentetik giriş verisinin iki kez süzölmesini içerir (Şekil 17).

Sıfır fazlı sayısal eliptik süzgeçlerin simetri özellikleri Şekil 27'de verilmiştir. Bu tür süzgeçlerin en önemli özelliklerinden birisi de, süzgeç transfer fonksiyonunun kesme sınırlarını (veya sınırını) açık bir şekilde dikleştirmesidir (Şekil 28-29). Kesme frekansları 5-15 Hz olan eliptik band geçişli ve sıfır fazlı süzgeçlerin logaritmik genlik fonksiyonları Şekil 28'de üst üste çizilmiştir. Görüldüğü gibi geçiş bandı normal süzgece göre oldukça daralmıştır. Bu özellik diğer süzgeçlere göre daha belirgindir.

Bilgisayar programı yardımıyla $N = 40$ ıncı dereceye kadar eliptik bir süzgeç transfer fonksiyonunun katsayıları hesaplanabilir.

Gerçek arazi verilerinin genlik spektrumları (Şekil 21-26) hesaplandıktan sonra aynı sismogramlar kesme frekansları 5-15 Hz olan sıfır fazlı band geçişli süzgeçten geçirilerek genlik spektrumları (Şekil 30-35) yeniden çizilmiştir. Daha önce verilen genlik spektrumlarıyla yukarıdaki birbirleriyle karşılaştırıldığında, sıfır fazlı sayısal süzgeçlerin etkinliği daha açık olarak görölmektedir.

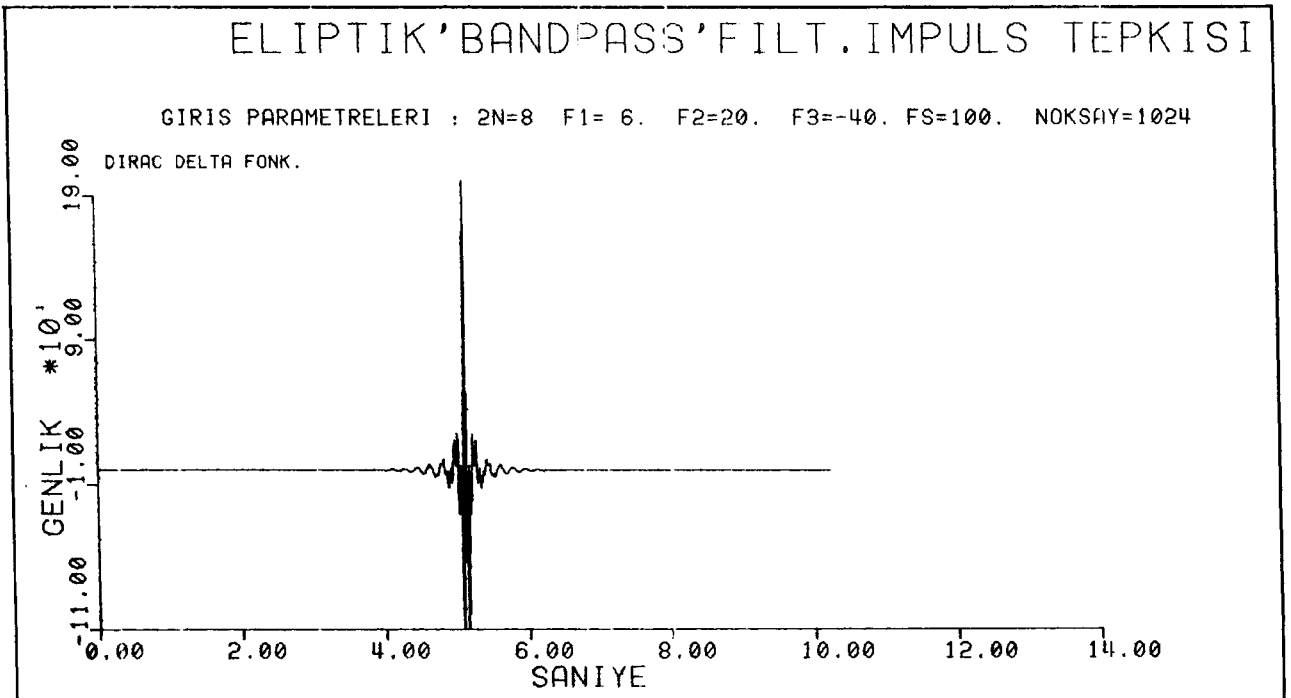
Yukarıda değinilen tüm yararları dışında, Sıfır Fazlı Sayısal Eliptik Süzgeçler diğer tip süzgeçlerle örneğin hız süzgeçleri, birlikte kullanıldığında araştırmacılara sağladığı büyük olanaklar net bir şekilde görölmektedir.

Arazi verilerini gerçeğe en yakın bir şekilde değerlendirmek için, seçilen süzgeç tipi ve özelliğe geçiş bandının genişliği değiştirilir. Örneğin, tüm profillerde

görölen 10 Hz civarındaki frekanslar Band Durdurucu bir süzgeçle süzölür. Kesme frekansları 6-12 Hz'lik sıfır fazlı band geçişli sayısal eliptik süzgeçle süzölen, (Şekil 36, alttan ikinci iz) Profil-625 (84,2 km), daha sonra kesme frekansları 9-11 Hz'lik Band Durdurucu Eliptik Süzgeçle süzölerek (Şekil 36 üstten birinci iz) yeniden çizdirilmiştir. Görüldüğü gibi 1,80-2,40 saniye arasındaki band geçişli süzgeç çıkışı, band durdurucu süzgeçle yorum için daha açık ve kolay duruma getirilmiştir.

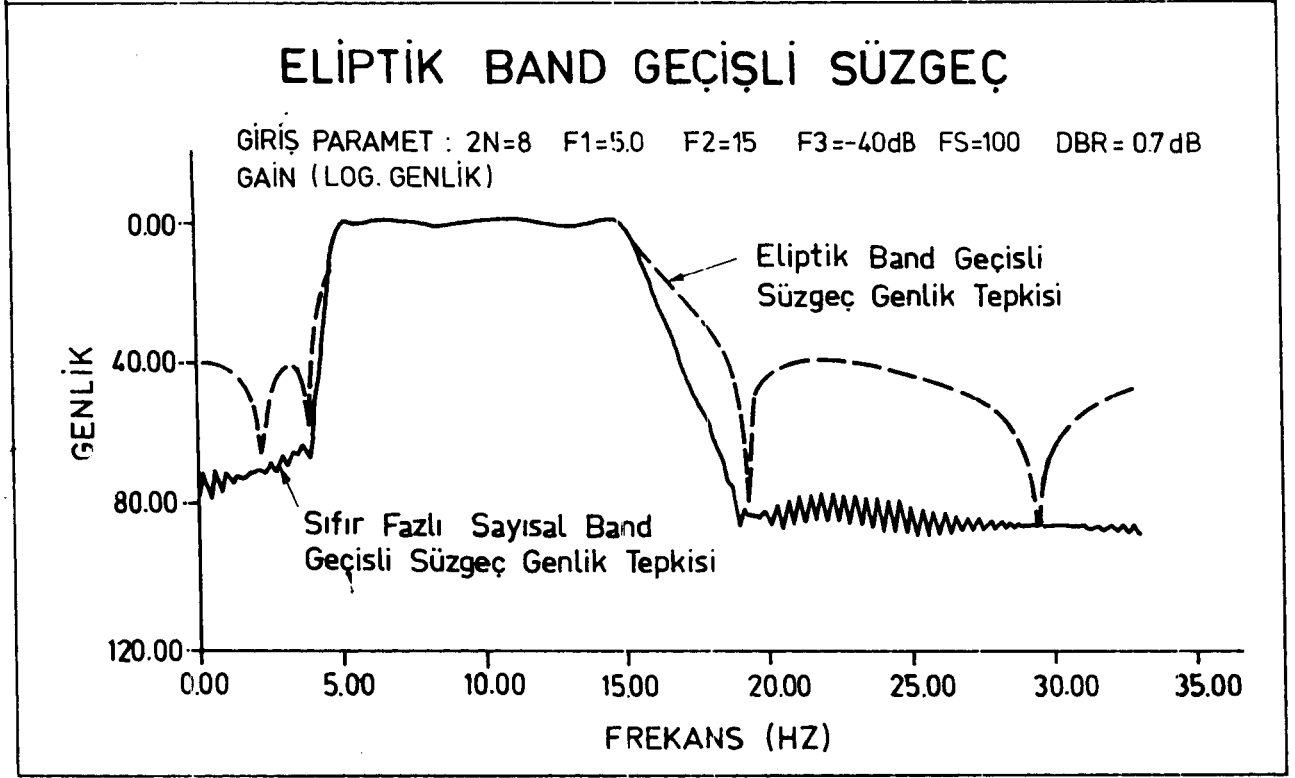
YARARLANILAN KAYNAKLAR

- Abramowitz M. and Stegun J.A. 1972, Handbook of Mathematical Functions, Dover Pub. Inc., New York.
- Erdelyi A. et al. 1953, Higher Transcendental Functions, V-Z, Mc Graw Hill Book Co., New York.
- Gold B. and Rader C. 1969, Digital Processing of Signals, Mc Graw Hill Book Co., New York.
- Jannke E., Emde F. and Lösch 1960, Tables of Higher Functions, 6 th ed., Mc Graw Hill Book Co., New York.
- Kaiser J.F. 1972, Design methods for sampled data filter, "Digital Signal Processing", IEEE. Press.
- Milne-Thompson L.M. 1956, Jacobian Elliptic Function, Dover Pub., Inc., New York.
- Neville E.H. 1951, Jacobian Elliptic Functions, 2nd ed., Oxford Univ. Press, London.
- Rabiner L.R. and Gold B. 1975, Theory and Application of Digital Signal Processing, Prentice-Hall, Inc., New Jersey.
- Sapin M. and Hirn A. 1974, Results of explosion seismology in the southern Rhone valley, Ann. Geophys. 30, 181-202.
- Shanks J.L. 1967, Recursion filters for digital processing, Geophysics 32, 33-51.
- Schafer R.W. and Oppenheim A.V. 1975, Digital signal processing, Prentice-Hall Inc. New Jersey.
- Whittaker E.T. and Watson G.N. 1962, Modern analysis, Cambridge University Press.



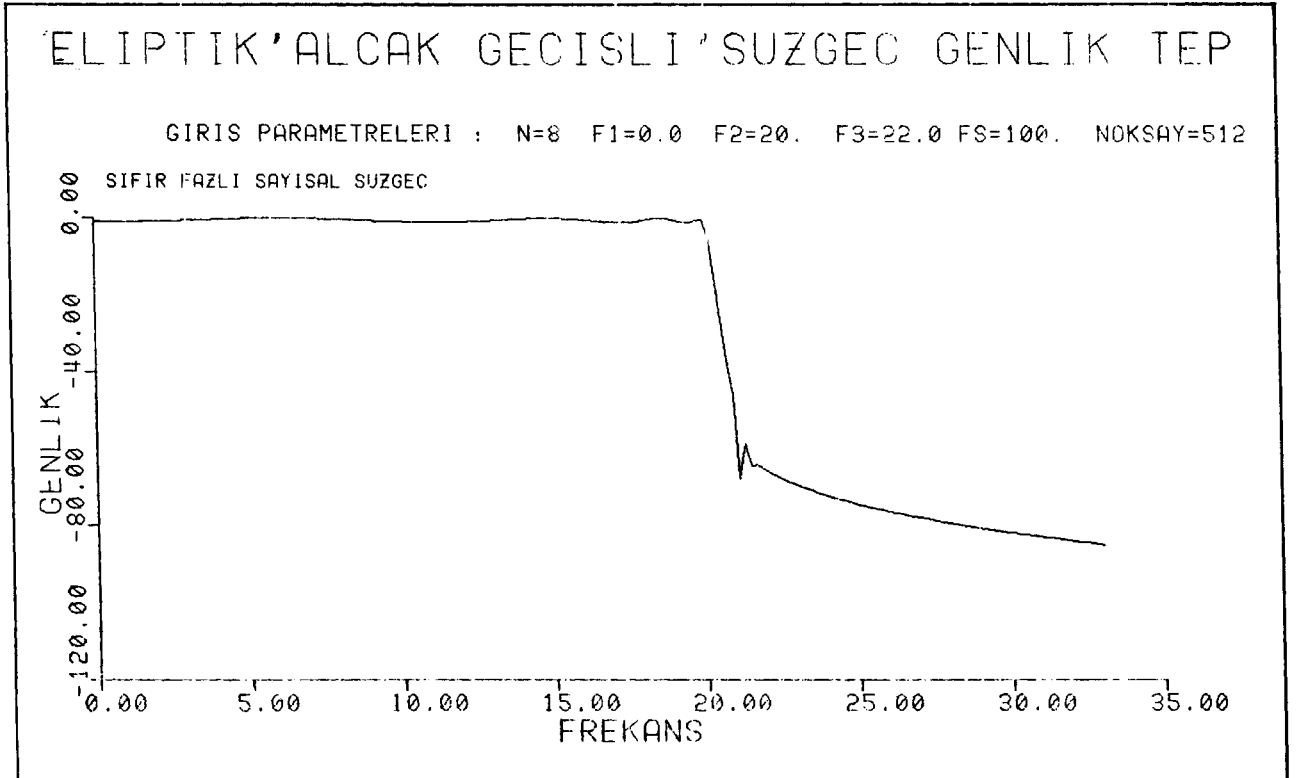
Şekil 27. Eliptik Band Geçişli Süzgeç Birim tepkisi.

Fig. 27. Impulse response of an Elliptic Bandpass filter.



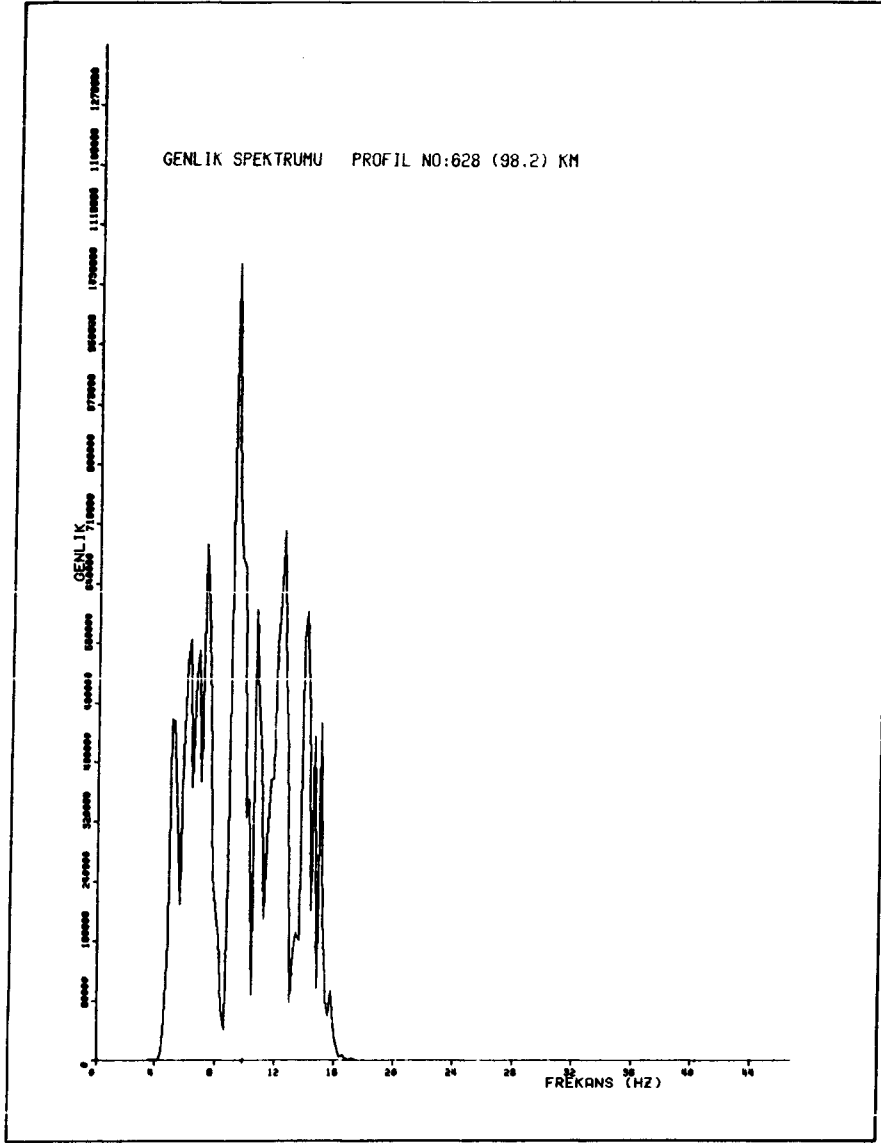
Şekil 28. Eliptik Band Geçişli Süzgeç ile sıfır fazlı sayısal Band Geçişli Eliptik Süzgecin Logaritmik genlik tepkilerinin karşılaştırılması.

Fig. 28. Comparison of logarithmic amplitude responses of an elliptic bandpass filter and zero-phase shift digital bandpass elliptic filter.

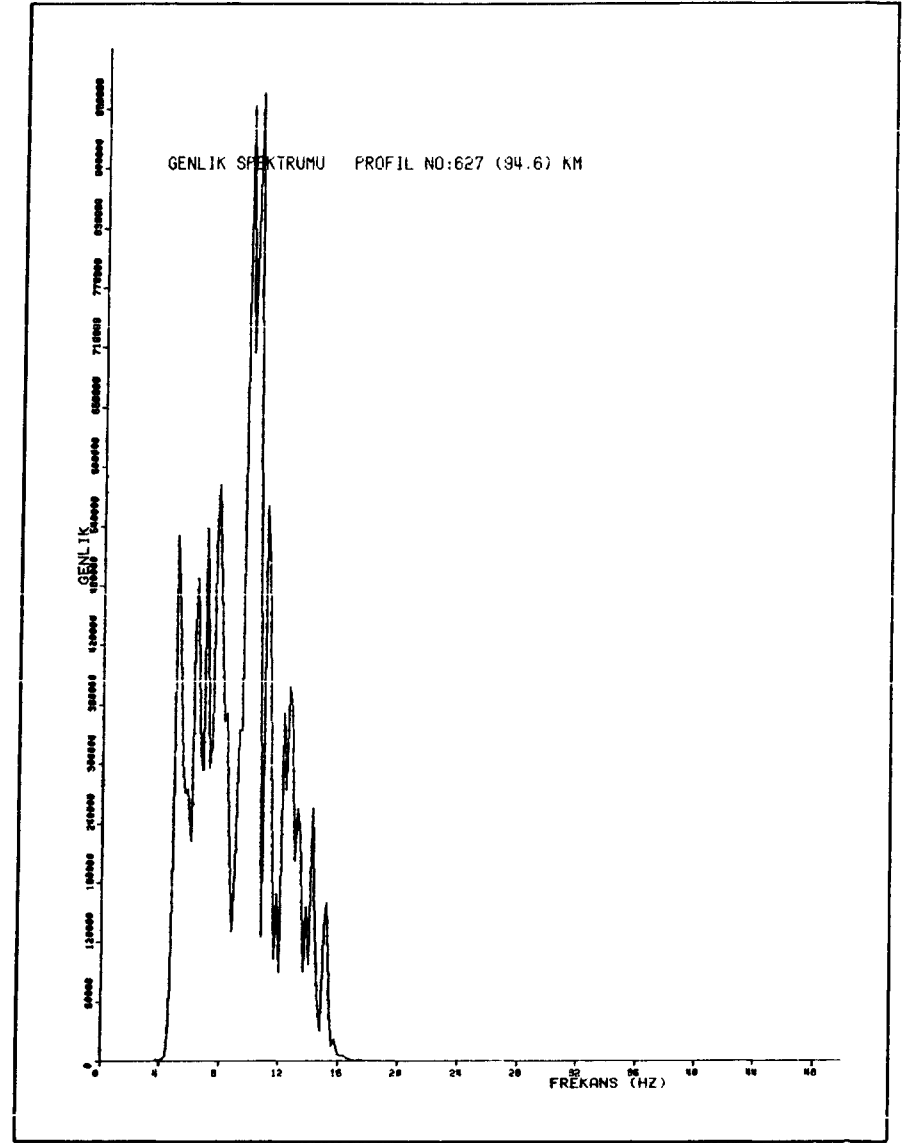


Şekil 29. Eliptik Alçak Geçişli Sıfır fazlı süzgeç genlik tepkisi.

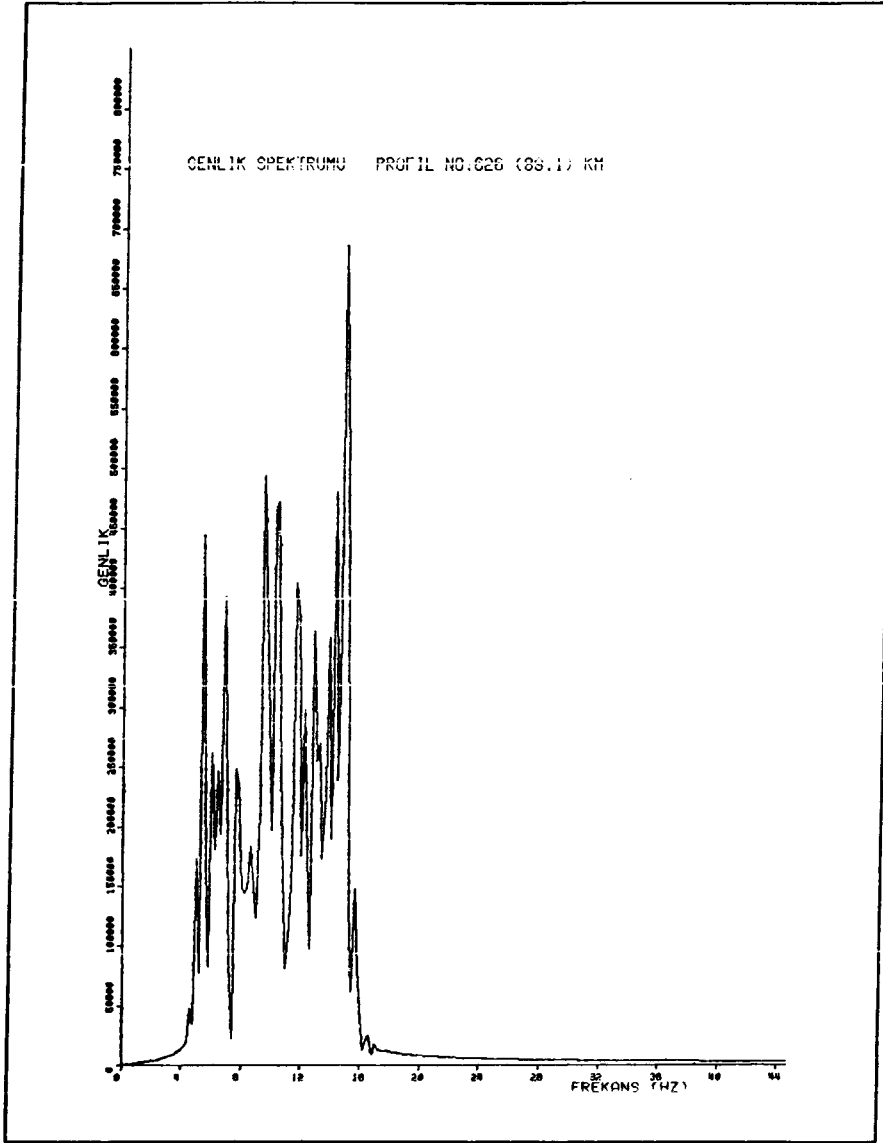
Fig. 29. Amplitude response of zero-phase shift elliptic lowpass filter.



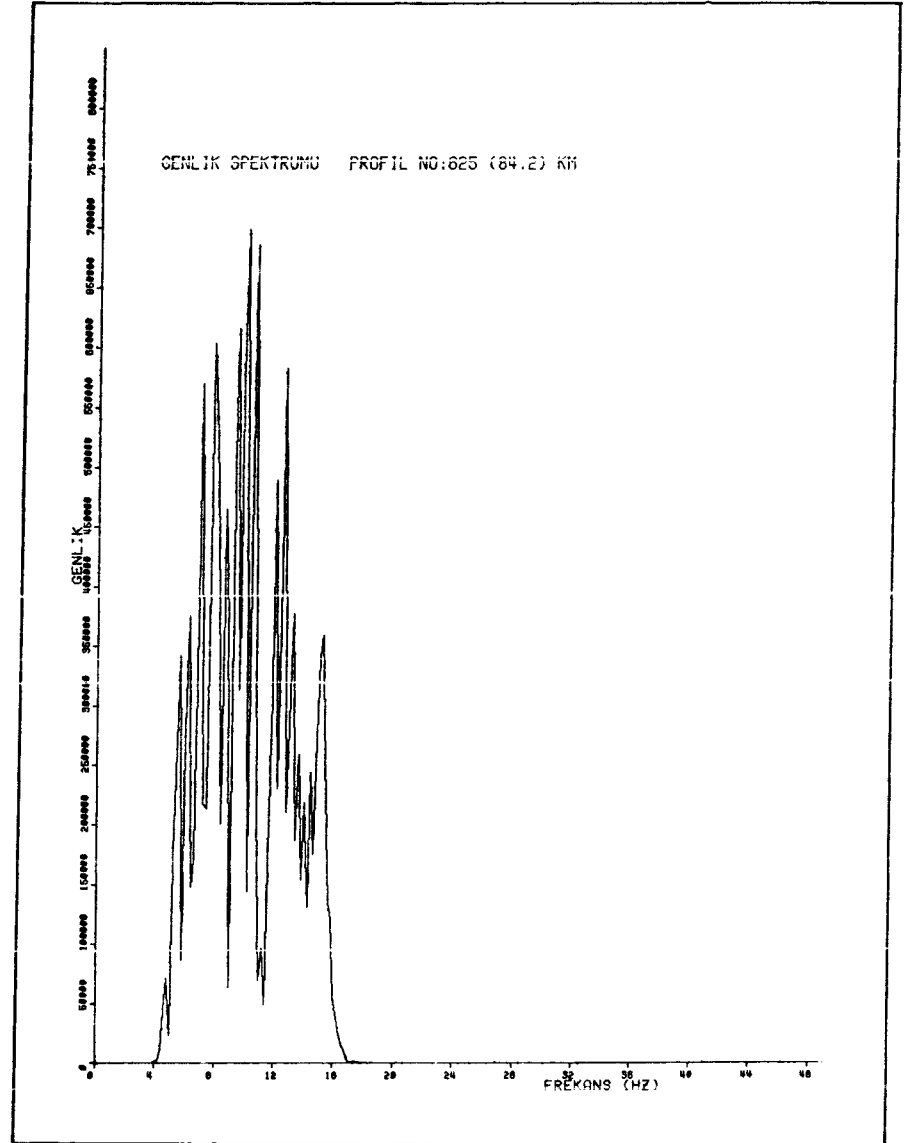
Şekil 30. Gerçek arazi verilerinin sıfır fazlı sayısal Band Geçişli eliptik süzgeçten geçtikten sonra hesaplanan genlik spektrumu.
Fig. 30. Amplitude spectrum of observed data after the application of zero-phase shift bandpass elliptic filter.



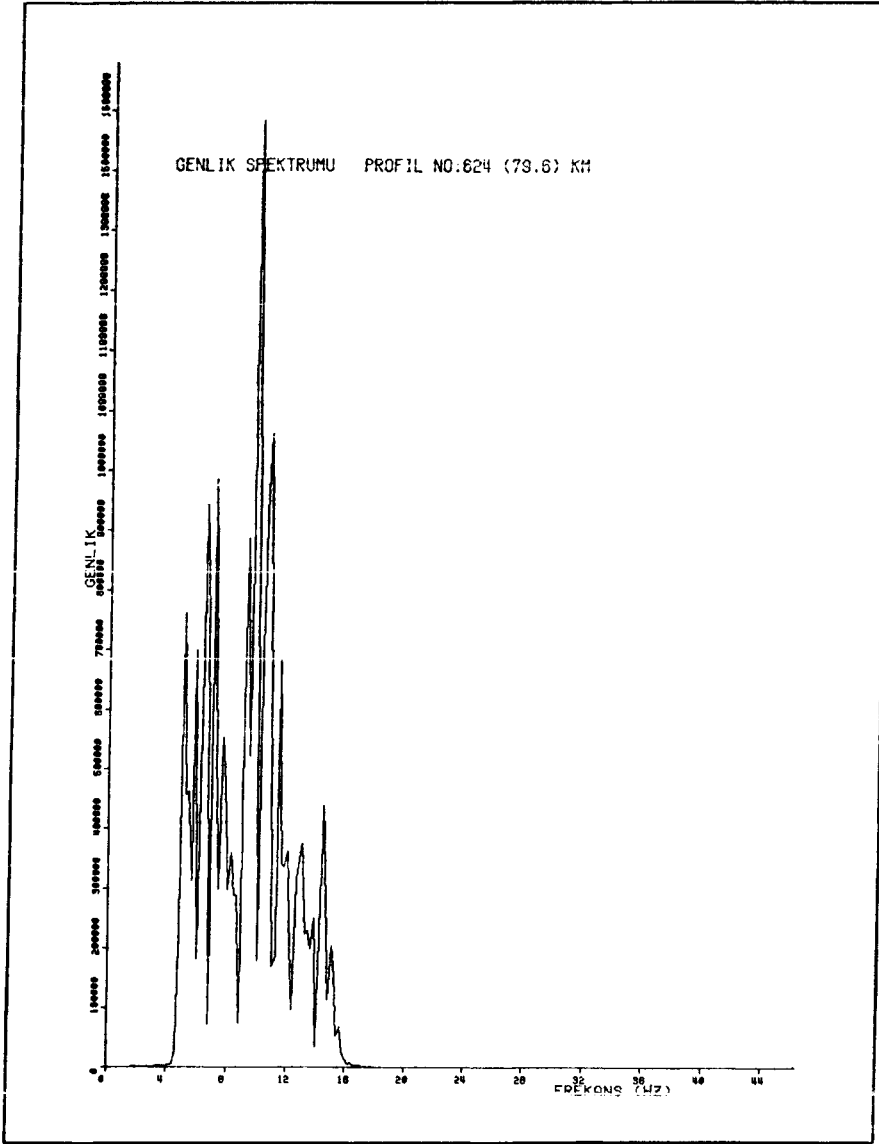
Şekil 31. Gerçek arazi verilerinin sıfır fazlı sayısal Band Geçişli eliptik süzgeçten geçtikten sonra hesaplanan genlik spektrumu.
Fig. 31. Amplitude spectrum of observed data after the application of zero-phase shift bandpass elliptic filter.



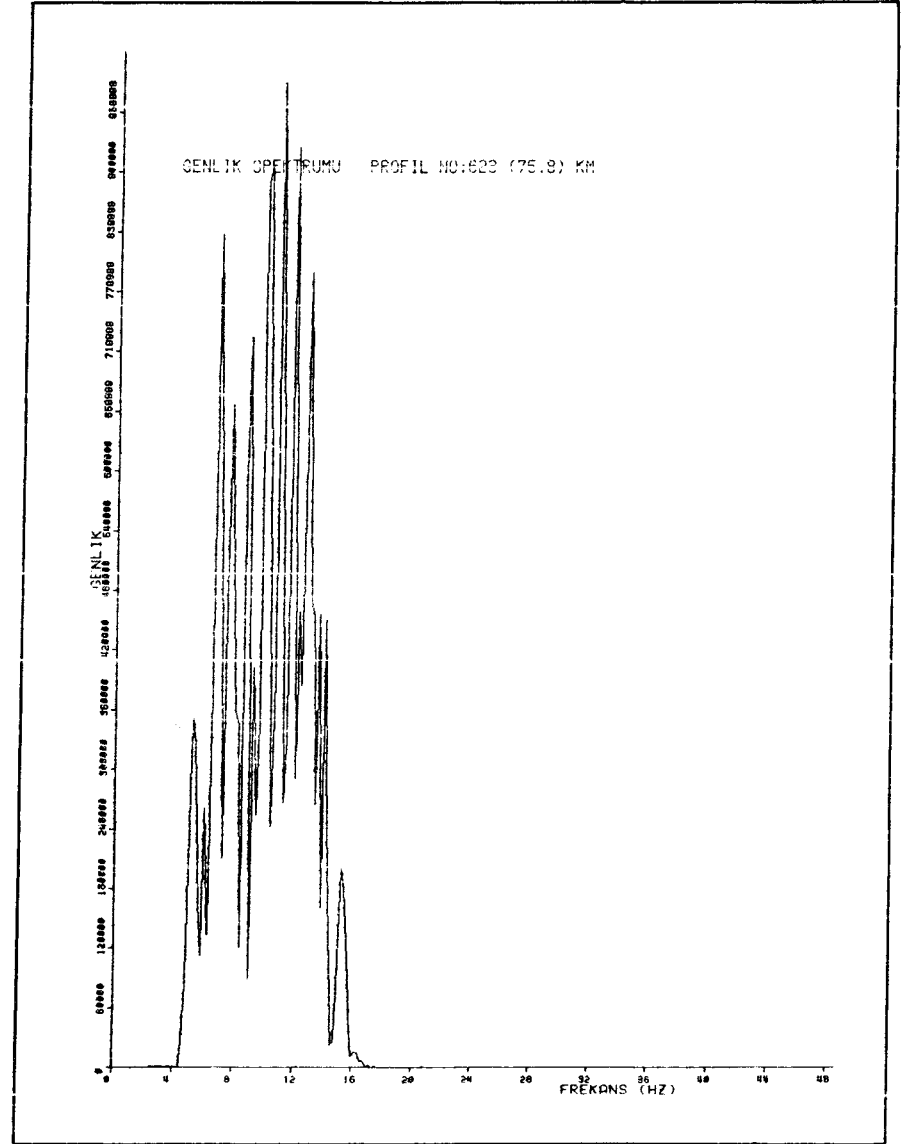
Şekil 32. Gerçek arazi verilerinin sıfır fazlı sayısal Band Geçişli eliptik süzgeçten geçtikten sonra hesaplanan genlik spektrumu
 Fig. 32. Amplitude spectrum of observed data after the application of zero-phase shift bandpass elliptic filter.



Şekil 33. Gerçek arazi verilerinin sıfır fazlı sayısal Band Geçişli eliptik süzgeçten geçtikten sonra hesaplanan genlik spektrumu
 Fig. 33. Amplitude spectrum of observed data after the application of zero-phase shift bandpass elliptic filter.

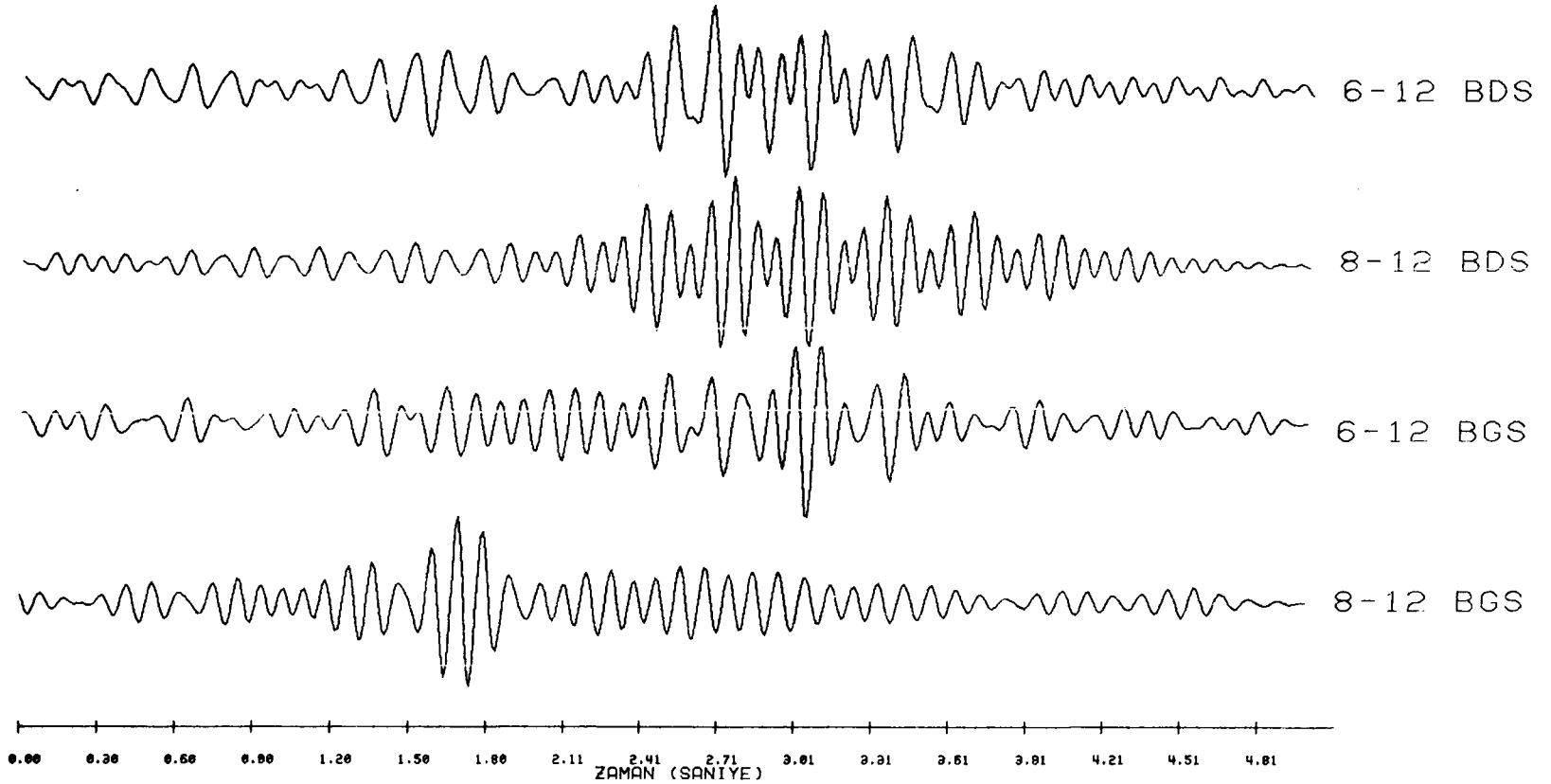


Şekil 34. Gerçek arazi verilerinin sıfır fazlı sayısal Band Geçişli eliptik süzgeçten geçtikten sonra hesaplanan genlik spektrumu.
 Fig. 34. Amplitude spectrum of observed data after the application of zero-phase shift bandpass elliptic filter.



Şekil 35. Gerçek arazi verilerinin sıfır fazlı sayısal Band Geçişli eliptik süzgeçten geçtikten sonra hesaplanan genlik spektrumu.
 Fig. 35. Amplitude spectrum of observed data after the application of zero-phase shift bandpass elliptic filter.

(BGS) BAND GEÇİŞLİ SUZGECLERDEN ÇIKAN SİSMİK İZLERİN
YENİDEN BAND DURDURUCU (BDS=9-11 HZ) SUZGEÇLE SUZULMESİ



Şekil 36. Band Geçişli süzgeçlerden çıkan sismik izlerin yeniden Band Durdurucu (9 Hz - 11 Hz) süzgeçle süzülmesi.
Fig. 36. Refilteration of bandpass filtered seismic signals with the bandstop (9 Hz - 11 Hz) filter.