JEOFİZİK 2, 59 - 68, 1988

GRAVİTE ALANI OLAN ELASTİK BİR GEZEGENİN OLUŞUMU SIRASINDAKİ KAYMA GERİLİM ALANININ BULUNMASI

The Estimate of the Shear Stress Field of a Self Gravitating Elastic Planet During Its Formation

M. Tahir SEVÜKTEKİN*

ÖZET

Kendi gravitesi olan homojen bir gezegenin oluşumu sırasındaki kayma gerilim alanı çalışılmıştır. Gezegenlerin oluşumu sırasındaki kayma gerilim alanının bulunması için iki model geliştirilmiştir. Birinci modelde kendi gravitesi olan homojen bir gezegen ele alınmış ve gravite alanının yarattığı deviatoric gerilme maksimum değerine gezegen yüzeyinde ulaşmıştır. Ayrıca gravite alanının yarattığı gerilim alanı ışınsal parça yönünde uzanım kazanmıştır.

İkinci modelde, içte küresel bir kütle ve bunun üzerine tabakalar halinde çökelerek gelen küresel bir kabuk ele alınmıştır. Bu modelde, birinci çökelen tabaka oluşumun son aşamasında içteki küresel yapı ile hidrostatik dengededir. Çökelen tabakaların içindeki hesaplanan maksimum kayma gerilimi, ($\alpha = 0$ ve Ap $= 0$ değerleri için) önce işaret değiştirir, sonra derinlere gidildikçe değeri artar ve en sonunda tabaka kalınlıkları inceldikçe sıfır değerine yaklaşır.

İlk çökelen tabakanın üzerine başka homojen bir tabaka çökeldiği zaman, deviatoric ve ışınsal gerilim yükün etkisiyle azalırken, yatay ve teğetsel gerilimler artacaktır. Fakat, yüklenme sırasında küresel yapıların içindeki maksimum kayma gerilimi 2 km'ye kadar olan derinlikler için sıfır değerini hiçbir zaman almaz. Ancak 2 km derinliğe erişildiğinde maksimum kayma gerilimi sıfır değerini alır. Bu oluşum tabakaların çökelmesi sırasında her zaman belirli bir derinlikte hidrostatik dengenin mevcut olduğunu gösterir.

ABSTRACT

The shear stress field of a self gravitating homogeneous planet was studied. In this study we developed two models for the formation of the planets to investigate the estimation of the shear stress. The first model is a self gravitating homogeneous planet model. The deviatoric stress is caused by the gravity and it has maximum value at the surface of the planet. The gravitational field of the planet causes a stress field which elongates radial segments.

The second model assumes an inner spherical body with layers of shells accumulating on top of the inner body. The first layer is in hydrostatical equilibrium with the inner spherical body at the last stage of the accreation. The calculated maximum shear stress in shells (for $\alpha = 0$ and Ap $= 0$) first changes sign then increases with depth and then, it becomes zero for vanishing thickness.

Another homogeneous layer is simulated on top of the first layer. The deviatoric stress and the radial stress are decreased by the load while horizontal and tangential stresses increased. However, due to the load the maximum shear stress inside the shell is not zero for less than 2 km depth and it is zero at the bottom of the shells when the thickness is about 2 km. This phenomenon indicates that there is always a depth where the hydrostatic condition exists during the accumulation process of the superficial layers.

GİRİŞ

Gezegenlerin oluşumu ve güneş sisteminin kökeni jeofizik biliminde uzun zamandan beri araştırılmaktadır. Konuya ilk olumlu yaklaşım 18. yüzyılda Kant tarafından yapılmıştır. Kant'ın teorisine göre, güneş sistemi, bir gaz ve toz bulutundan oluşmuştur. Bu sistemin ortasındaki yüksek yoğunluklu kütle, güneşi oluşturmuş ve güneşten

* TPAO, Arama Grubu, Bakanlıklar-ANKARA

uzaklaştıkça daha az yoğunluklu kütlelerde gezegenleri oluşturmuşlardır. O devirde bu kuramın doğruluğunu veya yanlışlığını ispat etmek olanaksızdı. Fakat daha sonraki iki yüz yıl içinde kimya, termodinamik, gazların kinetik teorisi, atom spektrumu ve kozmik verimlilik bilimlerinde olan hızlı gelişmeler, konuya daha teknik olarak yaklaşılmasını sağlamışlardır.

Daha sonra Urey (1952) iki aşama kuramını ortaya atmıştır. Urey'e göre, ışık yılı yarı çapında toz ve gaz karışımı hareketli bir kütle önce yavaş daha sonra artan bir hızla büzüşmeye başlamıştır. Belli bir zaman sonra merkezde bir kütle oluşmuş ve onun sıcaklığı karbon döneminin başlaması için yeterli değere erişmiştir. Aynı zamanda bu kütle güneşten uzaklaşarak yassı disk şeklinde gaz ve tozdan oluşan ilkel gezegene dönüşmüştür. Dünyanın oluşumunu da Urey şöyle açıklamaktadır.

Değişik boyutlardaki küçük gezegenler su ve amonyağın pıhtılaştığı düşük sıcaklık ortamında toplanırlar. Gezegenlerin ince tozlarından, içinde demir bulunan silikat bileşimleri ile su ve amonyak teşekkül eder. Daha sonra, sıcaklık yükselmesi sonucu demiroksitler gezegen yüzeyinde demire dönüşürler. Yüksek sıcaklık silikatları çökelttiği gibi gazlı bileşimlerinde buharlaşarak gezegen yüzeyinden uzaklaşmasına sebep olur. Sonuçta demir fazı silikat fazına göre yükselirken gazların kaybıda, gezegenin katılaşmasını sağlar. Aynı zamanda açığa çıkan radyasyon ani sıcaklık düşmelerine sebep olur, bunun sonucu olarak da demir ve silikat karışımı malzemeler çökelir.

Karasal gezegenlerin kökeni hakkındaki başka ilginç bir kuram Ringwood (1968) tarafından ortaya atılmıştır. Tek aşama kuramı da denilen bu kurama göre gezegenler nebula safhasından sonra yoğunlaşırken hidrojen kaybına uğramışlar ve karbon elementi, demir ve diğer metallerin çökelmesini sağlamıştır. Ringwood (1968) dünya oluşumunun başlangıcında bütün malzemenin soğuk olduğunu kabul etmektedir. Dönmenin tesiriyle yüzeyden merkeze doğru düşen metalik malzeme gravitasyonal enerjiyi ve ısıyı ortaya çıkarmıştır. Isının sonucu olarak, buharlaşan gazlar atmosferi oluşturmuş, bu da sonraki ısı kaybını önleyerek ısınma işleminin artmasına neden olmuştur. Isınmanın artmasıyla yüzeyde yoğunlukça ağır malzemeler merkezde ise hafif malzemeler çökelmiştir. Bu dengesiz konumda olan dünyanın yüzeyinden merkezine doğru ağır metallerin (genellikle demir) hareketi başlamıştır. Bu da arzın açısal momentumunu ve rotasyonunu artırmıştır. Arzın günümüzdeki merkezinin % 80 demir ve % 20 silis'ten oluştuğu gerçeği, kurama göre, çekirdeğin katastrofik oluşumunu açıklamaktadır.

Kaula (1968) karasal gezegenlerin kökeninin solar nebula denilen ortalama kimyasal bileşimli soğuk toz ve gaz kütlesinden geldiğini iddia etmiştir. Kaula'ya göre solar nebula dönen güneşe yaklaşınca önce ısınmakta sonra da manyetik olarak zıtlaşarak güneşten uzaklaşmaktadır. Uzaklaşınca ani ısı kaybı oluşmakta ve solar nebula katılaşmaya başlamaktadır.

Matzui ve Mizutani (1978) karasal gezegenlerin oluşumunu başka bir açıdan ele almışlardır. Bu araştırmacılar, sayıları 100 ile 200 arasında olan ilkel gezegenlerin gravitasyonel olarak birleşip tek bir gezegen haline gelebileceğini sayısal integrasyon (Gravitational N-Body) yöntemi ile ispatlamışlar ve çöküntüler sırasında pıhtılaşan gezegen parçacıklarının bağıl hız ve kütle orantısına bağlı olmadıklarını ve hepsinin birleşebileceğini göstermişlerdir. Ayrıca oluşumun son safhasında küçük parçacıkların birleşme hızlarının çok yüksek olduğunu ispatlayarak, günümüzde gezegenler arasında serbest dolaşan uydu ve meteorların yukarıda izah edilen sistemlerden kopmuş olduklarını ve bir gün büyük gezegenler tarafından yakalanabileceklerini öne sürmüşlerdir.

Gezegenlerin oluşumu hakkında çok sayıda kuram ortaya atılmıştır, fakat oluşum ve büyüme sırasında mevcut olan gerilim alanı üzerine pek bir çalışma yoktur. Yalnız Jobert (1962) gravitesi olan homojen bir gezegenin içindeki gerilimlerin gelişimini takip ederek diferansiyal gerilimin, elastik parametrelerin ve yoğunluğun fonksiyonu olarak hesaplanabileceğini göstermiştir. Bunu yaparken tabakaların hidrostatik dengede olduğunu kabul etmiştir. Jobert'e göre gezegen merkezinde gerilim farklılığı yok olur ve bu farklılık maksimum değerine, gezegen yarıçapının üçte biri derinliğinde erişmektedir. Bu hesaplanan değer, yarıçapın döndüncü kuvvetinin yüzeysel katılaşmaya olan ters orantısıyla bağıntılıdır.

KÜRESEL HOMOJEN GEZEGEN MODELİ

Bu çalışmada gravitesi olan bir gezegende, hidrostatik olmayan bir ortamda minimum sayıda hipotezler kullanarak gerilimler hesaplanmıştır. Bu amaçla elastik katı bir ortam için denge denklemlerini kullanarak bir gezegenin içindeki gerilimler bulunacaktır. Giriş bölümünde açıklanan oluşum kuramları üzerinde tartışmaya girilmeden, bu kuramların yalnızca gerekli bilgileri kullanılacaktır. Kullanılacak varsayımlar şunlardır: Öncelikle karasal gezegenin kökeninin solar nebula denilen ortalama kimyasal bileşimli bir toz ve gaz kütlesi olduğu kabullenilmiştir. Solar nebula'nın güneşten uzaklaşması ile meydana gelen ani ısı düşmesinin katı maddelerin çökelmesine neden olduğu, bunun da gravitasyonal enerjiyi açığa çıkardığı varsayılmıştır. Ayrıca, gezegen yüzeyindeki tabakalanmanın da bir gravitasyonal enerji yaratacağı fakat bu enerjinin büyük bir kısmının ısı enerjisine dönüşeceği kabullenilmiştir.

Yukarıda açıklanan varsayımlardan sonra, kullanılan denklemlerin karmaşıklığını önlemek için hesaplamaların ne zaman başladığını ve ısı etkisinin ne olduğunu belirtmek gerekmektedir. Hesaplamalara gezegenin katılaşması sırasında, soğuk ve homojen olduğu herhangi bir zamandan başlanmıştır. Ayrıca ısı etkisinden arınmak için, aniden ortaya çıkabilecek bir gravitasyonel enerjinin bütün gezegeni eritebilecek güçte olduğu kabullenilmiştir.

Kayma gerilimini hesaplamak için önce en basit gezegen modelinden başlanılmıştır. Bu model arz büyüklüğünde gravitesi olan, küresel ve yüzeyine bir gerilim uygulanmış modeldir. Burada uygulanan gerilim gezegen yüzeyine çökelen ilk tabaka anlamına gelmektedir.

İlk önce denge denklemleri ve sınır şartları verilmiştir. Eğer gezegen üzerindeki bir M noktasının fiziksel özellikleri (yoğunluk ve elastik parametreleri) gezegen merkezine olan uzaklığın bir fonksiyonu ise, denge denklemleri şöyle olacaktır:

$$\frac{\partial \Gamma_{rr}}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \Gamma_{r}}{\partial \phi} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Gamma_{r}}{\partial \theta}$$

$$+\frac{2\,\Gamma_{rr}-\Gamma_{\phi\phi}-\Gamma_{\theta\theta}+\Gamma_{r\theta}\cot\theta}{r}+K_r=0\,, \qquad (1)$$

$$\frac{\partial \Gamma_{r\phi}}{\partial r}+\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial \Gamma_{\phi\phi}}{\partial \phi}+\frac{1}{r}\frac{\partial \Gamma_{\phi\theta}}{\partial \theta}$$

$$+\frac{3\,\Gamma_{r\phi}+2\,\Gamma_{\phi\theta}\cot\theta}{r}+K_\phi=0\,, \qquad (2)$$

$$\frac{\partial \Gamma_{r\theta}}{\partial r}+\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial \Gamma_{\phi\phi}}{\partial \theta}+\frac{1}{r}\frac{\partial \Gamma_{\phi\theta}}{\partial \theta}$$

$$+\frac{3\,\Gamma_{r\phi}+(\Gamma_{\theta\theta}-\Gamma_{\phi\phi})\cot\theta}{r}+K_\phi=0 \qquad (3)$$

Burada K_r, K_ϕ ve K_θ kütle çekim kuvvetleridir. Yüzey gerilimi; boylam (ϕ) ve enlem (θ)'dan bağımsız olduğu zaman, (2) ve (3) yok olacak ve (1) sadeleşerek;

$$\frac{\partial}{\partial r}\Gamma_{rr}+\frac{2\,\Gamma_{rr}-\Gamma_{\phi\phi}-\Gamma_{\theta\theta}}{r}+K_r=0 \qquad (4)$$

olacaktır. Buradan

$$\Delta=e_{rr}+e_{\theta\theta}+e_{\phi\phi}=\frac{\partial s}{\partial r}+\frac{2s}{r}\,, \qquad (5)$$

$$e_{rr}=\frac{\partial s}{\partial r}\,,\quad e_{\theta\theta}=e_{\phi\phi}=\frac{s}{r}\,, \qquad (6)$$

$$\Gamma_{rr}=\lambda\Delta+2\mu\, e_{rr}=(\lambda+2\mu)\frac{\partial s}{\partial r}+2\lambda\frac{s}{r}\,, \qquad (7)$$

$$\Gamma_{\theta\theta}=\Gamma_{\phi\phi}=\lambda\Delta+2\mu\, e_{\theta\theta}=\lambda\frac{\partial s}{\partial r}+(2\lambda+2\mu)\frac{s}{r} \qquad (8)$$

olarak elde edilen denklemleri (4)'de yerlerine konulduğunda, denge denklemi ışınsal yönde şöyle elde edilir.

$$(\lambda+2\mu)\frac{\partial}{\partial r}\left[\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(Sr^2)\right]+K_r=0\,. \qquad (9)$$

Gezegen oluşumunun son safhasında küre şeklinde varsayıldığında, K_r kütle kuvveti,

$$\rho_o g_o=\frac{4}{3}\pi G\rho_o^2 r=-K_r$$

olarak verilir.

K_r'i denge denklemi (9)'da yerine konulursa, gravitesi olan bir gezegen için yerdeğiştirme S_1'i elde edilir (Çözümler için Ek A'ya bakınız);

$$S_1=A_1 r+\alpha r^3 \qquad (10)$$

Burada A_1 sabit katsayısıdır. α ise;

$$\alpha=\frac{4\pi G\rho_o^2}{30(\lambda+2\mu)}$$

olarak verilir.

İnce yüzeysel bir tabakanın, yüzeyden r_2 uzaklığındaki etkisini hesaplamak için (7)'yi kullanarak;

$$\Gamma_{rr}=A_p=(3\lambda+2\mu)A_1+(5\lambda+6\mu)\alpha r_2^2 \qquad (11)$$

bulunur. Burada,

$$A_1=\frac{A_p-(5\lambda+6\mu)\alpha r_2^2}{(3\lambda+2\mu)}$$

dır. A_p uygulanan basınçtır. A_1 ise uygulanan basıncın fonksiyonudur. Yüzey geriliminin sıfır olması halinde ise çözüm;

$$S_1=\frac{4\pi G\rho_o^2 r}{6(5\lambda+10\mu)}\left[r^2-\frac{5\lambda+6\mu}{3\lambda+2\mu}r_2^2\right] \qquad (12)$$

ile verilir. Işınsal gerinme e_{rr};

$$e_{rr}=\frac{4\pi G\rho_o^2}{6(5\lambda+10\mu)}\left[3r^2-\frac{5\lambda+6\mu}{3\lambda+2\mu}r_2^2\right] \qquad (13)$$

ile veriler. Işınsal gerinme e_{rr},

$r^2>\frac{5\lambda+6\mu}{9\lambda+6\mu}r_2^2$ için pozitif,

$r^2<\frac{5\lambda+6\mu}{9\lambda+2\mu}r_2^2$ için negatifdir.

Öbür iki yönde olan gerinimler genellikle negatiftirler. Sonuçta,

$$e_{\theta\theta}=e_{\phi\phi}=\frac{4\pi G\rho_o^2}{6(5\lambda+10\mu)}\left[r^2-\frac{5\lambda+6\mu}{3\lambda+2\mu}r_2^2\right] \qquad (14)$$

bulunur.

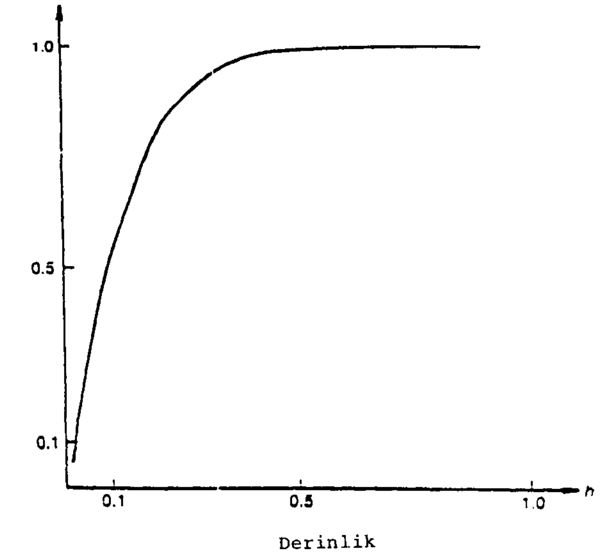
Yukarıdaki denklemler gösterir ki gerilimler eşit şiddettedirler ($\Gamma_{\theta\theta}=\Gamma_{\phi\phi}$) ve yüzeyde en büyük değerlerini alırlar. Işınsal yarıçap yönünde gravite alanı ne kadar küçük olursa olsun, yüzeye yakın kesimde bir uzamaya neden olacaktır. Burada maksimum kayma gerilimi;

$$\delta=\frac{1}{2}\left|\Gamma_{rr}-\Gamma_{\theta\theta}\right|=\frac{\pi G\rho_o^2\mu}{15(\lambda+2\mu)}r^2 \qquad (15)$$

dir ve maksimum değerini yüzeyde alır. Caputo (1983) gerinim enerjiyi derinliğin fonksiyonu olarak vermiştir. Buna göre,

$$\text{birim yarıçap}=1-(1-h)^7 \qquad (16)$$

olarak alındığında, arz büyüklüğündeki homojen bir gezegende gerinim enerjisinin % 54'ünün yüzeyden 700 km'ye kadar olan derinlikte olduğu görülür (Şekil 1).



Şekil 1. Derinliğin fonksiyonu olarak gerinim enerjisi.
Fig. 1. Strain energy as function of depth.

İKİ TABAKALI GEZEGEN MODELİ

Önceki bölümde elastik homojen gezegen alınıp ince bir tabaka eklenmişti. Gerilim ve gerinim hesapları sırasında kütle kuvvetini gravitenin yarattığı varsayılmış ve ışınsal parçanın yüzeye yakın yerlerde uzadığı görülmüştü. Bunun sonucu olarak ince yüzeysel tabakanın basıncı, homojen küreyi deformasyona uğratacaktır. İlk model için kabullenilen varsayımlar karasal gezegenlerin oluşumları için yeterli değildir.

Bilindiği üzere büyümekte olan gezegenler homojen bir yapıya sahip değildir. Oluşumun başlangıcındaki kimyasal bileşim ve gezegenin yapısı hakkındaki bilgiler çöküntü ve erime safhalarında kaybolmuştur. Fakat günümüze kadar gelebilen meteoritlerin kimyasal yapısı gösterir ki solar nebula heterojendir. Ayrıca fiziksel ve kimyasal olarak dengeli bir ortamda gelişmemiştir. Dünyamız da kimyasal olarak dengede değildir ve günümüzde de heterojen büyümesine konveksiyon ve volkanizma ile devam etmektedir. Heterojenliğin başka bir nedeni de karmaşık bir yapıya sahip olan litosferin yükselip alçalmasıdır.

İkinci modelde ortada homojen bir küre ve üzerinde çökelmiş olan bir kabuk ele alınacaktır. Bu modeldeki varsayımlar şunlardır: gravitasyonal enerjinin neden olduğu ısı etkisi ve gerilim boşalımı (relaxation) ihmal edilecektir. Oluşumun son safhalarında gezegen hidrostatik dengededir ve yavaşça ikinci bir ince tabaka çökelmektedir. İçteki kürenin yarıçapı ve yoğunluğuna r_1, ρ_o dersek, dıştaki hidrostatik dengede olmayan kabuğun yarıçapı ve yoğunluğu r_2, ρ_1 ve elastik parametreleri λ_2, μ_2 olacaktır. Modelde gravitenin yalnızca dıştaki kabuğu etkilemekte olduğu ve içteki kürenin halihazırda kendi gravitesi ile deforme olduğu kabullenilmiştir. Ayrıca kabuğun yükü ile daha da deforme olacağı varsayılmıştır.

Sınır şartları : $(r_1 = r_2)$ sınırında yer değişimler ve ışınsal gerilimler birbirlerine eşittir. Dıştaki kabuğun üzerinde tabakalanmanın basıncı vardır (Ap). Sınır şartlarının formülleri yazılırsa;

1. $(S_2)_{r=r_1} = (S_1)_{r=r_1}$
2. $(\Gamma_{rr_2})_{r=r_1} = (\Gamma_{rr_1})_{r=r_1}$
3. $(\Gamma_{rr_2})_{r=r_2} = A_p$

bulunacaktır. Yukarıda,

$$S_1 = A_1 r + \alpha r^3 ,$$

$$S_2 = A_2 r + A_3 r^{-2} + \beta r^3 + \gamma r_1^3$$

dır. S_1 ve S_2 küresel kabuk için (9) nolu ana denkleminin çözümleridir (Ek A'ya bakınız). Denklem (7)'den Γrr için çözümler elde ederek, sınır şartları aşağıda gösterildiği gibi yeniden yazılabilir.

1. $A_1 - A_2 - A_3 r_1^{-3} = (\beta + \gamma - \alpha) r_1^2$
2. $(3\lambda_1 + 2\mu_1) A_1 - (3\lambda_2 + 2\mu_2) A_2 + 4\mu_2 r_1^{-3} A_3$
   $= (5\lambda_2 + 6\mu_2)\beta r_1^2$
   $- (5\lambda_1 + 6\mu_1)\alpha r_1^2 + 2\lambda_2 \gamma r_1^2$
3. $(3\lambda_2 + 2\mu_2) A_2 - 4\mu_2 r_2^{-3} A_3$
   $+ (5\lambda_2 + 6\mu_2)\beta r_2^2 + 2\lambda_2 \frac{\gamma}{r_2} r_1^3 = A_p$.

Şimdi elde üç tane bilinmeyen (A_1, A_2 ve A_3) ve üç tane de denklem vardır. Sistemin çözümü aşağıda açıklanmıştır.

$$A_1 = U + \frac{S(V-U)}{S+Z} , \tag{17}$$

$$A_2 = U + \frac{S(V-U)}{S+Z} - \frac{V-U}{S+Z} r_1^{-3} - (\beta + \gamma - \alpha) r_1^2 , \tag{18}$$

$$A_3 = \frac{V-U}{S+Z} . \tag{19}$$

Kısaltmaların açık yazılışları aşağıda verilmiştir.

$$U = (\beta + \gamma - \alpha) r_1^2 - \frac{5\lambda_2 + 6\mu_2}{3\lambda_2 + 2\mu_2} \beta r_2^2 - \frac{2\lambda_2\gamma}{3\lambda_2 + 2\mu_2} \frac{r_1^3}{r_2} + \frac{A_p}{3\lambda_1 + 2\mu_2} ,$$

$$V = \frac{(5\lambda_2 + 6\mu_2)(r_1^2 - r_2^2)\beta}{3\lambda_1 + 2\mu_1} + \frac{2\lambda_2\gamma}{3\lambda_1 + 2\mu_1}\left(r_1^2 - \frac{r_1^3}{r_2}\right) - \frac{5\lambda_1 + 6\mu_1}{3\lambda_1 + 2\mu_1} \alpha r_1^2 + \frac{A_p}{3\lambda_1 + 2\mu_1} ,$$

$$S = \frac{4\mu_2 r_1^{-3}}{3\lambda_2 + 2\mu_2} + r_1^{-3} ,$$

$$Z = \frac{4\mu_2 (r_1^{-3} - r_2^{-3})}{3\lambda_1 + 2\mu_1} ,$$

Çizelge 1. Yerdeğiştirmeler, gerinim, gerilim ve maksimum kayma geriliminin 10, 20 ve 30 km kalınlıklar için hesaplanan sayısal değerleri (Ap = 0)

Table 1. Calculated results for displacements, strains, stresses and the maximum shear stress for shells of thickneses 10, 20 and 30 kilometers (Without applied pressure)

R_1	R_2	A_1	A_2	A_3	$S_1\ R_1$	$S_2\ R_2$	Γ_{rr}	$\Gamma_{\theta\theta}$	e_{rr}	$e_{\theta\theta}$	σ
6.361×10^8	6.371×10^8	-0.210×10^{-3}	0.117	0.472×10^{26}	-0.134×10^6	-0.135×10^6	-0.137×10^{-4}	-0.263×10^9	0.134×10^{-3}	-0.212×10^{-3}	0.131×10^9
6.351×10^8	6.371×10^8	-0.421×10^{-3}	0.115	0.470×10^{26}	-0.267×10^6	-0.271×10^6	-0.529×10^{-4}	-0.529×10^9	0.270×10^{-3}	-0.426×10^{-3}	0.264×10^9
6.341×10^8	6.371×10^8	-0.630×10^{-3}	0.114	0.468×10^{26}	-0.399×10^6	-0.410×10^6	-0.799×10^{-4}	-0.799×10^9	0.408×10^{-3}	-0.643×10^{-3}	0.399×10^9

$\alpha = 0, \quad A_p = 0$

Ortalama elastik parametreleri: $\mu_1 = 1.368 \times 1012$, $\lambda_1 = 3.484 \times 10^{12}$, $\rho_1 = 5.50$,
$\mu_2 = 0.38 \times 1012$, $\lambda_2 = 0.353 \times 10^{12}$, $\rho_2 = 2.85$

Çizelge 2. Yerdeğiştirmeler, gerinim, gerilim ve maksimum kayma geriliminin 10, 20 ve 30 km kalınlıklar için uygulanan basınç ile hesaplanan değerleri (Ap ≠ 0).

Table 2. Calculated results for displacements, strains, stresses and the maximum shear stress for shells of thickneses 10, 20 and 30 kilometers (With applied pressure).

R_1	R_2	A_1	A_2	A_3	$S_1\ R_1$	$S_2\ R_2$	Γ_{rr}	$\Gamma_{\theta\theta}$	e_{rr}	$e_{\theta\theta}$	σ
6.361×10^8	6.371×10^8	-0.218×10^{-3}	0.117	0.472×10^{26}	-0.138×10^6	-0.139×10^6	-0.980×10^{-8}	-0.303×10^9	0.513×10^{-4}	-0.219×10^{-3}	0.102×10^9
6.351×10^8	6.371×10^8	-0.428×10^{-3}	0.115	0.470×10^{26}	-0.272×10^6	-0.276×10^6	-0.980×10^{-8}	-0.570×10^9	0.187×10^{-3}	-0.434×10^{-3}	0.236×10^9
6.341×10^8	6.371×10^8	-0.638×10^{-3}	0.114	0.468×10^{26}	-0.404×10^6	-0.414×10^6	-0.980×10^{-8}	-0.840×10^9	0.325×10^{-3}	-0.651×10^{-3}	0.371×10^9

$\alpha = 0, \quad A_p = 9.80 \times 10^7$

Ortalama elastik parametreler: $\mu_1 = 1.368 \times 10^{12}$, $\lambda_1 = 3.484 \times 10^{12}$, $\rho_1 = 5.50$,
$\mu_2 = 0.38 \times 10^{12}$, $\lambda_2 = 0.353 \times 10^{12}$, $\rho_2 = 2.85$

$$\beta = \frac{4 \pi G \rho_1^2}{30 (\lambda_2 + 2 \mu_2)}$$

$$\gamma = \frac{4 \pi G}{6 (\lambda_2 + 2 \mu_2)} \rho_1 (\rho_1 - \rho_o) .$$

Işınsal gerinim, yatay ve düşey gerilimler ve maksimum kayma gerilim ifadelerini yeni model için yazarsak;

$$e_{rr} = -2 A_3 r^{-3} + 3 \beta r^2 + A_2 \qquad (20)$$

$$\Gamma_{rr} = (3 \lambda_2 + 2 \mu_2) A_2 - 4 \mu_2 A_3 r^{-3} + (5 \lambda_2 + 6 \mu_2) \beta r^2 + 2 \lambda_2 \frac{\gamma}{r} r_1^3 , \qquad (21)$$

$$\Gamma_{\theta\theta} = (3 \lambda_2 + 2 \mu_2) A_2 + 2 \mu_2 A_3 r^{-3} + (5 \lambda_2 + 2 \mu_2) \beta r^2 + (2 \lambda_2 + 2 \mu_2) \frac{\gamma}{r} r_1^3 , \qquad (22)$$

$$\sigma = \mu_2 \left[-3 r^{-3} A_3 + 2 \beta r^2 - \frac{\gamma}{r} r_1^3 \right] \qquad (23)$$

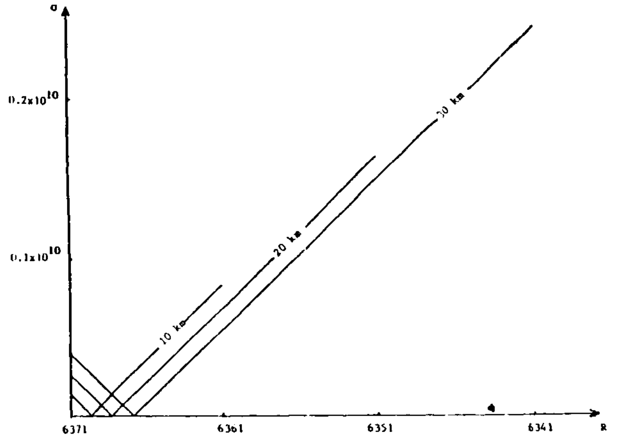
elde edilir.

Görüldüğü gibi A_1, A_2 ve A_3 ; yoğunluk (ρ_i), yarıçaplar (r_1, r_2) ve elastik parametrelerin (λ_i, μ_i) fonksiyonlarıdır. Sayısal örnekler verebilmek amacıyla λ, μ ve ρ'nin ortalama değerleri hesaplanmıştır (Ek B'ye bakınız). Gerçekçi boyutlardaki uygulamalar için gezegen dünyamız büyüklüğünde, içteki kürenin elastik parametreleri r_1 yarıçapına kadar dünya ile aynı ve yüzeysel tabakanın elastik parametreleri, r_1 ve r_2 arasında yine dünya ile aynı kabullenilmiştir.

Şimdi 10, 20 ve 30 kilometrelik tabaka kalınlıkları için yerdeğiştirmeleri, gerinimleri, gerilimleri ve maksimum kayma gerilimi hesaplanacaktır. Daha karmaşık matematik içeren yatay heterojenlik çalışmanın dışındadır.

Modelde gravitenin etkisi bütün denklemlere β ve γ simgeleri ile gösterilmiştir. (17), (18) ve (19) nolu denklemlerde $\alpha = 0$, $Ap = 0$ alarak, gerilim, gerinim, yer değiştirme ve maksimum kayma gerilimi için hesaplanan sayısal değerler Çizelge 1'de gösterilmiştir. Çizelge 1'de görüldüğü üzere bütün değerler derinlikle artmaktadır.

Yüzeyden itibaren azalan derinlikler için küresel kabuğun içindeki maksimum kayma gerilimi sayısal değerleri Şekil 2'de gösterilmiştir ($r_2 - r_1 = 10$ km, $r_2 - r_1 = 20$ km ve $r_2 - r_1 = 30$ km). Hesaplamalar 10, 20 ve 30 km' lik üç safhada her bir kilometrelik kalınlıklar için yapılmıştır. Şekilde de görüleceği üzere maksimum kayma gerilimi önce azalarak sıfır olmakta sonra artan derinlikle çoğalmaktadır. Ayrıca sıfır noktasının artan tabaka kalınlığı ile aşağı doğru gittiği gözlenilebilmektedir.



Şekil 2. Uygulanan basınçsız 10, 20 ve 30 km'lik kabuklar içindeki maksimum kayma gerilimi ($\alpha = 0$, $Ap = 0$).

Fig. 2. Maximum shear stress in 10, 20 and 30 kilometer shells with no applied pressure ($\alpha = 0$, $Ap = 0$).

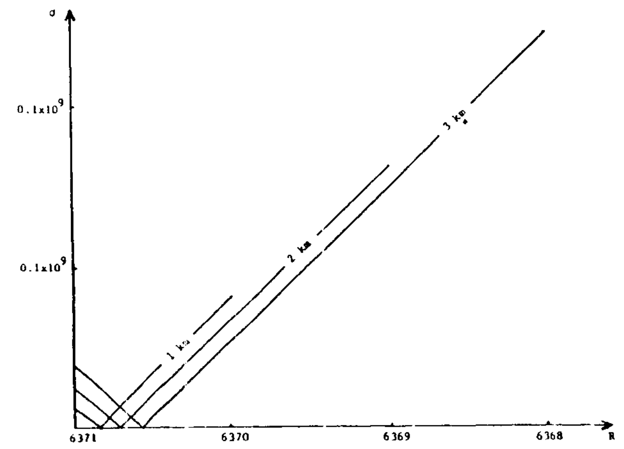
Şekil 2'deki olayın daha az derinlikler için (3 km ve daha az) nasıl değiştiğini bulmak amacıyla σ değerleri her 100 m. de 1, 2 ve 3 km.lik kalınlıklar için hesaplanmıştır. Şekil 3'de görüldüğü gibi azalan kalınlıklar için maksimum kayma gerilimi sıfıra yaklaşmaktadır.

Üç tabakalı arz modelini yaratmak için, $Ap \neq 0$ kabullenerek ikinci bir kabuk birincinin üstüne konulmuştur. İkinci tabakanın, 1 km kalınlıkta, birim yoğunlukta ve $Ap = -9.8 \times 10^7$ kadar bir basınç uyguladığı varsayılmıştır. Çizelge 2'de görüldüğü üzere yer değiştirmeler, gerinimler, gerilimler ve σ'nın mutlak sayısal değerleri artan kalınlıkla yine çoğalmaktadır. Çizelge 1 ile bu sonuç karşılaştırılırsa, ışınsal gerinimin ve σ'nın mutlak değerlerinin kabuk yüzeylerinde basıncın etkisi ile azalmakta ve bu sırada da yatay ve teğetsel gerilimlerin artmakta olduğu görülür.

Şimdi uygulanan basıncın tabaka içlerinde maksimum kayma gerilimini nasıl etkilediği araştırılacaktır. Bu amaçla hesalanan σ değerleri Şekil 4'de görülebilir. Maksimum kayma gerilimi basınç olmadığı zaman küçük değerler almakta ve 30 km kalınlıktaki kabuğun 2 km derinliğinde sıfırlanmaktadır.

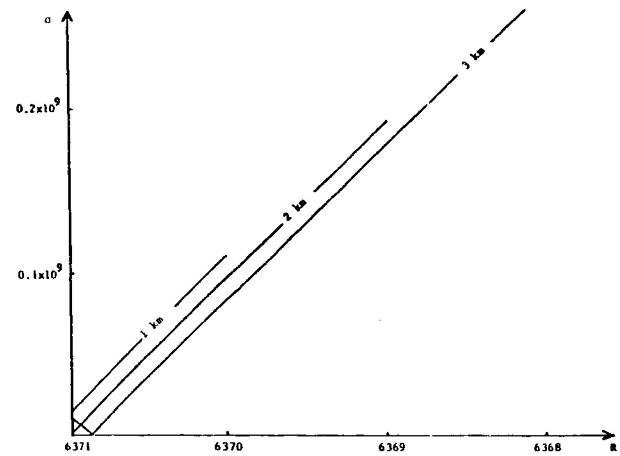
Bu olayı yakından incelemek amacıyla σ değerleri, 1, 2 ve 3 km derinliklerinde azalan kalınlıklar için hesaplanmıştır. Şekil 5'te görüldüğü gibi, 1.km kalınlık için σ işaret değiştirmemekte 2 km kalınlıkta sıfıra çok yanaşmakta ve 3 km kalınlıkta 150 m civarında işaret değiştirip kabuğun tabanına doğru çoğalmaktadır.

Şimdiye kadar maksimum kayma gerilimi, önce $\alpha = 0$, $Ap = 0$ sonra $\alpha = 0$, $Ap = -9.8 \times 10^7$ şartları dikkate alınarak, arzın elastik parametreleri kullanılarak hesaplandı. Dikkat edilirse, bütün hesapların arzın yüzeyinden başlayıp derinliklerine doğru yapıldığı görülür. Şimdi olay tersinden düşünülerek sonuçların kontrolü için $r_1 = 6368$ km olarak kabullenilecek ve bunun üzerine 10, 20



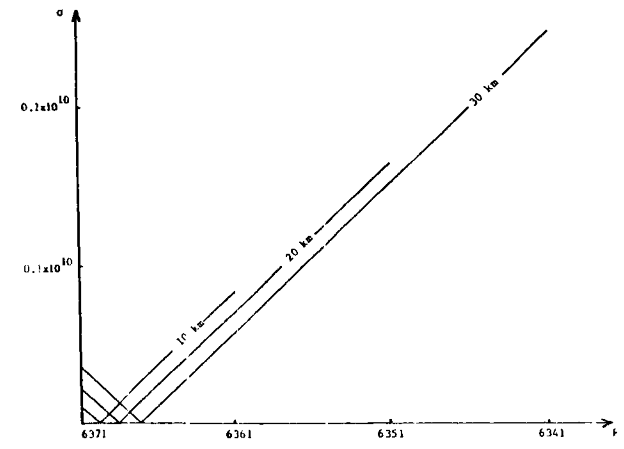
Şekil 3. Uygulanan basınçsız 1, 2 ve 3 km'lik kalınlıklar içindeki maksimum kayma gerilimi (α = 0 , Ap = 0).

Fig. 3. Maximum shear stress with no applied pressure in 1, 2 and 3 kilometer shells (α = 0 , Ap = 0).



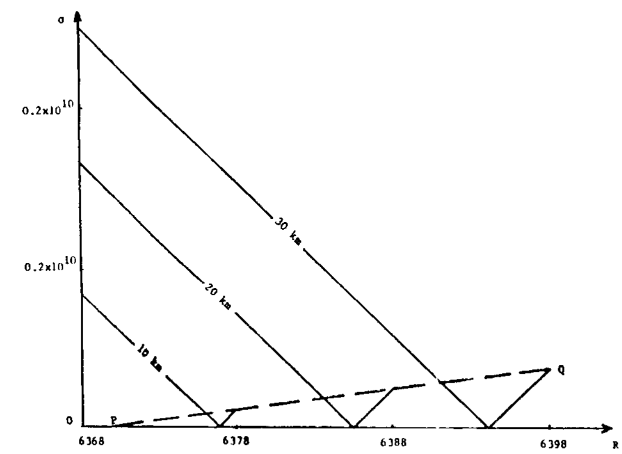
Şekil 5. Uygulanan basınçlı 1, 2 ve 3 km'lik kalınlıklar için maksimum kayma gerilimi (α = 0 , Ap = -9.8x10^7).

Fig. 5. Maximum shear stress with applied pressure in 1, 2 and 3 kilometer shells (α = 0 , Ap = -9.8x10^7).



Şekil 4. Uygulanan basınçlı 10, 20 ve 30 km kalınlıklar içindeki maksimum kayma gerilimi (α = 0 , Ap = -9.8x10^7).

Fig. 4. Maximum shear stress with no applied pressure in 10, 20 and 30 kilometer shells (α = 0 , Ap = -9.8x10^7).



Şekil 6. Uygulanan basınçlı 10, 20 ve 30 km'lik kalınlıklar için maksimum kayma gerilimi (α = 0 , Ap = -9.8x10^7) (pozitif çökelme).

Fig. 6. Maximum shear stress with no applied pressure in 10, 20 and 30 kilometer shells (α = 0 , Ap = -9.8x10^7) (increasing order).

ve 30 km kalınlıktaki tabakalar eklenecektir. Bu işlem gerçek büyüme şekli olacaktır. Şekil 6'da maksimum kayma gerilimi, tabakaların içinde belirli derinliklerde işaret değiştirir ve sıfır noktası artan kalınlıkla derinlere doğru gider. PQ hattı σ'nın tabaka tabanlarındaki durumunu göstermektedir. İki kilometreden az kalınlıklarda σ sıfır olmayıp, 2 km kalınlıkta tabaka tabanında sıfır olmaktadır. Bu olay gösterir ki tabakanın çökelmesi sırasında kalınlık 2 km'ye eriştiği zaman malzeme hidrostatik şartları sağlamak zorundadır.

Çökelme sırasında tabaka 2 km'den daha büyük kalınlıklara eriştiği zaman karşısında hidrostatik şartların mevcut olduğu bir kritik derinlik olacaktır. Kritik derinlik artan tabaka kalınlığı ile kütlenin içinden dışına doğru hareket edecektir. Belirli derinlikteki malzemeler σ'nın değişken şartlarını (α = 0 ve Ap $\neq$ 0) sağlamak zorundadırlar ve ışınsal yönde malzeme önce uzayacak sonra da büzüşecektir. Bu mekanik oluşum gösterir ki, çökelme sırasında yeterli ısı varsa malzeme fiziksel özelliklerini değiştirebilir. Termal tarihçenin de dikkate alınacağı yeni bir modelle yukardaki oluşum açıklanabilir fakat bu model buradaki çalışmanın tamamen dışındadır.

SONUÇLAR

Büyüme veya oluşum kuramlarının mekanizmalarının tartışılmadığı bu çalışmada gezegenin olgun olduğu varsayılmış ve gravite enerjisinin yarattığı ısı ile gerilimlerin boşalım zamanları ihmal edilmiştir.

Birinci modelde arz büyüklüğünde gravitesi olan ve üzerine gerilim uygulanan bir gezegen ele alınmıştır. Denge denklemleri ve sınır şartları kullanılarak yer değiştirmeler, gerinimler, gerilimler için fonksiyonlar elde edilmiştir. Deviatoric gerilimin planet yüzeyinde maksimum değerini alırken yatay gerinimlerin devamlı negatif ve ışınsal gerinim e_{rr}'in,

$$r^2 > \frac{5\lambda + 6\mu}{9\lambda + 6\mu} r_2^2$$

için pozitif

$$r^2 < \frac{5\lambda + 6\mu}{9\lambda + 6\mu} r_2^2$$

için negatif olduğu görülmüştür. Ayrıca gravite alanının geriliminin ışınsal parçayı yüzeye yakın yerlerde uzatırken, uygulanan basıncın homojen küreyi deformasyona uğrattığı saptanmıştır.

İkinci modelde içteki homojen kürenin üzerine yavaşça ince bir tabaka çökeltilmiştir. Tekrar denge denklemleri ve sınır şartları kullanılarak sistemin çözümleri elde edilmiştir. Sayısal değerler için yüzeyden itibaren 10, 20 ve 30 km kalınlıklardaki parametreler hesaplanmış ($\alpha = 0$, $Ap = 0$) ve sonuçlar tartışılmıştır.

Üçüncü modelde, önceki modele bir tabaka daha ekleyerek basıncının $Ap = -9.8\times10^7$ değerinde olduğu kabullenilmiştir. İkinci modelle karşılaştırma sonucunda, ışınsal gerinim ve deviatoric gerilim tabaka yüzeyinde azalırken yatay ve teğetsel gerilimin çoğaldığı görülmüştür.

Daha sonra, basıncın tabakaların içindeki maksimum kayma gerilimine olan tesirleri araştırılmıştır. Şekil 4'de belirtildiği üzere σ, 30 km kalınlıktaki tabakanın içinde 2 km derinlikte sıfır olmakta ve sıfır noktası artan kalınlıkla derinlere doğru gitmektedir. Sığ tabakalar için σ, 1 km kalınlığındaki tabaka içinde işaret değiştirmemektedir. 6,3 km kalınlığındaki tabakanın içinde ise 150 m derinlikte işaret değiştirip sonra derinlikle artmaktadır.

Şekil 6'da görülen gerçek büyüme modelinin sonuçları şunlardır: Maksimum kayma grilimi her tabaka içinde belirli derinliklerde işaret değiştirir ve sıfır noktası bu durumda artan çökelme kalınlığı ile yukarı doğru gider. PQ hattı gösterir ki σ, tabaka tabanlarında 2 km'den az derinlikler için hiçbir zaman sıfır olmamaktadır. Bu olay gösterir ki,çökelme sırasında kalınlık 2 km'ye eriştiği zaman çökelen malzemeler tabaka tabanında hidrostatik şartlarla karşılaşır.

EK- A

S_1 ve S_2'NİN HESAPLANMASI

Küresal yapı için kütle kuvveti Kr,

$$\rho_o g = \rho_o K_r = \frac{4}{3} \pi G \rho_o^2 r$$

denklemi ile verilir.

Kütle kuvveti (9) nolu ana denklemde yerine konulursa,

$$(\lambda + 2\mu) \frac{\partial}{\partial r}\left[\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(S_r^2)\right] - \frac{4}{3}\pi G \rho_o^2 r = 0 \quad \text{(A1)}$$

elde edilir.

Yukarıdaki denklemin özel çözümü ise,

$$S_1 = \alpha r^m \quad \text{(A2)}$$

olarak verilir.

S_1'nın birinci ve ikinci türevleri (A1)'de yerine koyulursa. Sonuç,

$$\alpha(\lambda_1 + 2\mu_1)(m+2)(m-1) r^{m-2} = \frac{4}{3}\pi G \rho_o^2 r \quad \text{(A3)}$$

olur.

M-2 = 1 için (A3)'ün özel çözümü bulunarak, α keyfi sabiti elde edilir.

$$\alpha(\lambda_1 + 2\mu_1)\, 10r = \frac{4}{3}\pi G \rho_o^2 r$$

ve

$$\alpha = \frac{4/3\, \pi G \rho_o^2}{10(\lambda_1 + 2\mu_1)} \quad \text{(A4)}$$

dır.

Homojen küre için (9) nolu denklemin genel çözümü,

$$S_1 = \frac{4\pi G \rho_o^2}{30(\lambda_1 + 2\mu_1)} r^3 + A_1 r \quad \text{(A5)}$$

ile verilir.

A_1 keyfi sabit olup sınır şartlarından hesaplanabilir. Homojen kabuktaki yer değiştirme S_2 için genel çözümü bulurken önce kabuğun gravitesi elde edilmelidir. Burada kabuğun gravitesi,

$$g_r = \frac{4\pi G \rho_o r_1^3}{3} \frac{1}{r^2} + \frac{1}{r^2} \int_{r_1}^{r} 4\pi G r^2 \rho_1 dr \quad \text{(A6)}$$

ve

$$g_r = 4\pi G \left[\frac{\rho_o r_1^3}{r^2} + \frac{1}{r^2}\frac{r^3 - r_1^3}{3}\rho_1\right]$$

$$g_r = \frac{4}{3}\pi G \left[\rho_1 r + \frac{r_1^3}{r^2}(\rho_o - \rho_1)\right] \quad \text{(A7)}$$

denklemleri ile verilir. Homojen kabuk için Kr kütle kuvveti,

$$\rho_1 K_r = \frac{4}{3}\pi G\left[\rho_1^2 r + \frac{r_1^3}{r^2}(\rho_o - \rho_1)\rho_1\right] \quad \text{(A8)}$$

olur. Kütle kuvveti (9)'da yerine konulursa

$$(\lambda_2 + 2\mu_2)\frac{\partial}{\partial r}\left[\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(S r^2)\right] - \frac{4}{3}\pi G$$

$$\left[\rho_1^2 r + \frac{r_1^3}{r^2}\rho_1(\rho_o - \rho_1) = 0\right] = 0 \quad \text{(A9)}$$

dır. Yukardaki denklem için özel çözüm,

$$S_2 = \beta r^m + \gamma r^n \quad \text{(A10)}$$

ile verilir.

m ve n'in değerlerini bulmak için (S_2)'nın birinci ve ikinci türevleri (A9)'da yerine konulursa,

$$(\lambda_2 + 2\mu_2)\left[\beta(m+2)(m-1)r^{m-2} + \gamma(n+2)(n-1)\right] = \frac{4}{3}\pi G\left[\rho_1^2 r + \frac{r_1^3}{r^2}\rho_1(\rho_o - \rho_1)\right]$$

ve

$$\beta(m+2)(m-1)r^{m-2} + \gamma(n+2)(n-1)r^{n-2} = \frac{4\pi G\rho_1^2}{3(\lambda_2 + 2\mu_2)} r + \frac{4\pi G}{3(\lambda_2 + 2\mu_2)}\rho_1(\rho_o - \rho_1)\frac{r_1^3}{r^2} \quad \text{(A11)}$$

elde edilir.

Yukarıdaki ifadeden m = 3 ve n = 0 değerleri bulunur. Bunlar kullanılarak (A11) denklemi tekrar yazılırsa,

$$10\beta(\lambda_2 + 2\mu_2) r - 2\gamma(\lambda_2 + 2\mu_2) r^{-2} = \frac{4\pi G}{3}\rho_1^2 r + \frac{4\pi G}{3}\rho_1(\rho_o - \rho_1) r^{-2} r_1^3 \quad \text{(A12)}$$

elde edilir. Burada,

$$\beta = \frac{4\pi G\rho_1^2}{30(\lambda_2 + 2\mu_2)} \quad \text{(A13)}$$

ve

$$\gamma = \frac{4\pi G}{6(\lambda_2 + 2\mu_2)}\rho_1(\rho_1 - \rho_0) \quad \text{(A14)}$$

ile verilir. Homojen kabuk için ana denklemin genel çözümü,

$$S_2 = A_2 r + A_3 r^{-3} + \frac{4\pi G\rho_1^2}{30(\lambda_2 + 2\mu_2)} r^3 + \frac{4\pi G}{6(\lambda_2 + 2\mu_2)}\rho_1(\rho_1 - \rho_0) r_1^3 \quad \text{(A15)}$$

olur. A_1 ve A_2 keyfi sabitler olup sınır şartlarından hesaplanırlar.

EK- B

ORTALAMA ELASTİK PARAMETRELERİN HESAPLANMASI

Çalışmada gezegen dünya boyutlarında varsayılmış ve iç yarıçap 6352 km alınmıştır. Dıştaki kabuğun ise 6352-6371 kilometreler arasında olduğu varsayılmıştır. Yukarıdaki kalınlıklar için elastik parametrelerin hesabında, ρ, V_p ve V_s'in ortalama değerleri Stacey (1977) Çizelge G.1 sayfa 357'yi kullanarak elde edilmiştir.

Çizelge G.1. Birimleştirilmiş yarıçapın fonksiyonu olarak elde edilen dünyanın elastik parametreleri
Tablo G.1. Parameters of Parametric Earth Models (PEM's) by Dziewonski etal. (1975) as functions of normalized radius R (i.e., radius/6371 km).

Bölgeler	Yarıçap kalınlığı (km)	Yoğunluk (10^3 kg m^{-3})	Vp (km sec^{-1})	Vs (km sec^{-1})
İç Çekirdek	0 - 1217.1	13.01219	11.24094	3.56454
Dış Çekirdek	1217.1 - 3485.7	12.58416 -1.69929R -1.94128R^2 -7.11215R3	10.03904 + 3.75665R -13.67046R^2	0
Alt Manto	3485.7 - 5701.0	6.81430 -1.66273R -1.18531R^2	16.69287 -6.38826R + 4.68676R^2 -5.30512R^3	9.20501 -6.85512R + 9.39892R^2 -6.25575R^3
Geçiş Zonu	5701.0 - 5951.0	11.11978 -7.87054R	21.05692 -12.31433R	15.04371 -10.69726R

Ortalama Yapılar

Düşük Hız Zonu	5951.0 - 6151.0	7.15855	28.48832 -20.90003R	15.09536 -11.01544R
Düşük Hız Zonu	6151.0 - 6291.0	-3.85999R	7.89520	4.34060
Düşük Hız Zonu Üstü	6291.0 - 6352.0		7.93420	4.65400
Alt Kabuk	6352.0 - 6357.0	2.90200	6.50000	3.75000
Üst Kabuk	6357.0 - 6368.0	2.80200	6.00000	3.55000
Okyanus	6368.0 - 6371.0	1.03000	1.50000	0

İç küre için hesaplanan ortalama ρ, V_p ve V_s değerleri:

	(gr/cm^3)	V_p $(km\ sec^{-1})$	V_s $(km\ sec^{-1})$
İç Çekirdek	12.82	11.15	3.48
Dış Çekirdek	10.89	9.07	0.0
Alt Manto	4.89	12.24	6.67
Geçiş Zonu	3.92	9.79	5.25
Düşük Hız Zonu Altı	3.49	8.63	4.63
Düşük Hız Zonu	3.49	7.89	4.34
Düşük Hız Zonu Üstü	3.49	7.93	4.65

Tabakalar küresel ve birbiri üzerinde olduğu için iç küreye ait parametrelerin ortalama değerleri (6352 km'ye kadar) aşağıda gösterildiği şekilde bulunur.

$$\rho_{AV} = \frac{4/3\,\pi\left[r_{ic}^3\rho_{ic} + (r_{oc}^3 - r_{ic}^3)\rho_{oc} + (r_{Lm}^3 - r_{oc}^3)\rho_{Lm} + (r_{Tz}^3 - r_{Lm}^3)\rho_{Tz}\right.}{4/3\,\pi\left[r_{ic}^3 + r_{oc}^3 - r_{ic}^3 + r_{Lm}^3 - r_{oc}^3 + r_{Tz}^3 - r_{Lm}^3\right.}$$

$$\frac{\left. + (r_{blvz}^3 - r_{Tz}^3)\rho_{blvz} + (r_{Lvz}^3 - r_{blvz}^3)\rho_{Lvz} + (r_{Alvz}^3) - r_{Lvz}^3)\rho_{Alvz}\right]}{\left. r_{blvz}^3 - r_{Tz}^3 + r_{Lvz}^3 - r_{blvz}^3 + r_{Alvz}^3 - r_{Lvz}^3\right]}$$

buradan,

$$\rho_{AV} = \frac{r_{ic}^3\rho_{ic} + (r_{oc}^3 - r_{ic}^3)\rho_{oc} + (r_{Lm}^3 - r_{oc}^3)\rho_{Lm} + (r_{Tz}^3 - r_{Lm}^3)\rho_{Tz}}{}$$

$$\frac{+ (r_{blvz}^3 - r_{Tz}^3)\rho_{blvz} + (r_{Lvz}^3 - r_{blvz}^3)\rho_{Lvz}) + (r_{Alvz}^3 - r_{Lvz}^3)\rho_{Alvz}}{r_{Alvz}^3} \qquad (B1)$$

olur.

(B1) kullanılarak V_p ve V_s'in ortalama değerleri bulunabilir:

$\rho_{AV} = 5.507\ gr\ cm^{-3}$
$(V_p)_{AV} = 10.66\ km\ sec^{-1}$
$(V_s)_{AV} = 5.018\ km\ sec^{-1}$

bilindiği gibi,

$$V_3^2 = \frac{\mu}{\rho}$$

$$V_p^2 = \frac{\lambda + 2\mu}{\rho}$$

olup, yukarıdaki ilişkiden,

$\mu_1 = 1.386 \times 10^{12}$
$\lambda_1 = 3.484 \times 10^{12}$

elde edilir.
6352-6371 arası ortalama elastik parametreleri hesaplamak için (B1 tekrar yazılırsa:

$$\rho_{AV} = \frac{(r_{Lc}^3 - r_{Alvz}^3)\rho_{Lc} + (r_{uc}^3 - r_{Lc}^3)\rho_{uc}^3}{r_{Lc}^3 - r_{Alvz}^3 - r_{ic}^3 + r_{uc}^3 - r_{Lc}^3} \qquad (B2)$$

bulunur. (B2) ve Tablo G-1'den faydalanarak ortalama değerler bulunabilir:

$\rho_{AV} = 2.85\ gr\ cm^{-3}$
$(V_p)_{AV} = 6.248\ km\ sec^{-1}$
$(V_s)_{AV} = 3.649\ km\ sec^{-1}$

Yukarıdaki değerlerin sonucu olarak, λ ve μ hesaplanabilir:

$\mu_2 = 0.38 \times 10^{12}$
$\lambda_2 = 0.353 \times 10^{12}$

REFERENCES

Caputo, M., 1969. Elasticita e Dissipazione. Bologna, Zanichelli.

Caputo, M., 1983. Relaxation and Free Modes of a Self Gravitating Planet. In Press.

Jobert, G., 1962. Nonhydrostatical Stresses in a Gravitating Plan. Jour. of Geop. Res vol. 67 n. 4 p. 1579-1585.

Kaula, M. W., 1968. An Introduction to Planetary Physics. John Wiley £ Sons, Inc. New York.

Kuiper, G. P., 1951. On the Evolution of the Protoplanets. Proc. Natl., Acad. Sci. vol. 37 p. 383-393.

Love, A. E. H., 1944. A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity. 4 th ed. Dover Pub. New York.

Matsui, T., and H. Mizutani, H., 1978. Gravitational N-body Problem on the Accreation Process of Terrestrial Planets Icarus. Vol. 34, p. 146-172.

Ringwood, A., 1968. Chemical Evolution of the Terrestrial Planets. Geochim. Cosmochim. Acta. 30 p. 41-104.

Stacey, F. D., 1977. Physics of the Earth. John Wiley Sons, Inc., New York.

Urey, H. C., 1952. The Planets. Yale University Press.